

2개의 유전체 층을 갖는 도체 격자구조에 의한 E-분극 산란해석

(Analysis on E-Polarized Scattering by a Conducting Strip Grating with 2 Dielectric Layers)

梁 承 仁*

(Seung-In Yang)

요 약

본 논문에서는 2개의 유전체 층을 가지는 도체 스트립 격자구조에 의한 E-분극 산란 문제를 Fourier-Galerkin 모멘트 법으로 해석했으며, 기하광학 반사 및 투과전력을 계산하였다. 도체띠에 유도되는 전기전류는 간단한 지수함수를 이용하여 푸리에 급수로 전개하였으며, 각 경계면에서의 전자계 경계조건을 적용하였다. 그리고 산란 전자파는 Floquet 모드 함수를 이용하여 무한개의 급수로 전개하였다. 본 논문에서 제안된 방법의 타당성을 입증하기 위하여 기존 논문의 수치결과와 비교한 결과 매우 잘 일치하였다.

Abstract

In this paper, E-polarized electromagnetic scattering by a conducting strip grating with 2 dielectric layers is analyzed to calculate the geometrical reflected and transmitted power by applying the Fourier-Galerkin moment method. The induced current density is expanded in a Fourier series using a simple exponential function, and we applied the boundary conditions to the electromagnetic fields at the boundary planes. The scattered electromagnetic fields are expanded in a series of Floquet mode functions. To examine the accuracy of the present method, the geometrically reflected and transmitted power are evaluated and compared with those of the existing papers, and then the numerical results are found in good agreement with those of the existing paper.

I. 서 론

격자구조에 대해 반사나 투과 현상을 취급한 연구는 많이 되어 왔으며, 이는 이러한 격자구조에 의한

산란문제가 광학, 필터, 레이더, 안테나 및 전자기학 분야에서 널리 이용되어 여러 연구자들에 의해서 많은 관심을 가져왔기 때문이다[1]~[12]. 광학에서는 이러한 구조들을 회절격자의 사용에 이용하고 있으

* 숭실대학교 전자공학과(Dept. of Electronic Eng., SoongSil University)

며, reflector antenna system, wave polarizer, artificial dielectrics, side lobe suppression angular filter 및 polarization twisters의 구성 등에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다[1]~[3].

격자구조에 도체를 사용한 기본 문제로서 Richmond[4]는 자유공간상에서 스트립에 유도되는 미지의 유도전류를 간단히 푸리에 급수로 전개함에 있어 모서리 경계조건을 함께 적용하여 수치계산을 하여 모서리 경계조건을 적용한 경우가 그렇지 않은 경우보다 매트릭스의 역변환 시에 수치계산시간을 절약할 수 있었다. 그리고 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서 spectral-Galerkin 모멘트 법[5]~[7]을 이용하여 수치해석하였다. 도체 격자구조에 의한 산란 문제에 대해 좀 더 좋은 반사성질을 얻기 위하여 접지층위에 유전체 층을 가진 경우[8, 9]에 대해 간단한 수치방법인 PMM(point matching method)을 이용하여 수치계산하였으며, 그 후 좀 더 개선된 방법인 Fourier-Galerkin 모멘트 법을 이용하여 수치해석한 바 있다[10, 11]. 그리고 최근에 유전체 판상의 저항띠 격자구조에 대해 수치해석한 바 있으며[12], 이는 적분방정식을 이용하여 스트립에 유도되는 전기전류를 하나의 모서리 경계조건을 만족하는 함수와 광학이론을 적용하여 좁은 폭에 대해 간단히 수식화하여 산란 특성을 해석한 바 있으며, 앞서 언급된 유전체 층 문제에 관한 해석은 1개의 유전체 층 및 접지 유전체 층에 관한 문제가 취급되었다.

본 논문에서는 기존의 1개의 유전체 층에 관한 산란 문제를 다층 유전체의 문제로 확장하기 위하여 일단 2개의 유전체 층을 가지는 도체 격자구조에 의한 E-분극 산란 문제에 대해 Fourier-Galerkin 모멘트 법을 이용하여 기하광학 반사 및 투과전력을 계산하였다. 사용된 미지의 계수를 구하기 위하여 경계조건을 적용하였다. 이때 도체띠에 유도되는 전기전류는 간단한 지수함수를 이용하여 급수로 전개하였고, 각 경계면에서 전자계의 경계조건을 적용하였다. 그리고 산란 전자계는 Floquet 모드 함수로 전개하였으며, 수치계산의 타당성을 입증하기 위하여

기존의 1개의 유전체 층을 가지는 경우의 수치결과와 비교하였다. 본 논문의 구조에서 도체띠는 매우 얇은 경우를 취급하였으며, 이때 시간함수는 $e^{-j\omega t}$ 로 가정하고 앞으로 모든 식에서 생략하기로 한다.

