

## 정하중을 받는 승용차 타이어의 진동특성에 관한 연구

문 일 동\*, 이 태 근\*, 흥 동 표\*\*, 김 병 삼\*\*\*

### A study on vibration characteristics of passenger car tire under the static load

Il-Dong Moon\*, Tae-Keun Lee\*, Dong-Pyo Hong\*\*, Byoung-Sam Kim\*\*\*

#### ABSTRACT

We treat the vibrations of circular beam and make use of the method employed by J.T. Tielking, which is based on the principle of Hamilton. The Hamilton's principle requires the determinations of the potential and the kinetic energy of the model as well as done by internal pressure forces. The potential energy is composed of a part due to elastic deformations of the beam and a part due to radial and tangential displacements of the tread band with respect to the wheel rim.

The equations of motion for such a model are derived by reference to conventional energy method. The accuracy of the expressions is demonstrated by comparison of calculated and experimental natural frequencies for circular beam.

The circular beam experiences a harmonic, radial excitation acting at a fixed point on the beam. Modal parameters varying the inflation pressure and load are determined experimentally by using the transfer function method.

**Key Words :** Hamilton's Principle(해밀턴 원리), Circular Beam(원환보), Natural Frequency(고유 진동수), Mode Shape(진동형), Transfer Function Method (전달함수법)

#### 기호설명

- $r$  : 타이어의 반경  
 $b$  : 트레드 밴드의 폭

$h$  : 트레드 밴드의 두께

$EI$  : 트레드 밴드의 굽힘강성

$u(x,t)$  : 트레드 밴드의 반경방향 변위

$w(x,t)$  : 트레드 밴드의 접선방향 변위

\* 전북대학교 대학원

\*\* 전북대학교 정밀기계공학과

\*\*\* 한국타이어(주)

- $\rho$  : 트레드 밴드의 단위길이당 질량  
 $T$  : 공기압에 의한 장력  
 $k_r$  : 단위길이당 반경방향 강성  
 $k_s$  : 단위길이당 접선방향 강성

## 1. 서 론

타이어는 자동차와 지면과의 최초의 회전접촉부분이며 주행중인 자동차에서 지면으로부터 전달되는 모든 충격은 타이어를 통하여 차체에 이른다. 이는 자동차의 충차감 향상에 큰 영향을 미친다. 특히, 200Hz 이하의 저주파 영역에서 타이어의 고유진동수는 승차감에 매우 중요한 역할을 한다.

타이어 진동에 관한 연구는 J. T. Tielsking<sup>1)</sup>의 공기압 타이어 트레드 운동을 기초기반에 기지된 원형 셀로 가정하여 공기압 타이어의 평면 진동 특성에 관한 연구를 시점으로 F. Bohm<sup>2)</sup>은 탄성 링을 레디얼 타이어 정/동적 특성의 공식화의 기초로 타이어의 운동방정식을 유도하고 실험적인 방법으로 증명하였으며, M. R. Barrison<sup>3)</sup>은 회전하는 타이어의 충격진동에 대하여 연구하였고, G. R. Potts, C. A. Bell, L. T. Roy<sup>4)</sup>는 타이어를 탄성지지된 얇은 링으로 모델링하여 재질과 기하학적인 측면을 고려하여 고유진동수와 진동특성을 구하였으며, R. K. Sleeper와 R. C. Dreher<sup>5)</sup>는 정적인 상태와 자유 진동 실험으로부터 타이어의 강성과 감쇠를 구하였다. W. Soedel과 M. G. Prasad<sup>6)</sup>는 자유스러운 상태의 타이어 진동특성을 파악하여 하중을 받고 접지된 타이어의 진동특성을 해석적인 방법으로 구하였다. M. Takayama와 K. Yamagishi<sup>7)</sup>는 타이어를 강체링으로 가정하여 타이어의 진동특성에 관하여 연구하였으며, T. Kamitamari와 H. Sakai<sup>8)</sup>는 타이어를 원환보로 가정하고 해석적인 방법으로 진동특성에 관하여 연구하였고, T. Ushijima와 M. Takayama<sup>9)</sup>는 타이어의 모드해석과 시뮬레이션에 대하여 연구하였다.

