

## 다공성 매질에서 이력현상에 대한 실험적 연구 Experimental Study on Hysteresis Phenomena in Porous Media

강 우 영\* · 박 재 현\*\* · 박 창 근\*\*\* · 선 우 중 호\*\*\*\*

Kang, Woo Young · Park, Jae Hyeon · Park, Chang Kun · Sonu, Jung Ho

---

### Abstract

The water retention function which has the hysteresis phenomena is required to analyze the Richards equation which is a governing equation of the unsaturated flow, and its hysteresis phenomena has influence upon the characteristics of the unsaturated flow. The accuracy of the published hysteresis models is compared by using experimental data of the water retention function. The apparatus to experiment the hysteresis phenomena on the soil is developed, and experimental data for the main wetting process and the main drying process of the water retention function are obtained. The parameters of the van Genuchten equation are calibrated by using experimentally obtained data. As a result of the comparison of the selected hysteresis models which simulate the main drying curve from the main wetting curve, the Model I-1(Mualem) overestimates and the Model II-1(Mualem) underestimates but the Model III-2(Park and Sonu) similarly estimates the experimental data of the main drying curve.

---

### 요 지

비포화 흐름의 지배방정식인 Richards식을 수치해석하기 위해 필요한 물보유함수는 이력현상을 가지고 있으며 이러한 이력현상은 비포화 흐름특성에 중요한 영향을 미친다. 본 연구에서는 토양시료의 물보유함수 실측치를 이용하여 기존의 이력현상 모형들의 정확성을 검토하였다. 이를 위해 물보유함수 이력현상을 실측할 수 있는 실험장치를 개발하여 국내 토양시료를 대상으로한 주젖음과정과 주마름과정의 실측치를 구하였고, 이 자료로부터 물보유함수 추정식인 van Genuchten식의 매개변수를 추정하였다. 추정된 주젖음곡선을 이력현상 모형인 Model I-1(Mualem), Model II-1(Mualem)과 Model III-2(박과 선우)에 적용하여 주마름곡선을 모의한 결과, Model I-1의 모의곡선은 주마름곡선의 실측치를 과대 모의하고 Model II-1은 과소 모의하지만 Model III-2는 실측치에 근접하게 모의하였다.

- 
- \* 서울대학교 토목공학과 박사과정
  - \*\* 서울대학교 토목공학과 박사과정수료
  - \*\*\* 한국건설기술연구원 수자원연구실 선임연구원
  - \*\*\*\* 서울대학교 토목공학과 교수

## 1. 서 론

다공성 매질에서 비포화 흐름에 대한 수치해석시 비포화 흐름의 지배방정식인 Richards식을 이용하게 되는데, 이 때 함수량과 모세관 압력수두의 관계로 표시되는 물보유함수(water retention function,  $\theta(\Psi)$ )와 비포화투수계수의 자료를 필요로 한다. 여기서 사용되는 물보유함수는 젖음과정(wetting process)과 마름과정(drying process)에 따라 주어진 함수량에 대한 모세관 압력수두의 값이 다르게 나타나는데 이를 물보유함수의 이력현상(hysteresis)이라 한다. Gillham 등(1976), Topp(1969, 1971)은 각각 Dune Sand, Rubicon Silt Loam, Carlibou Silt Loam에 대하여 물보유함수의 이력현상을 실측하였는데, 그 결과는 그림 1과 같다.

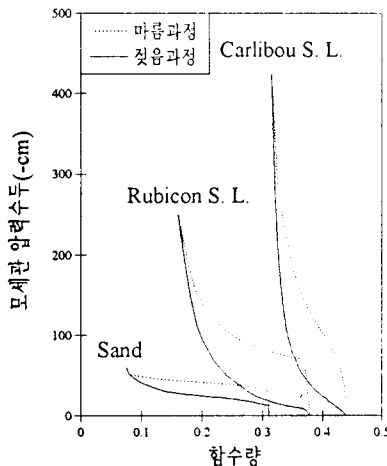


그림 1. 물보유함수 이력현상의 비교

그림 1에서 실선은 젖음과정의 주곡선이며 점선은 마름과정의 주곡선이다. Dune Sand에서 Carlibou Silt Loam으로 갈수록 토양의 입자중 세립토 비가 많아 공극의 부피가 증가하며 이에 따라 포화함수량도 증가하는데 포화함수량이 큰 토양일수록 모세관 압력수두의 경향이 전체적으로 증가하고 이력현상의 효과도 더 크게 나타남을 알 수 있다. 이러한 이력현상의 특성으로 인하여 젖음과정과 마름과정에 따른 비포화 흐름특성이 서로 다른

