

GAUSS 소거법을 이용한 초음파 트랜스듀서의 지향성합성 SIMULATION

Directivity Synthesis Simulation of Ultrasonic Transducer using Gauss Elimination Method

이 정 남* · 조 기 량* · 이 진 선** · 이 문 수***

Jung Nam LEE* · Ki Ryang CHO* · Chin Son Yi** · Mun Soo LEE***

요 약

본 논문에서는 직선 배열 음원에 의한 초음파 트랜스듀서의 목적 지향성에 대한 Beam forming을 Gauss 소거법을 이용하여 수치 계산하였다. 하나의 System으로 여러 가지의 조건에 대한 지향성 합성의 실현을 목적으로 하였으며, 목적 지향성으로는 계산에 의해 합성된 선음원에 의한 지향성과 임의로 설정한 Beam 폭의 변화와 방사 방향의 회전에 대한 준이상 Beam을 선택하여 지향성 합성을 시뮬레이션 하였다. 수치 계산에는 PC (CPU: 80486DX2, RAM 16Mbyte)를 이용하였으며, 수치 계산 결과, 반복법(LMS법, DFP법)에 비해 훨씬 빠른 지향성 합성이 가능하고, 또 System 안정도 면에서도 매우 양호함을 확인했다.

Abstract

A numerical simulation is carried out on the directivity synthesis of ultrasonic transducers by point source array. Gauss elimination method is practiced by means of a directive method to realize the desired directivity. Desired directivity is chosen to be that of a directivity of line source, a beam width and a direction arbitrary specified. On the numerical result, Gauss elimination method is showed high speed calculative simulation and stability of system more than iterative method(LMS, DFP). Numerical simulations are carried out by PC(CPU: 80486 DX2, RAM 16Mbyte).

I. 서 론

초음파 트랜스듀서는 의료 진단이나 어군 탐지, SONAR, 비파괴 검사 등 여러 분야에서 폭 넓게 사용되고 있다. (1~2) 이러한 초음파 트랜스듀서에 요구되는 성능은 그 용도에 따라 다양하지만, 공통

의 성능으로서 지향성이 있다. 지향성은 System의 방위 분해능을 결정하기 때문에, 목적에 맞는 지향성을 실현하기 위한 지향성 합성은 초음파 System의 설계상 중요한 위치를 차지하고 있다. 일반적으로 주어진 음원의 무게 분포로 지향성을 합성하는 것은 順問題로 용이하게 계산할 수 있으나, 설정된

* 여수수산대학교 전자통신공학과(Department of Electronic Communication Engineering, Yosu National Fisheries Univ)
** 연암공업전문대학 전자계산과(Department of Computer Science, Yonam College of Engineering)
*** 경상대학교 공과대학 전자공학과(Department of Electronics, Gyeongsang National Univ)