본 논문에서는 타이어를 탄성토대에 의해 지지되고, 훨 평면에서 2차원 운동을 하는 원환보로 가정하고, 이 모델을 이용하여 해석적으로 트레드 밴드의 고유진동수와 진동형을 에너지 방법을 이용하여 구한다. 또한, 하중, 내부압력 등 타이어의 시험조건(operation condition)의 변화에 대한 연구를 가속도계 및 주파수분석기를 이용하여 모달해석 기법으로 구한 실험치와 이론치를 비교하였다.

## 2. 이론적 배경

타이어의 질량분포가 트레드 부위에 집중되어 있고, 레디얼 타이어의 경우, 스틸 벨트(steel belt)로 트레드 부위가 보강되어 다른 부위에 비해 상당히 큰 강성을 가지고 있으므로 Fig. 1과 같은 원환보의 모델로 가정한다. 트레드 부위의 고무는 스틸 벨트에 의해 아주 작은 강성을 가지고 있으므로 질량에만 영향을 준다고 가정하고, 원환보의 두께는 스틸 벨트 및 카스의 두께로 나타낸다. 트레드 부위를 지지하고 있는 내부압력 및 타이어 사이드월의 효과는 탄성토대로 고려하였다.

트레드 밴드의 미소 변형을 가정하고, J. T. Tielsking에 의해 적용된 해밀턴 원리(Hamilton's principle)에 기초하여, 타이어의 내부압력과 회전속도에 의한 인장력, 트레드 밴드와 림 사이의 접선방향과 반경방향의 강성을 고려하여, 운동방정식, 위치에너지 및 내부압력에 의한 일을 구하여 에너지 방법에 의하여 운동방정식을 유도하였다.

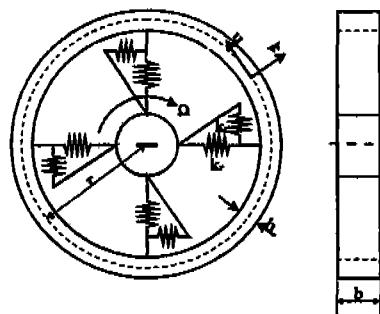


Fig. 1 Circular beam model for a pneumatic tire

트레드 밴드 변형에 의한 위치에너지는

$$V_t = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{EI}{r^3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 + \frac{T}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{k_s}{r} \left( u + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right\} d\theta \quad (1)$$

탄성기반에 축적된 위치에너지는

$$V_c = \frac{r}{2} \int_0^{2\pi} (k_r u^2 + k_s w^2) d\theta \quad (2)$$

그리므로, 림(rim)에 대한 트레드 밴드(tread band)의 총 위치에너지는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$V_{Total} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{EI}{r^3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 + \frac{T}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{k_r}{r} \left( u + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 + r(k_r u^2 + k_r w^2) \right\} d\theta \quad (3)$$

내부압력에 의한 일은

$$W_p = bp \int_0^{2\pi} \left( 2u \frac{\partial w}{\partial \theta} + u^2 \right) d\theta \quad (4)$$

타이어는 각속도  $\Omega$ 로 회전하고, 속도벡터는 반경과 접선방향의 단위벡터로 표시하면

$$\dot{r}_y = \dot{r}_y \vec{e}_r + (r+u)(\Omega + \dot{\Psi}) \vec{e}_\theta \quad (5)$$

따라서, 운동에너지에 대한 식은

$$T = \frac{1}{2} \rho_s A r \int_0^{2\pi} (u^2 + w^2 + \Omega^2 u^2 + 4\Omega u \dot{w}) d\theta \quad (6)$$

Lagrangian Density  $\frac{\partial L}{\partial \theta}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \frac{1}{2} \rho_s A r \left( \ddot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 u^2 + 4\Omega u \dot{w} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{EI}{r^3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{T}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{k_r}{r} \left( u + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{r}{2} (k_r u^2 + k_r w^2) \\ &\quad + bp \left( 2u \frac{\partial w}{\partial \theta} + u^2 \right) \end{aligned} \quad (7)$$