경향을 가지게 된다. 특히 Beese와 Ploeg(1976), Hoa 등(1977)은 이력현상을 고려하지 않은 수치해를 구하여 실험을 통해 구한 실측치와 비교하였는데, 그 결과 상당한 차이가 있음을 밝혔다. 이는 정확한 비포화 흐름 해석을 위해 이력현상에 대한 고려가 필요함을 의미한다. 이러한 이력현상을 고려한 비포화 흐름의 해석을 위해서는 물보유함수의 젖음과정과 마름과정에 해당하는 많은 양의 실측치를 필요로 하게 된다. 따라서 이력현상을 고려한 비포화 흐름해석을 위하여 가능한 적은 양의 실측치가 필요한 효율적인 이력현상 모형(hysteresis model)이 필요하다. 이러한 이력현상 모형 중에는 젖음과정 또는 마름과정의 주곡선에서 다른과정의 주곡선을 모의할 수 있는 모형들(Model I-1, Model II-1, Model III-2)이 있다(박창근과 선우중호, 1993).

본 연구의 목적은 이력현상을 실측할 수 있는 실험방법을 개발하고, 개발된 방법을 이용하여 측정된 이력현상 실측치와 기존의 이력현상 모형으로 모의한 결과와의 비교검토를 통하여 기존 이력현상 모형의 정확성을 검토하는데 있다.

## 2. 실험장치와 실험방법

### 2.1 실험장치

물보유함수의 이력현상 실험을 위해 고안한 실험장치 모식도는 그림 2와 3과 같다. 실험장치는 크게 토양시료를 담아 실험을 하는 시료용기와 모세관 압력수두 측정장치등으로 구성되어 있다. 투명 아크릴로 제작된 시료용기는 일체형과 분리형으로 나눌 수 있는데 일체형은 내경이 50mm, 높이가 120mm인 용기로 용기벽면에는 지름이 10mm인 구멍을 30mm간격으로 좌우 4개씩 만들어 인장력계(tensiometer)를 설치할 수 있게 하였다. 분리형은 내경 50mm, 높이 30mm인 용기로 용기벽면 양쪽에 10mm의 구멍을 만들어 인장력계를 설치할 수 있게 하였는데 경우에 따라 이들 용기를 조립하여 단층에서 6층까지 다층(multi-layered) 토양시료에 대한 실험을 할 수 있다. 실험시 시료 상하단에 시료 교란이 발생할 수 있는데 이를 위해서 가는 철망과

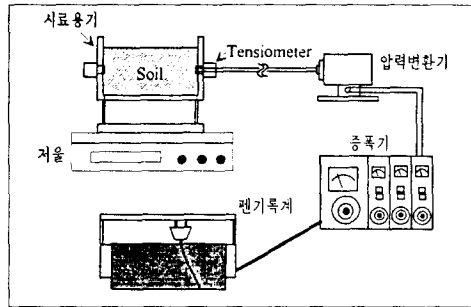


그림 2. 실험장치도

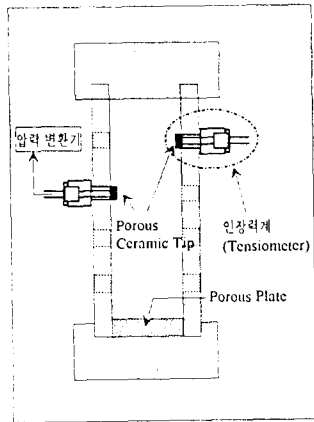


그림 3. 시료용기와 인장력계

다공성판을 설치하였다. 모세관 압력수두 측정장치는 다공성암(porous ceramic tip)을 이용하는 인장력계와 모세관 압력수두를 전기적 신호로 전환해주는 압력변환기(pressure transducer)와 전기적 신호를 증폭시키는 증폭기(amplifier)와 증폭된 전기적 신호를 출력하는 출력장치인 펜기록계(pen recorder)등으로 구성되며 작동원리는 다음과 같다. 토양내에 부압인 모세관 압력에 의해 매질인 물이 인장력계의 다공성암을 통해 토양속으로 흡수되면, 이로 인한 압력변화가 압력변환기의 변형률계(strain gage)에 변위를 주어 저항차를 발생시

