

태양계 행성의 고정확도 위치계산에 관한 연구(II)¹

신종섭 · 안영숙 · 박필호 · 박은광 · 박종욱
한국표준과학연구원 천문대

SOFTWARE DEVELOPMENT OF HIGH-PRECISION EPHEMERIDES OF SOLAR SYSTEM (II)

Jong-Seob Shin, Young-Shoek Ahn, Pil-Ho Park,
Eun-Kwang Park, and Jong-Uk Park
Korea Astronomy Observatory, Taejeon, 305-348

(Received April 26, 1995; Accepted May 25, 1995)

요 약

상대론을 포함한 행성의 운동방정식을 중심으로 9개의 행성과 달, 그리고 4개의 소행성을 포함한 태양계의 n체 문제를 다루었다. 이 기본방정식에 지구와 달의 figure potential과 지구의 solid tidal effect를 외력으로 하는 섭동방정식을 추가하였다. 지구의 orientation을 J2000.0을 기준으로 하는 세차와 장동에 관한 식을 채택하였고, 달의 orientation에 대해서는 J2000.0을 기준으로 하는 달의 칭동 모델을 선택하고 Eckert의 행성섭동효과를 추가하였다. 각각의 subroutine별로 테스트를 거쳐 이들을 결합하여 'SSEG (Solar System Ephemerides Generator)'라는 소프트웨어 package를 개발한 후, CRAY-2S 슈퍼컴퓨터를 사용하여 프로그램을 수행하였다. 기준 시각인 JD2440400.5를 기준으로 하여, 1일 간격으로 40,000일 (약 110년) 동안 각 행성의 위치 (태양중심 황도직교좌표값)를 계산한 후, 이 결과의 정확도를 검증하기 위하여 JPL의 DE200 자료와 우리의 결과를 비교하였다. 이 연구로부터 얻은 결과로서 행성들의 위치 성분에 대한 최대오차가 100년 동안 $\pm 2 \times 10^{-8}$ AU (약 ± 3 km) 이하로 나타났다.

ABSTRACT

We solved n-body problem about 9 planets, moon, and 4 minor planets with relativistic effect related to the basic equation of motion of the solar system. Perturbations including figure potential of the earth and the moon and solid earth tidal effect were considered on this relativistic equation of motion. The

¹이 연구는 과학기술처의 첨단요소기술개발 과제의 지원으로 수행되었습니다.

orientations employed precession and nutation for the earth, and lunar libration model with Eckert's lunar libration model based on J2000.0 were used for the moon. Finally, we developed heliocentric ecliptic position and velocity of each planet using this software package named the SSEG (Solar System Ephemerides Generator) by long-term (more than 100 years) simulation on CRAY-2S super computer, through testing each subroutine on personal computer and short-time (within 800days) running on SUN3/280 workstation. Epoch of input data JD2440400.5 were adopted in order to compare our results to the data archived from JPL's DE200 by Standish and Newhall. Above equation of motion was integrated numerically having 1-day step-size interval through 40,000 days (about 110 years long) as total computing interval. We obtained high-precision ephemerides of the planets with maximum error, less than $\pm 2 \times 10^{-8}$ AU ($\approx \pm 3$ km) compared with DE200 data(except for mars and moon).

1. 역사적 배경과 서론

천체력은 1767년부터 'The Nautical Almanac'이라는 이름으로 영국에서 최초로 발간하기 시작했고, 미국은 1855년부터 'The American Ephemeris'라는 천체력을 발간하기 시작했다. 영국의 초기 천체력을 항해력이라고 명칭을 부여한 것만 보아도 알 수 있듯이 인간이 육지를 떠나 해양으로 관심을 돌리기 시작한 이래로 천체의 위치는 인간의 활동에 매우 중요하고도 필수적인 기준이 되고 있음을 나타내고 있다. 1960년부터는 영국과 미국이 합작으로 'Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris'으로 발전한 다음, 1981년에 'American Ephemeris and Nautical Almanac'과 'Astronomical Ephemeris'가 합쳐져서 'Astronomical Almanac'으로 통합되었다.

혜성과 작은 소행성들을 제외한 비교적 큰 태양계 천체(특히 행성과 달)의 위치 계산에 대한 역학적인 접근은, 다른 모든 분야의 학문과 기술의 발전이 그렇듯이, 1970년대에 들어서서 컴퓨터 하드웨어의 발달과 함께 비약적인 발전을 거듭해왔다. 특히 천체역학과 우주기술 분야에서는 수치의 정밀함으로 보나 대규모의 고속 계산으로 보나, 컴퓨터는 매우 편리한 필수적인 도구가 되었다. 이러한 컴퓨터의 발달에 힘입어, 태양계 행성의 상호 질량에 의한 중력을 모태로하는 역학적인 모델을 세우기 시작했다. 이를 바탕으로 각 행성의 위치를 정확하게 계산하려는 노력이 1970년대 후반에 들어서야 빛을 보기 시작했는데, 태양계 탐사선인 보이저 1호와 2호 발사를 준비하면서 미국의 제트추진연구소가 주축이 되어 비약적으로 도약하기에 이르렀다. 이로써 미국은 1982년에 Standish에 의해 DE102와 DE118을 거쳐서 DE200모델이 발표되었다. 미국의 주된 연구와 기술개발의 방향은 행성들의 상호 중력에 의한 역학적인 모델을 기초로 이를 컴퓨터에 의한 모의 실험 끝에, 1000분의 1초라는 정확도로 행성의 위치를 계산해내는 업적을 이룩하였다.