트레드 밴드의 강성이 일반적으로 크기 때문에 트레드 밴드 길이가 불변한다고 가정하면, 즉 막변형율 (Membrane strain)이 0이라고 가정하면

$$w = -u' \quad (8)$$

따라서, 반경방향의 변위만 포함하는 운동방정식이 아래와 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned} \rho_s A (\ddot{u}'' - \ddot{u} + 2\Omega \dot{u}' - \Omega^2 u'') + \frac{EI}{r^3} (\ddot{u}'' + 2u'''' + u'') \\ - \frac{T}{r^2} u'''' + (2p \frac{b}{r} + k_r) u'' - k_r u = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

또한, 타이어 반경방향 변위  $u$ 가 조화함수의 형태로 변한다고 가정하면  $u = A \sin(s\theta + \omega t)$ 로 나타낼 수 있고 식 (9)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho_s A (s^2 w^2 - w^2 - 4\Omega^2 sw + \Omega^2 s^2) \\ + \frac{EI}{r^4} (-s^6 + 2s^4 - s^2) - \frac{T}{r^2} s^4 - (2p \frac{b}{r} + k_r) s^2 - k_r \\ = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

고유진동수  $\bar{w}^2$ 을

$$\begin{aligned} \bar{w}^2 &= \left[ \frac{4\Omega^2 s}{s^2 + 1} - \Omega^2 s^2 + \frac{EI}{\rho_s A r^4} s^2 (s^2 - 1)^2 + \frac{T}{\rho_s A r^2} s^4 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho_s A} (k_r + 2p \frac{b}{r}) s^2 + \frac{1}{\rho_s A} k_r \right] \frac{1}{(s^2 + 1)} \end{aligned} \quad (11)$$

라 정의하면, 타이어의 진동수는 다음과 같다.

$$w = \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} \pm \bar{w} \quad (12)$$

또한, 반경방향 변위는

$$u_1 = A_1 \sin(s\theta + \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} t + \bar{w}t) \quad (13)$$

$$u_2 = A_2 \sin(s\theta + \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} t - \bar{w}t) \quad (14)$$

이고,  $A_1 = A_2 = A_3$ 인 경우의 일반해는 다음과 같다.

$$u = 2A \sin(s\theta + \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} t) \cos(\bar{w}t) \quad (15)$$

식 (15)에서 첫번째 항은 진동형태 (Mode shape)를 나타내고, 두번째 항은 타이어의 고유진동수를 의미한다. 식 (11)에서  $s=0$ 일 때에는 타이어의 고유진동수에 접선방향의 강성만이 영향을 미침을 알 수 있다. 식 (11)에서 트레드 밴드의 굽힘강성 EI가 끌 수록 고유진동수도 커짐을 보여주며,  $s$ 가 0, 1일 때의 고유진동수에는 트레드 밴드의 굽힘강성의 영향을 보여준다.

식 (11)을 이용하여 타이어의 고유진동수를 구하고, 식 (15)로부터 진동형 및 반경방향 변위를 구한다. 실험결과와 비교하기 위하여 본 실험에 사용한 물성치를 직접 대입하였는데, 본 연구에 사용한 타이어는 P175/70R13이며 타이어의 크기 및 물성치는 Table 1 및 Table 2와 같다.

또한 타이어의 하중 및 공기압이 증가하면 여러 가지

Table 1 Size of sample tire (P175/70R13)

Radius:r(mm)	Width of treadband: b(mm)	Thickness of tread band: h(mm)	Mass per unit length: $\rho$ (kg/mm)	Inertia moment: I( $\text{mm}^4$ )
274.00	124.00	4.90	2.67	0.122

Table 2 Physical properties of sample tire

Tire pressure: p(kgf/m <sup>2</sup> )	Radial stiffness: k <sub>r</sub> (kgf/m)	Tangential stiffness: k <sub>t</sub> (kgf/m)	Young modulus: E(kgf/m <sup>2</sup> )	Tension: T(kgf)
$1.75 \times 10^4$	$1.28 \times 10^6$	$2.47 \times 10^4$	$5.1 \times 10^4$	303.06
$2.03 \times 10^4$	$1.39 \times 10^6$			346.94
$2.25 \times 10^4$	$1.53 \times 10^6$			389.80
$2.45 \times 10^4$	$1.37 \times 10^6$			429.59

물성치가 변하게 되는데, 특히 본 연구에서는 강성과 인장력의 변화에 대해서 수치해석하였다.