II. 문제의 구조해석

문제의 구조는 [그림 1]과 같은 경우로서 2개의 유전체 층 위의 도체 격자구조에 E-분극 평면파가 가장자리에 나란하게 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사된다. 스트립은 y방향으로 무한하고, 도체 격자는 x-y 평면상에 위치하고 있으며, x방향으로 주기적으로 배열되어 있다. 이 때 스트립 주기는 s, 스트립 폭은 w이며, 영역 (II)와 (III)에서의 비유전율은 ϵ_{r1} 및 ϵ_{r2} 이며, 유전체 층의 두께는 t_1 및 t_2 이다.

문제의 구조에 입사되는 전계 \bar{E}^i 및 접선성분의 자계 \bar{H}^i 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{E}^i = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} e^{jk_0 z \cos\phi} \quad (1)$$

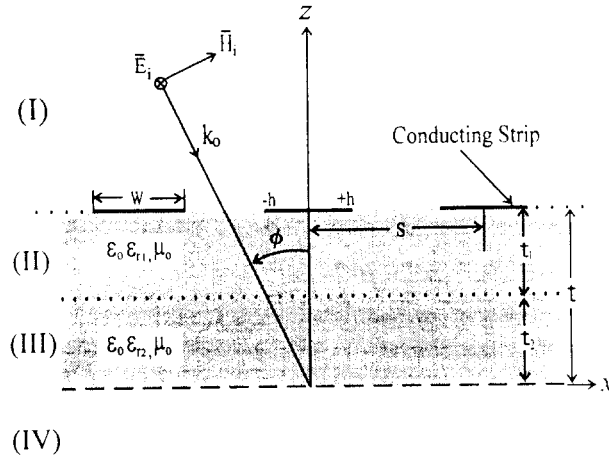
$$\bar{H}^i = \hat{a}_x \frac{k_0 \cos\phi}{\omega\mu_0} E_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} e^{jk_0 z \cos\phi} \quad (2)$$

여기서 $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 이며, k_0 는 매질의 전파상수이고, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간상의 투자율 및 유전율이며, E_0 는 입사전계의 진폭으로서 본 논문에서는 1로 하였다. 영역 (I)에서 산란전계 \bar{E}^s 와 접선성분의 산란자계 \bar{H}^s 는 다음과 같은 평면파의 합으로 표시할 수 있다.

$$\bar{E}^s = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_n A_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\bar{H}^s = -\hat{a}_x \frac{E_0}{\omega\mu_0} e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_n A_n \gamma_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서 A_n 은 구해야 할 미지의 계수이며, $\beta_n = k_0 \sin\phi + 2n\pi/s$ 이고 γ_n 은 다음과 같이 표시할 수 있다.



[그림 1] 문제의 구조

[Fig. 1] Geometry of the problem

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 > \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 (II)인 $t_2 \leq x \leq t$ 구간에서 전체전계 \bar{E}_{II}^{tot} 및 접선성분의 전체자계 \bar{H}_{II}^{tot} 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{E}_{II}^{tot} = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n (B_n e^{-j\gamma_n z} + C_n e^{j\gamma_n z}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (6)$$

$$\bar{H}_{II}^{tot} = -\hat{a}_x \frac{E_0}{\omega \mu_0} e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n \gamma_{1n} (B_n e^{-j\gamma_n z} - C_n e^{j\gamma_n z}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (7)$$

여기서 B_n 및 C_n 은 미지의 계수이며, γ_{1n} 은 다음과 같다.

$$\gamma_{1n} = \begin{cases} \sqrt{k_1^2 - \beta_n^2}, & k_1^2 > \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_1^2}, & k_1^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (8)$$

여기서 $k_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1}} = k_0 \sqrt{\epsilon_{r1}}$ 이며, 영역 (III)의 $0 \leq x \leq t_2$ 구간에서 전체전계 \bar{E}_{III}^{tot} 와 접선