이와는 상대적으로, 프랑스는 수치해석화적인 접근을 이 분야에 대한 연구의 기초로 삼고 있는 것을 볼 수 있다. 1980년에 2차항 행성운동이론에 이어서 1981년에 3차항 행성운동이론을 발표하고, 1982년에는 VSOP82(1982 des Variations Seculaires des Orbites Planetaires)를 발표하여 미국의 DE200에 견줄만한 업적을 남겼다.

한편, 일본은 1983년경 Fukushima에 의해 일본판 천체력 소프트웨어를 완성했다. 그러나 우리나라는 1992년까지 'The Astronomical Almanac'에 실린 적경과 적위를 기본자료로 취하여 '역서'를 편찬하는 후진성을 면하지 못하고 있다가 J. Meeus가 1991년에 출판한 'Astronomical Algorithms'를 기반으로 1993년에 역서 편찬 소프트웨어를 다시 개발하여 이용하고 있다. 이 소프트웨어와 고정도 천체력 소프트웨어를 접목함으로써 이제는 우리나라도 독자적인 천체력을 위한 자료를 생산하기에 이르렀다. 따라서, 이 분야도 선진국과의 기술 격차를 10년 정도로 줄일 수 있었고, 이제는 이러한 기술이 선진국 수준에 이르렀다고 평가할 수 있다 (신 종섭 등 1993).

천체력은 매우 기초적인 자료이므로 여러 분야에 이용되고 있다. 그 중 대표적인 것만 꼽는다면 다음과 같다.

- (1) 인공위성의 궤도 계산, 자세 조정, 자세 제어, sun sensor와 earth sensor의 방향 조정,
- (2) 천체력('역서': 천문대 출판), 또는 항해력('천측력': 교통부 수로국 출판) 제작,
- (3) 연대학 (chronology)에 필요한 자료 생산,
- (4) 태음태양력을 사용하는 나라에서 장기적인 달력 제작,
- (5) 태양열을 이용하는 또는 태양빛을 고려한 건축 설계의 참고 자료 생산,
- (6) 농산물의 일조량 조절 장치 개발에 필요한 태양의 방위각과 고도 제공.

우리는 가능한 한 위와 같은 분야에 필요한 자료를 계산해내기 위해서 (1)태양계 행성의 위치에 대한 정확도의 order가 10^{-8} AU가 되도록 계산하고, (2)기준 시각 (epoch)으로부터 100년 동안 이 정확도를 유지하도록 운동방정식을 세우고, 3단계로 나누어 기준 시각 (epoch)으로부터 800일(약 2년) 동안 계산 (신종섭 등 1990)하여 정확도를 평가한 후, 기준 시각으로부터 4,000일(약 11년) 동안의 계산 결과를 확인한 다음, 기준 시각으로부터 장기간 (40,000일 \approx 110년) 동안 4,000일 단위로 구분하여 연속적으로 계산을 수행하여 최종적인 결과를 얻었다. 이 최종 결과와 JPL의 DE200 으로부터 얻은 각 행성에 대한 위치 성분 (태양중심 황도좌표값)과 달에 대한 위치 성분(지구중심 황도좌표값)을 각각 비교하여, DE200의 자료와 우리가 계산한 자료와의 최대 오차가 $\pm 2 \times 10^{-8}$ AU($\approx \pm 3$ km) 이하임을 확인하였다 (화성과 달은 예외).

2. 운동방정식과 적분

운동방정식은 Newhall et al. (1983)의 상대론을 포함한 점질량 상호 중력을 나타내는 Newton 방정식을 기반으로 하고, 4개의 소행성 (세레스, 팔라스, 유노, 베스타)을 추가하여 모두 15개의 태양계 천체를 다루었다. 이 요소를 포함하는 운동방정식으로서 JE (Japanese Ephemerides) 모델 (Fukushima 1991)을 따라 설정하였다. 이 모델에서 제시한 운동방정식을 PPN (Post Parameterized Newtonian)요소인 β 와 γ 를 다음과 같은 근사식을 얻음으로써 2% 이내의 허용오

차를 갖도록 β 와 γ 를 각각 1로 가정한 운동방정식으로 변형하여 사용하였다. β 와 γ 에 대한 근사식은 각각 다음과 같다.

$$\beta = 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{M}{r}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{M}{r}\right)^2 - \frac{5}{16} \left(\frac{M}{r}\right)^3 + O\left(\frac{M}{r}\right)^4 \quad (1)$$

$$\gamma = 1 + \frac{3}{4} \left(\frac{M}{r}\right) + \frac{1}{4} \left(\frac{M}{r}\right)^2 + \frac{1}{32} \left(\frac{M}{r}\right)^3 \quad (2)$$

표 1. 운동방정식에 사용한 각종 상수들.

