

<論 文>

제어기축차기법을 이용한 항공기 날개의 플러터제어

Active Flutter Control of an Aircraft Wing using Controller Order Reduction

고영무* · 황재혁** · 김종선*** · 백승호****

Y.M. Ko, J.H. Hwang, J.S. Kim and S.H. Baek

<1995년 6월 21일 접수 ; 1995년 11월 17일 심사완료>

Key Words : Active Flutter Control(능동 플러터제어), ROC(축차제어기), FOC(전차제어기), Controller Reduction Technique(제어기축소기법)

ABSTRACT

In this study, an ROC(Reduced Order Controller)is designed to increase the flutter velocity of an aircraft wing, and the effect of ROC on the flight performance is also analyzed. The aircraft wing used in the paper is modelled as a 3 DOF two-dimensional rigid body. In the disign of controller, LQG and BACR(Balanced Augmented Controller Reduction) strategy is used as control algorithm and controller reduction method respectively. Simulation has been conducted to evaluate the effectiveness of ROC on the active flutter control, compared to FOC(Full Order Controller). It has been found that ROC using BACR is much effective than FOC in the sense of computaton effort, without sacrificing the active flutter control performance.

기 호 설 명

a	: 세미코드(semichord)에서 탄성축까지 무차원 거리	k	: 감소 주파수
b	: 세미코드의 길이	L_i	: Roger방법에 의해 근사화된 공력의 계수행렬
$C(k)$: Theodorsen 함수	M_α, M_β	: 날개 및 조종면의 공력모멘트
c	: 세미코드에서 조종면까지 무차원 거리	m	: 날개의 단위길이당 질량
g	: 가상 구조감쇠	P	: 날개에 작용하는 공기력
h	: 굽힘 변위	q	: 동압
I_α, I_β	: 탄성축에 대한 날개 및 조종면의 질량관성모멘트	r_α^2, r_β^2	: 날개 및 조종면의 관성반경
		T_i	: T 함수
		U	: 공기속도(비행기 속도)
		$U(x-c)$: 단위계단 함수
		x_α	: 탄성축에서 날개무게중심까지 무차원 거리
		x_β	: 탄성축에서 조종면 무게중심까지 무차

*서울대학교 제어계측신기술연구센터

**정회원, 한국항공대학교 항공기계공학과

***정회원, 한국항공대학교 기계설계학과

****한국항공대학교 대학원 항공공학과

	원 거리
α	: 날개의 비틀림 각
β	: 조종면의 비틀림 각
ζ_β	: 조종면의 점성감쇠비
μ	: 무차원화된 질량
ρ	: 공기 밀도
ω	: 라플라스 변수 S의 허수부
ω_h	: 굽힘모드의 고유진동수
ω_a	: 비틀림모드의 고유진동수
ω_β	: 조종면의 비틀림 고유진동수

1. 서 론

현대의 항공기는 공기역학적 측면, 구조적 측면에서 보다 향상된 안정성과 성능효과를 얻고, 에너지계 측면에서 더 많은 절감효과를 얻기 위해 각종 능동제어기법을 사용하고 있으며, 미래의 항공기 개발에 있어서는 그 필요성이 더욱 강조되고 있다^(1,2). 플러터 능동제어(Active Flutter Control, AFC)도 이와 같은 추세에 따른 대표적인 사례라 할 수 있으며, 최근들어 항공기의 성능 향상과 경량화 추세에 따른 신소재 사용에 있어서의 구조적 안정성 확보라는 차원에서 그 필요성이 더욱 높아지고 있다⁽³⁻⁹⁾.

항공기에 작용하는 외력 중에서 가장 중요한 것은 공기력이다. 항공기에 미치는 공기력의 작용효과는 항공기의 비행속도와 자세에 따라 달라지며, 비행속도가 높을수록 그 영향력은 증가한다. 이와 같은 공기력의 영향은 비행속도가 어떤 값을 넘어설 때, 플러터를 발생시켜 항공기 구조에 치명적인 위험을 초래하기도 한다⁽¹⁾. 플러터 현상이란, 공기력의 작용으로 인해 발생하는 항공기가 구조(특히, 날개)의 동역학적 불안정성을 의미하며, 이 현상으로 인하여 극단적인 경우에는 항공기 구조가 공중분해되기도 한다. 플러터는 항공기가 임계비행속도(이하, '플러터속도'라 한다) 이상으로 비행하거나 갑작스런 돌풍(gust)의 영향을 받아 비행속도가 플러터속도를 초과하는 경우에 발생한다. 그러므로 항공기의 고속비행 성능 향상과 구조적 안정성 확보를 위해서는 능동제어기법을 이용하여 플러터 속도를 증가시키는 것이 필수적이다⁽¹²⁻¹⁴⁾. 항공기 날개의 플러터 능동제어란, 공기력의 작용에 의한 날개의 굽힘과 비틀림에 따라 제어기법을 사용하여 조종면을 적절히 작동시켜 좀 더 높은 비행속도까지 구조적 안정성을 확보하고 동적 불안정성을 억제할 수 있도록 플러터 속도를 증가시키는 것이다.

그러나, 실제 시스템의 차수가 매우 높은 경우 능동제어기법을 실제로 작용하기에는 여러 가지 어려움이 있다. 항공기 날개의 정확한 플러터 해석과 플러터 능동제어를 위해서는 시스템 뿐만 아니라 외력으로 작용하는 공기력을 정확하게 표현해야 하는데, 공기력을 상태방정식에서 정확하게 표현하려면 상태변수가 증가하여 전체 시스템의 차수는 매우 커지게 된다. 따라서 제어이론을 항공기의 제어용 컴퓨터에 적용하기에는 어려움이 많고 현실성이 결여될 수도 있다. 이와 같은 경우, 실제 제어기의 설계, 제작 및 적용시에 계산량으로 인한 문제점을 제어기축차기법을 사용하면 해결할 수 있다. 본 논문에서는 플러터 능동제어에 제어기축차기법^(10,11)(controller order reduction)을 적용하여 그 효과를 고찰하였다.

모델축차기법이란 원래의 고차 모델(high order model)에서 중요성이 적은 상태 변수를 정해진 조건에 의해 가려내어, 고차 모델을 근사적인 저차 모델(low order model)로 표현하는 것이다. 대표적인 모델축차기법으로는 다음과 같은 것들이 있다. 정적 구조문제에서 많이 쓰는 'Guyan 방법', 'Static Condensation', 동적 구조물에 많이 활용하는 'Dynamic Condensation', 2차의 성능가격함수에 가장 큰 영향을 미치는 상태만을 선택하여 사용하는 'Modal Cost Analysis', 시스템의 가제어성(controllability)과 가관측성(observability)을 이용하여 시스템 응답에 적은 영향을 미치는 상태를 가려내는 '내부균형방법' 등 여러가지가 있다. 제어기축차기법이란 제어기를 포함하는 폐루프계에 모델축차기법을 적용하는 방법으로, LQG, LQG/LTR, H_∞과 같은 모델기준보상기를 사용할 때 더욱 효과적인 방법으로 알려져 있다. 모델축차기법은 개루프 시스템이 안정해야만 적용할 수 있지만, 제어기 축차기법은 불안정한 상태에 있는 시스템에 폐루프를 구성하여 안정하게 한 후에 모델축차기법을 적용하므로 불안정한 시스템에도 적용이 가능하다. 그러나, 제어기 축차기법을 항공기 날개의 플러터 능동제어에 적용하여 발표된 문헌은 거의 없다. 그러므로 본 논문에서는 다변수 시스템의 능동제어에 유용한 LQG기법을 사용한 플러터 능동제어에, 제어기 축차기법을 적용하여 그 효과를 고찰하고자 한다. 특히, 본 논문에서는 제어기 축차기법으로 내부균형방법을 응용한 Balanced Augmented Controller Reduction(BACR)을 사용하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서 3자유

