

대형선박용 유압실린더에서 경제요소법을 이용한 응력해석*

김 옥 삼
여수수산대학교 기계공학과
(1995년 9월 15일 접수)

Analysis on the Stress of Hydraulic Cylinder for Large Vessel by Boundary Element Method

Ok - Sam KIM

*Dept. of Mechanical Engineering, Yosu National Fisheries University
(Received September 15, 1995)

Abstract

It was used boundary element method(BEM) and analysed axisymmetric problem to solve hydraulic cylinder for large vessel acting uniform internal pressure(25N/m^2) within elastic limit. This paper was utilized the carbon steel tubes for machine structural purposes model, inner radius was 150mm and outer radius was 250mm, axial length was semi - infinite and the isoparametric element was used. The important results obtained in this study were summarized as follows.

Radial, tangential and shearing stress occurred the maximum stresses(48, - 20 and 34MPa)at the inner radius and the minimum stresses(32, - 4 and 18MPa) at the outer radius of the hydraulic cylinder for large vessel. But negative signs have meaning compressive stress and stress diminution ratio was about 0.15MPa/mm. The use of isoparametric element raised accuracy and the increment of input data lessened the error in internal point but computer run - time was increased. The double node was improved the internal solutions to settle discontinuity at corner and the double exponential formula lessened error of stress value at boundary neighborhood. And then coincidence between the analytical and exact results is found to be fairly good, showing that the proposed analytical by BEM is reliable.

서 론

대형선박용 유압실린더는 그 용도가 다양한 만큼 내경, 길이 및 사용압력이 서로 상이"하고 소량 다품종의 주문생산형 제품이어서 설계 및 제조분

야에서 양산체계를 갖추기 곤란하므로 작동조건에 따른 작용응력거동의 분석과 파손예측 기법의 일환으로 각종 응력분포 및 구배에 대한 경향해석, 최적형상 결정을 위한 최소응력 발생방안 등의 문제해결을 위하여 컴퓨터를 이용한 시뮬레이션 기

* 이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 지방대육성과제 연구비에 의하여 연구되었음.

법을 활용하는 것이 경제적으로 타당성이 있다.

대형선박용 유압실린더와 같은 대형 구조물의 응력해석²⁾에는 유한요소법(finite element method, FEM)³⁾ 및 경계요소법(boundary element method, BEM)⁴⁾ 등이 널리 사용된다. 유한요소법은 해석대상의 기하학적인 제한은 없으나 불필요한 요소까지 분할해야 하므로 변화가 심한 곡선의 경계에서는 많은 입력자료와 계산시 round off error 등을 야기시키는 단점이 있어 경계부를 따라 요소분할을 하고 내부의 해를 구할 때는 점의 좌표만 부여하는 장점이 있는 경계요소법이 효과적으로 사용될 수 있다.

경계요소법의 이론적 기초는 1960년대 이전 여러 수학자가 potential problem 및 선형 탄성문제에 대하여 연구하였다. 경계의 적분방정식을 離散化하여 컴퓨터를 이용한 해를 얻는 방법은 Jaswon⁵⁾과 Symm⁶⁾에 의하여 potential문제에 관한 간접법의 입장에서 시작되었으며, 직접법에 기초를 둔 경계요소법의 선구적 연구는 탄성 비틀림문제에 대하여 Jaswon과 Pontre⁷⁾에 의해 선행되었고, Rizzo⁸⁾는 탄성문제에 관심이 많았다. 탄성역학 및 고체역학 분야에 대한 문제를 일정요소로서 처음 시도한 사람은 Cruse⁹⁻¹⁰⁾이며, 2차요소로 개선하여 해법의 효율화와 고정밀도화에 성공한 연구자는 Lachat와 Watson¹¹⁾이다.

실린더와 같은 축대칭 문제에 대한 경계적분 방정식(boundary integral equation : B.I.E.)의 시도는 Kermandis¹²⁾와 Mayr¹³⁾에 의해 이루어졌고 축대칭 kernel을 구하는 방법으로 3차원 Kelvin해를 이용 圓周經路에 따라 적분하는 3차원 적분방법을 사용하였다. Wilson¹⁴⁾ 등은 축대칭 B.I.E.를 체계화하였고 적분변환 방법을 이용하여 축대칭 kernel등을 구하는 방법과 singularity적분을 해석적으로 시도하였으며 Bakr과 Fenner¹⁵⁾는 축대칭 kernel을 구하는데 Hankel변환법을 처음 이용하여 축대칭문제를 직접법으로 해결하는 방법을 모색하였다. 국내에서 경계요소법을 이용하여 대형선박용 유압실린더와 같은 구조물의 응력해석을 시도한 연구는 없으나, 김¹⁶⁾ 등이 경계요소법을 사용하여 주철체 주형의 온도해석에 관한 연구를 한 적이 있다.

본 연구에서는 대형선박용 厚壁 유압실린더의 구동시 실린더에 균일한 내압하중이 작용할때 실린더 전체에 발생하는 각종 응력들의 거동을 규명함으로써 향후 유압실린더의 破損豫測性を 확보하고 强度의 신뢰성을 향상시키는 安全設計에 기초자료를 제공하고자 한다. 응력해석을 위하여는 2차원 축대칭문제로 해석하고, 2차요소의 형상함수(shape function)를 사용하여 수치계산의 정확도를 제고시켰다. 아울러 축대칭문제의 정식화 과정에서 Navier방정식의 기본해로부터 도출되는 변위 및 표면력 kernel을 구하는 방법은 Hankel변환을 이용한 접근법을 시도하였으며 검증을 위해서는 嚴密解인 Lamé'방정식¹²⁾을 사용하였다.