물리자료	상수	물리자료	상수
scale factor	149597870.66 km/AU	Lunar	
빛의 속도	299792458 km/sec	J ₂	-0.202150907893 × 10 ⁻³
지구 반경	6378.140 km	J ₃	-0.121260448837 × 10 ⁻⁴
달 반경	1738.0 km	J ₄	1.45383007072 × 10 ⁻⁷
각 행성에 대한 태양 질량비		C ₂₂	0.2230351309 × 10 ⁻⁴
태양/수성	6023600.0	C ₃₁	0.307082741328 × 10 ⁻⁴
태양/금성	408523.5	C ₃₂	0.488840471683 × 10 ⁻⁵
태양/(지구+달)	328900.55	C ₃₃	0.143603108489 × 10 ⁻⁵
태양/화성	3098710.0	C ₄₁	-7.17780149806 × 10 ⁻⁶
태양/목성	1047.350	C ₄₂	-1.43951838385 × 10 ⁻⁶
태양/토성	3498.0	C ₄₃	-8.54788154819 × 10 ⁻⁸
태양/천왕성	22960.0	C ₄₄	-1.5490389313 × 10 ⁻⁷
태양/해왕성	19314.0	S ₃₁	0.561066891941 × 10 ⁻⁵
태양/(명왕성+샤론)	130000000.0	S ₃₂	0.168743052295 × 10 ⁻⁵
달/지구	0.012300034	S ₃₃	-3.343544677 × 10 ⁻⁷
소행성 질량(단위 : 태양질량)		S ₄₁	2.94743374914 × 10 ⁻⁶
세레스(Ceres)	1.695 × 10 ⁻⁹	S ₄₂	-2.8843721272 × 10 ⁻⁶
팔라스(Pallas)	9.247 × 10 ⁻⁹	S ₄₃	-7.88967312839 × 10 ⁻⁷
유노(Juno)	0.0 × 10 ⁻¹⁰	S ₄₄	5.6404155572 × 10 ⁻⁸
베스타(Vesta)	7.253 × 10 ⁻⁹		
Terrestrial			
J ₂	-0.108263 × 10 ⁻²		
J ₃	0.254 × 10 ⁻⁵		
J ₄	0.161 × 10 ⁻⁵		
Love number k ₂	0.30		
Lag angle δ	0.040700012 rad		

표 2. 태양중심좌표계에서 행성의 위치와 속도에 대한 초기값. 지구+달의 자료는 지구와 달의 질량중심의 태양중심 황도좌표값이고, 달의 자료는 지구중심 황도좌표값이다.

기준시각 = JD2440400.5

행성	성분	X(AU)	Y(AU)	Z(AU)
		x $\dot{}$ (AU/day)	y $\dot{}$ (AU/day)	z $\dot{}$ (AU/day)
수성	위치	0.3572602125469637	-0.0915490552856160	-0.0859810041345357
	속도	0.0033678452045578	0.0248893428375858	0.0129440715971589
금성	위치	0.6082494377664410	-0.3491324440476979	-0.1955443255802174
	속도	0.0109524199354744	0.0156125069115477	0.0063288764369226
지구	위치	0.1160149170445448	-0.9266055580530981	-0.4018062651178245
	+ 달 속도	0.0168116200395886	0.0017431312618369	0.0007559750797652
화성	위치	-0.1146885654620408	-1.3283665333857924	-0.6061551874692804
	속도	0.0144820048365776	0.0002372851745687	-0.0002837487568616
목성	위치	-5.3842086414063779	-0.8312499973536026	-0.2250980292600321
	속도	0.0010923674506708	-0.0065232939031698	-0.0028230121107231
토성	위치	7.8898894267322754	4.5957099267226118	1.5584291663445347
	위치	-0.0032172051412201	0.0043306320894907	0.0019264168192697
천왕성	위치	-18.2698911379855140	-1.1627330499135324	-0.2503765043458524
	속도	0.0002215444612959	-0.0037676549166365	-0.0016532438908973
해왕성	위치	-16.0595043341729138	-23.9429413060151006	-9.4004277295751457
	속도	0.0026431259526341	-0.0015034868645846	-0.0006812685565920
명왕성	위치	-30.4879969725404649	-0.8732165362302333	8.9113520872503180
	속도	0.0003225417687984	-0.0031487599655419	-0.0010801855125339
달	위치	-0.0008081772358351	-0.0019946300374420	-0.0010872627216209
	속도	0.0006010848314829	-0.0001674454691501	-0.0000855620810990
세레스	위치	-0.2249874562162587	2.3682506344555746	1.1675272211710758
	속도	-0.0104838080450407	-0.0023235202054169	0.0010325123677654
팔라스	위치	2.2049037481904335	1.3941737706720667	-0.4391166967313708
	속도	-0.0077884350646726	0.0074685512508617	-0.0008825914877367
유노	위치	-2.3310800998293037	-2.3460755334838384	-0.3434447109107581
	속도	0.0054065798723710	-0.0060039420143327	-0.0013542335358521
베스타	위치	0.9835547006259327	2.2479915634976343	0.7694590087952170
	속도	-0.0093283813623679	0.0033452018242596	0.0025634099258003

