

# 접촉 곡선을 이용한 BLENDING 곡면

이 희 관,\* 양 균 의\*\*

## Blending Surface Using Rail Curves

Hi-Koan Lee\* and Gyun-Eui Yang\*\*

### ABSTRACT

This paper describes a method which uses rail curves for blending surfaces. Blending surface between the free form surfaces which have the flexible shapes and are widely used today is investigated. The rail curves give blending surface continuity through Pointwise interpolation. It is the point in this paper that the blending surfaces give a good flexibility to modeling of base free form surfaces. Using rail curves for simple base surfaces, complicated models can be designed. Also this blending surfaces can be used for path generation in compoud surfaces.

**Key words :** Blending Surface(블렌딩 곡면), Rail Curve(접촉 곡선), SSI(Surface/Surface Intersection 교차 곡선), Flexible Shape(유연한 형상)

### 1. 서 론

모델링에서 블렌딩 곡면은 가공에서 'rounding' 또는 'filletting'에 해당한다. 그 기능은 집중응력을 제거하고 가공물의 파손을 방지하는 것이다. 그외에도 블렌딩 곡면은 복합 곡면 모델링에서 곡면들의 연결부위에서의 공구 간섭을 제거하는 역할을 하기도 한다. 현재는 소비자들의 다양한 욕구와 제품의 고급화 때문에 자유곡면을 이용한 모델링이 중요시 되고 있다. 이러한 자유 곡면을 충분히 지원할 수 있는 블렌딩 곡면에 대한 연구가 필요하게 되었다.

Rockwood와 Owen,<sup>(1)</sup> Hoffman과 Hopcroft<sup>(2)</sup>는

해석곡면들간의 블렌딩 곡면을 제시하였다. 이는 기저 곡면이 해석곡면일 경우에만 사용되어 형상 표현에 제한이 있었다.

최근에는 자유 매개변수 곡면간의 블렌딩 곡면에 대한 관심이 많아지고 연구가 되고있다. 매개변수식으로 표현된 블렌딩 곡면은 음함수식 블렌딩에 비해 형상표현에서 더 많은 유연성을 제공하여 준다. 매개변수식 블렌딩 곡면은 패치를 형성하기 때문에 유한 요소법이나 수치제어 공작기계의 가공용 공구경로를 얻을 때에도 용이하다. 또한 자유곡면은 곡면의 형상을 조절하는 때에 직관력을 제공하여 준다. Choi와 Ju<sup>(3)</sup>는 수치해석 기법을 이용하여 자유 곡면간의 블렌딩을 만들었다.

\* 전북대학교 대학원

\*\* 전북대학교 기계공학과

그러나 두 접촉곡선(공구가 기저곡면과 만나는 점들)은 단순히  $GC^0$ (위치 연속)만을 만족시키기 때문에 gouging이 생길 우려가 있다. 접선까지 만족하는 블렌딩 곡면을 만들려면 접촉곡선의 접선의 연속을 고려한 보간식을 이용하여야 한다. Filip<sup>(4)</sup>은 블렌딩 곡면의 경계가 될 rail curve(접촉곡선)상의 점들을 Hermite 보간법을 이용하여 보간하였다. Bloor와 Wilson<sup>(5)</sup>은 경계조건을 고려한 편미분방정식의 해로서 블렌딩 곡면을 정의하였다. Koporka<sup>(6)</sup>는 기저 곡면과 접촉곡선의 연속을 위해 surface modulation 방법을 이용하였다.

T. Lee<sup>(7)</sup>는 블렌딩곡면을 기저 곡면의 부수적 역할을 하는 것에서 탈피하여 심미적 용도와 사용자의 용도에 따라 형상을 자유롭게 하여 창성하는 연구를 하였다. 그는 기저 곡면의 형상을 변화시키는 형상매개변수와 변화된 기저 곡면간 교차곡선을 이용하여 새로운 블렌딩 곡면을 생성하였다. 각진 부분을 단순히 라운딩할 목적으로 시작된 블렌딩 곡면은 접선만족을 통하여 집중응력을 제거하는 기능을 가진 곡면으로 발전시켜왔다. 그리고 설계의 기능을 충분히 지원하는 곡면으로까지 발전되고 있다.

본 논문에서는 Pointwise 방식을 이용하여 기저 곡면과 접선을 만족하는 블렌딩 곡면을 만들었다. 또한 반지름과 접선 벡터의 크기를 매개변수로 하는 함수를 접촉곡선으로 정의하여 블렌딩의 단면 형상을 sharp-ness뿐 아니라 단면 형상의 폭도 변화시켜서 자유곡면과 같은 유연성을 가지도록 하였다. 이는 형상의 변화가 다양한 자유 곡면들을 충분히 지원하여 보다 유연한 모델링을 지원하기 위해서이다. 또한 이 방법은 심미적 모델링을 지원하는 것 외에 접촉곡선을 이용하기 때문에 코너부위에서의 블렌딩 곡면 창성이 쉽고 가공 경로를 쉽게 생성할 수 있다.