경계요소법에 의한 이론식의 유도

축대칭 문제의 기초관계식에서 물체의 응력과 변형율의 관계는

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \cdot \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (1)$$

식과 같다. 여기서 λ 와 μ 는 Lamé의 상수이며 σ_{ij} , ϵ_{ij} 은 선형 탄성재료의 응력과 변형율, δ_{ij} 는 탄성 tensor이다. 평형방정식, 영역 Ω 내의 임의점 변형율 및 선형탄성 재료의 응력과 변형율의 관계식을 이용하면 선형 탄성문제의 지배방정식은 변위 성분으로 표현가능하여

$$D_{ijkl} U_{k,lj} + f_i = 0 \quad (2)$$

식이 되고 D_{ijkl} 은 균질등방 탄성체의 탄성계수 텐서이며 $U_{k,lj}$ 와 f_i 는 변형율의 변위성분 및 물체력이다. 균질등방 탄성체의 탄성계수 텐서식을 선형 탄성문제의 지배방정식에 대입하면

$$(\lambda + \mu)U_{jji} + \mu U_{i,jj} + f_i = 0 \quad (3)$$

식과 같이 Navier의 미분방정식으로 표현된다. Fig. 1의 경계 Γ 의 안에 변위가 주어졌있는 부분을 Γ_u 로, 표면력이 주어졌 있는 부분을 Γ_T 로 표기하면 각각의 경계조건은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} U_i &= \bar{U}_i : \text{on } \Gamma_u \\ T_i &= \bar{T}_i : \text{on } \Gamma_T \end{aligned} \quad (4)$$

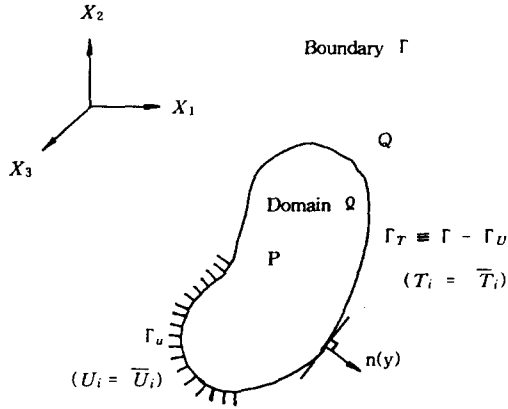


Fig. 1. The notations of boundary conditions.

일반적인 선형 탄성체에서 평형방정식에 의한 변위 Kernel \$U_{ki}^*\$를 곱한 영역 \$\Omega\$에 대한 적분방정식은 가상일의 원리로부터

$$\int_{\Omega} (\delta_{ij} + f_i) U_{ki}^* d\Omega = 0 \quad (5)$$

식으로 표현할 수 있으며 Betti의 相反定理와 Gauss의 發散定理를 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} D_{lamb} U_{kl,eb}^* U_m d\Omega - \int_{\Gamma} T_{kl}^* U_i \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma} U_{kl}^* T_i d\Gamma + \int_{\Omega} U_{kl}^* f_i \cdot d\Omega = 0 \quad (6)$$

여기서 \$T_{kl}^*\$은 표면력 kernel로 \$T_{kl}^* = D_{lmna} \cdot U_{kn,a} \cdot n_m\$으로 정의된다. Dirac delta함수의 성질을 이용하고 물체력 항(\$f_i\$)을 무시하면 영역내부 점 \$p\$에 대한 적분방정식은

$$U_i(p) + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(p,Q) U_j(Q) \cdot d\Gamma(Q) = \int_{\Gamma} U_{ij}^*(p,Q) T_j(Q) \cdot d\Gamma(Q) \quad (7)$$

식과 같다. 경계에 대한 적분방정식은 영역 내부 점에 대한 적분방정식으로는 全境界에 걸쳐 변위와 표면력을 알고 있는 경우를 제외하고는 경계치 문제(boundary value problem)를 구성할 수 없으므로 물체내의 임의의 점 \$p\$를 경계면 상으로 접근시켜야 한다. 즉 \$p\$를 경계로 보내는 극한형(limiting form)을 사용하여 모든 미지수들이 경계면의 것이 되도록 한다. 따라서 영역 내부의 적분방정식으로부터 경계에 대한 적분방정식을 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{ij}(P) U_j(P) + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(P,Q) U_j(Q) \cdot d\Gamma(Q)$$

$$= \int_{\Gamma} U_{ij}^*(P,Q) T_j(Q) \cdot d\Gamma(Q) \quad (8)$$

한편, 뒷식에서 \$C_{ij}\$는 아래와 같이 정의된다.

$$C_{ij}(P) = \{ \delta_{ij} + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_{\epsilon}} T_{ij}^*(P,Q) \cdot d\Gamma(Q) \}$$

$$[C_{ij}] = \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \left[\begin{array}{l} 4(1-\nu)\theta + (\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2) \\ (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) \\ 4(1-\nu)\theta + (\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2) \end{array} \right] \quad (9)$$

영역 내부의 응력 관계식은 경계에 대한 적분방정식에서 표면상의 변위와 표면력의 全性分이 결정되면 이것을 이용하여 변위는 내부점에 대한 적분방정식에서 계산할 수 있다. 아울러 영역내의 응력은 내부점 적분방정식을 미분하고, 응력과 변형율의 관계식을 이용하여 정리하면 임의점 \$p\$에서의 응력은

$$\sigma_{ij}(p) = \int_{\Gamma} D_{kij}(p,Q) T_k(Q) \cdot d\Gamma(Q) - \int_{\Gamma} S_{kij}(p,Q) U_k(Q) \cdot d\Gamma(Q) \quad (10)$$

식으로 나타낼 수 있는데 여기서 \$D_{kij}\$와 \$S_{kij}\$는 식(11)과 식(12)으로 정의된다.

$$D_{kij} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[(1-2\nu) \left(\delta_{ki} \frac{\partial r}{\partial x_j} + \delta_{kj} \frac{\partial r}{\partial x_i} - \delta_{kij} \frac{\partial r}{\partial x_k} \right) + 2 \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_k} \right] \quad (11)$$

$$S_{kij} = -\frac{G}{2\pi(1-\nu)r^2} \left\{ 2 \frac{\partial r}{\partial n} \left[(1-2\nu) \delta_{ij} \frac{\partial r}{\partial x_k} + \nu \left(\delta_{ik} \frac{\partial r}{\partial x_j} + \frac{\partial r}{\partial x_i} \right) - 4 \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_k} \right] + 2\nu \left(n_i \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_k} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right) + (1-2\nu) \left(2n_k \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} + n_j \delta_{ik} + n_i \delta_{jk} \right) - (1-4\nu) n_k \delta_{ij} \right\} \quad (12)$$

아울러 離散化方程式은 경계 적분방정식을 경계요소에 대해 이산화함으로써 구할 수 있어 다음과 같이 표현된다.

$$C_{ij} U_j + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(p,Q) U_j \cdot d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ij}^*(p,Q) T_j \cdot d\Gamma \quad (13)$$