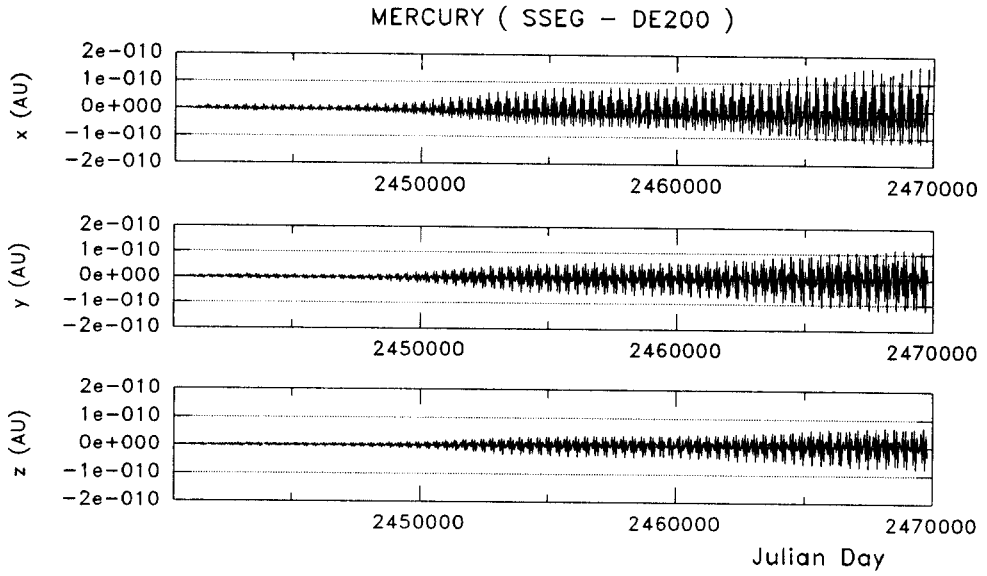


그림 1. 수성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

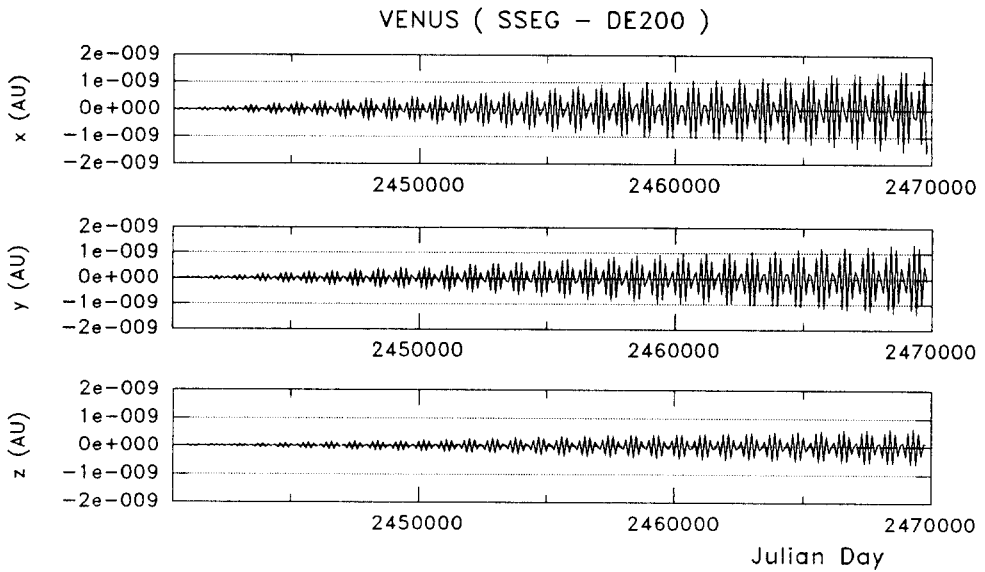


그림 2. 금성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

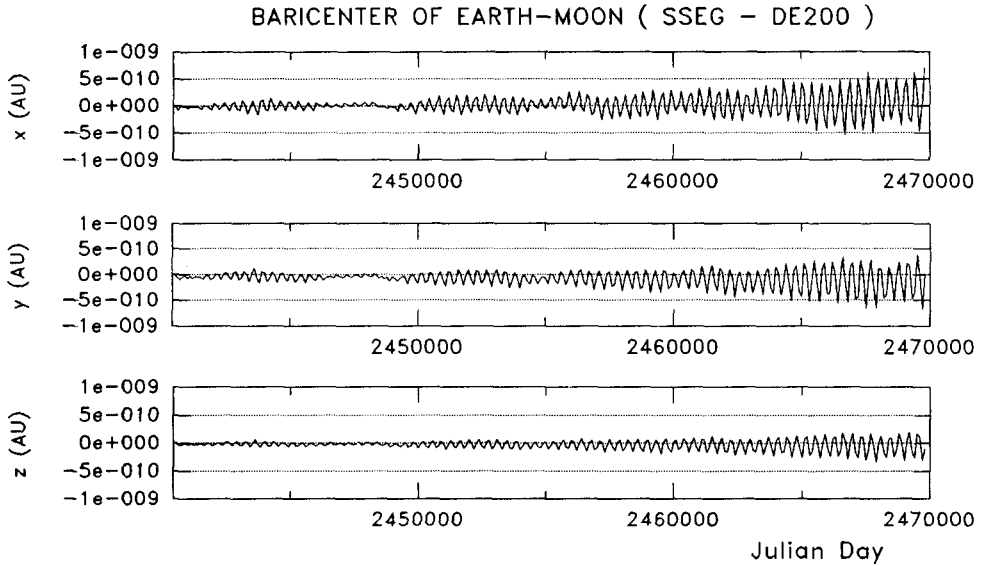