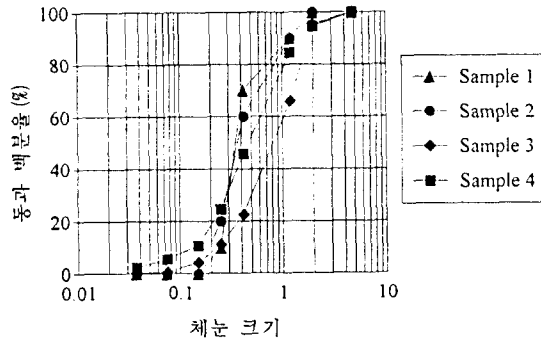


그림 4. 토양시료의 입도분포곡선

키며 이 저항차에 의한 전기신호는 증폭기에서 증폭되어 펜기록계를 통해 출력된다.

## 2.2 토양시료의 선정과 분류

본 연구를 위해 사용된 토양시료는 크게 실험실에서 인위적으로 입도분포를 가지는 시료(Sample 1, Sample 2)와 자연상태에서 채취한 시료(Sample 3, Sample 4)로 구분할 수 있다. 시료 1과 시료 2는 서울 특별시 관악구에 소재한 관악산에서 채취한 사질토를 입경 크기별로 분리한 뒤 그림 4

과 같은 입도분포를 가지도록 성형하였다. 시료 3과 시료 4는 현장에서 채취한 자연상태의 토양을 그대로 사용하였는데 시료 3은 관악산 근교의 자연상태의 토양이며 시료 4는 춘천지역의 북한강변에서 채취한 토양이다. 시료 3과 시료 4의 입도분포는 그림 4와 같으며 이들 실험시료는 통일분류법으로 분류할 때 모두 사질토(sand)에 속한다.

### 2.3 실험방법

이력현상을 고려하는 토양의 물보유함수 측정 실험시 마름과정과 젖음과정에 대한 실험을 각각 수행하여 각 과정의 주곡선을 구하게 된다. 마름과정에 대한 실험방법은 다음과 같다. 먼저 다짐기를 이용하여 토양시료를 시료용기에 다져 넣은 후 토양시료를 진공펌프를 이용하여 토양시료속에 있는 공기를 없애고 여기에 물을 가하여 시료를 완전포화시킨다. 이 때의 토양시료의 무게를 측정하여 포화함수량( $\theta_s$ )을 측정한다. 완전포화된 토양시료를 자연배수와 증발을 이용하여 함수량 변화를 야기시켜 변화된 토양시료의 무게변화에 따른 시료의 함수량을 산정하고 여기에 해당하는 모세관 압력수두를 모세관 측정장치를 이용하여 측정한다.

젖음과정에 대한 실험방법은 다음과 같다. 우선 잔여함수량( $r$ )까지 도달한 토양시료에 적정량의 함수량의 변화를 야기시키는 흐름(flux)을 가하고 이때의 토양시료의 무게와 압력수두의 변화를 관찰하여 물보유곡선의 젖음과정의 실험값을 구한다. 함수량은 흐름양에 따른 토양시료의 총무게를 이용하여 산정한다.