성분의 전체자계 \bar{H}_{III}^{tot} 는 다음과 같다.

$$\bar{E}_{III}^{tot} = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n (D_n e^{-j\gamma_n z} + E_n e^{j\gamma_n z}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (9)$$

$$\bar{H}_{III}^{tot} = -\hat{a}_x \frac{E_0}{\omega \mu_0} e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n \gamma_{2n} (D_n e^{-j\gamma_n z} - E_n e^{j\gamma_n z}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (10)$$

여기서 D_n 과 E_n 은 미지의 계수이며, γ_{2n} 은 다음과 같다.

$$\gamma_{2n} = \begin{cases} \sqrt{k_2^2 - \beta_n^2}, & k_2^2 > \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_2^2}, & k_2^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (11)$$

여기서 $k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2}} = k_0 \sqrt{\epsilon_{r2}}$ 이며, 영역 (IV)의 $z < 0$ 구간에서 전체 투과전계 \bar{E}_{IV}^{tot} 와 접선성분의 투과자계 \bar{H}_{IV}^{tot} 는 다음과 같다.

$$\bar{E}_{IV}^{tot} = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n T_n e^{j\gamma_n z} e^{-j2n\pi x/s} \quad (12)$$

$$\bar{H}_{IV}^{tot} = \hat{a}_x \frac{E_0}{\omega \mu_0} e^{-jk_0 x \sin \phi}$$

2개의 유전체 층을 갖는 도체 격자구조에 의한 E-분극 산란해석

$$\sum_n T_n \gamma_n e^{j\gamma_n z} e^{-j2nmx/s} \quad (13)$$

여기서 T_n 은 미지의 계수이며, 지금까지 사용된 미지의 계수를 구하기 위해 경계조건을 적용한다. 우선, 영역 (II)와 (III) 사이 및 영역 (III)과 (IV) 사이의 경계면에서 \bar{E} 나 \bar{H} 의 접선성분은 연속이므로 연결하여 계수를 소거하면 C_n 을 B_n 의 항으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$C_n = \frac{p_{n1}}{p_{n2}} B_n \quad (14)$$

여기서

$$p_{n1} = \left[\left(1 - \frac{\gamma_{2n}}{\gamma_{1n}} \right) e^{-j\gamma_{2n} t_2} + \left(1 + \frac{\gamma_{2n}}{\gamma_{1n}} \right) \left(\frac{\gamma_{2n} + \gamma_n}{\gamma_{2n} - \gamma_n} \right) e^{j\gamma_n t_2} \right] e^{-j\gamma_n t_2} \quad (15)$$

이며,

$$p_{n2} = \left[\left(1 + \frac{\gamma_{2n}}{\gamma_{1n}} \right) e^{-j\gamma_{2n} t_2} + \left(1 - \frac{\gamma_{2n}}{\gamma_{1n}} \right) \left(\frac{\gamma_{2n} + \gamma_n}{\gamma_{2n} - \gamma_n} \right) e^{j\gamma_n t_2} \right] e^{j\gamma_n t_2} \quad (16)$$

이다. 또한 $z = t$ 인 도체 띠 이외의 영역(개구)에서 전계는 연속이므로 식 (1), (3) 및 (6)을 이용하여 모든 x 에 대해 만족하는 다음 식을 얻는다.

$$e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n + A_n = B_n e^{-j\gamma_n t} + C_n e^{j\gamma_n t}, \quad z = t \quad (17)$$

식 (14)를 식 (17)에 대입하면 식 (17)의 B_n 을 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$B_n = \frac{(e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n + A_n)}{p_{n3}} \quad (18)$$

여기서 δ_n 은 $n = 0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker 델타 함수이며,

$$p_{n3} = e^{-j\gamma_n t} + \frac{p_{n1}}{p_{n2}} e^{j\gamma_n t} \quad (19)$$

이다. 그리고 도체 띠에 유도되는 전기전류는 다음과 같이 급수로 전개하였다.

$$\bar{J}_y(x) = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p e^{jp_n x/h} \quad (20)$$

또한, 영역 (I) 및 (II)에서 접선성분의 자체 \bar{H}_I^{tot} 및 \bar{H}_{II}^{tot} 에 대해 경계조건을 적용하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{H}_I^{tot} - \bar{H}_{II}^{tot} = \bar{J}_y(x), \quad -h \leq x \leq h \quad (21)$$