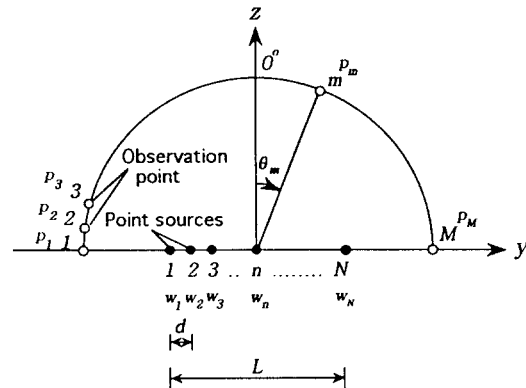
목적 지향성을 합성하기 위해서는 그 반대로 최적의 무게 분포를 구하는 逆問題로 취급할 수 있다[3]. 역문제로 취급하여 목적 지향성을 실현하기 위한 방법으로는 이제까지 LMS(Least-Mean-Square)법[4], DFP(Davidon-Fletcher-Powell)법[5]과 같이 우선 각각의 음원에 임의의 초기치를 가하고, 반복 Algorithm에 의해 음원의 최적의 무게 분포를 결정하는 반복법이 보고되고 있다. 그러나 최적 지향성 합성 문제에서는 무엇보다도 단시간 내에 최적의 무게 분포를 구하여 목적 지향성을 합성하는 수렴 시간 문제 및 수렴 과정에서의 발산, 불안정 등의 요인을 제거하는 System의 안정성 문제는 지향성 합성을 위한 System 구축에 매우 중요하다. LMS법을 이용한 목적 지향성 합성에서는 목적 함수의 최소치를 얻기 위하여 외부에서 적당한 Step parameter를 주어야 하나, 최적의 Step parameter를 선택하는 것(Step parameter의 값이 최적치 보다 큰 경우에 발산, 불안정이 따르고, 작은 경우에는 수렴 시간이 길어지는 등 문제가 됨)이 어렵고, 해의 근방에 초기점을 선택하지 않으면 수렴이 보장되지 않는다고 하는 중대한 결점도 있다. 또 각각의 반복에서 함수의 Hessian행렬을 평가해야만 하는 점도 실제의 계산에서는 큰 부담으로 된다[6]. 또한 DFP법의 경우에는 LMS법과 같은 Newton법의 위에 기술한 단점을 해결하기 위해 직선 탐색을 병행하면서 최적의 Step parameter를 구하는 방법으로 LMS법과는 달리 Step parameter에 의한 System의 안정도면에서는 더 효과적인 방법이나, 이 또한 실제의 계산에서는 반복에 의해 수렴에 도달하는 수렴 시간이 길다는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 목적 지향성 합성을 LMS법, DFP법에서와 마찬가지로 역문제로 취급하고, 수렴 시간 및 System 안정도의 문제점을 고려하여 한번의 계산에 의해 직접적으로 음원의 최적 무게 분포를 구하는 Gauss 소거법[7]을 이용했다.

본 논문에서의 선음원의 지향성과 임의로 설정된 반치각 및 방향에 대한 목적 지향성 합성을 Simu-

lation하였다. PC(CPU: 80486DX2, RAM 16Mbyte)를 이용하여 수치 계산한 결과, 반복 Algorithm에 따라 목적 지향성을 실현하는 LMS법이나 DFP법에 비해 Gauss 소거법은 한번의 계산에 의해 수렴에 이르기 때문에 매우 빠른 속도로 지향성 합성이 가능함을 할 수 있고, 또한 LMS법에서 수렴 과정에서 발생하는 발산이나 불안정함이 일어나지 않기 때문에 System의 안정도면에서도 양호함을 확인했다.

II. 직선 배열 음원의 지향성 합성

한개의 점음원으로부터 방사되는 음파는 구면상으로 퍼지며, 자유 공간에 배열 길이 L인 일직선상에 N개의 점음원을 일정한 간격 d로 배열할 때, 음원 배열로부터 멀리 떨어진 원주상의 원지점에 위치한 관측점 m의 음압 P_m은



[그림 1] 직선 배열 음원
[Fig. 1] Point source array

$$P_m = \sum_{n=1}^N S_{nm} W_n \quad (m = 1, 2, \dots, M) \quad (1)$$

로 주어진다.[8] 여기에서

$$S_{nm} = e^{jknL \sin \theta_m} \quad (2)$$

$$W_n = A_n e^{-jn\theta} \quad (3)$$

이다.

(2), (3)식에서 A_n 및 ϕ_n 은 각각 n 번째 점음원의 진폭 및 위상이고, na 는 점배열 음원의 중심으로부터 n 번째 점음원까지의 거리이다. 또한 k 는 파수 ($=\omega/c=2\pi/\lambda$, c 는 음속, λ 는 파장), m 과 n 은 각각 관측점수 및 점음원수, 그리고 θ_m 은 z 축을 중심으로 한 관측점까지의 방향각(본 논문에서는 z 축의 0° 를 중심으로 -90° 에서 90° 까지 나타내고 있다)이다. (1)식은 행렬식으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{P\} = [S] \{W\} \quad (4)$$

(4)식에서 모든 관측점에서의 지향성 벡터 $\{P\}$ 는 점음원의 위치와 관측점의 방향에 관계하는 형상 행렬 $[S]$ 와 점음원을 구동하는 무게 벡터 $\{W\}$ 와 선형 결합으로 표시할 수 있다. (4)식에서

$$\{P\} = \{p_1, p_2 \cdots p_M\}^T \quad (5)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{M1} & S_{M2} & \cdots & S_{MN} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\{W\} = \{w_1, w_2 \cdots w_N\}^T \quad (7)$$