## 2. 곡면과 곡면의 교차곡선(Surface/Surface Intersection) 찾기

교차곡선을 이용하는 것은 여러 곡면에 적용되는 일반성있는 블렌딩 곡면을 가질 수 있기 때문이다. 블렌딩 곡면을 생성하기 위한 교차곡선은 효율적(최소의 계산을 행함)이고, 정확도가 좋아야 하고, 교차가능성이 있는 모든 점을 탐색할 수 있어야 하며, 오류없이 작동하는 강력한 알고리즘을 가져야 한다. 교차곡선을 구하는 순서는 먼저 2.1절에서 교차곡선의 시작점을 찾고, 2.2절

과 2.3절에서 추적을 하여 교차곡선을 구하게 된다.

### 2.1 시작점 찾기

$f, g$ 를 기저 곡면이라 하고 격자점들  $x, y$ 로 나눈다. 격자점들의 집합을  $G_0$ 라 하고 두 곡면의 격자점들간의 거리가 곡면들의 함수값, 미분값, 두 곡면의 교차각을 근거로 해서 정의된 한계값 보다 작다고 한다면 교차곡선의 시작점으로 인정이 되고 이 조건식을 통과한 점들  $x^*, y^*$ 에 대하여는  $f(x^*) = g(y^*)$ 이 된다.<sup>(8,9)</sup> 이 조건식을 통과한 점은 교차곡선의 시작점  $x_0, y_0$ 이 된다. 식은 아래와 같다.

$$\|f(x) - g(y)\|_1 \leq 2 \cdot H \cdot K \quad (1)$$

여기서,  $H$ 는 격자간의 거리이며  $K$ 는 다음과 같다.

$$K = \max \left\{ \begin{array}{l} \max_{x \in \text{conv}(x_0, x^*)} \|Df(x)\|_1, \\ \max_{y \in \text{conv}(y_0, y^*)} \|Dg(y)\|_1 \end{array} \right\}$$

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq 2} \sum_{i=1}^3 |a_{ij}| \text{ for } A \in R^{3 \times 2}$$

그리고  $f(x), g(y)$ 에서의 접평면의 교차각  $\alpha$ 를 고려하여 정확한 조건식을 얻을 수 있다.

$$\|f(x) - g(y)\|_1 \leq c \cdot H \cdot M \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

여기서

$$M = \max \{ \|D\phi(x)\| \}, \phi \in \{f, g\}, x \in G_0$$

$c$ 는 식(1)에서 2였으나 사용자가 공차를 위해서 정의할 수 있는 상수로 하였다. 점차적으로  $H$ 를 줄여가며 0으로 가도록 반복하면 정확한 교차점에 아주 근사한 점들을 찾을 수 있다. 여기서는  $H$ 를 1/3씩 감소시켜 갔다.

이 알고리즘은 self-intersection를 얻는데도 유용하게 이용될 수 있다. 이 경우에는 함수  $f, g$ 를 동일한 함수로 놓는다.  $\|f(x) - g(y)\|$ 은 SPT(Same Point Tolerance)내에 있지만 두 매개변수 값  $\|x - y\|$ 이 SPT내에 있지 않으면 self-intersection 점으로 보장된다. 여기서 첫번째 SPT는 0.0001로, 두번째 SPT는 0.01로 하였다.

## 2.2 step 길이

만약 추적(tracing)에서 step의 길이가 너무 크다면 pont refinement 시간이 많이 걸리고 오차가 크게 나타난다. step의 길이가 너무 작다면 추적 속도가 느리게 되어 알고리즘의 효율성이 감소한다. 여기에서는 교차점에서의 근사 곡률을 근거로 적용성이 있는 step 길이를 이용한다. 곡률이 심하면 step의 길이가 짧아지고 곡률이 원만하면 step의 길이가 커져서 효율성을 높게 된다. 여기에서의 곡률 계산은 효율성을 위해서 2차 미분을 구하지 않고 Faux와 Pratt<sup>(10)</sup>가 제시한 근사 곡률을 이용한다. 3점 P, Q, R가 주어질 때에 근사 곡률 반경  $\rho$ 은 다음과 같다.

$$\rho = \frac{|a||b||a-b|}{2|a \times b|} \quad (3)$$

여기서  $a=Q-P$ ,  $b=R-P$ 이다.

step 길이  $\delta = \Delta\theta \cdot \rho$ 이다.  $\Delta\theta$ 은 미소각이고 0.1rad로 하였다.