도를 갖는 2차원 강체날개에 대해 에너지방법을 이용하여 운동방정식을 유도하였다⁽²⁾. 외력은 기존의 주파수영역에서 유도되어 있는 비정상 공기력을 ‘Roger방법’을 사용하여 시간영역으로 변환하여 사용하였고, 공기력을 포함한 전체시스템의 운동방정식을 선형시불변 상태방정식으로 변환하여 시스템 해석 및 제어기 설계에 사용하였다. 먼저 V-g 선도와, 속도변화에 따른 수동시스템 행렬의 고유값 제적기법을 이용하여 수동시스템에 대한 플러터 해석을 수행하여 플러터 속도를 구하였다. 제 3절에서는 수동시스템의 플러터 해석 결과를 바탕으로, LQG제어기법을 적용하여 플러터 속도를 약 10% 향상시킬 수 있는 전차 제어기(full order controller)를 설계하여 능동시스템을 구성하였다⁽⁶⁾. 전차 제어기를 사용한 능동시스템에 대한 플러터해석은 속도변화에 따른 능동시스템행렬의 고유값 근래적으로 수행하였고 능동제어효과를 확인하였다. 그리고, 백색잡음으로 모델링한 돌풍 외란에 대한 시간응답을 구하여 능동시스템의 돌풍응답특성을 파악하였다. 제 4절에서는 설계속도에서 BACR을 적용하여 축차 제어기(reduced order controller)를 구하였고, 이를 이용하여 능동시스템을 재구성하였다. 재구성한 능동시스템에 대해 고유값 제적기법을 이용하여 플러터 해석을 수행하였고, 플러터속도 및 제어효과와 돌풍응답특성을 파악하였다. 제 5절에서는 본 연구에서 얻어진 수치해석 결과를 비교하여 토의하였다. 마지막으로 본 연구에서 얻어진 결론들을 제 6절에서 정리하였다.

2. 플러터 제어를 위한 운동방정식

2.1 2차원 강체날개의 운동방정식

본 논문에서는 3자유도를 갖는 2차원 강체날개에 대해 플러터 해석과 제어기법을 다루고자 한다. Fig. 1은 2차원 강체날개의 구조도이다. 모델링된 2차원 강체날개(이하, 시스템이라 한다)는 수직운동과 회전운동 그리고 제어면 회전운동의 3자유도를 갖는다. 날개의 회전축은 탄성축과 일치하고 제어면의 회전축은 힌지 연결축과 일치한다. 2차원 날개의 수직운동과 회전운동은 3차원 날개의 굽힘과 비틀림을 나타낸다. 수동시스템은 날개의 질량과 스프링 그리고 댐퍼로만 구성되고, 능동시스템은 한지연결점에서 제어면을 구동시키는 능동제어력 발생기를 포함한다. 시스템은 비압축성, 비정상 공기력의 영향을 받으며, 스프링과 댐퍼는 선형구간에서만 작동한다

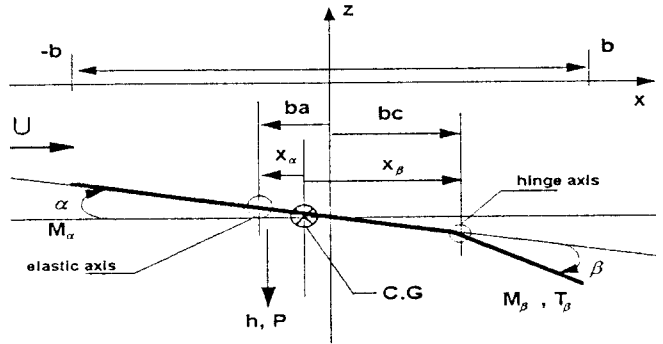


Fig. 1 3-DOF 2D typical section

고 가정한다.

시스템의 운동방정식은 에너지 방법인 라그랑주 방정식을 이용하여 유도하면 다음과 같다.

$$mb^2 \left[\left(\frac{\dot{h}}{b} + x_a \ddot{\alpha} + x_\beta \ddot{\beta} + \omega_h^2 \left(\frac{h}{b} \right) \right) \right] = Pb \quad (1)$$

$$mb^2 \left\{ x_a \left(\frac{\dot{h}}{b} \right) + r_\alpha^2 \ddot{\alpha} + [r_\beta^2 + x_\beta(c-a)] \ddot{\beta} + r_\alpha^2 \omega_h^2 \alpha \right\} = M_\alpha \quad (2)$$

$$mb^2 \left\{ x_\beta \left(\frac{\dot{h}}{b} \right) + [r_\beta^2 + x_\beta(c-a)] \ddot{\alpha} + r_\beta^2 \ddot{\beta} + r_\beta^2 \omega_\beta^2 \beta \right\} = M_\beta + T_\beta \quad (3)$$

여기서 사용된 계수는 Fig. 1과 기호설명에서 나타낸 바와 같다.

능동시스템을 구성하기 위하여 조종면 구동부의 운동방정식을 추가한 전체시스템의 운동방정식을 구하여야 한다. 조종면 구동장치의 동역학은 무시할 수 있다고 가정하면 조종면 구동부의 회전모멘트 T_β 와 입력변수 β 사이의 관계식은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$T_\beta = T_{c,\beta} - 2mb^2 r_\beta^2 \omega_\beta \zeta_\beta \dot{\beta} \quad (4)$$

여기서, ζ_β 는 조종면의 안정성을 감안한 힌지부의 감쇠계수를 뜻한다. 식(4)를 운동방정식에 추가하여 고쳐 쓰면 다음과 같다.

$$M_s \ddot{x}_s + D_s \dot{x}_s + K_s x_s = L_a \ddot{L} \quad (5)$$

여기서, $x_s = [h/b \ \alpha \ \beta]^T$ 는 시스템의 상태벡터를 나타내고, M_s 는 시스템의 질량행렬, D_s 는 시스템의 감쇠행렬, K_s 는 시스템의 강성행렬, $L_a = [Pb \ M_\alpha \ M_\beta]^T$ 는 공기력 벡터를 각각 나타낸다.

$$M_s = mb^2 \begin{bmatrix} 1 & x_a & x_\beta \\ x_a & r_\alpha^2 & (r_\beta^2 + x_\beta(c-a)) \\ x_\beta & (r_\beta^2 + x_\beta(c-a)) & r_\beta^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 D_s &= mb^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2r_\beta^2 \omega_\beta^2 \zeta_\beta \end{bmatrix} \\
 K_s &= mb^2 \begin{bmatrix} \omega_\beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_a^2 \omega_a^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_\rho^2 \omega_\beta^2 \end{bmatrix} \\
 \bar{L}_i &= [0 \quad 0 \quad T_{c,\beta}]^T
 \end{aligned} \tag{6}$$