마름과정 실험시 토양시료가 포화상태에서 점점 건조상태로 이동해 가면서 모세관 압력수두는 점점 크게 발생하게 된다. 이때 토양이 건조상태로 갈수록 인장력계의 다공성압부근과 토양시료 상하단의 함수량의 차이가 커지게 되므로 무게를 이용한 함수량의 추정은 실제값보다 낮게 나온다. 그리고 젖음과정시 토양시료내에서 흐름에 의해 공극에 물이 채워지며 이는 함수량의 증가를 야기시켜 모세관 압력이 떨어진다. 이때의 함수량의 측정은 잔여함수량 상태의 토양무게와 투여된 흐름의 양을 이용하여 되는데 토양시료 상단과 인장력계의 다공성압

이 설치된 토양시료의 중앙 및 토양시료 하단에 함수량의 차이가 있으므로 이를 적정수준으로 보정해 주어야 한다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해 토양의 모세관 압력수두의 측정점을 2에서 3으로 늘려 이를 평균한 값을 사용하여 한 측정에서의 모세관 압력수두값을 보정해 주었다.

### 3. 실험결과와 분석

각 토양시료의 함수량과 모세관 압력수두를 측정 한 결과 주어진 함수량에서 마름과정시 모세관 압력수두와 젖음과정시 모세관 압력수두가 서로 다른 이력현상이 실측되었으며 이 실측된 값은 그림 5와 같다. 표 1은 각 토양시료에 대하여 실측한 포화함수량, 잔여함수량과 포화투수계수 값들이다.

표 1. 토양시료의 수리특성

| Sample | 포화함수량 | 잔여함수량 | 포화투수계수(cm/s)           |
|--------|-------|-------|------------------------|
| 1      | 0.39  | 0.10  | $1.543 \times 10^{-3}$ |
| 2      | 0.35  | 0.08  | $3.521 \times 10^{-2}$ |
| 3      | 0.41  | 0.18  | $2.361 \times 10^{-3}$ |
| 4      | 0.44  | 0.20  | $4.583 \times 10^{-4}$ |

많은 연구자들이 물보유함수를 표시하는 여러 가지 식을 제안하였는데, 본 연구에서는 물보유곡선 추정에 비교적 널리 쓰이는 van Genuchten식을 이용하여 물보유함수의 매개변수를 추정하고자 한다. van Genuchten식은 아래식 (1)과 같다.

$$S = \frac{1}{(1 + |a\psi|^n)^m}, \quad m = 1 - 1/n \quad (1)$$

여기서 S는 유효포화도(effective degree of saturation),  $\psi$ 는 모세관 압력수두이며  $a$ 와  $n$ 은 매개변수이다. 식 (1)은 강한 비선형성을 지니고 있으므로 SAS(Statistical Analysis System)의 DUD (Doesn't Used Derivative)방법을 이용하여 매개변수  $a$ 와  $n$ 을 추정하였다. DUD방법은 van Genuchten식의  $\psi$ 에 대한 미분치가 필요 없고 반복법으로 매개변수를 추정하는 방법이다. 매개변수 추정을 통하여 얻어진 각 토양시료별  $a$ 와  $n$ 값은

표 2와 같으며, 추정된 매개변수의 값을 이용하여 구한 각 토양시료의 추정된 물보유함수를 그림 5에 실선으로 표시하였다.

#### 4. 이력현상 모형의 비교

이력현상 모형은 표 3과 같이 필요한 실측치에 따라 하나의 주곡선이 필요한 경우(1 MC)와 젖음

과정과 마름과정의 주곡선의 필요한 경우(2 MC) 그리고 2개의 주곡선과 하나의 1차곡선(내부곡선)이 필요한 경우(2 MC, 1 PDC 또는 1 PWC)로 나눌 수 있다.

여기서 하나의 주곡선에서 다른 하나의 주곡선을 모의하는 모형이 가장 적은 실측치를 필요로 하므로 적용에 있어 정확성만 유지된다면 가장 효율적이라 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 하나의 주