경계 Γ 는 임의의 요소 갯수로 분할하고 각 요소에 대하여 수치적분한 다음 $d\Gamma$ 를 $J(\zeta)d\zeta$ 변환하여 요소를 全領域에 걸쳐서 수치적분을 하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_i U_i + \sum_{m=1}^M \sum_{\zeta=1}^3 \left(\int_{-1}^{+1} U^*_{ij}(P, Q) N_i(\zeta) J(\zeta) d\zeta \right) U_j \\ = \sum_{m=1}^M \sum_{\zeta=1}^3 \left(\int_{-1}^{+1} T^*_{ij}(P, Q) N_i(\zeta) J(\zeta) d\zeta \right) T_j \end{aligned} \quad (14)$$

$\int_{-1}^{+1} d\zeta$ 는 M 개의 Gaussian 수치적분을 의미하며 윗식을 행렬식으로 표현하면

$$[K] \{U\} = [G] \{T\} \quad (15)$$

식과 같고 U 와 T 를 미지량 X 와 기지량 Y 로 나누어서 정리하는 경우

$$[K] \{X\} = \{Y\} \quad (16)$$

식으로 표시되고 여기에서 양변에 K^{-1} 을 곱하여 미지량을 알 수 있으며, 경계상에서의 미지의 절점 변위와 표면력을 결정할 수 있다.

축대칭문제의 경계 적분방정식을 유도하기 위해서는 표면경로 $dS(Q)$ 를 $r_Q \cdot d\theta_Q \cdot d\Gamma(Q)$ 로 변환하여

$$\begin{aligned} U_i(p) &= \int_S U^*_{ij}(p, Q) T_j(Q) dS(Q) \\ &\quad - \int_S T^*_{ij}(p, Q) U_j(Q) dS(Q) \quad (i, j=r, z) \\ U_i(P) &= 2\pi \left[\int_{\Gamma} U^*_{ij}(p, Q) T_j(Q) r_Q d\Gamma(Q) \right. \\ &\quad \left. - \int_{\Gamma} T^*_{ij}(p, Q) U_j(Q) r_Q d\Gamma(Q) \right] \\ &\quad (i, j=r, z) \end{aligned} \quad (17)$$

식을 얻고 완전한 경계 적분방정식(boundary integral equation)을 구하기 위하여 윗식의 각항을 내부점 p 에서 경계점 P 로 접근시킨다. 또한 C_{ij} 의 값은 식(9)와 같으므로 경계에 대한 적분방정식(17)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{ij}(P) U_j(P) &= 2\pi \left[\int_{\Gamma} U^*_{ij}(p, Q) T_j(Q) r_Q d\Gamma(Q) \right. \\ &\quad \left. - \int_{\Gamma} T^*_{ij}(p, Q) U_j(Q) r_Q d\Gamma(Q) \right] \\ &\quad (i, j=r, z) \end{aligned} \quad (18)$$

탄성거동을 하는 물체의 지배방정식을 원통좌표계로 나타내면

$$\begin{aligned} \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) U_r + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial r} = -\frac{1}{\mu} f_r \\ \nabla^2 U_r + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial r} = -\frac{1}{\mu} f_z \end{aligned} \quad (19)$$

식으로 구성할 수 있는데 여기서 e 는 확장자(dilatation)이고 갤러킨 벡터(Galerkin's vector)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} U_i &= \nabla^2 G_i - \frac{1}{2(1-\nu)} \nabla(\nabla U_i) \\ \nabla^2 \nabla^2 G_i &= -\frac{1}{\mu} F_i \end{aligned} \quad (20)$$

$\psi_i = \nabla^2 G_i$ 로 대치하여 다음과 같이 정의되는 Hankel 변환기법¹⁵⁾을 이용하여 기본해를 구한다.

$$H_n(\psi) = \int_0^\infty \psi_r J_n(tr) dr \quad (21)$$

여기서 J_n 은 n 차 Bessel 함수이고 t 와 r 은 변환변수(transfer argument)이다. 따라서 갤러킨 벡터는 다음과 같이 1종과 2종 다원적분인 $K\left(\frac{m, \pi}{2}\right)$ 와 $E\left(\frac{m, \pi}{2}\right)$ 의 항으로 주어지

$$\begin{aligned} G_r &= \frac{1}{6\pi^2 \mu} \frac{\sqrt{R_p r_Q}}{m^2} \\ &\quad \left\{ 2(1-m^2)K\left(m, \frac{\pi}{2}\right) - 2(1-m^2)E\left(m, \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ G_z &= \frac{1}{2\pi^2 \mu} \frac{\sqrt{R_p r_Q}}{m} E\left(m, \frac{\pi}{2}\right), \\ m &= \frac{2\sqrt{R_p r_Q}}{\{R_p + r_Q^2 + (Z_p - Z_Q)^2\}^{1/2}} \end{aligned} \quad (22)$$

식과 같고 이 식을 식(20)에 대입하면

$$\begin{aligned} U = \left\{ \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) G_r - \frac{1}{2(1-\nu)} \left(\frac{\partial^2 G_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial G_r}{\partial r} - \frac{G_r}{r^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 G_z}{\partial r \partial z} \right\} e_r \left\{ -\frac{2}{2(1-\nu)} \left(\frac{\partial^2 G_r}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial G_r}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \nabla^2 G_z - \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 G_z}{\partial z^2} \right\} e_z \end{aligned} \quad (23)$$

식이 되며 해를 구할때 단위 환형하중으로 고려했으므로 변위 Kernel은 다음과 같이 정의하여 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} U_r \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_{rr}^* & U_{rz}^* \\ U_{rz}^* & U_{zz}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Pr \\ Pz \end{pmatrix} \quad (24)$$