그리고 L_a 는 비정상 공기력을 뜻하며, 이 공기력을 상태방정식으로 표현하기 위해 본 연구에서는 Jones에 의해 근사화 된 Theodorsen 함수를 이용한 주파수 영역의 비정상 공기력을 사용하였다⁽³⁾.

$$\begin{aligned}
 Pb &= -\pi \rho b^2 b (\ddot{h} + U\dot{a} - ba\ddot{a} - \frac{U}{\pi} T_4 \dot{\beta} \\
 &\quad - \frac{b}{\pi} T_1 \dot{\beta}) - 2\pi \rho Ub^2 C(k) Q
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 M_a &= -\pi \rho b^2 [-ab\ddot{h} - Ub(\frac{1}{2} - a)\dot{a} + b^2(\frac{1}{8} - a^2)\ddot{a} + \frac{U}{\pi}(T_4 \\
 &\quad + T_{10})\dot{\beta} + \frac{Ub}{\pi}(T_1 - T_8 - (c-a)T_4 + \frac{1}{2}T_{11})\dot{\beta} - \frac{b^2}{\pi}(T_7 \\
 &\quad + (c-a)T_1)\dot{\beta}] + 2\pi \rho Ub^2(a + \frac{1}{2})C(k)Q
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 M_\beta &= -\pi \rho b^2 [-\frac{b}{\pi} T_1 \ddot{h} + \frac{Ub}{\pi}(-2T_9 - T_1 + T_4(a - \frac{1}{2}))\dot{a} - \frac{2b^2}{\pi} \\
 &\quad T_{13}\ddot{a} + (\frac{U}{\pi})^2(T_5 - T_4 T_{10})\dot{\beta} - \frac{Ub}{2\pi^2} T_4 T_{11}\dot{\beta} - (\frac{b}{\pi})^2 T_3 \dot{\beta}] \\
 &\quad - \rho Ub^2 T_{12} C(k) Q
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서, $k = \frac{\omega b}{U}$ 는 감소주파수를 뜻하며, T_i 는 T 함수를 의미한다⁽³⁾. 그리고 $C(k)$ 는 및 Q 는 다음과 같이 정의되며, 주파수 영역에서 기술되어 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 C(k) &= 0.5 + \frac{0.0075}{ik + 0.0455} + \frac{0.10055}{ik + 0.3} \\
 &\quad : \text{Theodorsen 함수}
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= \left[\dot{h} + U\dot{a} + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{a} + \frac{U}{\pi} T_{10}\dot{\beta} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{b}{2\pi} T_{11}\dot{\beta} \right]
 \end{aligned} \tag{11}$$

이제 제어기를 설계하기 위해 운동방정식을 선형 시불변 상태방정식의 형태로 표시해야 한다. 이에 따라, 주파수 영역의 비정상 공기력을 유리함수변환을 통해 시간영역으로 변환할 필요가 있다. 본 논문에서는 공기력 상태의 차원이 증가하여 계산량과 계산시간은 증가하지만, 비교적 높은 정확도를 갖는 Roger 방법(Least Square 방법)을 사용한다⁽⁸⁾. Roger 방법으로 유리함수 근사화된 공기력 행렬을

대입하면, 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 M_s \ddot{x}_s + D_s \dot{x}_s + K_s x_s \\
 = \left\{ \rho \left(\frac{\dot{\beta}}{U} \right) \dot{x}_i + \dot{x}_i \left(\frac{b}{U} \right) \dot{x}_s + L_0 x_s + (L_3 x_{s(1)} \right. \\
 \left. + L_4 x_{a(2)} + \dots + L_N x_{a(N-2)}) \right\} + \bar{L}_i
 \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, x_a 는 공기력의 상태벡터이며, L_i , $i=1, 2, \dots, N-2$ 는 공기력의 유리함수 근사화과정에서 유도되는 계수행렬이다. 시간영역의 방정식 (12)을 상태방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A} \bar{x} + \bar{L}_i \tag{13}$$

여기서, $\bar{x} = [x_s \quad \dot{x}_s \quad x_a]^T$ 는 상태벡터를 나타내고, 시스템행렬 \bar{A} 는 다음과 같다.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] \\ -M^{-1}K - M^{-1}D & qM^{-1}L_3 & \\ [0] & [I] & -(U/b)\beta_1[I] \\ [0] & [I] & [0] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [0] & [I] & [0] \\ \vdots & \vdots & [0] \\ \vdots & \vdots & [0] \\ [0] & \vdots & -(U/b)\beta_{N-2}[I] \end{bmatrix} \tag{14}$$

β_j 는 x_a 를 결정하기 위해 Roger 방법의

$$x_{a(j-2)} = \frac{S}{s + \frac{U}{b}\beta_{j-2}} x_s, \quad j=3, \dots, N, \text{에서 사용된 상수}$$

이며, 그 값은 Table 2에 나타내었다.

또한 제어 회전력 벡터 \bar{L}_i 및 공기력이 고려된 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬은 각각 다음과 같다.

$$\bar{L}_i = [0 \quad 0 \quad 0 \quad (M^{-1}\bar{L}_i)^T \quad 0 \dots 0]^T \tag{15}$$

$$M = M_s = \frac{1}{2} \rho b^2 L_2 \tag{16}$$

$$D = D_s = \frac{1}{2} \rho Ub L_1 \tag{17}$$

$$K = K_s = \frac{1}{2} \rho U^2 L_0 \tag{18}$$

M -DOF 시스템의 운동방정식에 Roger 방법을 사용하면 상태방정식의 크기는 $M \times N$ 이 된다. 본 논문에서는 $N=6$ 으로 하여 수치적 해석을 수행한다. 시

시스템은 3-DOF을 갖으므로 전체시스템 (\bar{A})의 차수는 18이다.

2.2 플러터 해석

적절한 능동제어기의 설계는 수동시스템의 플러터 해석을 필요로 한다. 수동시스템의 플러터해석에서 정확한 플러터속도를 구하고, 어떤 모드에서 플러터가 발생하는가를 확인한다. 이를 위해 주파수영역에서의 공기력계수를 사용하는 $V-g$ 방법으로 정확한 플러터해석을 수행하였다. $V-g$ 방법은 시스템이 조화운동을 한다고 가정하고, 인위적인 구조감쇠항 g 를 도입하여 $V-g$ 선도를 그려 플러터 속도를 구하는 방법이다⁽¹⁾. 구조 감쇠항 g 를 도입하여, 운동방정식을 표준 복소수 고유값문제를 표현하면 다음과 같다.

$$(\bar{M} - zK_s) X_s = 0 \quad (19)$$

여기서, $\bar{M} = M_s + \frac{\rho b^2}{2k^2} L_{conf}$ 이고, 복소수 고유값 $z = \frac{1+ig}{w^2}$ 이다.

$V-g$ 방법에서 g 의 값은 주어진 속도에서 시스템이 중립적으로 안정하기 위해 시스템의 부가되어야 하는 구조적 감쇠량을 나타낸다. 그러므로, 구조감쇠항 g 가 양의 값을 가지면, 시스템이 현재 상태에서 안정한 상태가 되기 위한 구조감쇠량이 필요하다. 즉 시스템은 현재 속도에서 불안정함을 나타낸다. 반대로 구조감쇠항이 음이면 시스템은 안정한 상태임을 알 수 있다. 플러터는 $V-g$ 선도가 처음으로 속도축과 만나는 점에서 발생한다. $V-g$ 방법은 인위적인 감쇠항이 포함되기 때문에, 플러터 발생모드가 실제 모드와 일치하지 않는다. 그러나, 실제 공기력을 사용하므로 정확한 플러터속도를 구할 수 있다. 수치적 해석결과와 $V-g$ 선도는 제 5절에서 나타내었다.