이다. 행렬 $[S]$ 는 음원의 형상과 관측점의 방향에 관계하고, $\{W\}$ 는 음원 진동 속도의 진폭 및 위상에 관계하기 때문에 각각 형상 행렬 및 무게 벡터라고 한다. (4)식에서 형상 행렬 $[S]$ 를 일정하다고 하면, 지향성 벡터 $\{P\}$ 는 무게 벡터 $\{W\}$ 에 의해 지배되며, 음원의 무게 분포(음원의 진폭 및 위상 분포)를 적절하게 조정함에 의해 목적 지향성에 대한 Beam forming을 실현시킬 수 있다.

III. Gauss 소거법에 의한 지향성 합성 알고리즘

본 논문에서 각 방향에서의 목적 지향성을 $z_1 z_2 \cdots z_M$, 음원의 형상과 관측점의 방향에 관계하는

형상 행렬을 $S_{11} \cdots S_{MN}$, 그리고 음원의 무게 분포를 $w_1 w_2 \cdots w_N$ 이라고 하면 목적 지향성과 형상 행렬, 음원의 무게와의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} S_{11} w_1 + S_{12} w_2 + \cdots + S_{1N} w_N &= z_1 \\ S_{21} w_1 + S_{22} w_2 + \cdots + S_{2N} w_N &= z_2 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ S_{M1} w_1 + S_{M2} w_2 + \cdots + S_{MN} w_N &= z_M \end{aligned} \quad (8)$$

(8)식은 연립 1차방정식으로서 행렬과 벡터를 이용하여 다시 쓰면 (9)식과 같이된다.

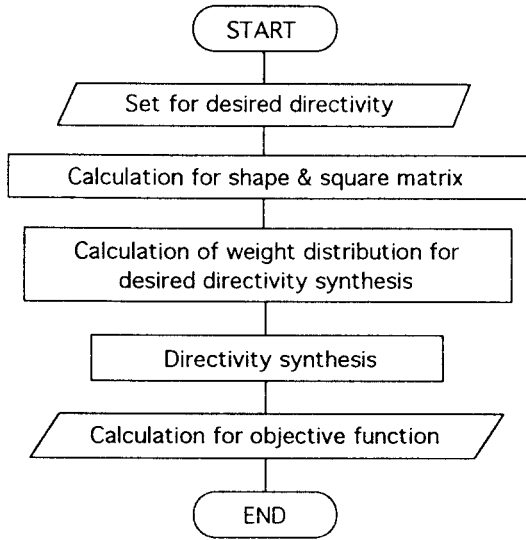
$$S W = Z \quad (9)$$

Gauss 소거법을 이용하여 목적 지향성 Z 를 실현시키기 위해서는 형상 행렬 S 를 $n \times n$ 의 정방 행렬로 하지 않으면 안되기 때문에, 형상 행렬의 전치 행렬을 (10)식과 같이 양변의 좌측에 곱하고, 좌변의 $S^T S$ 를 n 차 대칭 행렬로 만든다.

$$S^T S W = S^T Z \quad (11)$$

(10)식의 $S^T S$ 로 부터 계산된 대칭 행렬을 A , W 를 x , 그리고 $S^T Z$ 를 계산하여 b 라고 하고, 이 대칭 행렬 A 의 LU분해를 실행함에 의해 (10)식을 $Ax=b$ 로 하여, x 의 값을 구한다. 이 x 는 목적 지향성에 대응하는 무게 분포로서, 이를 다시 형상 행렬 S 와의 곱함에 의해 목적 지향성에 대한 계산된 지향성을 합성할 수 있다.

[Fig. 2]는 Gauss 소거법에 의한 지향성 합성의 과정을 나타낸 흐름도이다. 여기에서 지향성 합성을 평가하기 위한 목적 함수는 모든 관측점에서 목적 지향성과 계산에 의해 합성된 지향성 값에 대한 오차의 제곱 평균으로 정의하여 dB로 표시했다[9,10].