### 3. 실험장치 및 실험방법

#### 3-1 실험장치

##### 3-1-1 하중이 가해지지 않는 경우

타이어가 주변에 구속되지 않고 자유스러운 상태를 유지하는 경우로 고유진동수와 감쇠값의 변화를 알아보기 위하여 타이어에 공기압을 변화시킨 후, 트레드 밴드 중앙에 가속도계를 부착하고, 트레드 밴드 중앙 부위에 충격 해머를 사용하여 레디얼 방향의 힘을 가진시켰을 때, 충격 해머의 입력 및 가속도계에서 측정된 가속도는 증폭기를 거쳐 주파수분석기에서 전달함수법으

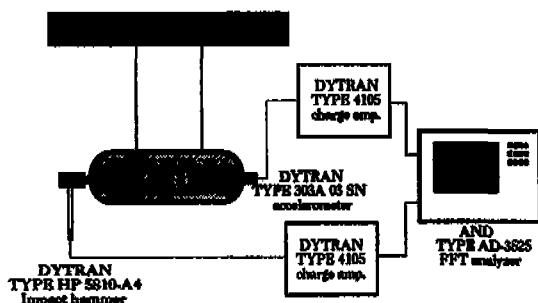


Fig. 2 Schematic diagram for a vibration test of tire by impact hammer under non-rotating and unloaded condition

로 분석한다. 실험장치의 구성도는 Fig. 2 와 같다.

##### 3-1-2 하중이 가해지는 경우

자동차에 장착된 타이어는 항상 일정한 하중을 받고 있기 때문에 하중이 타이어 진동특성에 미치는 영향을 조사한다. 타이어에 가해진 하중을 일정하게 유지시키기 위하여 유압장치를 이용하였고, 하중방향에 대한 재연성을 고려하여 가이드 칼럼을 설치한다. 하중을 받은 타이어는 방진고무로 지지된 가진대 위에 위치하고, 가진기가 가진대를 가진 시킴으로써 하중을 받은 타이어는 반경방향으로 진동하게 된다. 가진대 위에 위치한 타이어는 가진대의 중심에서 가진되어야 하므로 휠(wheel)의 옵셋(off-set)을 고려한다. 실험장치에 대한 구성도는 Fig. 3과 같다.

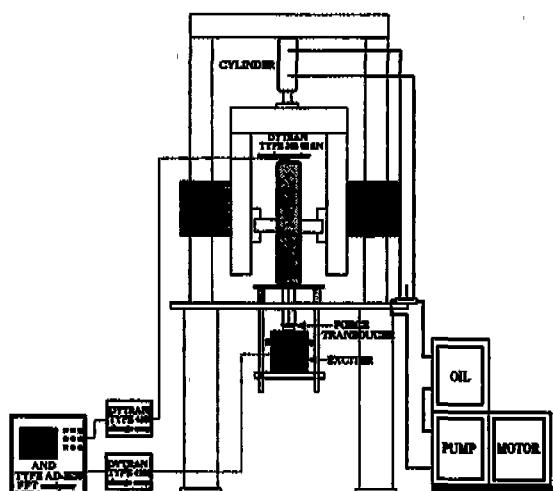


Fig. 3 Schematic diagram for a vibration test of tire by impact hammer under non-rotating and loaded condition

#### 3-2 실험방법

##### 3-2-1 하중 가해지지 않는 경우

공기압이 진동특성에 미치는 영향을 보기 위해 측정하고자 하는 타이어의 공기압을 증가시킨 후 타이어를 구조물에 장착한다. 출력센서의 측정위치가 측정결과에 미치는 영향을 고려하여 Fig. 4와 같이 측정위치를 이동하여 동일한 실험을 반복 실시한다.