시작점을 찾는 순서도가 Fig. 1에 그려져 있다.

## 2.3 추적(Tracing)

추적은 시작점과 step 길이를 이용하여 교차 곡선상의 다음 교차점을 찾는 것이다. 이 과정에는 두가지 단계가 필요하다. 먼저 추정 추적점을 찾고 추정점을 찾은 다음 실제 교차점으로 수렴시키는 것이다. 2번째 과정을 point refinement라고 한다. 이 계산은 수렴조건인 두 곡면간의 거리가 SPT보다 작게 될 때까지 반복된다. 다음은 추정 추적점 P를 구하는 식이다.

$$P = f \pm \delta(M \times N) / |M \times N| \quad (4)$$

식(4)에서 부호는 추적방향을 의미한다. 여기서 M, N는 f, g의 단위 법선 벡터이다. 추정 추적점에 해당하는 기저 곡면의 매개 변수를 구하는 식은 다음과 같다.<sup>(14,15)</sup>

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{u_i, v_i} \quad \frac{\partial f}{\partial v} \Big|_{u_i, v_i} \right] \begin{bmatrix} u_{i+1} - u_i \\ v_{i+1} - v_i \end{bmatrix} \\ & = [P - f(u_i, v_i)] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 벡터는 행 벡터이다. 왼쪽 항의  $3 \times 2$  행렬은

Jacobian 변환이다. 이 식은 추정 추적점 P와 곡면 f 사이의 최소거리에 해당하는 곡면 f상의 점의 매개변수를 구한다. 이 점은 교차곡선의 근사점이 된다. 곡면 g과 P사이의 최단거리의 점은 식(5)에서 f를 g로 대체하면 된다. 이렇게 구한 두 점이 SPT내에 속하지 않는다면 point refinement를 수행한다.

point refinement는 식(4)에서 구한 근사 점들을 교차곡선상에 보내어 실제 교차 곡선에 더 가까이 놓는 것이다. 근사점에서의 평면 f, g의 법선을 M, N으로,  $MN=M \times N$ 을 M, N이 이루는 평면의 법선으로 하면 교차점은 다음과 같이 계산된다.<sup>(14,15)</sup>

$$\begin{bmatrix} M^T \\ N^T \\ MN^T \end{bmatrix} [P_{i+1}] = \begin{bmatrix} M \cdot f \\ N \cdot g \\ MN \cdot (f+g)/2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 식으로 정확한 교차점들의 매개 변수들을 얻을 수 있다.

추적은 다음의 종료 조건 중 하나라도 만나면 끝난다.

- ① 추적이 처음 시작점과 만날 때
  - ② 추적에서 구해진 정의구역값 쌍이 한계치를 벗어날 때
  - ③ step 길이가 너무 짧을 때
- 만약에 종료 조건 ①의 경우라면 교차곡선은 폐곡선이 된다. ②인 경우는 개곡선 교차곡선을 얻게 된다. ③인 경우는 self-intersection점이다.

1차 미분이 0이거나 두 곡면의 접평면이 동일하면 분기점이다. 이 점에서는 이 추적 방식은 적용되지 않으면 특별한 방식이 필요하다.

Fig. 1은 교차 곡선을 추적하는 순서도를 보여 준다.

## 3. 블렌딩 곡면 창성

교차 곡선에서 각 기저 곡면상의 접촉 곡선을 구하고 접촉 곡선들을 보간하여 블렌딩 곡면을 생성한다. 접촉 곡선 사이를 보간할 때에 필요한 접선 연속을 만족할 수 있도록 Pointwise 보간법을 이용하였다.

### 3.1 접촉 곡선(Rail Curve)

접촉 곡선은 블렌딩 곡면이 공구의 가공면과 동일할 때에는 기저 곡면과 공구가 접촉하는 점들이 된다. 일반적인 경우에는 접촉 곡선은 블렌딩 곡면의 꼭과 단면의 형상을 결정하는 경계 조건이 되고 블렌딩 곡면의