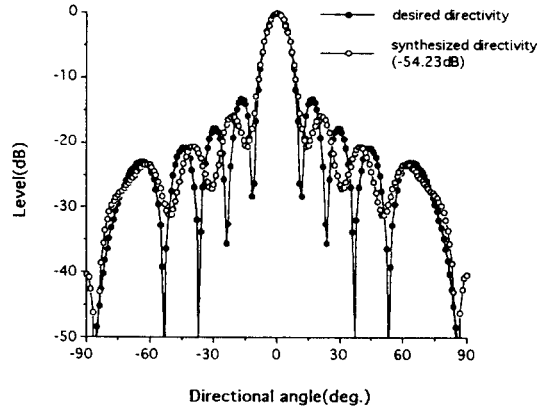


[그림 2] Gauss 소거법에 의한 지향성 합성 흐름도
 [Fig. 2] Flow chart for directivity synthesis by Gauss elimination method

3.1 선음원에 대한 지향성 합성 시뮬레이션

Gauss 소거법에 의한 지향성 합성을 위하여, 먼저 음원배열길이 $L = 5.0\lambda$, 관측점수 $M = 181$, 그리고 음원수 $N = 19$ 개의 점음원을 등간격(음원 간격 0.278λ)으로 임의로 배열하여 목적 지향성 합성에 대한 시뮬레이션을 행하였다. 목적 지향성으로는 점음원의 배열 길이와 같은 $L = 5.0\lambda$ 의 선음원에 의한 계산된 지향성을 이용하였다. 목적 지향성 합성을 위한 계산은 모두 배정도(double precision)로 하였다.

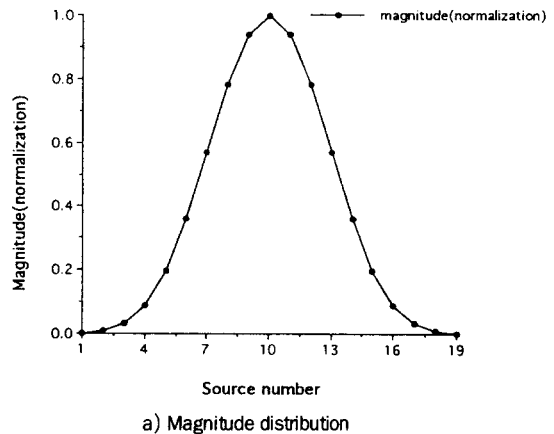
[Fig. 3]은 목적의 지향성에 대한 점음원 배열의 지향성 합성 결과를 나타낸 것으로, 실선으로 연결된 점○와 점●은 각각 목적 지향성과 계산에 의해 합성된 지향성의 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 계산 시간은 PC(CPU: 80486DX2, RAM 16Mbyte)를 이용하여 0.33초 소요되어 목적 지향성에 근접(목적 함수: -54.23dB)함을 알 수 있다. 그러나 한번의 계산에 의해 최적 무게를 구하기 때문에, LMS법이나 DFP법에서와 같이 반복에 의해

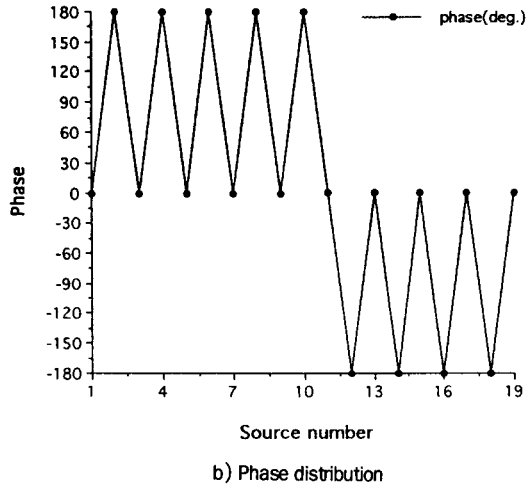


[그림 3] 점음원 배열에 의한 지향성
 ($L = 5.0\lambda$, $N = 19$, $M = 181$)

[Fig. 3] Directivity synthesis of point source array
 ($L = 5.0\lambda$, $N = 19$, $M = 181$)