영역내부의 응력관계식은 식(24)를 이용하여 내부점 p 에 관해 미분하고 변형을 구한후 Hooke의 법칙¹⁰⁾을 이용하여 각 위치에서의 응력을 구할 수 있다. 이산화방정식의 해법을 위해서는 경계에 대한 적분방정식의 수치적 계산을 위하여 경로 Γ 는 임의의 갯수의 요소로 분할하고, 각 요소에 대한 수치적분한 이후 각각 모든 요소를 합하면 된다. 경계에 대한 적분방정식의 각 변수를 전체 좌표계에서 국부 좌표계로 변환시키고 변위와 표면력 및 $d\Gamma$ 는 $J(\zeta)d\zeta$ 로 대입하여 Gauss수치적분을 적용하면 경계 적분방정식은 離散形 積分方程式으로 구성되어 아래식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} C_{ij}(P)U_j(P) &= 2\pi \sum_{m=1}^M \sum_{\xi=1}^3 \int_{-1}^{+1} U_{ij}^*(P, Q) N_i(\xi) \\ &\quad r_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad T_j \\ &\quad - 2\pi \sum_{m=1}^M \sum_{\xi=1}^3 \int_{-1}^{+1} T_{ij}^*(P, Q) N_i(\xi) \\ &\quad r_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad U_j \\ (i, j &= r, z) \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $J(\zeta)$ 는 Jacobian이고 $\int_{-1}^{+1}(\)d\zeta$ 는 M 개 Gauss 수치적분에 의해 구해진다. 각 절점에 대한 경계 적분방정식을 全 節點에 대해 수행하면 선형 대수 방정식은 다음과 같은 구해진다.

$$[A] \{U\} = [B] \{T\} \quad (26)$$

여기서 $[A]$ 는 계수 대각선 항에 기여하는 계수 C_{ij} 를 포함하며, 식(26)에 경계조건을 적용하고 未知項 $\{x\}$ 와 既知項 $\{y\}$ 로 분리한다.

선형 또는 2차 이상의 요소를 사용하는 경우에는 Fig. 2에서와 같이 경계를 거처서 트래션(traction)의 불연속성(Fig. 2의 A그림)이나 경계조건의 불일치성(Fig. 2의 B그림)이 발생하면 다음과 같은 2중절점 개념¹⁰⁾을 도입한다. 2차원 물체에서는 Fig. 3과 같이 좌표값을 갖는 두개의 경계절점(A그림)으로 구성되어 있으며 이 경우 요소의 연결성은 $k=j$ 로서 나타낸다. 그러므로 트래션의 불연속은 j 와 k 절점에 각각 다른 값의 트래션이 할당되는

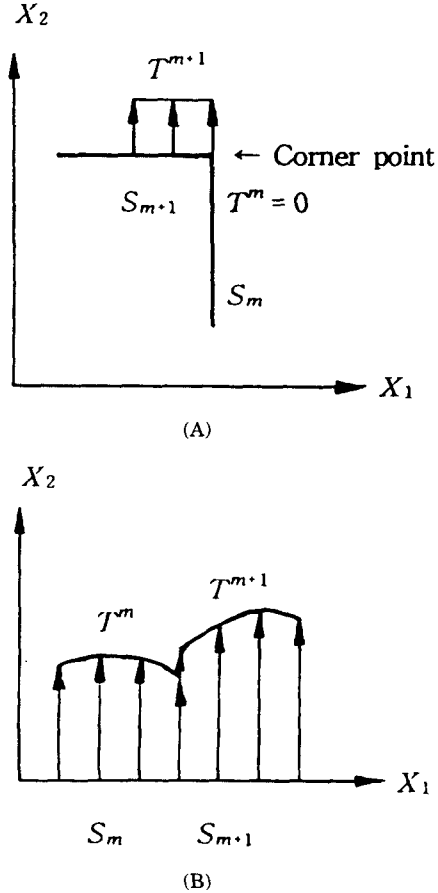


Fig. 2. Traction and boundary condition discontinuity.

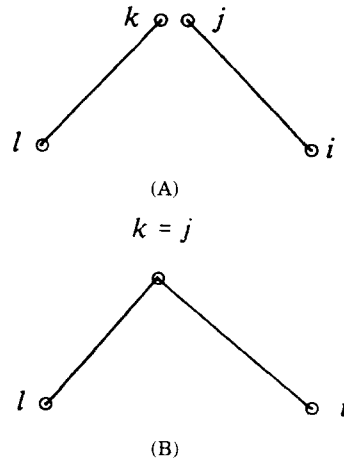


Fig. 3. The concept of double nodes illustrated for linear elements.

것(B 그림)으로 가정할 수 있다. 이때 두 절점에서의 변위는 동일하기 때문에 각 방향에서 j 와 k 에서의 트랙션 및 j 절점의 트랙션과 k 절점의 변위(또는 반대의 경우) 등 두가지 경우에 대한 경계조건의 조합이 이루어져야 한다. 이중지수형 적분법(double exponential formula)을 적용하는 경우 만일 $-1 \leq \eta \leq 1$ 에서 적분 가능 한 함수 $f(\eta)$ 를 고려하면, 이 때 함수 $f(\eta)$ 의 특성은 구간 내에서는 특이점이 없으나 $|\eta| = 1$ 에서 특별히 특이점이 존재하는 경우에는 다음과 같다.

$$I = \int_{-1}^{+1} f(\eta) d\eta \quad (27)$$

만일 m 점 Gauss수치적분법을 사용한다면

$$I = \sum_{i=1}^m W_i f(\eta_i) \quad (28)$$

식과 같고 이 경우 함수 $f(\eta)$ 의 정확한 해가 구해지지 않으므로 해의 정밀도를 높이기 위해 변수 (η) 를 변수 t 의 이중 지수형 함수(double exponential function)로 치환한다.

$$\eta = \tanh\left\{\frac{\pi}{2} \sinh(t)\right\} \quad (29)$$

따라서 식(27)은

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f\left[\tanh\left\{\frac{\pi}{2} \sinh(t)\right\}\right] \frac{\pi}{2} A(t) dt \quad (30)$$

식과 같으며 여기서 $A(t)$ 는 아랫식과 같다.

$$A(t) = \frac{\cosh(t)}{\cosh^2\left\{\frac{\pi}{2} \sinh(t)\right\}} \quad (31)$$

또한, 구간 $-1 \leq \eta \leq 1$ 은 $-\infty < t < \infty$ 로 변환되는데 이때 h 를 미소폭이라 하면 $t = \eta \cdot h$ 이 되고 $dt = h$ 가 되어 수치적분 형태로 바꿀 수 있다.

$$I = \frac{\pi}{2} h \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f\left[\tanh\left\{\frac{\pi}{2} \sinh(\eta h)\right\}\right] A(\eta h) \quad (32)$$