플러터속도를 구하는 또 다른 방법은 각 비행속도에서 시스템 행렬 A 의 고유값을 구하여 플러터 해석을 수행할 수 있다. 고유값의 실수부는 감쇠를 의미하므로 실수부(감쇠항)가 양의 값을 가지면 시스템을 불안정하고, 음의 값을 가지며 안정한 상태임을 알 수 있다. 따라서 플러터현상은 고유값의 허수부가 영보다 크고, 실수부가 영인 속도중에서 가장 낮은 값에서 발생한다. 고유값 근계적을 이용한 플러터해석은 각각의 속도에서 고유값을 일일이 구해야 하므로 계산시간이 길고, 유리함수로 근사화된 공기력을 사용하기 때문에 플러터속도를 구하는 데 있어 약간의 오차가 발생할 수 있다. 그러나, 비교

적 정확한 유리함수 근사화를 통해 오차를 최소화할 수 있으며, 플러터 발생모드를 정확하게 알 수 있는 장점이 있다. 수동시스템의 플러터 해석을 위해, 능동제어 회전력벡터를 고려하지 않은 다음의 식을 사용한다.

$$\dot{x} = Ax \quad (20)$$

여기서, x 는 상태 벡터[18×1]를 \bar{A} 는 시스템 행렬 [18×18]을 의미한다. 수동시스템의 고유값은 다음의 식으로 부터 계산한다.

$$\det(\bar{A} - \lambda[I]) = 0 \quad (21)$$

여기서, λ 는 시스템행렬 A 의 고유값이다. 수치적 해석결과와 고유값 근계적은 제 5절에서 자세히 검토하도록 한다.

3. 능동제어기 설계

본 절에서는 수동시스템의 해석결과를 바탕으로 플러터속도를 약 10% 향상시킬 수 있는 능동제어기를 설계하였다. LQG 제어기를 사용하여 능동시스템을 구성하고, 플러터 억제효과와 돌풍하중 경감효과를 고찰한다. 외란으로 작용하는 돌풍에 대한 동역학은 백색잡음 입력을 갖는 1차 시스템으로 하고 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{w}_g = -\omega_g w_g + w \quad (22)$$

여기서, w_g , w , ω_g 는 각각 돌풍속도(variance : σ^2), 백색잡음입력(intensity : $2\sigma^2\omega_g$), 돌풍속도모델의 차단주파수를 의미한다.

모델링된 돌풍에 의한 작용력을 구하여 전절에서 유도된 운동방정식에 추가하여 전체 운동방정식을 수정한다. 돌풍의 작용에 의한 공기력도 유리함수 근사화를 통해 시간영역으로 변환할 필요가 있다. 돌풍의 작용에 의한 공기력 L_g 는 비교적 간단한 표현식을 갖으므로 'Pade 방법'을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다^(2,3).

$$L_g = L_{g(\text{coeff})} x_g$$

여기서, x_g , $L_{g(\text{coeff})}$ 는 각각 돌풍에 의한 공기력을 상태방정식을 표현할 때 나타나는 상태(2×1)와 계수행렬이다. 능동제어력 벡터와 돌풍에 의한 외란을 나타내는 식을 모두 고려한 시스템의 상태방정식과 출력방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Fd_g \quad (23)$$

$$y = Cx \quad (24)$$

을 사용한다. BACR은 Carroll과 Hughes가 제안한 방법으로, 안정한 페루프계에 내부균형방법 (Internal Balancing Method)을 사용하여, 축차된 제어를 얻는 방법이다. 일반적으로 내부균형방법은 시스템이 안정한 경우에만 사용가능하고, 불안정한 시스템에 대해서는 사용할 수 없다. 그러나 BACR은 불안정한 시스템에 능동제어를 적용하여 페루프계를 안정하게 한 후 내부균형방법을 적용하므로, 특히 플러터 능동제어와 같이 플러터속도 이상에서 불안정한 상태에 있는 시스템에 매우 효과적인 방법이라 할 수 있다. 이와 같이 페루프계의 차수를 줄여 능동시스템을 구성하면 원래 전차 제어를 사용하는 경우에 비해 플러터 능동제어 성능상의 차이와 시간 응답 효과상에 오차가 발생한다. 이에 대한 오차는 각각의 플러터 속도와 시간응답으로 비교 검토한다.

내부균형방법은 시스템의 상태변수중에서 제어성과 관측성이 가장 적은 모드를 제거하여 주어진 시스템의 상태변수를 줄이는 방법이다. 여기에는 상태변수의 제어성과 관측성은 외란에 가진되는 그 상태변수의 성능 뿐만 아니라, 구조의 응답에 대한 공현도를 나타내는 개념이 들어 있다. 상태변수의 제어성과 관측성의 정도를 측정하기 위해, 내부균형방법에서는 다음과 같은 제어성 그레미안과 관측성 그레미안을 사용한다.

$$W_c^2 = \int_0^{\infty} e^{At} B B^T e^{At} dt \quad (26)$$

$$W_o^2 = \int_0^{\infty} e^{At} C^T C e^{At} dt \quad (27)$$

시스템이 제어가능(관측가능)하다면 행렬 W_c^2 (W_o^2)는 특이하지 않다. 이들 그레미안들은 행렬 W_c^2 와 행렬 W_o^2 가 얼마나 특이함으로부터 거리가 먼가를 정량화함으로써, 상태의 제어성과 관측성을 특성지을 수 있다. 모든 시스템에는 이들 두 그레미안들이 서로 같고 대각 행렬을 이루는 상사시스템이 존재한다. 이러한 동등 시스템을 균형된 시스템이라 한다. 균형된 시스템은 원래의 시스템에서 좌표변환을 통해 구할 수 있다. 아울러, W_c 와 W_o 는 다음의 Lyapunov 방정식을 만족해야함이 Moore에 의해 증명되었다⁽¹⁸⁾.

$$A W_c^2 + W_c^2 A^T = -B B^T \quad (28)$$

$$A^T W_o^2 + W_o^2 A = -C^T C \quad (29)$$

그러므로 내부균형방법으로 축차모델을 구하기 위해서는, 우선 제어성과 관측성을 동시에 고려할 수 있도록 균형된 시스템을 구성해야 한다. 그런 다음 균

형된 시스템의 그레미안의 특이값을 구하여 제거된 모드를 선정하여 축차모델을 구성한다.