##### 3-2-2 하중이 가해지는 경우

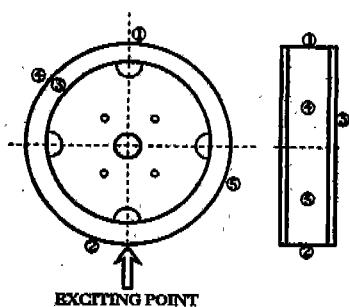


Fig. 4 Transfer of input acceleration to remote parts of tire

공기압의 영향을 보기 위해 공기압을 증가시킨 후 타이어를 가진대의 중심에 위치시킨다. 하중이 타이어의 진동특성에 미치는 영향을 보기 위하여 선형적으로 하중을 증가시켰으며, 하중의 정도는 유압실린더의 내경과 유압계기를 이용하여 구하였다. 가진기를 이용하여 타이어를 가진시킨다. 가진기에 의해 타이어에 가해진 가진력과 그에 대한 응답 신호를 측정시킨 후 주파수분석기(FFT)를 이용하여 전달함수(Transfer function) 또는 주파수응답함수(Frequency response function)에 의해서 타이어의 진동특성을 파악한다.

고유진동수는 주파수응답함수의 진폭으로부터 구하며, 감쇠값은 3dB 벤드폭(band width)을 이용하여 구하거나, 주파수응답함수의 실수부에서 증폭인자를 측정하여 구한다. 증폭인자  $Q$ 는 식 (16)을 이용하여 구한다.

$$Q = \frac{\left(\frac{f_a}{f_b}\right) + 1}{\left(\frac{f_a}{f_b}\right)^2 - 1} \quad (16)$$

여기서,  $f_a$ 는 고유진동수 이상에서 인터턴스가 극소치에 이르는 주파수(Hz)

$f_b$ 는 고유진동수 이하에서 인터턴스가 극대치에 이르는 주파수(Hz)

그러나 타이어는 감쇠값이 크기 때문에 3dB 벤드폭을 이용하는 것이 불리할 것으로 예상되어 증폭인자를 측정하는 방법을 주로 이용한다. 증폭인자  $Q$ 와 감쇠율  $\xi$ 의 관계는  $\xi = (1/2Q)$ 이다. 또한 진동형은 가진조건을 일정하게 한 후, 타이어를 축대칭이라고 가정하고 대칭

의 한쪽면을 10등분하고 각각의 위치로 가속도계를 이동하여 측정한 주파수 응답함수의 허수부로부터 구한다.

#### 4. 실험결과 및 고찰

Fig. 5는 출력센서의 측정위치를 고려하여 Fig. 4에서와 같이 J. C. Walker가 실시한 실험 방법을 기초로 하여 5점을 잡은 후 반복 실현한 결과이며, Fig. 5에서 보는 바와 같이 출력센서의 위치에 따라 약간의 차이를 보여주고 있으나 고유진동수 값에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 보인다.