적응 제어를 할 수 없다는 것이 이 수법의 문제점이다. 이를 해결하기 위한 방법으로는 Gauss 소거법에서 구해진 해를 다시 LMS 알고리즘이나 DFP 알고리즘에 대입하여 적응 제어를 행하면 시간적으로도 빠르면서 적응 제어에 의한 Side lobe level도 제어가 가능하리라고 사료된다. 이 경우 최적해에 대한 근접해를 각각의 알고리즘에 대입하기 때문에 수렴에 이르기까지의 반복횟수가 발산이나 불안정함 없이 훨씬 줄어들 것으로 생각된다. [Fig. 4]는 [Fig. 3]의 지향성에 대응한 음원의 무게 분포로서 a)는 진폭 무게 분포, b)는 위상 무게 분포를 나타내고 있





[그림 4] [그림 3]의 지향성 합성에 대응한 음원의 무게 분포

[Fig. 4] Weight distribution which corresponds to directivity synthesis of [fig. 3]

다. 진폭 무게 분포는 최대치를 1로 정규화(normalization)시켜 나타냈으며, 위상은 -180° 에서 180° 의 각도로 표시했다.

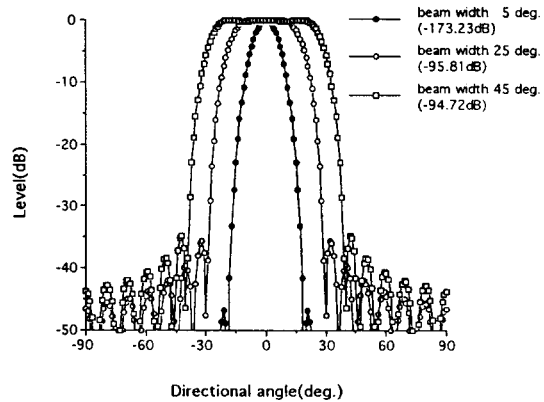
3.2 임의의 반치각, 방사 방향에 대한 지향성 합성 시뮬레이션

초음파 트랜스듀서의 지향성을 설계하는 때에 고려해야 할 중요한 사항으로서 다양한 Main lobe의 정확한 반치각 실현 및 Side lobe level의 허용치 이하로의 감쇄, 또한 초음파 진단 장치 등에서 사용되는 초음파 트랜스듀서에서는 장치를 기계적으로 회전시키지 않고, 음원의 무게 분포를 전기적으로 변화시킴에 의해 Beam을 회전시키는 방법이 있다. 이 경우 Beam을 회전시켜도 반치각이나 Side lobe level의 크기가 허용치 이상으로 변화하지 않는 것이 요구된다. 이와 같은 조건을 고려한 지향성 합성을 위하여 準理想beam[11],[12]을 예로 하여 합성을 시도했다. 또한 배열 길이, 점음원수가 동일한 하나의 System으로 Beam 폭의 자유로운 설정 및 여러 방사 방향 회전에 대한 Beam forming의 가능성

을 수치적으로 검토하기 위하여 음원의 배열 형상, 배열 길이, 점음원수는 3.1과 동일하게 하였으며, 또한 수치 계산도 배정도로 계산했다.

3.2.1 임의의 Beam 폭을 갖는 준이상 Beam에 대한 지향성 합성 시뮬레이션

본 절에서는 하나의 System으로 다수의 Beam 폭에 대한 지향성 합성의 구현을 위하여, Beam 폭을 변화시키면서 목적 지향성에 대한 합성을 시도했다. [Fig. 5]는 Beam의 방사 방향을 음원 배열의 중심(0°)으로 고정하고, 5° , 25° , 45° 의 Beam 폭을 갖는 準理想 beam을 임의의 목적 지향성으로 설정하고 Gauss 소거법을 이용하여 목적 지향성을 합성한 결과이다.