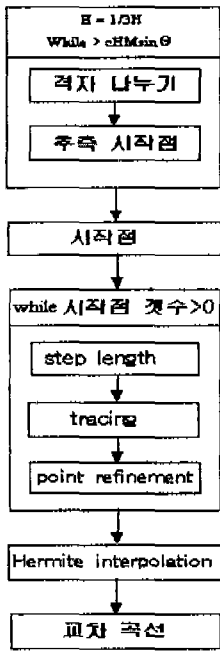


Fig. 1 The flowchart of SSI

보간 데이터가 되는 점들의 집합이다. 접촉 곡선은 다양한 방식으로 생성될 수 있다. rolling ball 방식과 같이 교차 곡선의 일정한 offset 곡선에서 기저 곡면으로 투사한 곡선을 이용할 수 있고, variable radius 방식과 같이 사용자가 정의하는 변화하는 반경을 이용할 수도 있다. 또한 교차 곡선을 이용하지 않고 사용자가 입력하는 데이터를 가지고 생성할 수도 있다. 여기서는 교차 곡선을 이용함으로써 일반성이 있고 형상을 보다 자유롭게 변화시킬 수 있는 variable radius 방식으로 접촉 곡선을 생성하였다. 그러나 offset 곡선<sup>(6)</sup>이나 근사 offset 점<sup>(7)</sup>을 이용하지 않고 교차 곡선에서 내린 점들을 바로 Jacobian inverse를 이용하여 보다 빠르게 접촉 곡선을 생성하였다.

대개 접촉 곡선은 기저 곡면의 offset 곡면을 생성하여 상대편 기저곡면과 교차시켜 접촉곡선을 얻는데 offset 곡면의 기하학적인 특성이 복잡하여 미분식은 복잡하고 계산시간이 많이 소요된다. 여기서는 offset 곡면을 이용하지 않고 교차곡선에서 부터 수치해석적 기법을 이용하여 접촉 곡선을 직접적으로 찾는 방법을 이용한다. 계산의 시간과 노력을 절약하는 효과를 거둘 수 있다. 이런 장점을 가지고 있어 유연한 접촉 곡선을

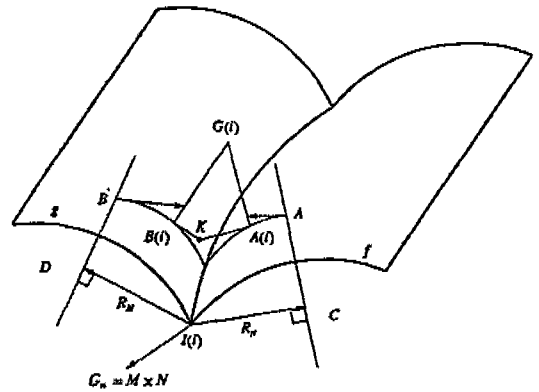


Fig. 2 Rail curve

만드는 기반을 제공한다. 아래의 Fig. 2로 설명이 되어 있다. 이 방법은 계산 시간과 노력의 절약뿐 아니라 동일 평면상에서 블렌딩 보간을 하도록 돕는 guiding trajectory의 역할도 한다.

교차 곡선의 한 점  $I(i)$ 에서  $f, g$ 의 단위 법선 벡터의  $R$ 배의 위치  $C, D$ 를 구한다. 그리고 이 위치에서 Jacobian inverse를 이용하여 추정 접촉 곡선의 점  $A', B'$ (정확한 접촉 곡선이 아닐 수도 있음)을 구한다. 만약 블렌딩 곡면의 반경이 공구 반경으로 일정한 블렌딩 (Constant-radius blending)인 경우에 추정 접촉 곡선에서  $f, g$ 의 각 법선 방향으로 내린 offset 점들이 SPT내에 있지 않으면 접촉 곡선의 점이 아니므로 추정 점  $A', B'$ 에서 추적(Tracing)하여 정확한 접촉 곡선상의 점  $A(i), B(i)$ 을 구한다.  $A(i), B(i)$ 에서 내린 두 offset 점들이 SPT를 만족하면 접촉 곡선의 점으로 인정한다. 추적의 방향은  $G_n \times N$ 이다. 여기서  $N$ 은 기저 곡면의 법선 벡터이고 두 기저곡면의 법선벡터가 이루는 평면의 법선 벡터  $G_n = M \times N$ 이다. 두 번의 투사를 거치므로 접촉 곡선은 접선만족을 보장하지 못한다. 그러므로 구한 접촉 곡선의 점들을 Hermite 보간법을 이용하여 집선을 만족하도록 한다.

### 3.2 블렌딩(Blending)

기저 곡면과 블렌딩 곡면사이의 접선 만족과 유연하게 형상을 조절하기 위한 방법을 이용하였다. 또한 바람직한 형상을 생성하기 위해 안내 곡선을 도입하였고 모퉁이 블렌딩에서 가공경로 생성을 쉽게 할 수 있도록 고려한 블렌딩 곡면을 생성하였다.