그림 3. 지구+달계의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

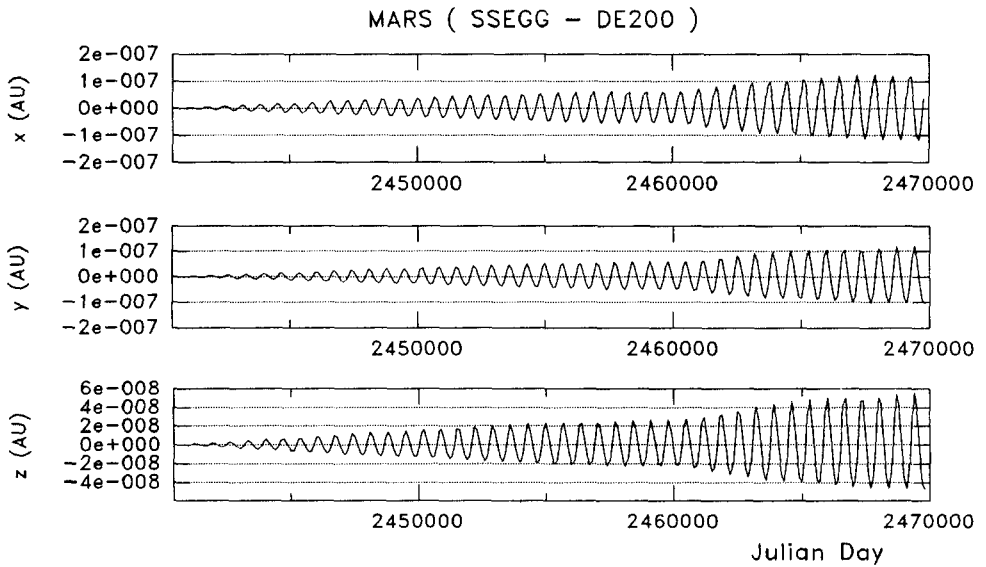


그림 4. 화성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

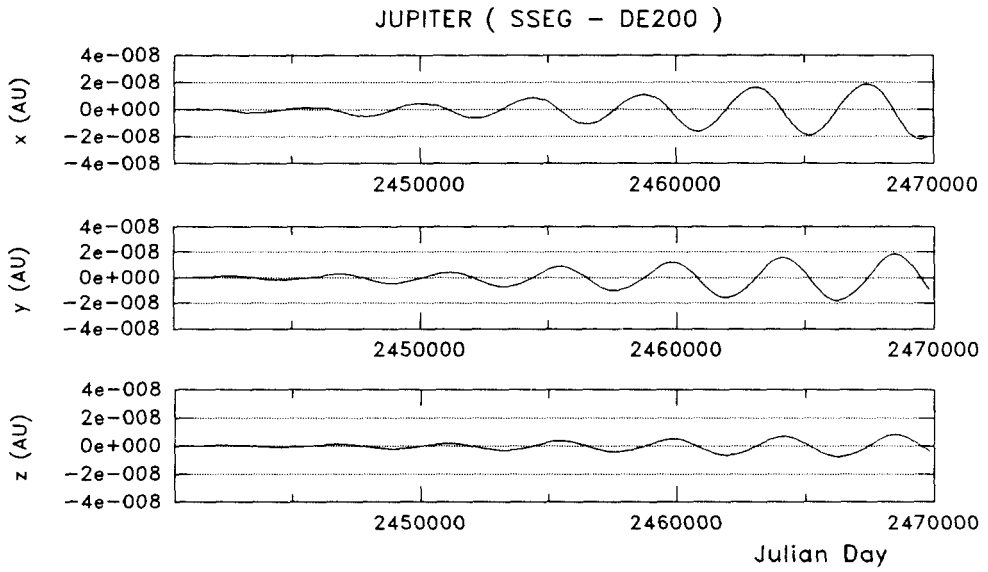


그림 5. 목성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