본 연구에서 필요로 하는 축차된 제어를 얻기 위해 다음과 같이 페루프시스템에 내부균형방법을 적용하고자 한다.

$$\dot{x}_{cl} = A_{cl} x_{cl} + \Gamma_{cl} d_{cl} \quad (30)$$

$$y = C_{cl} x_{cl}$$

$$u = G_{cl} x_{cl}$$

여기서, $x_{cl} = \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix}$, $d_{cl} = \begin{Bmatrix} r \\ d_s \end{Bmatrix}$ 이다, 또한,

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A & -BG \\ HC & A - BG - HC \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_{cl} = \begin{bmatrix} 0 & \Gamma \\ -H & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$C_{cl} = [C \ 0], \quad G_{cl} = [0, -G], \quad H_{cl} = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}$$

먼저, 능동시스템의 가제어성 그레미안과 가관측성 그레미안을 다음과 같이 각각 정의한다.

$$X_{c,cl} = \int_0^{\infty} e^{A_{cl}t} H_{cl} H_{cl}^T e^{A_{cl}t} dt \quad (32)$$

$$Y_{o,cl} = \int_0^{\infty} e^{A_{cl}t} G_{cl}^T G_{cl} e^{A_{cl}t} dt \quad (33)$$

이들 $X_{c,cl}$ 와 $Y_{o,cl}$ 는 다음의 Lyapunov 방정식을 만족함이 증명되어 있다⁽¹⁸⁾.

$$A_{cl} X_{c,cl} + X_{c,cl} A_{cl}^T + H_{cl} H_{cl}^T = 0 \quad (34)$$

$$A_{cl}^T Y_{o,cl} + Y_{o,cl} A_{cl} + G_{cl}^T G_{cl} = 0 \quad (35)$$

물론 위의 식들은 제어를 적용한 페루프 시스템이므로 안정하다(즉 A_{cl} 의 모든 고유값은 음의 값을 갖는다)는 가정하에 사용할 수 있다. 이어서 $X_{c,cl}$ 과 $Y_{o,cl}$ 를 다음과 같이 분할한다.

$$\begin{bmatrix} X_{c,11} & X_{c,12} \\ X_{c,21} & X_{c,22} \end{bmatrix} = X_{c,cl},$$

$$\begin{bmatrix} Y_{o,11} & Y_{o,12} \\ Y_{o,21} & Y_{o,22} \end{bmatrix} = Y_{o,cl} \quad (36)$$

$X_{c,22}$ 와 $Y_{o,22}$ 의 차수는 모두 시스템의 차수와 같고, Carroll과 Hughes는 $X_{c,22}$ 과 $Y_{o,22}$ 는 내칭인 양의 반한정 그레미안 행렬임을 증명하였다.

$$W_{c,cl}^2 = X_{c,22}, \quad W_{o,cl}^2 = Y_{o,22} \quad (37)$$

이 그레미안 행렬을 이용하여, 상태공간식에 내부균형방법의 과정을 수행하면 균형된 시스템의 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{z}_b = E_b z_b + H_b y \quad (38)$$

$$u = -G_b z_b$$

여기서 하첨자 b 는 균형된 시스템을 의미하며, 또한

$$\begin{aligned} z &= Tz_b, \quad E_b = T^{-1}ET, \quad H_b = T^{-1}H, \quad G_b = GT \\ E &= A - BG - HC \\ W_{\tilde{c}, cl, b}^2 &= T^{-1}W_{\tilde{c}, cl}^2 T^{-T}, \\ W_{\tilde{d}, cl, b}^2 &= T^T W_{\tilde{d}, cl}^2 T \end{aligned}$$

이 식에서 $W_{\tilde{c}, cl, b}^2$ 와 $W_{\tilde{d}, cl, b}^2$ 는 다음과 같이 동일한 행렬이 된다.

$$W_{\tilde{c}, cl, b}^2 = W_{\tilde{d}, cl, b}^2 = \Sigma^2 = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{21}^2\} \quad (40)$$

여기서, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{21} \geq 0$ 는 균형된 그레미안 행렬의 고유값들이다. 내부균형 변환행렬 T 는 전차제어를 균형좌표계로 투영하는 역할을 한다. T 를 계산하는 우수한 기법은 참고문헌 (19)에 잘 나타나 있다.

임의 차수 $r < 21$ 로 축차된 제어를 구하기 위하여, 균형된 제어를 아래와 같이 분할한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{b, 11} & E_{b, 12} \\ E_{b, 21} & E_{b, 22} \end{bmatrix} &= E_b \begin{bmatrix} H_{b, 1} \\ H_{b, 2} \end{bmatrix} \\ &= H_b [G_{b, 1} \quad G_{b, 2}] = G_2 \end{aligned} \quad (41)$$

그러면 축차된 제어를 위한 상태공간식은 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_r &= E_{b, 11}z_r + H_{b, 1}y \\ u &= -G_{b, 1}z_r \end{aligned} \quad (42)$$

앞에서 구한 축차된 제어를 사용한 능동시스템의 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl, r} &= A_{cl, r}x_{cl, r} + \Gamma_{cl, r}d_{cl} \\ y &= C_{cl, r}x_{cl, r} \\ u &= G_{cl, r}x_{cl, r} \end{aligned} \quad (43)$$

여기서, $x_{cl, r} = \begin{Bmatrix} x \\ z_r \end{Bmatrix}$, $d_{cl} = \begin{Bmatrix} r \\ d_g \end{Bmatrix}$

$$\begin{aligned} A_{cl, r} &= \begin{bmatrix} A & -BG_{b, 1} \\ H_{b, 1} & E_{b, 11} \end{bmatrix}, \\ \Gamma_{cl, r} &= \begin{bmatrix} 0 & \Gamma \\ -H_{b, 1} & 0 \end{bmatrix} \\ C_{cl, r} &= [C \quad 0], \quad G_{cl, r} = [0 \quad -G_{b, 1}], \\ H_{cl, r} &= \begin{bmatrix} 0 \\ H_{b, 1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

본 연구에서는 제어기 축차기법을 사용하여 제어기의 차수를 4개로(약 80% 축소) 줄일 수 있었다. 이제 축차된 제어를 사용한 능동시스템의 성능을 파악하기 위해 다음과 같은 해석을 수행한다. 매 속도에 대한 능동시스템의 행렬 $A_{cl, r}$ 에 대한 고유값

근궤적을 그린다. 고유값 근궤적으로부터 능동시스템의 플러터속도를 구하고, 플러터 발생모드를 확인한다. 축차된 제어를 사용한 능동시스템의 고유값 근궤적과 각 출력의 시간응답선도 및 수치적 해석결과는 다음 절에서 자세히 다루고자 한다.

5. 시뮬레이션 결과 및 토의

본 연구에서 시스템 모델링과 해석을 위해 사용한 설계 파라메타는 Table 1와 같다. 이 값들은 Edward⁽²⁻⁴⁾와 Ohta와 Suzuki⁽⁵⁻⁷⁾에 의해 최악의 상태로 가정된 것을 사용한 값이다. Table 2는 Roger 방법을 이용한 공기력의 유리함수 근사화에서 사용한 상수값들을 나타낸다.

5.1 수동시스템과 능동시스템의 성능 비교

(1) 수동시스템의 수치적 해석

Table 1, 2에서 주어진 모델의 제원을 이용하여 Fig. 2와 같은 수동시스템의 $V-g$ 선도를 그렸고, 속도 300.06(ft/sec)에서 플러터가 발생함을 확인할 수 있었다. 이 수동시스템에 사용한 공기력을 유리

Table 1 Design parameters of model

Design parameter	Value	Unit
b	1	ft
a	-0.449	
c	0.461	
x_a	0.364	
x_b	0.01248	
r_a^2	0.25	
r_b^2	0.00625	
ω_h	50	rad/sec
ω_a	100	rad/sec
ω_b	300	rad/sec
ζ_β	0	
μ	40	
ρ	0.0002378	slug/ft ³

Table 2 Design value of β .