[그림 5] 準理想 beam의 합성. (반치각 5° , 25° , 45°)

[Fig. 5] Synthesis of quasi-ideal beam.
(Beam width 5° , 25° , 45°)

[Fig. 5]에서 설정한 목적 지향성에 대한 Main lobe의 Beam 폭은 거의 만족하고 있으며, 목적 함수의 값은 Beam 폭이 5° 인 경우에 -173.23dB , 25° 인 경우 -95.81dB , 45° 인 경우 -94.72dB 로 목적 함수의 값이 상당히 낮은 값을 나타내고 있고, Side lobe level은 -30dB 이하를 나타내어 Side lobe level의 억압도 잘 되고 있음을 알 수 있다. 단 지향성 합성의 문제에서 점음원수의 증감에 따라 Side lobe level이 원하는 크기를 상회하는 경우도 있으나, 이

경우에 수렴 과정에서 System의 발산이나 불안정을 피하기 위해 Gauss 소거법에서 얻어진 해를 LMS 알고리즘이나 DFP 알고리즘에 대입하여 얻는 최적 해에 의해 용도에 적합한 Side lobe level을 적응 제어할 수 있다고 사료된다. 본 Model들에 대하여 Gauss 소거법을 이용하여 수치 계산한 결과, 계산 시간은 PC(CPU: 80486DX2, RAM 16Mbyte)를 이용하여 0.33초 소요되었다. [Tab. 1]은 [Fig. 5]의 준이상 Beam을 실현할 수 있는 무게 분포로 Beam을 중앙(0°)을 향해 방사하는 경우에 진폭 분포나 위상 분포가 중심에서 좌우 대칭 형태로 나타남을 알 수 있다. 진폭 분포의 경우 최대치를 1로 정규화시켰으며, 위상은 -180°에서 180°로 나타내었다.

magnitudes in the table were normalized at the maximum value, 1.00.

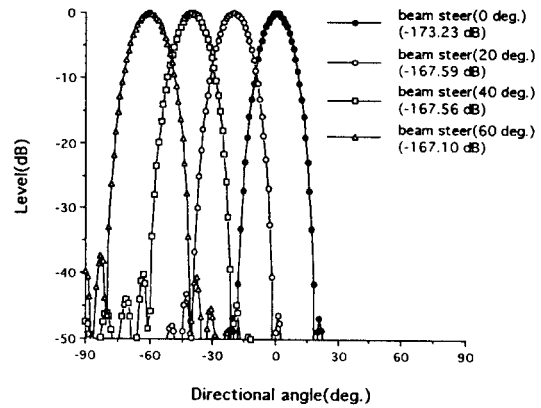
source No.	beam width 5°		beam width 25°		beam width 45°	
	magnitude	phase(deg.)	magnitude	phase(deg.)	magnitude	phase(deg.)
1	1.66E-3	0	1.01E-3	0	1.01E-3	180
2	9.39E-3	180	7.44E-3	180	7.47E-3	0
3	3.47E-2	0	2.94E-2	0	2.96E-2	180
4	9.31E-2	180	8.41E-2	180	8.45E-2	0
5	2.03E-1	0	1.90E-1	0	1.90E-1	180
6	3.68E-1	180	3.54E-1	180	3.55E-1	0
7	5.76E-1	0	5.64E-1	0	5.64E-1	180
8	7.84E-1	180	7.77E-1	180	7.78E-1	0
9	9.42E-1	0	9.40E-1	0	9.39E-1	180
10	1.00	180	1.00	-180	1.00	0
11	9.42E-1	0	9.40E-1	0	9.39E-1	-180
12	7.84E-1	-180	7.77E-1	-180	7.78E-1	0
13	5.76E-1	0	5.64E-1	0	5.64E-1	-180
14	3.68E-1	-180	3.54E-1	-180	3.55E-1	0
15	2.03E-1	0	1.90E-1	0	1.90E-1	-180
16	9.31E-2	-180	8.41E-2	-180	8.45E-2	0
17	3.47E-2	0	2.94E-2	0	2.96E-2	-180
18	9.39E-3	-180	7.44E-3	-180	7.47E-3	0
19	1.66E-3	0	1.01E-3	0	1.01E-3	-180

<표 1> [그림 5]의 beam 폭에 대응하는 무게 분포
<Table 1> Weight distribution which corresponds to beam width of [fig. 5]

3.2.2 임의의 방사 방향으로의 Beam 회전에 대한 지향성 합성 시뮬레이션

초음파 진단 장치 등에서 사용되는 트랜스듀서 [13]는 장치를 기계적으로 회전시키지 않고, 배열 음원의 무게 분포(진폭 및 위상 분포)를 전기적으로 변화시킴에 의해 Beam을 회전시키는 방법이 있다. 이 경우 Beam을 회전시켜도 반치각이나 Side lobe