식 (21)에 식 (2), (4), (7) 및 (20)을 대입한 후 양변에 $e^{j2nmx/s}$ 를 곱하고, $-s/2 \leq x \leq s/2$ 의 범위에서 적분을 취하면 다음과 같은 A_n 에 관한 식을 얻는다.

$$A_n = -\frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_p f_p \left(\frac{G_{pn}}{\gamma_n - \gamma_{1n} p_{n4}} \right) + \left(\frac{k_0 \cos \phi + \gamma_{1n} p_{n4}}{\gamma_n - \gamma_{1n} p_{n4}} \right) \delta_n \quad (22)$$

여기서

$$G_{pn} = \int_{-h}^h e^{j2\pi(p/w + n/s)x} dx \quad (23)$$

이며,

$$p_{n4} = \frac{p_{n2} e^{-j\gamma_n t} - p_{n1} e^{j\gamma_n t}}{p_{n2} e^{-j\gamma_n t} + p_{n1} e^{j\gamma_n t}} \quad (24)$$

이다. 그리고

$\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 이며, 자유공간상의 고유 임피던스 (intrinsic impedance)이다. 또한 영역 (I)의 도체 띠 위에서 전계의 경계조건을 적용하면 다음과 같다.

$$\bar{E}_I^t = \bar{E}^i + \bar{E}^s = 0, \quad z = t \quad (25)$$

식 (25)에 식 (1)과 (3)을 대입한 후 양변에 $e^{-jqnx/h}$ 를 곱하고, $-h \leq x \leq h$ 의 범위에서 적분을 취하면 다음 식을 얻는다.

$$\sum_n A_n G_{qn}^* = -e^{jk_0 t \cos \phi} w \delta_q, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots (26)$$

여기서 “*”는 공액복소(complex conjugate)를 의미하며, 식 (26)에 (22)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 선형 방정식이 된다.

$$\sum_p f_p Z_{pq} = V_q (27)$$

여기서

$$Z_{pq} = \frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_p f_p \left(\frac{G_{pn}}{\gamma_n - \gamma_{1n} \delta_{n4}} \right) G_{qn}^* (28)$$

이며,

$$V_q = e^{jk_0 t \cos \phi}$$

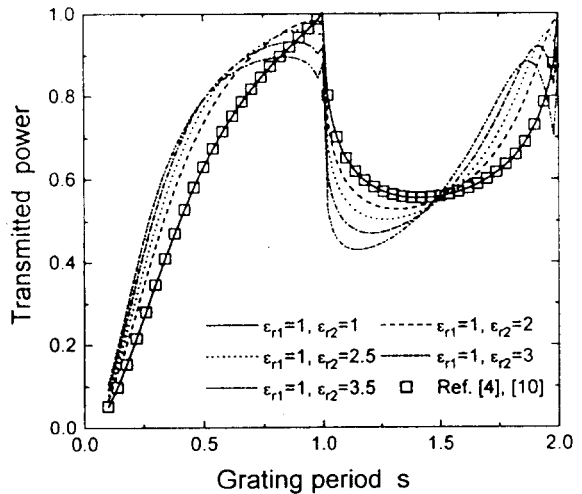
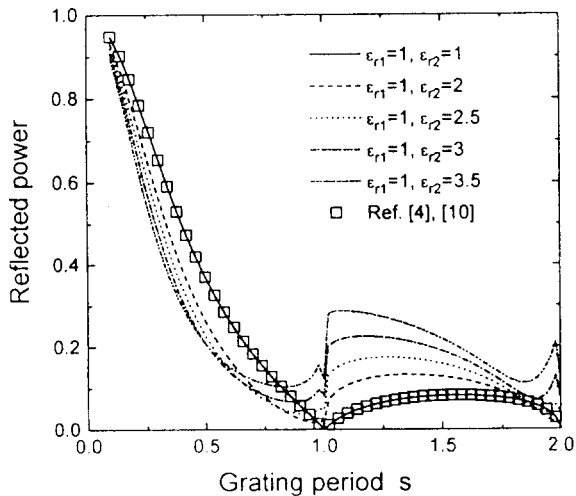
$$\left[w \delta_q + \sum_n \left(\frac{k_0 \cos \phi + \gamma_{1n} \delta_{n4}}{\gamma_n - \gamma_{1n} \delta_{n4}} \right) G_{qn}^* \right] (29)$$