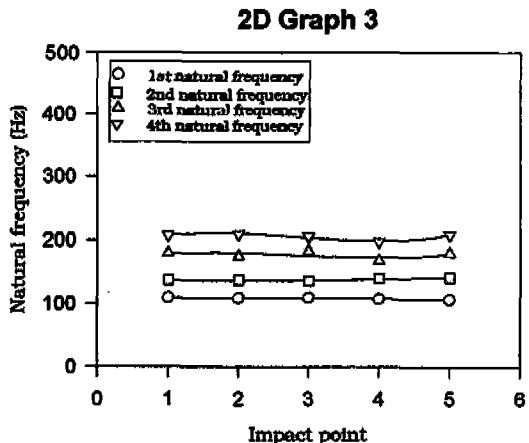


Fig. 5 Variation of natural frequency by changing of impact point

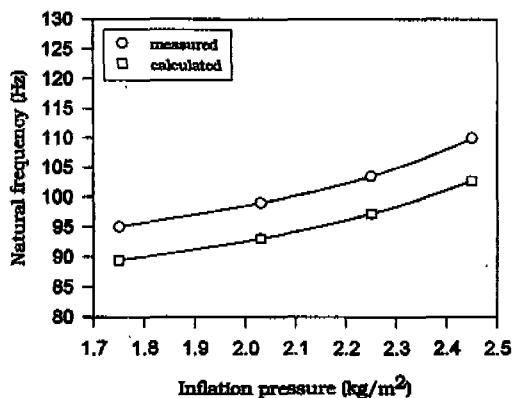
Table 3은 Fig. 2와 같이 하중이 가해지지 않은 자유로운 상태로 매달려 있는 시험용 타이어에 공기압을 증가하고 충격해머를 이용하여 측정한 결과를 보여주고 있다. Fig. 6은 Fig. 2와 같이 자유로운 상태의 타이어에 대해서, 공기압이 증가함에 따라 고유진동수와 감쇠값에 미치는 영향을 보여주고 있다. Fig. 6(a)는 타이어에 가해진 공기압이 증가할 수록 고유진동수는 고주파 대역으로 이동하고, Fig. 6(b)는 감쇠값이 감소하는 것을 보여주고 있는데, 이는 공기압이 타이어의 진동특성에 영향을 미치고 있음을 의미한다.

Fig. 7은 Fig. 3과 같이, 하중을 받고 회전하지 않는 경우에 대해서, 타이어에 가해진 하중과 내부압력이 고유진동수와 감쇠값에 미치는 영향을 보여주고 있다.

Table 3 Summary of experimental results of free-free condition

Tire pressure(kgf/m <sup>2</sup> )	Mode number	s = 1	s = 2	s = 3	s = 4
1.75	measured(Hz)	95.00	117.00	130.00	153.00
	calculated(Hz)	89.46	111.07	123.82	136.22
2.03	measured(Hz)	99.00	122.00	136.00	160.00
	calculated(Hz)	93.05	116.26	130.01	143.38
2.25	measured(Hz)	103.50	129.00	142.00	174.00
	calculated(Hz)	97.23	122.12	136.79	151.00
2.45	measured(Hz)	110.00	135.00	160.00	184.00
	calculated(Hz)	102.72	129.57	145.07	159.88

(a) Natural frequency (Hz)



(b) Damping ratio

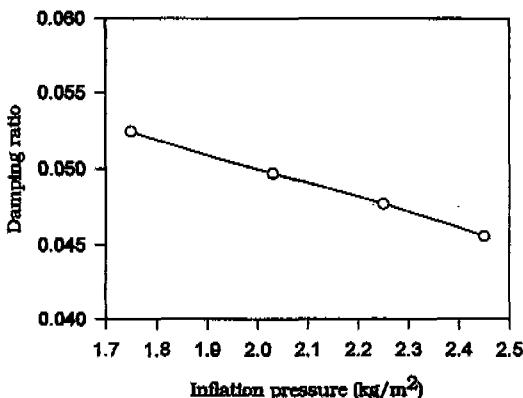


Fig. 6 Variation of natural frequency and damping ratio increasing the inflation pressure(free-free condition)

Table 4는 하중과 공기압이 증가할 때 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. Fig. 7(a)는 하중이 증가할 수록 그리고 내부압력이 증가할 수록, 고유진동수는 고주파로 이동하였는데, 이는 하중의 증가가 타이어 사이드월 강성의 증가를 수반하고, 내부압력의 증가는 트레드 벤드에 작용하는 인장력의 증가를 수반하기 때문이다. Fig. 7(b)는 하중의 증가에 따른 감쇠값이 감소하는 것을 보여주고 있다.

자동차에 장착된 타이어는 수시로 변하는 주변조건과 타이어 자체의 작동조건으로 인하여 진동특성이 변한다. 종래, 타이어 고유진동수에 관한 연구는 타이어 단체에 대한 연구가 대부분이었는데, 실제 타이어 단체의 고유진동수와 자동차에 장착된 후 주행하는 타이어의 고유진동수는 현격한 차이를 보이고 있어 종래의 연구방법이 개선되어야 할 것으로 생각되어진다.

본 실험에서는 타이어의 진동형태를 보기 위하여 타이어 전체를 20등분하여 각 등분점에서 충격해머로 전달함수의 진폭을 구한다. 해석적인 방법에 의한 진동형과 실험으로부터 구한 진동형이 Fig. 8에 보여지는 데, 타이어를 20등분하고 각등분점 사이를 보간하였기 때문에 완전한 축대칭의 형태를 보이지는 않았지만 수치해석한 Fig. 8(a)의 결과와 매우 유사한 결과를 볼 수 있었다.