β_1	β_2	β_3	β_4
0.2	0.4	0.6	0.8

함수근사화를 시키지 않은 공력 모델이다.

Fig. 3은 수동시스템의 고유값 근계적이다. 고유값 근계적은 속도를 변화시키면서 5(ft/sec)간격의 각

속도에서 계산된 시스템행렬의 고유값을 그린 것이다. 고유값 근계적에서 구한 플러터속도는 301.79(ft/sec)이다. 이것은 V-g 선도로부터 구한 플러터속도와 비교할 때, Roger 방법을 이용한 공기력의 유리함수 근사화가 매우 정확함을 알 수 있다. 그리고, 고유값 근계적으로부터 수동시스템은 수직운동(h)모드에서 플러터가 발생함을 확인할 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5는 속도 250(ft/sec)과 325(ft/sec)에서 각각 구한 돌풍입력에 대한 시간응답선도이다. 그림에서 보면 같은 강도의 돌풍입력에 대해 플러터속도 이전에서는 매우 안정적인 반면, 플러터속도 이후에서는 각 모드가 매우 불안정하고 발산함을 알 수 있다.

(2) 능동시스템의 수치적 해석

능동시스템은 플러터속도가 수동시스템의 플러터속도 301.79(ft/sec)에서 약 10% 정도 향상된 325(ft/sec) 이상이 되도록, LQG를 적용한 제어기로 구성하였다. 설계속도를 325(ft/sec)으로 하여 제어게인 G와 필터게인행렬 H를 구한 후 각 속도에서 능동시스템행렬 Acl를 구성하였다. 능동시스템행렬 Acl의 고유값 근계적은 Fig. 6과 같다. 고유값 근계적으로부터 전차 제어기를 사용한 능동시스템의 플러터속도는 329.34(ft/sec)이고 수동시스템에서와 마찬가지로 수직운동(h)모드에서 플러터가 발생함을 알 수 있다. 즉 전차 제어기를 사용한 능동시스템은 플러터속도를 9.12% 향상시켰고, 이것은 능동시스템이 설계목표를 매우 잘 만족하고 있음을 나타내는 결과이다. Fig. 7은 속도 325(ft/sec)에서 외란으로 작용하는 돌풍입력에 대한, 전차 제어기를 사용한 능동시스템의 상태변수의 시간응답을 그린 것이다. 여기서 돌풍입력의 강도는 수동시스템에서와 같은 강도를 사용하였고, 21개의 상태변수 중에서 실제로

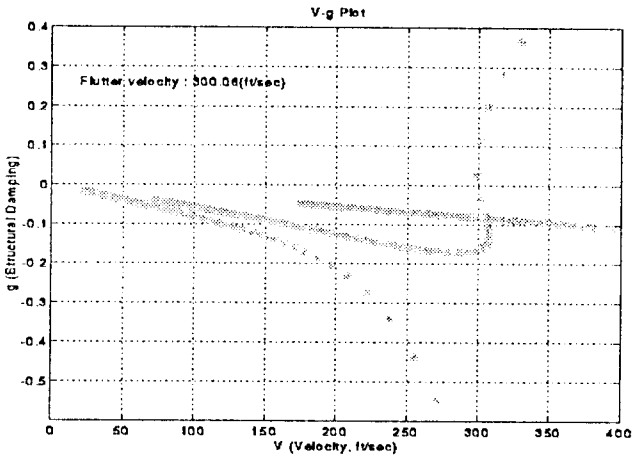


Fig. 2 V-g Plot of Passive System

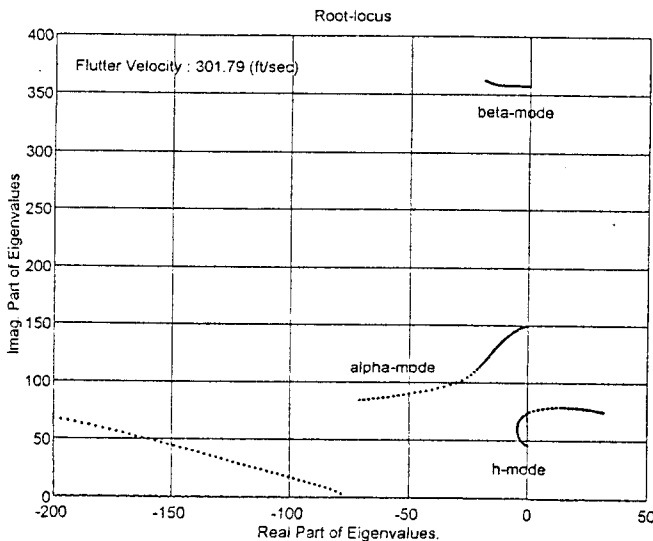


Fig. 3 Root-Locus of Eigenvalues of Passive System

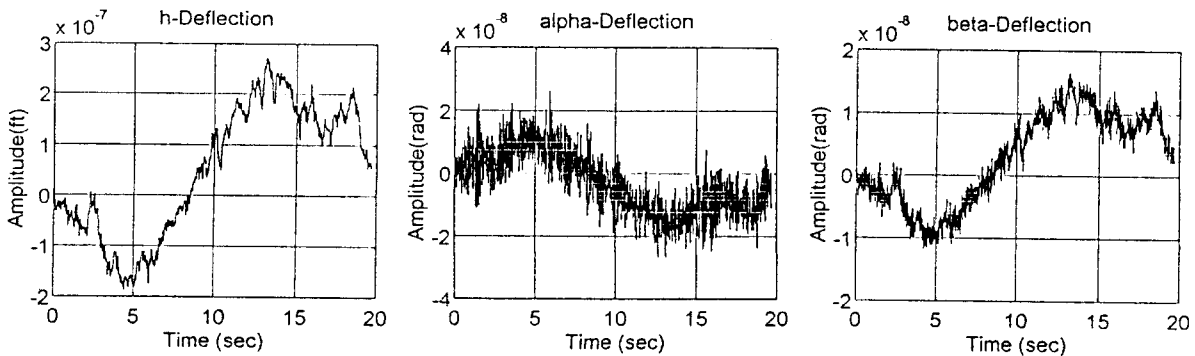


Fig. 4 Gust Responses of Passive System at V=250(ft/sec)

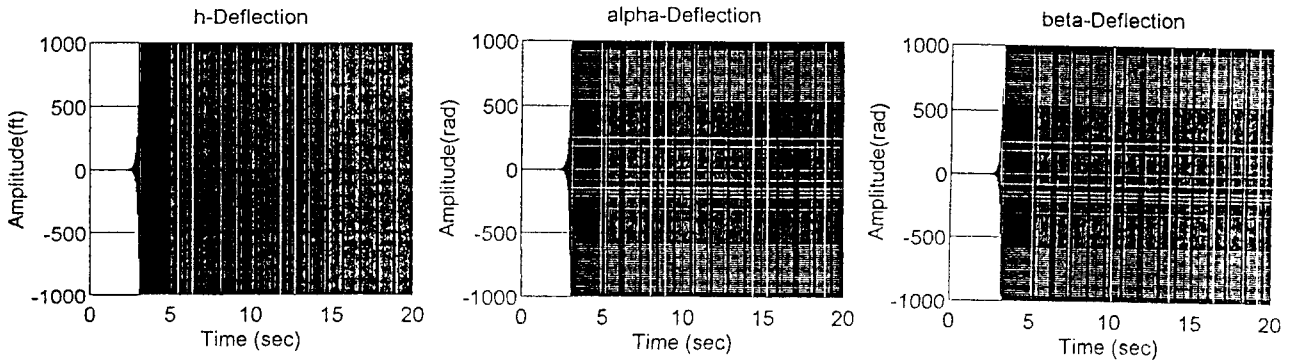


Fig. 5 Gust Responses of Passive System at $V=325$ (ft/sec)