### 3.2.1 Pointwise 보간법에 의한 블렌딩

Pointwise 보간법은 두 접촉 곡선 상의 각 점들의 위치와 접선을 데이터로 하여 보간함으로 기저곡면과 블렌딩 곡면이 GC'를 만족하는 블렌딩 곡면을 만드는 보간법이다. 또한 표준 곡면식인 Bezier 곡면이나 Spline 곡면식을 이용할 수 있기 때문에 기저 곡면과 블렌딩 곡면을 동일한 곡면식으로 표현하여 전체 곡면을 용도에 따라 쉽게 처리할 수 있다. 블렌딩 곡면이 포함된 자유 곡면을 하나의 composite 곡면으로 다룰 수 있어 가공 경로를 쉽게 구할 수 있다. 이 보간법은 블렌딩 곡면의 단면 가공시 흔히 발생하는 접촉 곡선에서 공구 gouging을 피할 수 있게 한다.

그러나 곡률의 연속을 보장하지는 못하므로 이로 인해 가공시 간섭이 발생할 수 있다.

$T_A$ ,  $T_B$ 를 곡면상에서 정의된 두개의 접선벡터라 하고  $R_A$ ,  $R_B$ 는 접촉곡선의 점들이라 하자. 이 점들은 Fig. 1의 A, B에 대응된다. 4개의 벡터  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $R_A$ ,  $R_B$ 를 이용하여 블렌딩 곡선  $B(h)$ 을 정의할 수 있다.

$$B(h) = M_A(h) \times R_A + M_B(h) \times R_B + N_A(h) \times T_A + N_B(h) \times T_B \quad (7)$$

여기서  $h$ 은 블렌딩곡선의 매개변수이고  $h_0 \leq h \leq h_1$  이다.  $h_0$ ,  $h_1$ 은 두 접촉곡선에 해당한다.

여기서  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $N_A$ ,  $N_B$ 의 경계조건은 다음을 만족해야 한다. 이 경계조건은 위치뿐 아니라 접선까지 만족하도록 하는 경계조건이다.

$$\begin{aligned} M_A(h_0) &= 1; & M_A(h_1) &= 0; \\ M_A'(h_0) &= 0; & M_A'(h_1) &= 0; \\ M_B(h_0) &= 0; & M_B(h_1) &= 1; \\ M_B'(h_0) &= 0; & M_B'(h_1) &= 0; \\ N_A(h_0) &= 0; & N_A(h_1) &= 0; \\ N_A'(h_0) &= 1; & N_A'(h_1) &= 0; \\ N_B(h_0) &= 0; & N_B(h_1) &= 0; \\ N_B'(h_0) &= 0; & N_B'(h_1) &= 1; \end{aligned} \quad (8)$$

$M_A$ ,  $M_B$ 은 위치를 보존하는 식이고  $N_A$ ,  $N_B$ 은 접선 벡터를 보존하는 식이다. 이 보간법은 위치와 접선까지를 보간 데이터로 삼기때문에 접촉 곡선의 기하학적인 특성을 고려한 블렌딩 곡면을 만들 수 있다.

### 3.2.2 접선벡터

접촉 곡선에서의 접선 벡터(end-tangent)를 선택하는 5가지 방법을 Koparkar<sup>(11)</sup>에서 자세히 다루고 있다. 여기서 주의할 것은 접선의 방향이 적절하다 하더라도 접선 벡터의 크기도 블렌딩 단면에 큰 영향을 미친다는 것을 고려해야 한다. 곡면  $f$ 상의 접선벡터는 다음 식으로 얻을 수 있다.

$$T_A = S \cdot (g_u(s, t) \times g_v(s, t)) \times (M \times N) \quad (9)$$

여기서  $S$ 은 접선벡터의 크기를 조정하는 상수이다.  $T_B$ 를 구하려면  $g(s, t)$ 는  $f(u, v)$ 로 대체 되어야 한다. 만약 접선 벡터의 크기가 너무나 크다면 블렌딩 곡면의 단면 형상은 loop 및 kink를 일으킬 것이다. 적절하게 접선 벡터의 크기가 정해지면 원하는 모양과 용도의 형상을 얻을 수 있다. 벡터의 크기는 Ferguson 곡선을 생성할 때에 이용되는 접선 벡터의 크기를 참조하여 블렌딩의 단면 형상을 변화시킬 수 있다. 접촉 곡선사이의 거리가 변하기 때문에 바람직한 형상을 위해서는 접선 벡터의 크기를 거리에 따라 변할 수 있도록 해야 한다. 거리가 클 수록 접선 벡터의 크기를 크게 해야 한다.