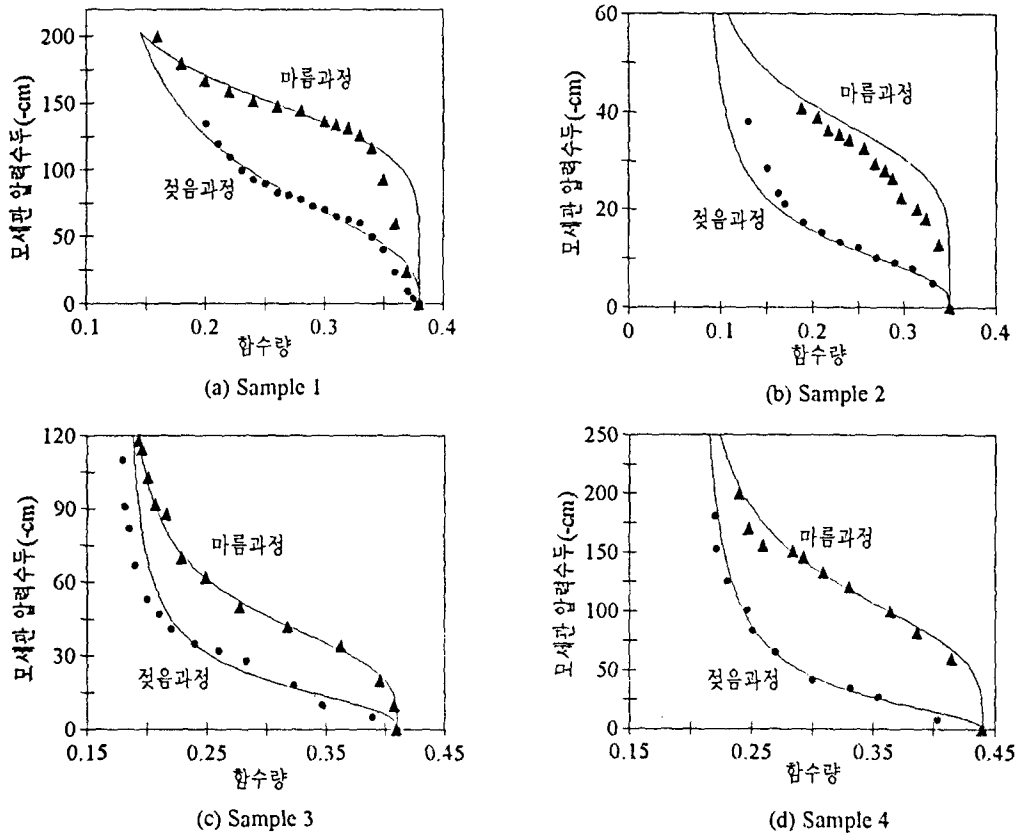


그림 5. 토양시료 물보유함수의 실험치 및 추정곡선

표 2. 토양시료별 van Genuchten식의 매개변수

| Sample | 마 립 과 정  |          | 젖 음 과 정  |          |
|--------|----------|----------|----------|----------|
|        | a        | n        | a        | n        |
| 1      | 0.006636 | 6.806694 | 0.012772 | 2.868059 |
| 2      | 0.026347 | 5.819313 | 0.088287 | 2.524333 |
| 3      | 0.023797 | 3.726341 | 0.062476 | 2.649889 |
| 4      | 0.009094 | 3.747463 | 0.044123 | 2.137174 |

표 3. 이력현상 모형의 분류 (박창근과 선우중호, 1993)

| 형태             | Model       | 연구자(들)                  | 필요한<br>실험자료 <sup>1)</sup> | 개요 <sup>2)</sup>                                    |
|----------------|-------------|-------------------------|---------------------------|---|
| 독립<br>영역<br>모형 | Model I     | Mualem(1973)            | 2 MC                      | Neel, $f=h \cdot m$                                 |
|                | Model I-1   | Mualem(1977)            | 1 MC                      | Neel, $f=h \cdot h$                                 |
|                | Model II    | Mualem(1974)            | 2 MC                      | Mualem, $f=h \cdot m$                               |
|                | Model II-1  | Mualem(1977)            | 1 MC                      | Mualem, $f=h \cdot h$                               |
| 종속<br>영역<br>모형 | Model III   | Mualem과 Dagan(1975)     | 2MC, 1PC                  | Mualem<br>$P_w = 1, P_a \leq 1$<br>$f=h \cdot m$    |
|                | Model III-1 | Mualem(1984)            | 2MC                       | Mualem<br>$P_w = 1, P_a \leq 1$<br>$f=h \cdot h$    |
|                | Model III-2 | 박창근과 선우중호<br>(1993)     | 1MC                       | Mualem<br>$P_w = 1, P_a = (1-r)^2$<br>$f=h \cdot h$ |
|                | Model IV    | Mualem &<br>Dagan(1975) | 2MC,<br>1PDC,<br>1PWC     | Mualem<br>$P_w = 1, P_a \leq 1$<br>$f=h \cdot m$    |
|                | Model IV-1  | 박창근과 선우중호<br>(1991)     | 2MC, 1PDC                 | Mualem<br>$P_w = 1, P_a \leq 1$<br>$f=h \cdot h$    |