측정이 가능한 시스템 변수(날개의 수직운동 모드, 날개의 회전운동 모드, 조종면 회전운동 모드)의 속도항만을 출력으로 사용하였다. 속도 325 (ft/sec)에서 그런 수동시스템의 돌풍응답 선도와 비교하여 볼 때, LQG(21개의 상태변수중에서 3개만을 피드백에 사용)를 사용한 능동시스템의 플러터제어 효과가 매우 우수함을 알 수 있다. 여기서 주목해서 봐야 할 것은, 수동시스템에서 플러터가 발생했던 수직운동 (h) 모드이다. 예상했던 바와 같이, 수직운동 (h) 모드를 비롯한 모든 모드에서 매우 안정정적인 시간응답 특성을 나타내고 있다. 또한, 조종면 회전운동 (β) 모드는 회전력 발생기의 직접적인 영향을 받기 때문에, 똑같은 설계조건이라 하더라도 적용되는 제어기법에 따라 시간응답에서 다소 차이가 있음을 알 수 있다.

5.2 전차 제어기와 축차된 제어기를 사용한 능동 시스템의 성능 비교

축차된 제어기를 이용한 능동시스템 $A_{CL,r}$ 을 구성하기 위해 앞절에서 구한 전차 제어기에 BACR를 사용하였고, 그 결과 시스템행렬의 차수가 21×21인 전차 제어기에서 시스템행렬의 차수를 약 80% 줄인

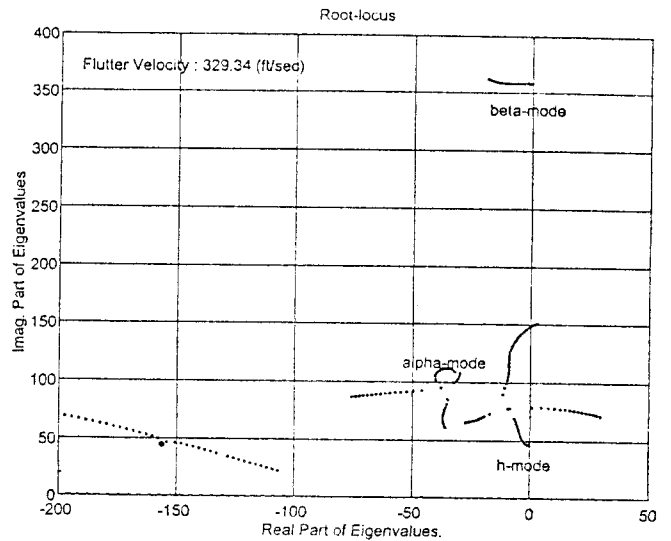


Fig. 6 Root-Locus of Eigenvalues of Active System

4×4의 축차된 제어기를 구성할 수 있었다. Fig. 8은 축차된 제어기를 사용한 능동시스템 $A_{CL,r}$ 의 고유값 근궤적이다. 축차된 제어기를 사용한 능동시스템도 속도 329.45 (ft/sec)에서 플러터가 발생하였고, 이는 플러터속도를 9.16% 향상시킴으로서 제어기의

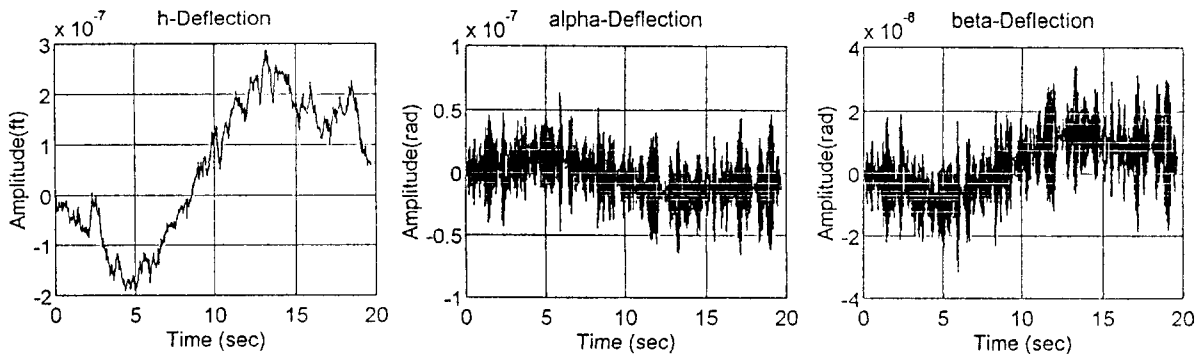


Fig. 7 Gust Responses of Active System using Full Order Controller using Full Order Controller

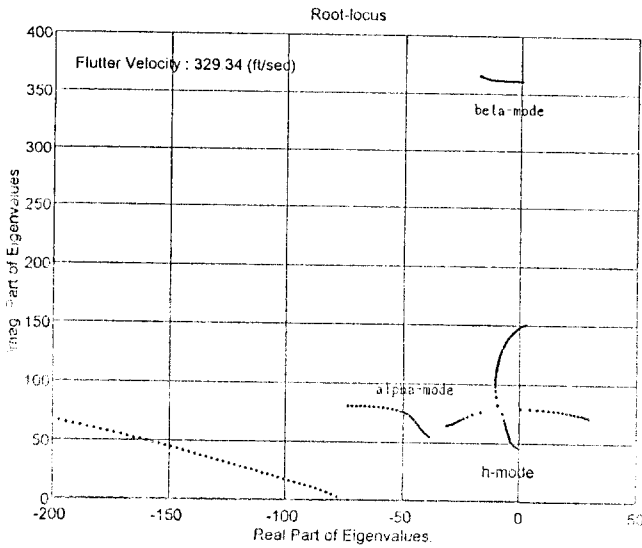


Fig. 8 Root-Locus of Eigenvalues of Active System using Reduced Order Controller

실제조건을 매우 잘 만족하고 있음을 보여준다. 또한 Fig. 8의 근궤적을 비교해 보면, 예상외로 축차된 제어를 사용한 능동시스템이 전차 제어를 사용한 것에 비해 플러터속도가 다소 향상된 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 BACR을 적용하는 과정에서 시스템을 불안정하게 하는 공기력 상태변수들이 많이 삭제됨으로써 축차된 제어기의 제어효과가 더 높게 나타난 것으로 판단된다. 이와 같이 전차제어기를 사용한 능동시스템의 제어효과와 축차된 제어기를 사용한 능동시스템의 제어효과 사이에 다소 차이가 존재하지만, 그 크기가 전체 향상치에 비해 매우 작고 모두 설계조건을 만족하고 있으므로 능동플러터제어에서 BACR의 적용은 매우 유효한 것임을 알 수 있다.