Fig. 8(a)는 해석적인 방법을 통하여 구한 진동형을 보여주고 있으며, Fig. 8(b)는 자유로운 상태에서 실험을 통하여 구한 진동형을 보여주며, Fig. 8(c)는 300kgf의 하중이 가해진 상태에서 실험을 통한 진동형을 보여주고 있다.

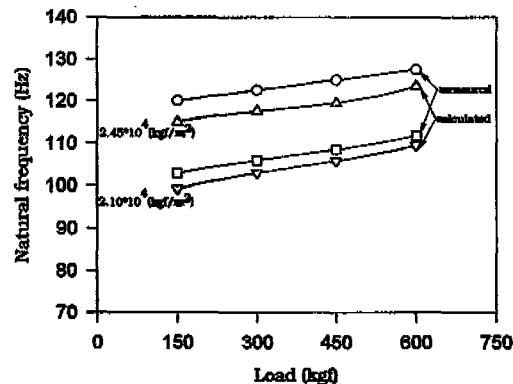
해석적인 방법에 의해 구해진 결과와 실험에 의해 구

Table 4 Summary of experimental results of increasing load and tire pressure

Load(kgf)	Pressure( $\text{kgf}/\text{m}^2$ )				
		$1.40 \times 10^4$	$1.75 \times 10^4$	$2.10 \times 10^4$	$2.45 \times 10^4$
150	measured(Hz)	102.5	108.5	115.0	120.0
	calculated(Hz)	95.7	97.7	99.2	102.8
300	measured(Hz)	107.5	110.0	117.5	122.5
	calculated(Hz)	97.5	100.3	102.9	105.9
450	measured(Hz)	111.5	112.5	119.5	125.0
	calculated(Hz)	100.6	103.5	105.8	108.5
600	measured(Hz)	115.0	120.0	123.5	127.5
	calculated(Hz)	103.5	105.6	109.5	111.8

해진 결과가 유사함을 보여준다.

(a) Natural frequency (Hz)



(b) Damping ratio

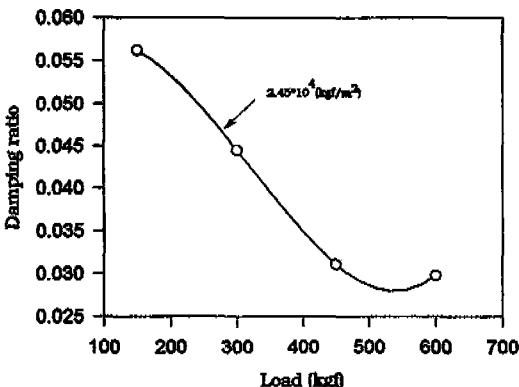


Fig. 7 Variation of natural frequency and damping ratio increasing the load and tire pressure

## 5. 결 론

타이어 진동특성에 관한 연구결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 내부압력이 증가하면 타이어의 고유진동수가 고주파수 대역으로 이동하는데, 이는 트레드 밴드에 작용하는 인장력이 커지는 효과라고 생각되며, 감쇠값은 상대적으로 감소한다.

(2) 하중이 증가하면 고유진동수가 고주파수 대역으로 이동하는데, 이는 사이드월 강성이 증가하는 영향이라고 생각되며, 상대적으로 감쇠값은 작아진다.

## 후 기

이 논문의 일부는 1993년도 한국학술진흥재단의 공동과제 연구비에 의하여 연구되었음

## 참고문헌

- Tielking, J. T., "Plane Vibration Characteristics of a Pneumatic Tire Model", SAE paper 650492.
- Bohm, F., "Mechanik des Gurtelreifens", Ingenieurarchiv Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 35, pp. 82 ~101, 1966
- Barons, M. R., "Impact Vibrations of