### 3.2.3 Fanout 곡면

접선 벡터의 크기와 방향이 결정되어도 블렌딩 곡면은 바람직한 형상을 가지지 못할 수 있다. 만약에 접촉 곡선간의 대응성(correspondence)이 적절하지 않으면 블렌딩 곡선간에 꼬임(twist)이 생기기 때문이다. 꼬임을 피하기 위해서는 반드시 접촉 곡선간의 일치성을 찾아야만 한다. 이를 위해서 Fanout 곡면 개념을 도입하였다. Fanout 곡면은 접촉 곡선의 점에서 내린 기저 곡면들의 법선 벡터로 이루어진 곡면이다. 이 곡면의 두 벡터를 합하여 안내 곡선을 생성할 수 있다. 이 안내 곡선은 offset 방식에서 offset 곡선에 해당한다. 이 Fanout 곡면의 교차 곡선이 접촉 곡선간의 일치성을 적절하게 조정하는 안내 곡선의 역할을 훌륭하게 수행한다. 대응성에 의해 짝지어진 접촉 곡선들의 점과 안내 곡선의 점이 이루는 평면들은 절대로 교차하지 않기에 블렌딩 곡선들이 꼬이지 않고 바람직한 형상을 얻을 수 있다.

### 3.3 블렌딩 곡면의 형상 조정

현재까지 블렌딩 곡면은 물체를 표현하는 기저 곡면

의 부수적인 것으로 여겨졌다. 전체 형상의 조잡한 부분을 처리하는데 이용되었다. 때문에 블렌딩 곡면자체의 형상에 대해서는 그리 많은 연구가 되어있지 않다. 현재의 연구는 대개 블렌딩 단면 형상을 conic section에 제한하고 단면의 변화를 본래 블렌딩의 sharpness 범주에서 조정하는 것에 그쳤다. Hoffman과 Hopcroft<sup>(2)</sup>은 이론적으로 상당히 정교한 블렌딩 형상의 변화를 제공하지만 실제적으로는 음함수로 정의된 식이라 복잡한 물체의 형상에 이용할 때는 음함수식이라는 원래의 약점 때문에 응용이 불가능 하였다. 음함수의 형상 표현은 사실상 conic의 범주를 벗어나지 못하기 때문이다.

접촉 곡선의 반경과 접선 벡터의 크기를 이용하여 유연한 형상 표현을 조절할 수 있다. 이 블렌딩 곡면은 sharpness뿐 아니라 블렌딩 곡면의 폭도 쉽게 바꿀 수 있다. 접촉곡선의 반경은 Oblique 좌표를 이루어 반경을 통해서 블렌딩 곡면의 대략적인 형상을 짐작할 수 있어 직관력을 제공하는 역할도 한다.

Fig. 3은 블렌딩 곡면을 생성하는 순서도를 보여 준다.

Fig. 4는 실린더와 실린더간의 블렌딩이다. 2개의 예가 모두 기저 곡면과 블렌딩 곡면간의 GC를 만족한다. 그리고 반경값 R을 변화시킴으로써 블렌드 형상을 변화시켜 보았다. Fig. 4(a)는 실린더 반경의 1/2이고 4(b)는 반경과 같다. 블렌드 형상이 단순히 sharpness뿐 아니라 단면의 폭이 바뀌었음을 인식할 수 있다. 점 곡선은 Fanout 평면상의 안내 곡선의 점들이다. Fig. 5(a)와 (b)는 각각 다양한 블렌딩 반경(various radius)를 이용한 평면과 평면의 블렌딩 곡면과 자유 곡면과 자유 곡면의 블렌딩 곡면이다.

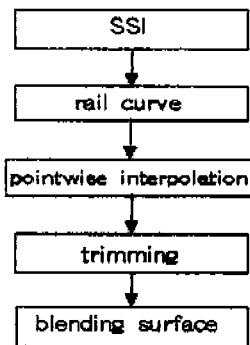


Fig. 3 The flowchart of generation of the blending surface

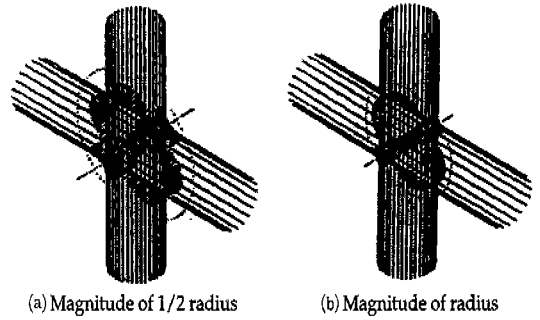


Fig. 4 Blending surfaces with rail curve of different radius

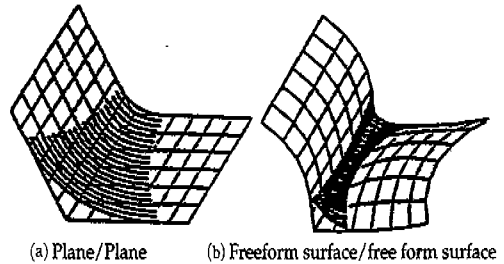


Fig. 5 Plane/Plane and freeform surface/free form surface blending surface with rail curve of various radius