그리고 윗식은 $\pm\infty$ 의 구간을 가지므로 계산 불가능하여 적분가능 범위로 축소시켜야 하지만, $A(t) = A(\eta \cdot h) = A(\pm 2.5) = 1.36 \times 10^{-7}$ 이므로 $t = \pm 2.5$ 에서 I 가 급속히 zero에 수렴하므로 이 구간

에서만 계산하면 된다. 이 적분방법의 장점은 $|\eta| = 1$ 일때 $A(t) \rightarrow 0$ 로 빨리 수렴하여 오차의 누적을 방지할 수 있다는 것이다. 그러나 $|\eta \cdot h| = 1 \leq 2.5$ 일 경우 $h = 0.01$ 이라면 500회의 계산이 요구되어 정확도는 증가하는 반면에 계산시간이 증대하므로 내부 절점해를 계산할 때 내부점의 위치가 경계에서 얼마만큼 떨어져 있을때 부터 이중 지수적분법을 적용할 것인가 결정하는 문제는 계산시간의 단축면에서 중요하므로 실제 내부점에서 경계까지의 거리 r 이 해당요소 길이내에 있을 때 Gauss 적분법보다는 이중지수적분법을 사용하는 것이 오차를 감소시킬수 있는 효과적인 방안이다.

모델설정 및 해석과정

해석모델 설정에 있어서는 균등한 내압(25 N/m²)을 받는 대형선박용 후벽 유압실린더를 Fig. 4와 같이 구성하여 2차원 축대칭 문제로 분석하였으며 Table 1은 해석에 이용된 재료의 기계적 역학량들이다. 해석을 위하여 사용된 모델의 전체요소수(no. of element)는 41개, 요소의 절점 수(nodal point of element)도 같은 갯수이지만 영역 내부의 계산점의 수는 28개로 설정하여 해의 정확성을 확보하고자 하였고 프로그램의 주 흐름도(main flowchart)는 Fig. 5와 같다.

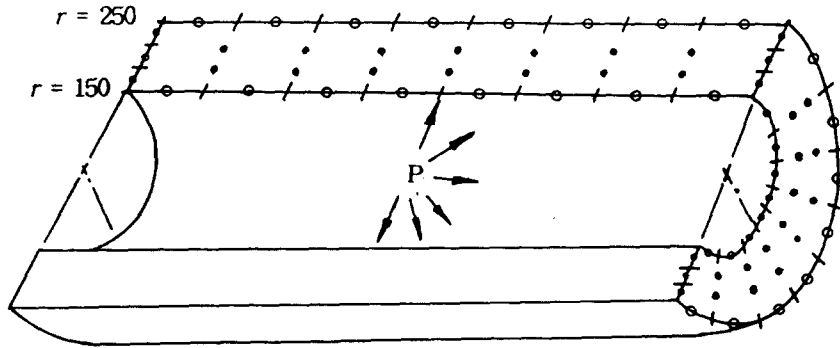
해석과정에서 결과의 타당성을 입증을 위하여 exact solution인 Lamé' 방정식과 FEM의 결과를 BEM의 결과와 상호 비교 · 검토하였다. 외압의 작용을 배제하고 내압만을 받고 있는 실린더의 반경방향 응력(radius stress, σ_r)과 접선방향 응력(circumferential stress, σ_θ)는 아래와 같은 데 a 와 b 는 내경 및 외경이며 r 은 임의의 위치에 대한 반경이다.

Table 1. Mechanical properties of material for Analysis

Permissible stress (MPa)	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Inner Radius (mm)	Outer Radius (mm)
60.5	206	0.3	150	250

대형선박용 유압실린더에서 경계요소법을 이용한 응력해석

No of element : 41EA
 Nodal point of element : 41EA
 Internal point : 28EA



working pressure(P) : 25N/m² unit : mm

Fig. 4. Mesh generation for BEM model of hydraulic cylinder.

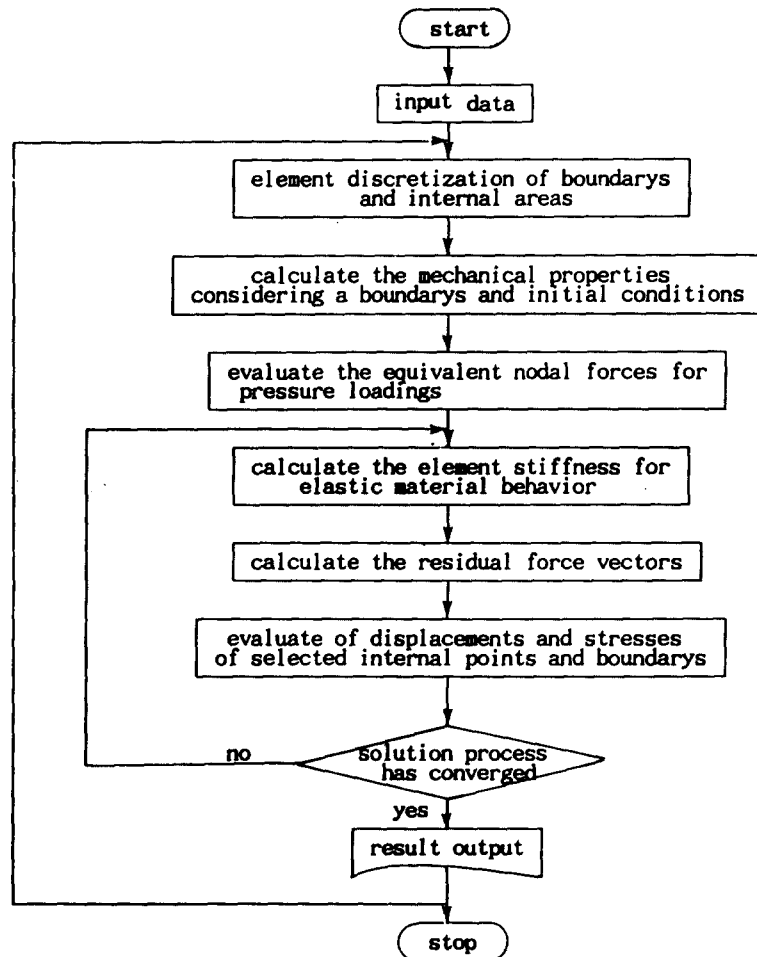


Fig. 5. Flow chart of stress analysis for hydraulic cylinder by BEM.

$$\sigma_r, \sigma_\theta = \frac{a^2 P_i}{b^2 - a^2} \left(1 \pm \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (33)$$

해석결과 및 고찰

본 연구의 모델 재료로 선정된 기계구조용 탄소강관(STKM13C, KS D 3517)은 최대 허용응력 60.5MPa, 종탄성계수 206GPa 및 Poisson's ratio 0.3의 기계적 물성치를 보유하고 있다. 내경 150mm, 외경 250mm, 반무한 길이 및 6S이하의 表面精密度로 보오링(boring)가공한 대형선박용 후벽 유압실린더에 대한 축대칭 문제로 반경방향의 응력(σ_r) 및 원주방향의 응력(σ_θ)에 대한 BEM의 해석결과를 exact solution 및 FEM의 결과와 비교 및 검토하였다.