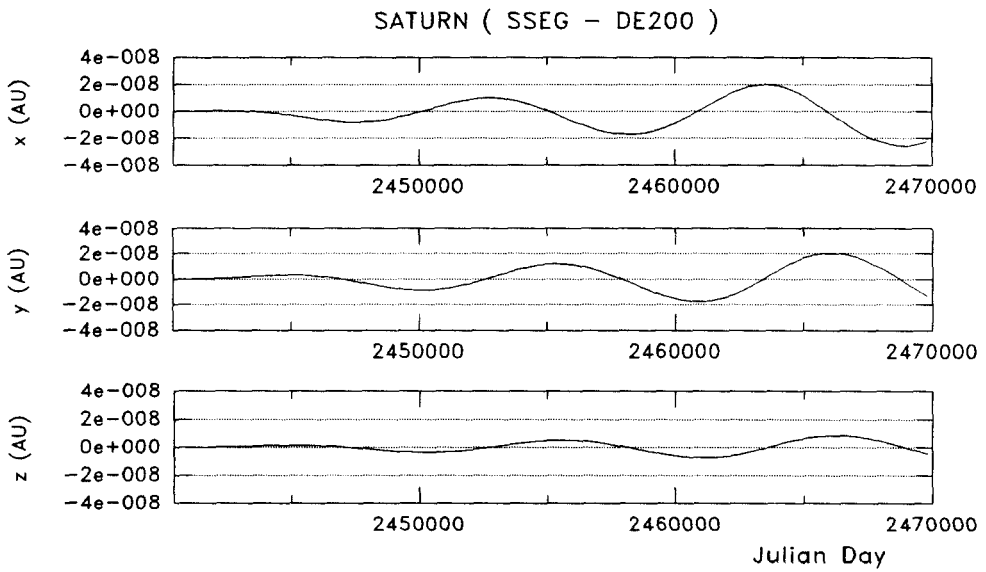


그림 6. 토성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

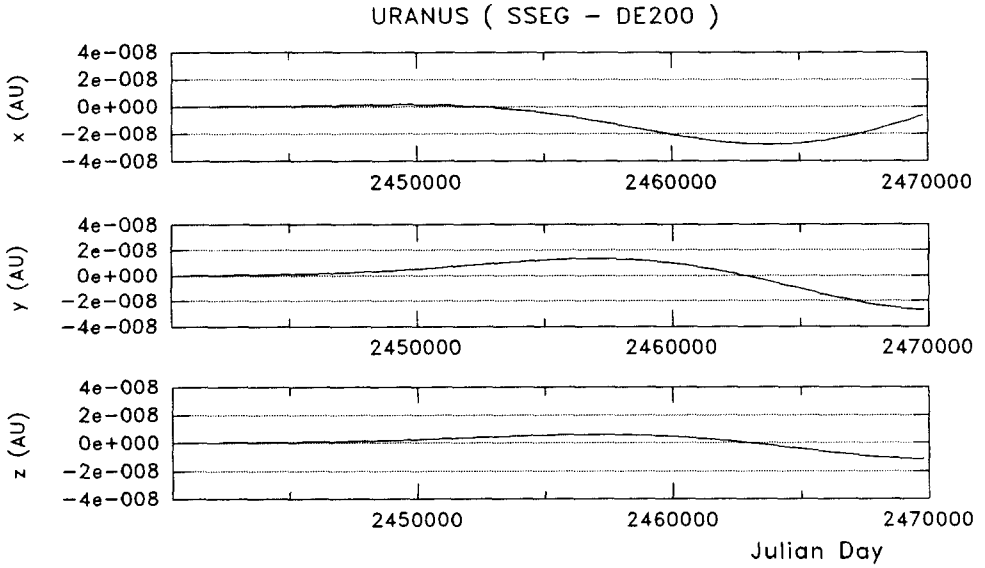


그림 7. 천왕성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

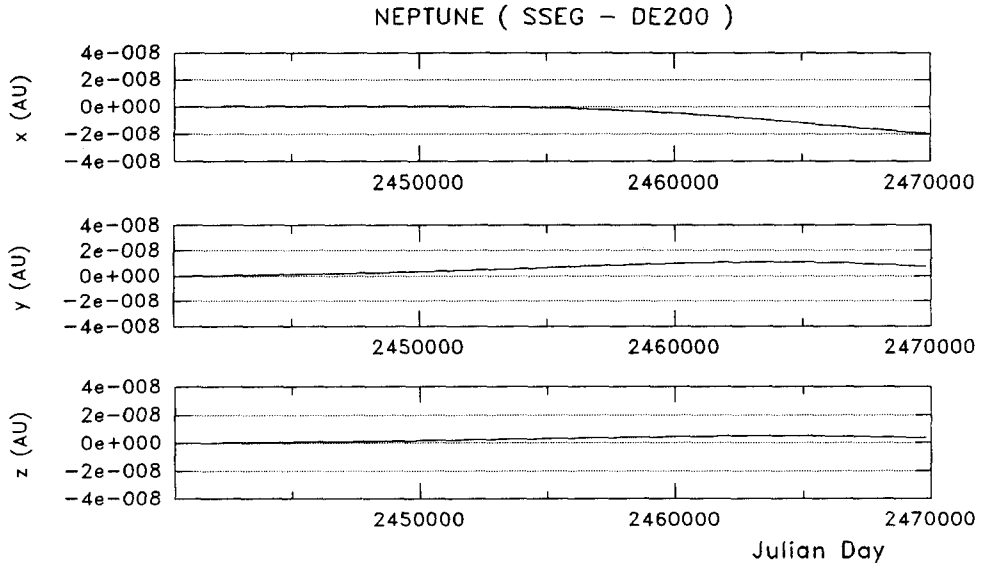