1) MC : Main Curve, PDC : Primary Drying Curve, PWC : Primary Wetting Curve

2) Neel : using Neel Diagram, Mualem : using Mualem Diagram

$f$  : pore water distribution function

$P_w, P_a$  : weighting factor accounting for pore blockage against air, water entry, respectively

$f=h \cdot h : f(r, \rho) \cdot h(\rho), f=h \cdot m : f(r, \rho) = h(r) \cdot m(\rho)$

$r$  : dimensionless characteristic pore radius in drying process

$\rho$  : dimensionless characteristic pore radius in wetting process

곡선 자료만을 필요로 하는 Model I-1, Model II-1과 Model III-2를 선택하여 그 정확성을 비교하였다. 하나의 주곡선에서 다른 하나의 주곡선을 모의할 때는 일반적으로 주젖음곡선에서 주마름곡선을 모의하는데, 이는 본 연구의 실험방법상 젖음과정의 실험이 마름과정의 실험보다 용이하고 정확하기 때문이며 또한 주젖음곡선에서 주마름곡선을 모의하는 것이 반대의 경우보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있기 때문이다. 각 모형별 모의 결과는 그림 6과 같은데 그림에서와 같이 Model I-1에 의해 모의된 주마름곡선은 실측치보다 과대하게 모의되었고, Model II-1에 의해 모의된 주마름곡선은 실측치에 비해 너무 과소하게 모의되었다. 그러나

Model III-2에 의해 모의된 주마름곡선은 실측치에 비교적 근접하게 모의되었으며, 따라서 Model III-2가 다른 모형들에 비해 상대적으로 실측치를 정확하게 모의하고 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

비포화 흐름의 지배방정식인 Richards식을 수치 해석하기 위해 필요한 물보유함수는 젖음과정과 마름과정에 따라 함수량과 모세관 압력수두의 관계가 서로 다른 이력현상을 가지고 있으며, 이러한 이력현상은 비포화 흐름특성에 중요한 영향을 미치므로 비포화 흐름의 정확한 해석을 위해서는 반드시 이