이다. 식 (27)을 역변환하여 계수 f_p 를 구한 후 이를 식 (22)에 대입하여 반사계수(reflection coefficient) $\Gamma_n = A_n$ 을 구할 수 있으며, 또한 투과 계수(transmission coefficient) T_n 는 식 (12)와 (13)을 이용하여 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$T_n = \frac{2\gamma_{2n}}{\gamma_{2n} - \gamma_n} \left[\frac{e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n + A_n}{\delta_{n2} \delta_{n3}} \right] (30)$$

III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서는 제안된 방법을 이용하여 정규화된 기하 광학적 반사 및 투과전력은 식 (22) 및 (30)을 이용하여 구할 수 있으며, 본 논문의 수치결과를 증명하기 위하여 기존의 논문들의 수치결과들과 비교 검토하였다.



[그림 2] (a) 수직입사시 반사전력

($w/s = 0.2, t_1 = t_2 = 0.05, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 1, 2, 2.5, 3, 3.5$)

(b) 수직입사시 투과전력

[Fig. 2] (a) The reflected power for the normal incidence (b) The transmitted power for the normal incidence

($w/s = 0.2, t_1 = t_2 = 0.05, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 1, 2, 2.5, 3, 3.5$)

[그림 2]는 수직입사시의 수치계산 결과로서 [그림 2] (a)는 기하광학 반사전력을, [그림 2] (b)는 투과전력을 보였다. 이때 사용된 격자상수로는 $w/s = 0.2$, $t_1 = t_2 = 0.05$, $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 1, 2, 2.5, 3, 3.5$ 를 가질 때 주기 s 는 0에서 2파장까지 증가시켰을 때의 수치결과로서 반사전력과 투과전력은 대조적인 경향을 보이고 있으며, “□” 표시는 유전체 층이 없는 자유공간상의 문제와 같은 경우인 $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$ 의 값을 가지는 경우와 동일한 참고문헌[4, 10]의 방법 및 결과와 비교하여 매우 좋은 일치를 보이고 있으며, 수직 입사시 비유전율이 증가하면 $s = 1$ 파장 이상의 부근에서 전반적으로 기존의 자유공간상의 경우보다 반사전력이 커지는 것을 알 수 있다.

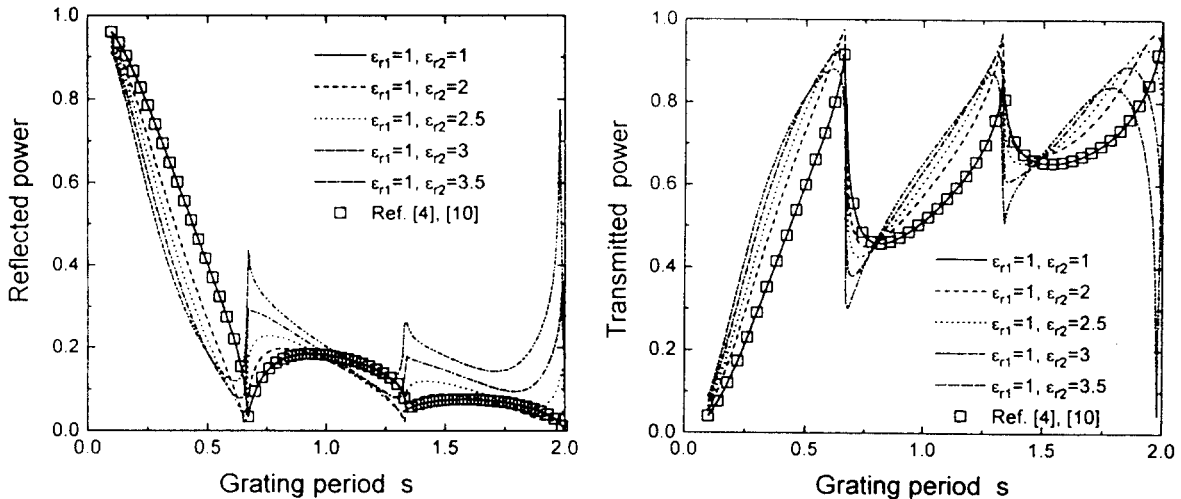
[그림 3]은 입사각이 30도인 경우의 수치계산 결과로서 [그림 3] (a)는 기하광학 반사전력을, [그림 3] (b)는 투과전력을 보였다. 이때 사용된 격자상수는 [그림 2]의 경우와 동일한 경우로 하였으며, “□” 표시는 앞에서 언급한 경우로 $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$ 의

값을 가지는 자유공간상의 문제인 참고문헌[4, 10]의 방법 및 결과와 비교하여 매우 좋은 일치를 보이고 있다.