Fig. 6은 단일절점(single node)에 의한 반경방향 응력(σ_r)의 BEM 해석결과로서 $r=150mm$ 위

치에서 24.3MPa정도의 압축응력을 나타내고 반경이 증가함에 따라 점차 소실되어 $r=250mm$ 위치에서는 zero로 수렴하고 있다. 단 부호가 없는 것은 인장응력, 음의 부호(-)는 압축응력을 의미한다.

이중절점(double node)에 의한 BEM 해석 결과는 Fig. 7에 도시하였다. 이 그림은 Fig. 6과 전체적인 크기나 경향은 유사하지만 $r=250mm$ 위치에서의 약 1MPa정도의 압축응력이 잔존하고 있음을 보여주는데 그 이유는 이중절점을 사용하는 경우 컴퓨터의 run-time 중에 truncation error가 해의 수렴에 영향을 미친 것으로 사료된다. 두 그림을 종합하면 반경방향 응력(σ_r)은 최대 25MPa 정도의 압축응력을 받고 있었으며 반경이 증가함에 따라 $r=250mm$ 위치에서는 거의 0에 수렴하고 있음이 단일절점이나 이중절점 모두 나타나고 있다.

Fig. 8은 반경방향이 증가함에 따라서 원주방향

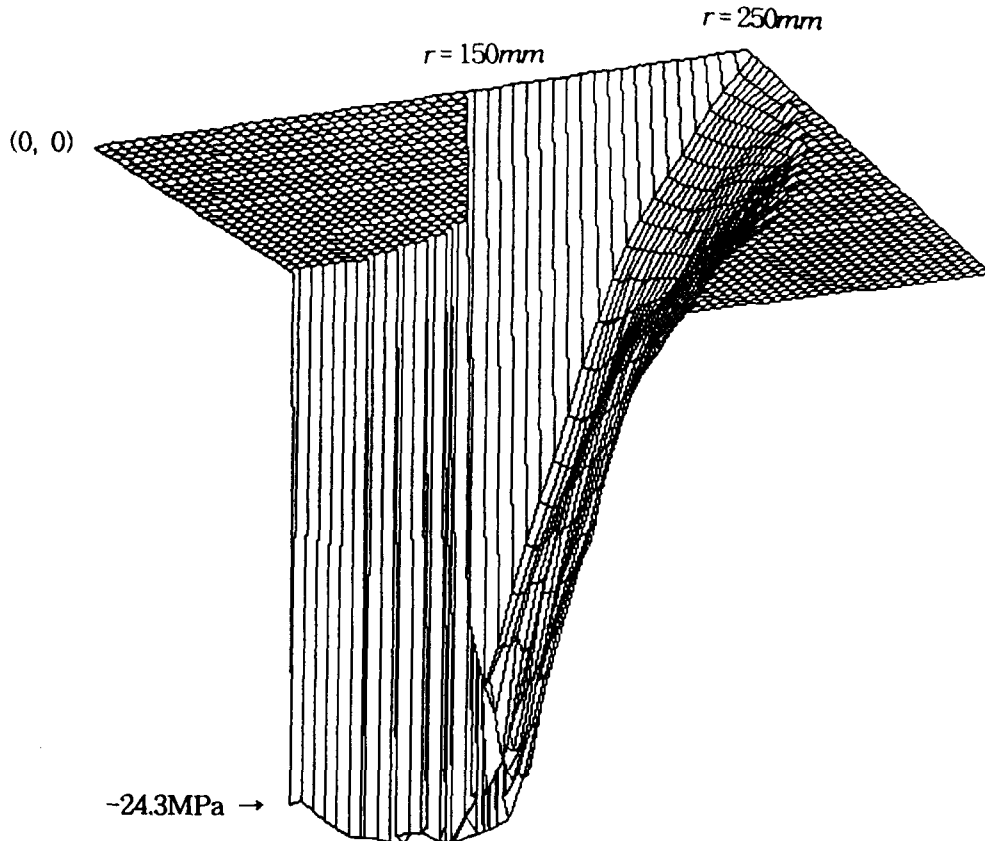


Fig. 6. σ_r in axisymmetric problem calculated by single node and single exponential formula.