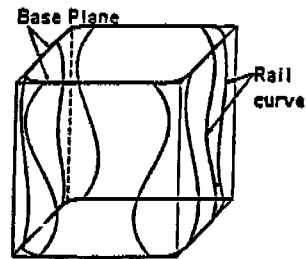


Fig. 6 Rail curve for designing a complex shape

단순한 기저 곡면들을 이용하여 복잡한 물체를 설계할 수 있다. Fig. 6은 평면 4개로 이루어진 단순한 물체이지만 블렌딩 곡면으로 복잡한 물체가 되었다. 복합 곡면에서 고려하는 패치간의 기하학적 연속성을 고려하지 않고도 접촉곡선을 이용하여 복잡한 물체를 만들 수 있다. 정교한 접촉 곡선은 기저 곡면에 충분한 유연성을 제공하여 준다. Fig. 7(a)와 (b)는 각각 모퉁이 블렌딩 곡면을 생성하는 접촉 곡선과 블렌딩 곡면을 보여

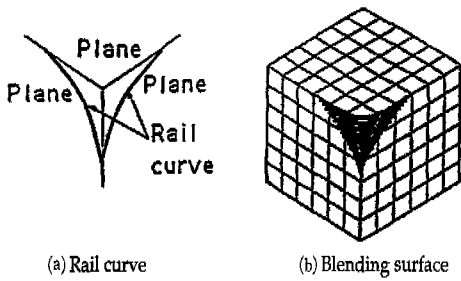


Fig. 7 Rail curve for corner blending surface

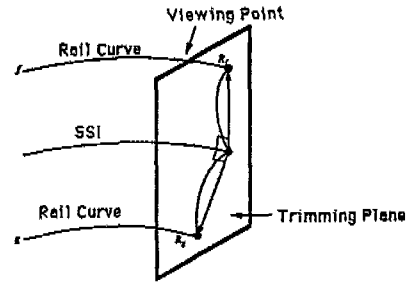


Fig. 9 Trimming plane

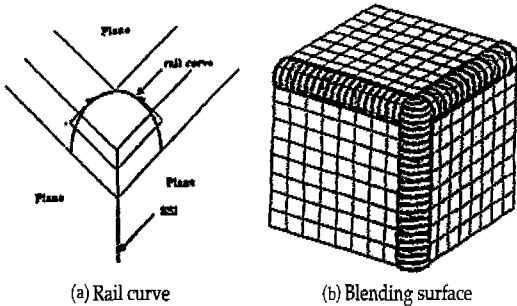


Fig. 8 Rail curve for other type corner blending surface

준다. 접촉 곡선은 원의 방정식으로 주어 졌다. Fig. 8(a)와 (b)는 각각 모서리 블렌딩이 된 상태에서 블렌딩 곡면을 생성하는 접촉 곡선과 블렌딩 곡면이다.

### 3.4 다듬기(Trimming)

블렌딩 곡면은 법선 벡터를 이용하기 때문에 기저 곡면의 한계를 벗어나는 경우가 많다. 이러한 부분을 제거하기 위해서 효율적인 방식을 이용하였다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 접촉 곡선은 기저 곡면과  $R_1, R_2$ 에서 만난다. 교차 곡선의 끝점은 이 두 점과 한 평면을 만든다. 이 평면이 기저 곡면의 한계 정보를 가진 다듬 평면이 된다. 블렌딩 곡면은 블렌딩 곡선들로 이루어졌기 때문에 블렌딩 곡선과 다듬 평면을 비교하는 경우가 곡선과 평면의 교차점을 구하는 문제로 축소된다. 교차 곡선을 구하는 알고리즘을 이용하여 블렌딩 곡선과 다듬 평면의 교차점을 구하고 이 평면의 밖에 있는 부분을 잘라 낸다. 효율성을 위해서 블렌딩 곡면의 양 단에서 부터 trimming을 행한다.