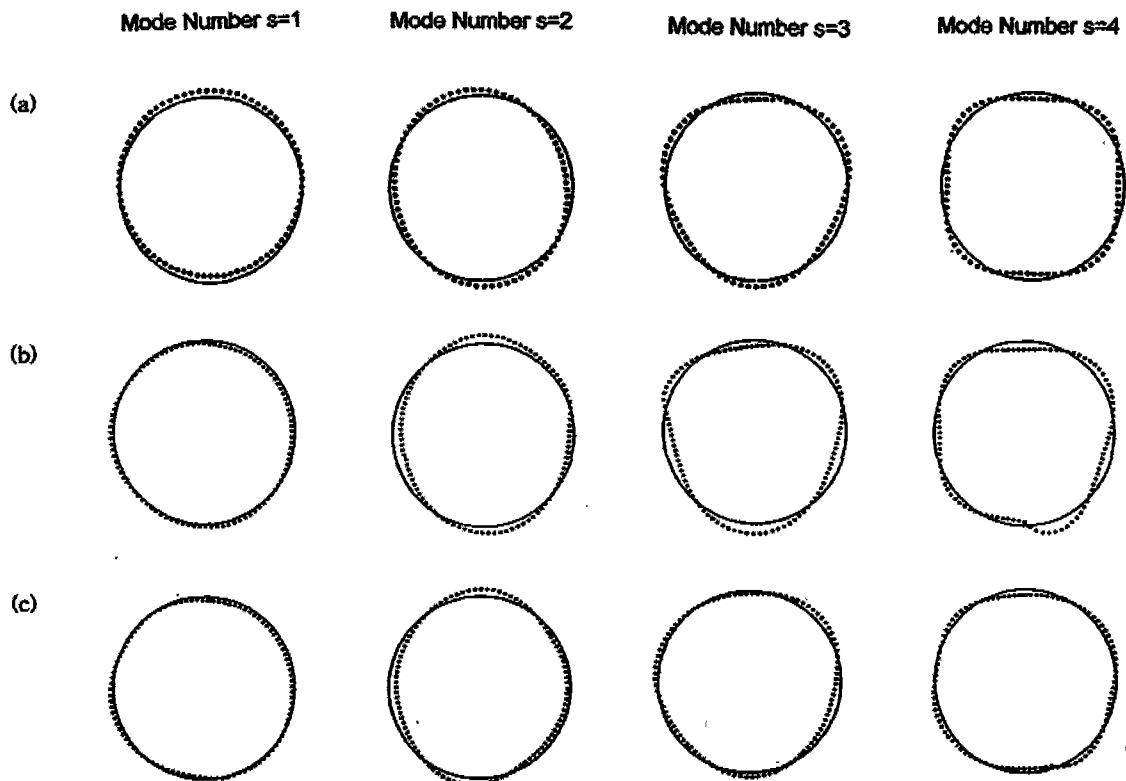


Fig. 8 Mode shape of tire

- (a) Mode shape of simulation.
- (b) Mode shape of free-free condition. (tire pressure : 30psi)
- (c) Mode shape of applied load condition. (load :300kgf)

Rolling Tires", SAE paper 770612

4. Potts, G. R., Bell, C. A., Charek, L. T., Roy, T. K, "Tire Vibration", Tire Science and Technology, TSTCA, Vol.5, No.4, pp.202~225, 1977
5. Sleeper, R. K., Dreher, R. C., "Tire Stiffness and Damping Determined from Static and Free-Vibration Tests", NASA Technical Paper 1671.
6. Soedel, W., Prasad, M. G., "Calculation of Natural Frequency and Modes of Tires in Road Contact by Utilizing Eigenvalues of the Axisymmetric Non-Contacting Tire", J.Sound and Vib, 70(4), pp.573~584, 1980
7. Takayama, M., Yamagishi, K., "Simulation Model of Tire Vibration", Tire Science and Technology, TSTCA, Vol.11, Nos.1~4, pp.38~49, 1984
8. Kamitamari, T., Sakai, H., "A Study on Radial Tire Vibration", SAE paper 852195.
9. Ushijima, T., Takayama, M., "Modal Analysis of Tire and System Simulation", SAE paper 880585.
10. Potts, G. R., Csora, T. T., "Tire Vibration Studies: The State of the Art", Tire Science and Technology, Vol.3, No.3,

- pp. 196~210, 1975
11. 김병삼, 이태근, 홍동표, 양성모, 정태진, “승용차  
타이어의 진동특성에 관한 연구”, 韓國自動車工學  
會誌, Vol. 15, No. 2, pp. 76~83, SAE Paper  
933713.