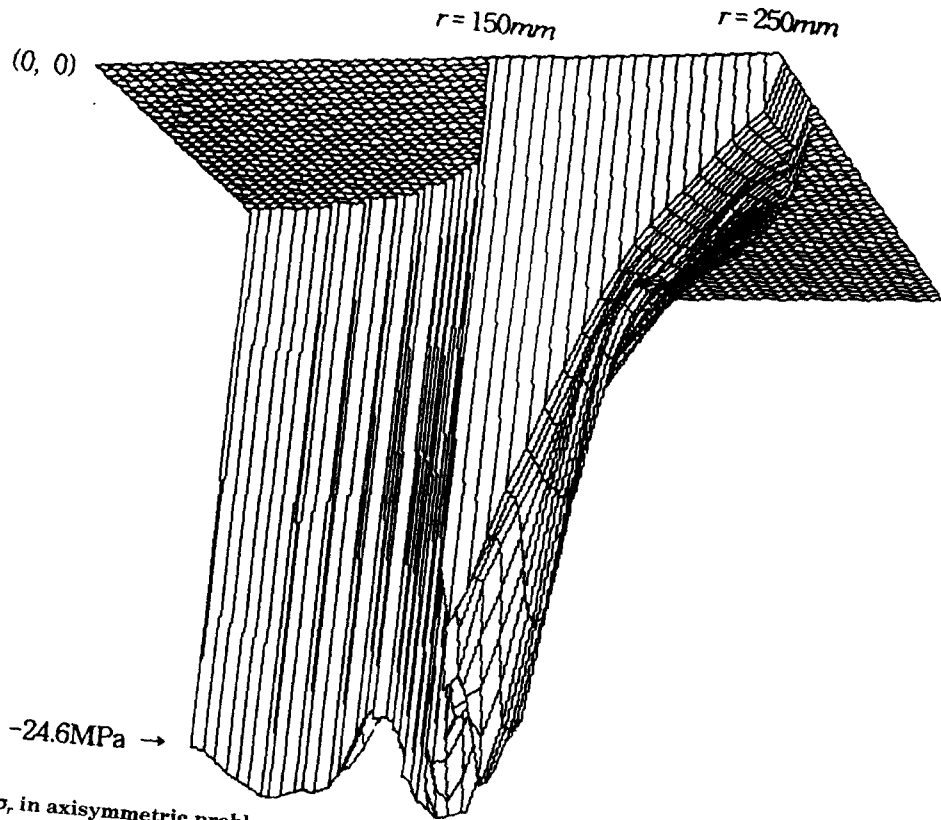


Fig. 7. σ_r in axisymmetric problem calculated by double node and double exponential formula.

응력(σ_θ)를 단일절점에 의한 BEM해석 결과와 다양한 계산방법들의 결과를 나타낸 그림이다. FEM과 BEM의 해석결과로 $r=150mm$ 위치에서 최대 $52MPa$ 의 인장응력으로서 거의 비슷하지만 exact solution과는 다소의 오차가 발생하고 있는데 그 이유는 코너부분에서의 트래션 벡터(traction vector)의 불연속성이 해의 안정성에 영향을 미친 것으로 추측된다.

한편 이중절점에 의한 해석 결과는 exact solution, FEM 및 BEM과 일치하고 있음을 Fig. 9에 나타냈다. 이 그림은 반경방향 응력(σ_r)이 압축응력으로 작용하는 것과 반대로 원주방향 응력(σ_θ)에서는 최대 $52MPa$, 최소 $28MPa$ 의 인장응력이 작용하고 있음을 보여주고 있다.

그러므로 대형선박용 유압실린더와 같은 원통형의 형상을 가진 구조물의 응력거동에 대한 해석을 위해 경계요소법을 사용하는 경우 이중절점을

이용하는 해석방법이 트래션 벡터의 불일치성을 감소시키고 해의 정확성을 제고시켜 준다는 것이 확인되었다.

요 약

수산업분야의 省力化와 조업공정의 단축으로 새로운 활로를 개척할 수 있는 방안으로 보조기계들의 유압화 및 대형화에 사용되는 후벽 유압실린더는 작동응력 거동의 분석과 파손예측의 정확성이 강구되어야만 기계고장으로 인한 해난사고의 개연성을 미연에 감소시킬 수 있다. 균일한 내압을 받는 대형선박용 유압실린더를 수치해석적 방법인 경계요소법을 사용하여 각종 응력 해석의 시도는 엄밀하나 유한요소법의 결과와 비교적 양호하게 일치하고 있다.

축대칭 형상에 대한 반경방향 응력이나 원주방

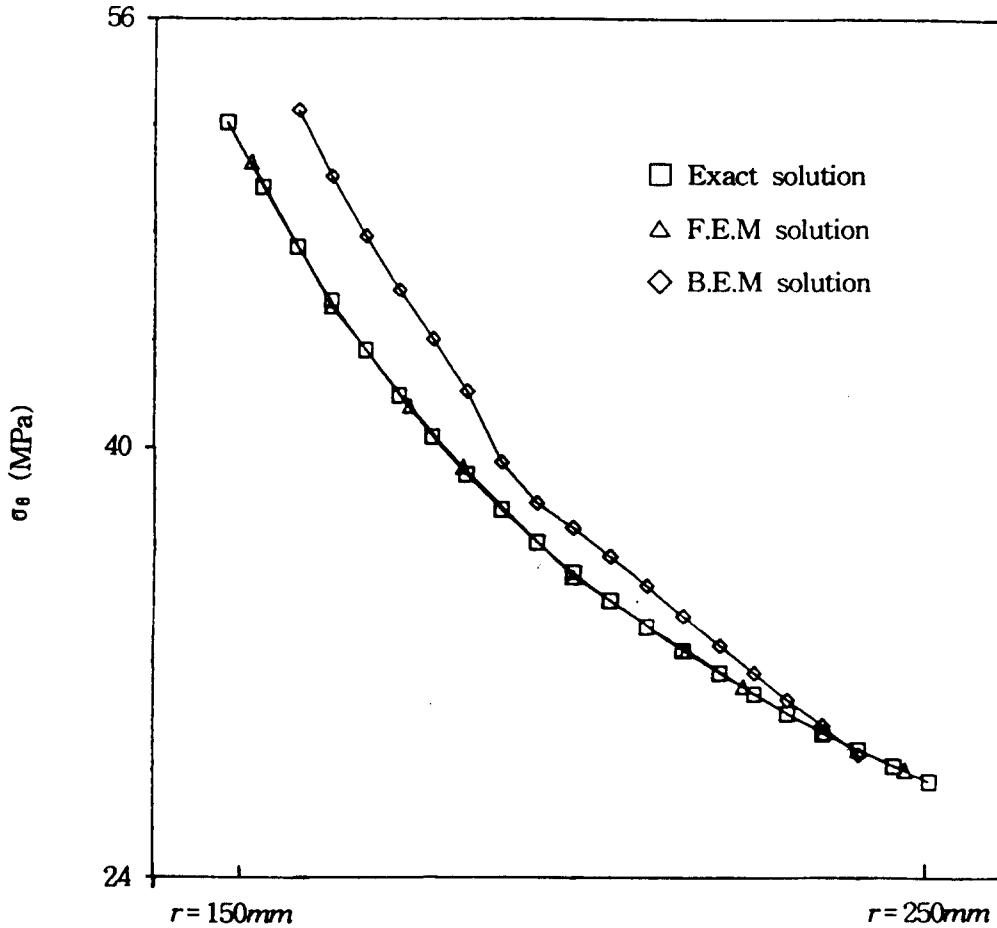


Fig. 8. σ_r in axisymmetric problem calculated by single node and single exponential formula.