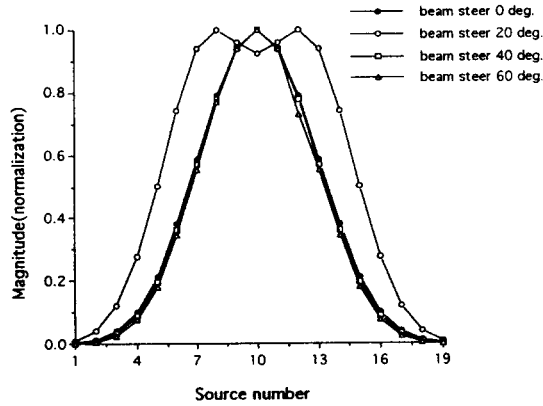
level의 크기가 변화하지 않는 것이 요구된다. 본 절에서는 이러한 요구사항을 고려하여 Beam폭 5°의 목적 지향성을 음원 배열의 중심으로부터 좌측으로 임의로 20°, 40°, 60°좌측으로 회전시켰을 때의 음원 배열에 의한 準理想 Beam의 합성을 시도하였다.



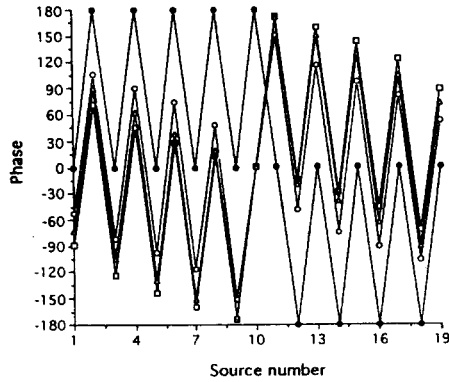
[그림 6] 準理想 beam의 합성(Beam 폭 5°, 목적 지향성을 중심으로부터 -20°, -40°, -60°회전)

[Fig. 6] Synthesis of quasi-ideal beam(Beam width 5°, shift the beam to the left side by -20°, -40°, -60°)

[Fig. 6]은 이 Model에 대한 합성 결과로 Beam 회전에 대해서도 0°의 경우 목적 함수 값은 -173.23dB, 20°의 경우 -167.59dB, 40°의 경우 -167.56dB, 60°의 경우 -167.10dB를 나타내어 Beam의 회전에 대해서도 정확한 회전각으로의 방사, Beam폭의 일정치로의 유지 및 Side lobe level에 대해서도 -30dB 이하를 유지하는 등 만족할 만한 결과를 얻고 있음을 알 수 있다. 각각의 계산 시간은 PC(CPU: 80486DX2, RAM 16Mbyte)를 이용하여 0.33초씩 소요되었다. [Fig. 7]은 [Fig. 6]의 각각의 회전하는 Beam에 대응한 음원의 무게 분포이다. 진폭 분포는 최대치 1로 정규화시켰으며, 중심으로부터 좌측으로 Beam을 방사함에 따라 위상이 변화해감을 알 수 있다. [Fig. 8]은 Beam의 방사각도에 따



a) Magnitude distribution

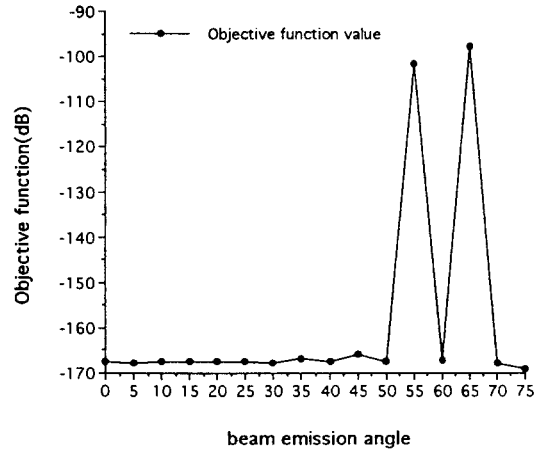


b) Phase distribution

[그림 7] [그림 6]의 회전하는 준이상 Beam에 대응하는 무게 분포

[Fig. 7] Corresponding Weight distribution to rotating quasi-ideal beam.