[그림 2]와 [그림 3]에서의 급변점들의 현상들은 고차모드의 반사파가 전파모드에서 감쇠모드로 또는 감쇠모드에서 전파모드로 전환(transition)될 때 발생됨을 보인 바 있다[7].

IV. 결 론

본 논문은 1개의 유전체 층 위의 도체 격자구조에 의한 문제를 다층 유전체 문제로 확장하기 위하여 일단 2개의 유전체 층에 관한 문제에 대해 E-분극 산란의 해를 Fourier-Galerkin 모멘트 법을 이용하여 구했다. 유도되는 미지의 전기전류는 간단히 지수함수를 적용하여 프리에 급수로 전개하였고, 또한 각 경계면에서 전자계의 경계조건을 적용하여 해를 구했다. 본 논문에서 제안된 수치결과의 타당성을



[그림 3] (a) 입사각 $\phi = 30^\circ$ 에서의 반사전력

(b) 입사각 $\phi = 30^\circ$ 에서의 투과전력

($w/s = 0.2$, $t_1 = t_2 = 0.05$, $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 1, 2, 2.5, 3, 3.5$)

[Fig. 3] (a) The reflected power for incident angle $\phi = 30^\circ$ (b) The transmitted power for incident angle $\phi = 30^\circ$

($w/s = 0.2$, $t_1 = t_2 = 0.05$, $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 1, 2, 2.5, 3, 3.5$)

입증하기 위해서 기존 논문들의 수치 방법 및 결과와 정규화된 기하광학 반사전력과 투과전력을 비교한 결과 매우 잘 일치했다.

본 논문의 해석방법을 이용하면 좀 더 발전된 다층 유전체의 격자구조를 해석할 수 있을 것으로 기대되며, 또한 본 논문에서 제안한 방법은 접지 유전체 층 위의 도체 격자구조는 물론 저항띠의 격자구조에 대한 E 또는 H 분극의 경우에 대해서도 적용할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] C. Dragone, "New Grids for Improved Polarization Diplexing of Microwaves in Reflector Antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-26, pp.459-463, May 1978.
- [2] M. Ando and K. Takei, "Reflection and Transmission Coefficient of a Thin Strip Grating for Antenna Application," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-35, No.4, pp.367-371, April 1987.
- [3] J. D. Hanfling, G. Jerinnc, and L. R. Lewis, "Twist Reflector Design Using E-type and H-Type Modes," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-29, pp.662-628, July 1981.
- [4] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM scattering by a Strip or Strip Grating," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-28, pp.883-887, Nov. 1980.
- [5] R. Mittra, R. C. Hall, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-33, pp.1009-1011, Sept. 1985.
- [6] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of Multilayered Periodic Structure Using Generalized Scattering Matrix Theory," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-36, pp.511-517, Apr. 1988.
- [7] 윤의중, 양승인 "저항띠 양끝에서 무한대로 변하는 저항율을 갖는 주기격자구조에 의한 E-분극 반사계수," 대한전자공학회 논문지 제31권 A 편 2호, pp.162-168, 1994년 2월.
- [8] H. A. Kalhor and M. Ilyas, "Scattering of Plane Electromagnetic Waves by a Grating of Conducting Cylinders Embedded in a Dielectric Slab over a Ground Plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-30, pp.576-579, July 1982.
- [9] H. A. Kalhor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-36, pp. 147-151, Jan. 1988.
- [10] 이상훈, 조영기, "유전체 판상의 스트립 격자구조에 대한 TM-산란," 대한전자공학회 하계학술발표 논문집, 제13권 제1호, pp.86-88, 1990년 7월.
- [11] Y. K. Cho, et al, "Analysis of Electromagnetic Scattering by Periodic Strips on Grounded Dielectric Slab," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Symposium Digest, Vol. 1, pp. 511-517, June 1995.
- [12] J. L. Volakis, Y. C. Lin, and H. Anastassiou, "TE-Characterization of Resistive Strip Gratings on a Dielectric Slab Using a Single Edge-Mode Expansion," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-42, pp.205-212, Feb. 1994.