그림 8. 해왕성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

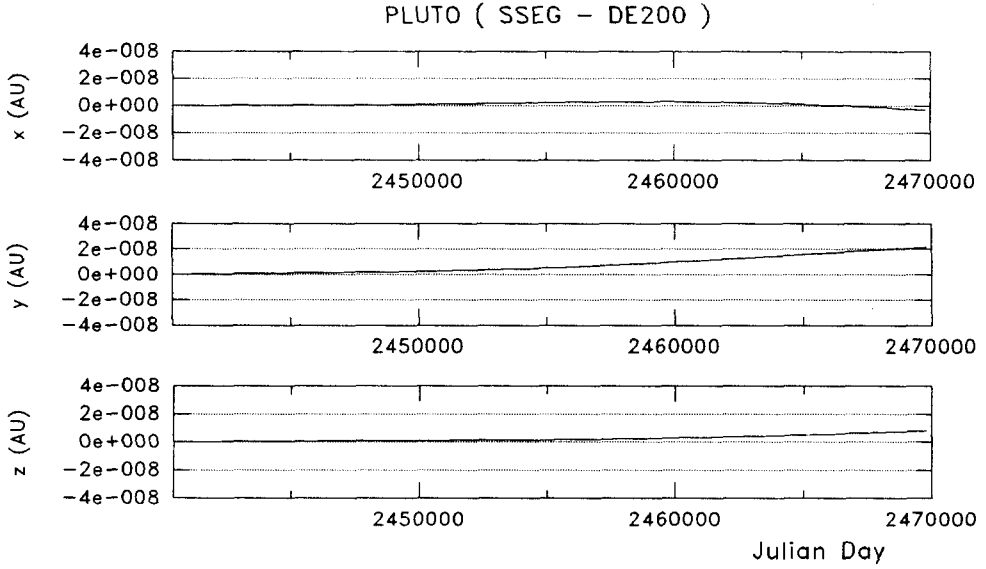


그림 9. 명왕성의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

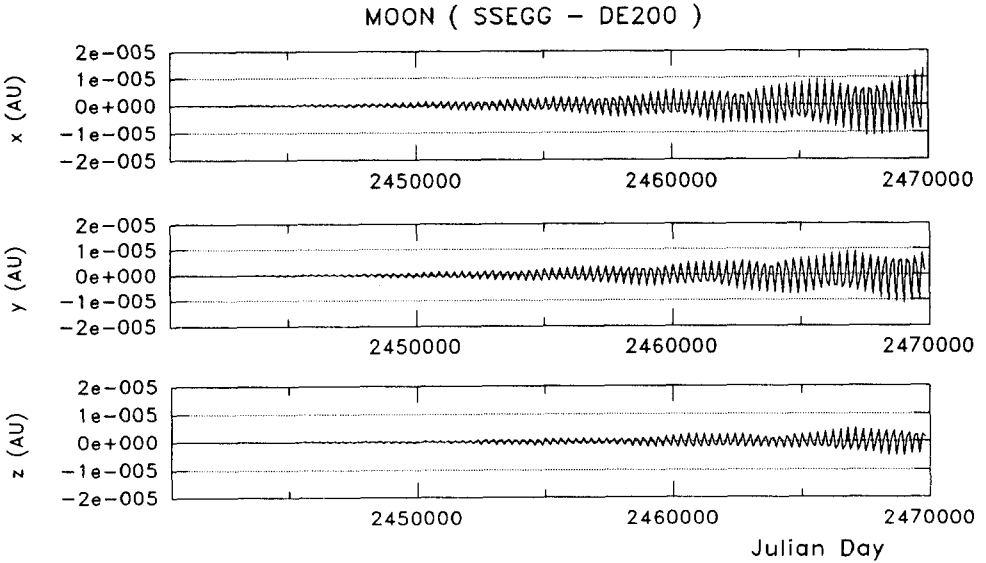


그림 10. 달의 위치성분 계산결과와 DE200과의 차이 (JD2440400.5부터 JD2469808.5까지).