큰 목적 함수의 변화를 중심각으로부터 5°간격으로 나타낸 것으로, 75°이상은 실용상 별로 의미가 없기 때문에 나타나지 않았다. 55°와 65°에서 목적 함수가 큰 변화를 보이고 있으나, -90dB 이하를 나타내어 전체적으로 System의 양호함을 알 수 있다.



[그림 8] Beam 방사각에 대한 목적 함수값의 변화
[Fig. 8] Change of objective function value to beam emission angle.

IV. 결 론

본 논문에서는 Gauss 소거법을 이용하여 직선 배열 음원에 의한 초음파 방사 트랜스듀서의 지향성 합성에 관하여 2, 3의 모델에 대해 수치적 검토를 행했다. 지향성 합성에 관하여 수치 실험을 행한 결과

- 1) 반복법에서 LMS법의 경우에는 Step parameter의 크기에 의해 수렴 속도 및 System의 발산, 불안정 등의 문제점이 있고, DFP법의 경우에는 알고리즘 내에서 최적의 Step parameter를 계산하여 최적해를 구하므로 System의 발산이나 불안정에 대한 문제는 없으나 최적해를 구하기까지의 수렴속도가 문제점으로 대두된다. 따라서 본 논문에서 제시한 Gauss 소거법을 이용하여 목적 지향성을 합성한 경우에 반복법을 이용한 경우 보다 훨씬 빠른 수렴 속도를 나타내었으며, 또한 System적으로도 안정함을 나타냈다.
- 2) 목적 지향성 합성의 경우에 반복법에서는 반복에 따라 Main lobe의 Beam 폭 및 Side lobe level에 대해 적응 제어가 가능하나, Gauss 소거법에서는 한번의 계산에 의해 지향성 합성

- 이 이루어 지므로 Main lobe 의 Beam 폭 및 Side lobe level의 크기에 대한 적응 제어가 문제로 되나, 이의 해결 방법으로 먼저 Gauss 소기법을 이용하여 해를 얻고, 이를 다시 LMS 법이나 DFP법에 대입하여 최적해를 구한다면 기존의 방법보다 훨씬 빠른 수렴 속도 및 안정한 System을 구축할 수 있으리라 사료된다.
- 3) Gauss 소기법을 이용한 경우에도 실용적인 목적 지향성 합성이 가능하다.
등이 확인되었다.

참 고 문 헌

1. 谷腰欣司, 1994, 超音波とその使い方. 日刊工業新聞社. 東京: 185~192.
2. 中村信良, 1991, 超音波トランスジューサ. 日本音響學會誌, 47(3): 196~200.
3. 岡本良夫, 1993, 逆問題とその解き方. オーム社. 東京: 31~41.
4. 土屋隆生・河野宏・加川幸雄, 1992, 超音波送受波器の最適指向性合成シミュレーション. 日本シミュレーション學會誌, 12(1): 61~69.
5. 曹基亮, 1995, 超音波放射 直線配列点音源의 最適指向性合成SIMULATION. 韓國通信學會誌, 20(7): 1834~1840.
6. 茨木俊秀・福島雅夫, 1991, FORTRAN 77 最適化プログラミング. 岩波書店. 東京: 141~166.
7. 森正武, 1988, FORTRAN 77 數値計算プログラミング. 岩波書店. 東京: 52~55.
8. 城戸健一, 1991, 音響工學. コロナ社. 東京: 64~73.
9. 大谷祐介, 1993, 境界要素モデルによる聲道形状同定シミュレーション. 日本岡山大學大學院工學研究科卒業論文, 31~32.
10. Ogura Eiji, 1995, 音聲スペクトルによる聲道形状同定のための最適化アルゴリズムに関する考察. 日本岡山大學大學院工學研究科卒業論文, 11~17.
11. 笹倉豊喜, 1992, 超音波送受波器の最適設計. Computrol No.39: 106~112.
12. 越川常治, 1989, ビームフォーミングの主要なアルゴリズムと方式例について一直線センサによる音源方向検出, 日本音響學會誌, 45: 815~822.
13. 泉弘志, 1992, 電子セラミックス. 誠文堂新光社. 東京: 97~100.