항 응력의 BEM 해석결과는 단일절점과 이중절점 모두 최대 25MPa의 압축응력이나 최대 52MPa의 인장응력이 작용하고 있으므로 재료의 허용응력 내에서 작동하고 있음을 알 수 있다. 이중절점 형상함수(double node shape function)를 사용하여 원통형 형상의 구조물에 대한 수치계산 결과의 정확도를 높힐 수 있었으며 입력데이터의 증가는 오차감소에 기여하였으나 프로그램의 실행시간(run-time)을 증가시켰다. 코너에서의 트랙션벡터의 불연속 현상을 해결하기 위한 이중절점의 사용은 영역 내부해의 안정성을 확보하였고 경계부근에서의 내부해의 발산을 제거하기 위한 이중지수형 적분법 사용은 해석결과의 오차를 효과적으로 감소시켰다.

參考文獻

- 1) 重川 旦, 島田伸和(1993) : 船用補機の基礎, 成山堂書店, 東京.
- 2) T. Higashimashi *et al*(1983) : Interactive Structural Analysis System using the Advanced Boundary Element Method, Proce. of the 5th Inter. Confer., Boundary Elements, pp. 847 - 856.
- 3) K. J. Bathe(1983) : Finite Element Procedures Engineering Analysis, Prentice - Hall, New Jersey.
- 4) 木原諄二, 相澤龍彦(1981) : 境界要素法の二次元弾性問題への應用, 鐵と鋼, 第6號, pp. 720 - 725.
- 5) M. A. Jaswon(1963) : Integral Equation Method in Potential Theory I, Proce. Roy. Soc., Ser. A.

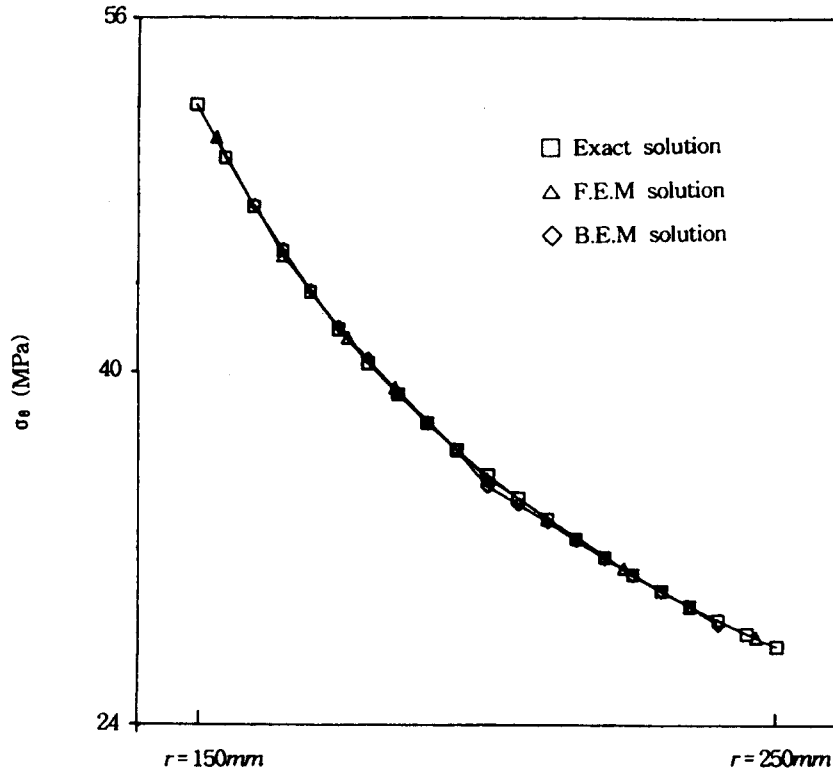


Fig. 9. σ_r in axisymmetric problem calculated by double node and double exponential formula.

- 275, pp. 23 - 32.
- 6) G. T. Symm(1963) : Integral Equation Method in Potential Theory II, Proce. Roy. Soc., Ser. A. 275, pp. 33 - 46.
 - 7) M. A. Jaswon and A. R. Ponder(1963) : An Integral Equation Solution of the Torsion Problem, Proce. Roy. Soc., Ser. A. 273, pp. 237 - 246.
 - 8) F. J. Rizzo(1967) : An Integral Equation Approach to Boundary Value Problems of Classical Elastostatics, Appl. Math., Vol. 25, pp. 83 - 95.
 - 9) T. A. Cruse(1969) : Numerical Solutions in Three - Dimensional Elastostatics, Int. J. Solid Struct., Vol. 5, pp. 1259 - 1274.
 - 10) T. A. Cruse(1974) : An Improved Boundary Integral Equation Method for 3 - Dimensional Elastic Stress Analysis, Com. and Struct., Vol. 4, pp. 741 - 754.
 - 11) J. C. Lachat and J. O. Watson(1975) : A Second Generation Boundary Integral Equation Program for Three Dimensional Elastic Analysis in Boundary Integral Equation Method, Computational Application in Applied Mechanics, Amd. Vol. 11, ASME, NewYork.
 - 12) T. Kermanidis(1975) : A Numerical Solution for Axially Symmetrical Elasticity Problems, Int. J. Solid Struct., Vol. 11, pp. 493 - 500.
 - 13) M. Mayr(1976) : The Numerical Solution of Axisymmetric Elasticity Problems using an Integral Equation Approach, Mech. Res. Comm., Vol. 3, pp. 393 - 398.
 - 14) R. B. Wilson et al(1977) : Numerical Solution in Axisymmetric Elasticity, Com. and Struct., Vol. 7, pp. 445 - 451.
 - 15) A. A. Bakr and R. T. Fenner(1983) : Uas of the Hankel Transform in Boundary Integral Methods for Axisymmetric Problems, Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 19, pp. 1765 - 1769.
 - 16) 金鈺三, 曹義一, 閔壽泓 (1992) : 境界要素法을 이용

김 옥 삼

- 한 鑄鐵製 鑄型의 溫度解析에 관한 研究, 大韓機械
學會論文集, 第16卷 第3號, pp. 485 - 496.
- 17) 田中正隆(1982): 連續體力學への境界要素法の應
用, 機械の研究, 第34卷 第1號, pp. 40 - 44.
- 18) 神谷紀生(1981): 新しい數値解析法-境界要素法
(2), 機械の研究, 第33卷 第12號, pp. 1367 - 1372.