### 3.5 가공경로를 고려한 블렌딩

기존 연구자들은 모퉁이 블렌딩 곡면 창성을 위해 삼각 패치 보간법을 이용하였다. 이 보간법은 형상을 정확하게 표현할 수 있으나 기하학적 특성이 복잡하여 교차곡선을 구하기가 어렵다. 특히 추적에서 특별한 방식을 필요로 한다. 또한 2개의 매개변수를 이용한 기저 곡면과 특성이 다르므로 통합된 가공 경로를 구하기가 어렵게 된다. 복잡한 형상을 잘 보간한다는 특징으로 블렌딩곡면에 유용하지만 가공을 위한 경로생성이 어려웠다. 그러나 Fig. 7과 Fig. 8에서 처럼 접촉곡선을 이용한 모퉁이 블렌딩 곡면은 블렌딩 곡면식으로 표준식을 이용함으로써 기저 곡면과 블렌딩 곡면의 통합된 가공경로를 구할 수 있다. 복합 곡면을 이용하여 모델링한 물체를 가공할 때 블렌딩 곡면은 필수적이며 여기서 제시된 블렌딩 곡면은 복합 곡면의 설계와 가공에 유익하다.

## 4. 결 론

본 논문은 자유 곡면간의 교차곡선을 이용한 블렌딩을 연구하였다. 그리고 Pointwise 보간법을 이용하여 블렌딩 곡면과 기저 곡면의 GC를 만족시켰고 동시에 블렌딩 곡면이 자유 매개곡면이 가지고 있는 형상의 표현의 유연성을 충분히 가지도록 블렌딩 곡면의 형상의 변화에 접선의 크기와 반경을 매개변수로 이용하였다. 블렌딩 곡면의 단면 형상을 conic으로 하고 sharpness를 조정하던 기존의 연구와는 달리 블렌딩 곡면의 형상 변화에 많은 유연성을 제공하여 준다. 자유 곡면 모델링을 충분히 지원할 수 있게 하였다. 코너부위에서 삼각패치의 블렌딩곡면이 없는 장점을 접촉 곡선을 이용한 블렌딩 곡면을 이용함으로써 가공경로의 생성을 용이

하게 하였다. 복합 곡면은 복잡한 물체를 모델링하는데 블렌딩 곡면은 필수적이고 제시된 블렌딩 곡면은 복합 곡면의 설계와 가공에 유익한 장점을 갖고 있다.

### 5. 참고문헌

1. Rockwood, A. P. and Owen, J. C., "Blending surfaces in solid modelling," Farin, G, Geometric modelling SIAM, pp.367-383. 1987.
2. Hoffman, C and Hopcroft, J., "The potential method for blending surface and corners" Farin, G., Geometric modelling SIAM, pp.347-365, 1987.
3. B. K. Choi and S. Y. Ju, "Constant-radius blending in surface modelling" CAD. Vol.12, pp.213-220, 1989.
4. Filip, Daniel J., "Blending parametric surfaces," ACM transaction on graphics Vol. 8, No.3, pp.164-173, 1989.
5. Bloor. M. I. G. & Wilson. M. J., "Generating blend surfaces using partial differential equations," CAD. Vol.21, pp.165-171, 1989.
6. M.A. Sanglkar & Pramod Koparkar & V.N. Joshi, "Modelling rolling ball blends for a computer aided geometric design," CAGD, Vol.7, pp.399-414, 1990.
7. T.Lee & S. Bedi & R. N. Dubey, "A parametric surface blending methods for complex engineering objects," Second Symposium on Solid Modeling Foundations and CAD/CAM Applications, pp.179-188, 1993.
8. Gregor Mullenheim, "Convergence of a surface/surface intersection algorithm," CAGD Vol.7, pp.415-423, 1990.
9. Gregor Mullenheim, "On determining start points for a surface/surface intersection algorithm," GAGD. Vol.8, pp.401-408, 1991.
10. Faux, I D and Pratt, M. J., "Computational geometry for design and manufacture ' Elliswod, chichester, UK(1979)
11. Paramod Kopakar, "Parametric Blending using fanout surfaces," Symposium on Solid Modeling Foundations and CAD/CAM Applications, pp.318-328, 1991.
12. Forrest, A. R., "On Coons and other methods for the representation of curved surfces", CGIP Vol.1, pp.341-352, 1972.
13. Hoffman, C and Hopcroft, J., "The geometry of projective blending surface", TR 85-758, Cornell university, 1986.
14. Robert E. Barnhill, "Geometry Processing: Curvature Analysis and Surface-surface intersection," Mathematical Methods in computer aided geometric design, pp.51-60, 1989.
15. Robert. E. Barnhill & S. N. Kersey, "A marching method for parametric surface/surface intersection," CAGD. Vol.7, pp.257-280, 1990.
16. Rossignac. J. R. & Requicha. A. A. G., "Constant radius blending in solid modelling" Computers in Mechanical Engineering, pp.65-73, 1984.
17. B K Choi, J.W. Park, and Y.C. Chung, "Variable Radius Blending by Ball Position Sampling," Proceedings of the First pacific Conference on Computer Graphics and Applications Vol.1, pp.221-234, 1993.