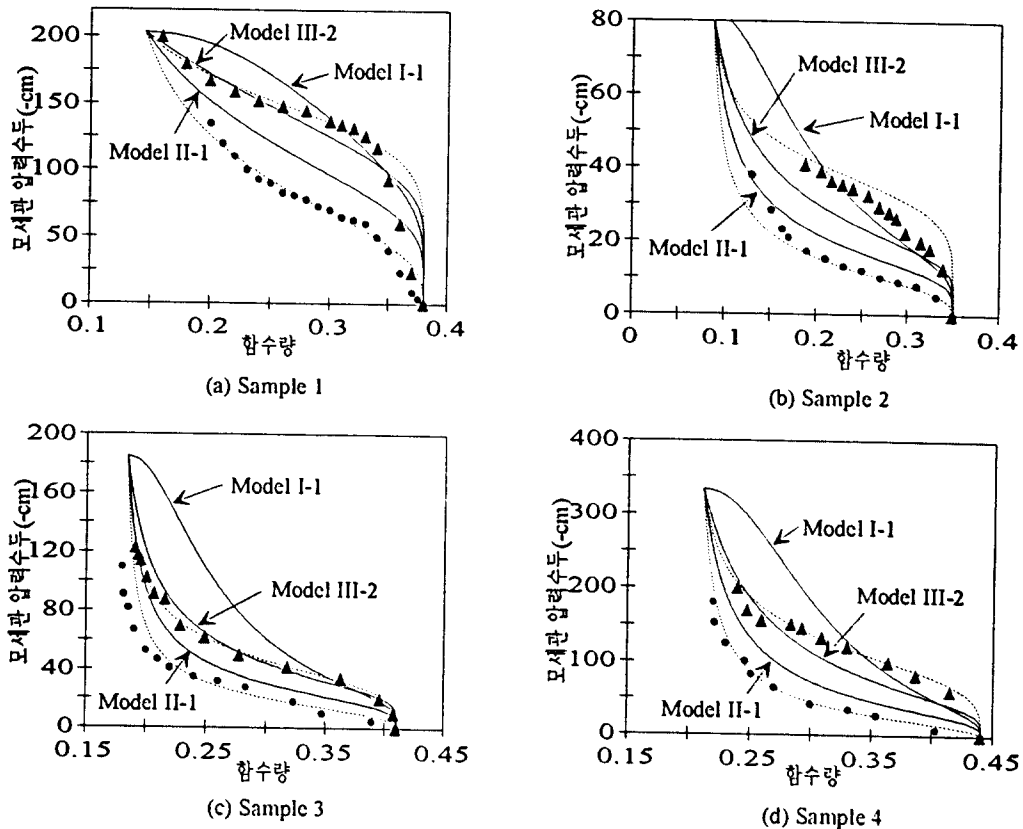


그림 6. 이력현상 모형의 비교

력현상을 고려해야 한다.

본 연구에서는 이력현상을 실측할 수 있는 실험 장치를 개발하였으며 이를 이용하여 국내 토양시료를 대상으로한 실험을 수행해 물보유함수를 실측하였다. 실험시료는 실험실에서 인위적으로 입도분포를 조합한 시료 1, 시료 2와 관악산에서 채취한 자연상태의 시료인 시료 3과 춘천의 북한강변에서 채취한 자연상태의 시료인 시료 4를 사용하였다. 실험을 통해 구한 실측치를 물보유함수 추정식인 van Genuchten식을 이용하여 주젖음곡선과 주마름곡선의 매개변수를 추정하였다. 추정결과 van Genuchten식이 본 연구의 토양시료를 비교적 잘 모의함을 알 수 있었다. 이 추정된 물보유곡선을 이용하여 하나의 주곡선(주젖음곡선)에서 다른 하나의 주곡선(주마름곡선)을 모의한 후 내부곡선을

모의하는 이력현상 모형인 Model I-1, Model II-1, Model III-2의 정확성을 검토한 결과, Model I-1은 주마름곡선을 실측치에 비해 과대하게 모의하고 Model II-1은 실측치에 비해 과소하게 모의하지만 Model III-2는 실측치에 가까운 주마름곡선을 모의함을 알 수 있었다. 따라서 Model III-2가 선정된 다른 모형들에 비해 상대적으로 실측치를 가장 정확하게 모의하고 있으므로 실제 비포화 흐름 적용시 효율적인 모형이라 할 수 있다.

### 감사의 글

본 연구의 수행에 도움을 주신 학술진흥재단에 감사의 뜻을 전합니다.

## 참 고 문 헌

- 박창근, 선우중호 (1991). “비포화 흐름에서 Hysteresis Model의 비교 연구.” 수공학논총, 제 33권, pp. 221-230.
- 박창근, 선우중호 (1993). “비포화 흐름에서 모세관 이력현상 모형의 고찰: 모형의 개발.” 대한토목학회논문집, 제13권, 제4호, pp. 131-140.
- 박재현, 박창근, 선우중호 (1994). “다공성 매질의 수리특성 추정.” 한국수문학회지, 제27권, 제3호, pp. 107-113.
- Beese, F., and van der Ploeg, R.R. (1976). “Influence of hysteresis on moisture flow in an undisturbed soil monolith.” *J. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 40, pp. 480-484.
- Gillham, R.W., Klute, A., and Heermann, D.F. (1976). “Hydraulic properties of a porous medium: Measurement and empirical representation.” *J. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 40, No. 6, pp. 1061-1067.
- Hoa, N.T., Gaudu, R., and Thirriot, C. (1977). “Influence of the hysteresis effect on transient flow in saturated-unsaturated porous media.” *W.R.R.*, Vol. 13, No. 6, pp. 990-996.
- Mualem, Y. (1973). “Modified approach to capillary hysteresis based on a similarity hypothesis.” *W.R.R.*, Vol. 9, No. 5, pp. 1324-1331.
- Mualem, Y. (1974). “A conceptual model of hysteresis.” *W.R.R.*, Vol. 10, No. 3, pp. 514-520.
- Mualem, Y. (1977). “Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics.” *W.R.R.*, Vol. 13, No. 4, pp. 773-780.
- Mualem, Y. (1984). “A modified dependent-domain theory of hysteresis.” *Soil Science*, Vol. 137, No. 5, pp. 283-291.
- Mualem, Y., and Dagan, G. (1975). “A dependent domain model of capillary hysteresis.” *W.R.R.*, Vol. 11, No. 3, pp. 452-460.
- Topp, G.C. (1969). “Soil water hysteresis measured in a sandy loam and compared with the hysteretic domain model.” *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 33, pp. 645-651.
- Toop, G.C. (1971). “Soil water hysteresis in silt loam and clay loam soils.” *W.R.R.*, Vol. 7, No. 4, pp. 914-920.