여기서 M 은 태양질량 단위이고 r 은 태양으로부터 명왕성까지의 거리로서 AU 단위이다.

이 운동방정식에 지구와 달에 대해서 각각 figure potential과 지구의 solid earth tide 섭동을 추가하였다 (Newhall et al. 1983). 또한 달의 칭동 모델에 대해서 Eckhardt의 행성섭동을 추가하였다. 운동방정식을 풀기 위하여 계산에 필요한 각종 상수를 JPL의 DE200/LE200 (Standish 1992)으로부터 추출한 값들(표 1 참조)을 이용하였다. 이는 우리의 결과를 DE200의 결과와 비교하기 위해서 DE200 자료가 0.001초 (Kammeyer 1989)의 정확도를 갖고 있기 때문이다.

운동방정식에 표 1에 보인 상수와 표 2에 제시한 초기 조건을 넣고 1일 간격으로 수치적분방법으로 방정식을 풀었다. 수치적분방법으로 mid-point method로부터 파생되어 Gragg (1965)의 extrapolation method를 변형, 발전시킨 Aitken-Neville polynomial extrapolation 방법을 사용하였다. Extrapolation method는 궤도이심율에 관계없이 가장 오차가 적은 적분방법(Fukushima 1989)으로 이 방법에는 두 가지의 Bulirsch sequence와 Romberg, Harmonic, Even number sequence 등이 사용되는데, 방정식을 풀기 위해 우리가 채택한 Bulirsch sequence의 n_i 는 다음과 같다.

$$\text{Bulirsch sequence } \xi_B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 64\} \quad (3)$$

이 적분방법은 round-off error를 줄일 수 있고 적분을 위한 구간의 크기를 비교적 크게 잡을 수 있어서 장기간 적분과 계산 속도를 높일 수 있다는 장점이 있다.

3. 결과와 토의

행성에 대한 매일의 위치를 얻기 위해서 1일 간격으로 적분하여 얻은 결과를 그림 1부터 그림 10에 제시하였다. 이 그림들로부터 행성들의 위치 계산 결과의 정확도는 DE200의 자료와 비교할 때, $\pm 2 \times 10^{-8}$ AU ($\approx \pm 3$ km)의 오차로 나타나고 있어서 epoch로부터 약 100년 동안 이 정확도 이내를 필요로 하는 분야에서 사용할 수 있다. 태양계 행성에 대해서 JD2440400.5~JD2480400.5 기간에 대한 행성의 위치 계산 결과를 얻음으로써 이 연구의 목표에 도달했다고 할 수 있다. 그러나 소행성의 영향을 가장 많이 받는 화성의 위치 정확도가 다른 행성들보다 10배 떨어지므로 화성의 위치를 정밀하게 계산하려면 소행성의 더 정확한 위치 자료가 필요하다. 또한 달의 위치는 행성들에 비해서 정확도가 order 2 ~ order 3 정도 떨어진다. 이러한 부정확도의 가장 큰 원인은 달의 칭동이 부정확하기 때문이다 (Fukushima 1993). 그러므로 앞으로 연구 방향은 소행성의 정확한 위치를 관측하고, 달의 칭동에 관한 연구와 모델을 개선해야 할 것이다. 이를 바탕으로 약 1억년 또는 그 이상까지 거슬러 올라갈 수 있어서, 역학적인 측면에서 태양계의 진화를 조명할 수 있을 것이다.

참고 문헌

- 신종섭, 김천휘, 안영숙, 박필호, 박재우, 신영훈 1990, 기본연구과제 연구보고서 (B9013), 과학기술처, 15
- 신종섭, 안영숙, 박필호, 박은광, 박종욱, 김도완, 이현주 1993, 첨단요소과제 연구보고서 (92-5100-401), 과학기술처, 16
- Fukushima, T. 1989, *Celestial Mechanics*, 45, 73
- Fukushima, T. 1991, private communication
- Fukushima, T. 1993, private communication
- Gragg, W. B. 1965, *SIAM J. Numer. Anal.*, 2, 384
- Kammeyer, P. 1989, *Celestial Mechanics*, 45, 311
- Newhall, X. X., Standish, E. M. & William, J. G. 1983, *A&Ap*, 125, 150
- Standish, E. M. 1992, private communication