〈접수: 1995년 4월 26일〉



따라서 앞의 구속 조건은  $F_i$ 를 최소화하는 조건으로 전환될 수 있다. 여기서  $\lambda$ 는 임의의 변수이고,  $F_j$ 는  $(a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{ij}; \lambda)$ 의 함수로 나타나며  $F_j$ 가 최소값을 갖는 경우는 다음 식들이 만족될 때이다.

$$\frac{\partial F_j}{\partial a_{kj}} = 0, \quad (11)$$

그리고

$$\frac{\partial F_j}{\partial \lambda} = 0. \quad (12)$$

식 (10)을 이용하여 식 (11)과 (12)의 조건을 정리하면 다음과 같다.

$$2(\overline{P_j} - \sum_i \overline{a_{ij}} \overline{R_i'}) (\sum_i \delta_{ik} \overline{R_i'} - 2\lambda (-\sum_i \delta_{ik} \overline{R_i})) = 0 \quad (13)$$

그리고

$$-2(\overline{P_j} - \sum_i \overline{a_{ij}} \overline{R_i'}) = 0 \quad (14)$$

여기서  $\delta_{ik}$ 는 Kronecker-delta로,

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{if } i=k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

와 같이 정의된다. 이를 이용하면 식 (13)과 (14)를 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\sum_i \overline{a_{ij}} \overline{R_i'} \overline{R_k'} + \lambda \overline{R_k} = \overline{P_j} \overline{R_k'} \quad (16)$$

그리고

$$\sum_i \overline{a_{ij}} \overline{R_i} = \overline{P_j}, \quad i=1, \dots, 9. \quad (17)$$

여기서  $\overline{R_i' R_k'}$ 는 GCM 격자값들간의 covariance를,  $\overline{P_i' R_k'}$ 은 지역 강수량과 GCM 격자값들간의 covariance를 나타내며 각 지점의 표준 편차  $\sigma$ 와 correlation  $\gamma$ 에 의하여 식 (4)와 (5)같이 나타낼 수 있다.

식 (4)와 (5)에서

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_n (R_i^n - \overline{R_i})^2}, \quad N = \text{total number}, \quad (18)$$

그리고

$$\gamma_{ik} = \frac{(\overline{R_i - R_i})(\overline{R_k - R_k})}{\sqrt{(\overline{R_i - R_i})^2 (\overline{R_k - R_k})^2}} = \frac{\overline{R_i' R_k'}}{\sigma_i \sigma_k} \quad (19)$$

그러면, 식 (16)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_i \overline{a_{ij}} \sigma_i \gamma_{ik} \sigma_k + \lambda \overline{R_k} = \overline{P_j} \sigma_j \sigma_k \quad (20)$$

그리고 식 (17)은 식 (3)과 동일하다. 따라서, 만약 전환 매트릭스  $a$ 를 알고 있으면 GCM 강수량 자료( $\overline{R_i}$ )로부터 지역 강수량( $\overline{P_j}$ )을 추적할 수 있다.

(접수: 1995년 1월 26일)