Fig. 9는 축차된 제어를 사용한 능동시스템의 출력의 시간응답이다. 전차 제어를 사용한 능동시스템의 시간응답과 비교해보기 위하여, 동일한 속도 325(ft/sec)에서 동일한 강도의 돌풍입력에 대한 축차된 제어를 사용한 능동시스템의 상태변수의 시간응답을 그린 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 운동모드에서 안정적인 경향을 보이고 있으며 전차제어를 사용한 능동시스템의 시간응답과 거의 일치하고 있다. 그러나 축차된 제어를 사용한 능동시스템을 차수를 21에서 4로 약 80% 정도 줄일 수 있으므로, 항공기에 탑재하는 컴퓨터에서 실시간으로 계산되는 계산량을 크게 줄일 수 있는 장점을 갖고 있다. 본 연구에서 개발된 제어 프로그램을 PC

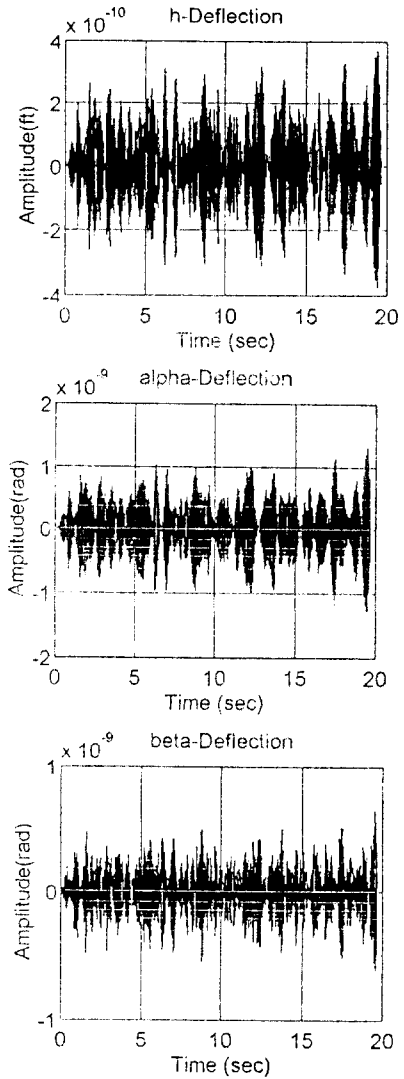


Fig. 9 Gust Responses of Active System using Reduced Order Controller

186 DX 2에서 수행한 결과 축차제어를 사용할 경우 전차제어의 경우보다 계산량을 약 85% 정도 줄일 수 있었다.

6. 결 론

본 논문에서 3자유도를 갖는 2차원 강체날개의 플러터 속도를 향상시키는 축차 제어를 설계하는 기법을 연구하였다. 먼저 2차원 강체날개의 운동방정식을 유도하고 플러터 해석을 수행하였다. 다음 운동계의 플러터 속도를 향상시키는 능동제어기를 설계한 후 제어기의 차수를 축차하는 기법을 적용하여 저차의 능동제어기를 구성하였다. 세어기 축차기법

으로 BACR을 사용하였으며 전차 제어기의 상태변수를 약 80%정도 줄일 수 있다. 축차된 제어기를 사용한 능동시스템과 전차 제어기를 사용한 능동시스템의 제어효과의 차이는 무시할 수 있을 정도로 매우 작다. 따라서, BACR을 사용하여 얻은 축차된 제어기를 사용하면 상당한 계산량 감소효과와 실시간 단축효과를 얻을 수 있음을 확인하였다. 또한 동일한 돌풍입력에 대한 각각의 능동 시스템의 시간응답도 매우 양호한 결과를 얻을 수 있었으며, 전차 제어기를 사용한 능동시스템의 돌풍응답과 축차된 제어기를 사용한 능동시스템의 돌풍응답 사이의 차이도 매우 작게 나타났다. 그러므로, 항공기 날개의 능동 플러터억제에는 BACR을 이용하여 설계한 축차된 제어기가 플러터 능동제어에 매우 유용하다고 할 수 있다. 그러나 BACR을 사용하기 위해서는 요구되는 정확도와 계산량에 대한 상호 절충과정이 반드시 필요하다.

후 기

본 연구는 1993년도 교육부학술연구조성비(기계공학 ME 93-D-22)의 지원을 받아 수행되었으며 이에 관계자께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Hollowell, S.J., and Dugundji, J., 1982, "Aeroelastic Flutter and Divergence of Stiffness Coupled, Graphite/Epoxy, Cantilevered Plates," Research supported by US Air Force and the Materials Laboratory of the Air Force Wright Aeronautical Laboratories.
- (2) Edwrad, J.W., Ashely, H., and Breakwell, J.V., 1979, "Unsteady Aerodynamic Modeling for Arbitrary Motions," AIAA, Vol. 17, No. 4, pp. 365~374.
- (3) Edward, J.W., 1977, "Unsteaedy Aerodynamic Modeling and Active Aeroelastic Control," NASA Grant NGL-05-020-007.
- (4) Edward, J.W., Breakwell, J.V., and Bryson, A.E. Jr., 1978, "Active Flutter Control Using Generalized Unsteady Aerodynamic Theory," J. Guidance and Control, Vol. 1, No. 1, pp. 32~40.
- (5) Ohta, H., Fujimori, A., Nikiforuk, P.N., Gupta, M.M., 1989, "Active Flutter Suppression for Two-Dimensional Airfoils," J. Guidance and Control, Vol. 12, No. 2, pp. 188~194.
- (6) Suzuki, S., Matsuda, S., 1991, "Structure/Control Design Synthesis of Active Flutter Suppression System by Goal Programming," J. Guidance and Control, Vol. 14, No. 6, pp. 1260~1266.
- (7) Suzuki, S., Yonezawa, S., 1993, "Simultaneous Structure/Control Design Optimization of Wing Structure with a Gust Load Alleviation System," Journal of Aircraft, Vol. 30, No. 2, March-April.
- (8) 남창호, 황재혁, 오승민, 1993, "압전재료가 있는 복합재 평판의 진동제어를 위한 구조/제어 최적설계," 한국항공우주학회지, Vol. 21, No. 4, pp. 48~59.
- (9) Nissim, E., 1993, "Order Reduction of Linear-Quadratic-Gaussian-Designed Controllers," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 16, No. 4, pp. 1154~1160.
- (10) Carroll, K.A., Hughes, P.C., 1990, "Dontroller Order Reduction for Flexible Spacraft Using Closed-Loop Balancing Methods," The Dynamics of Flexible Structures in Space, pp. 105~120.
- (11) Brian, D.O., Anderson, Yi, L., 1989, "Controller Rduction: Concepts and Approaches," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, pp. 802~812.
- (12) Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., and Halfman, R. L., 1955, "Aeroelasticity," Addison-Wesley, Mass.
- (13) Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., 1962, "Principles of Aeroelasticity," Wiley and Sons, Inc.
- (14) Fung, Y.C., 1955, "An Introduction to the Theory of Aeroelasticity," Dover Publications, Inc., New York.
- (15) 김종식, 1989, "선형 제어시스템 공학", 청문각.
- (16) Meirovitch, L., 1989, "Dynamics and Control of Structures," Wiley Interscience.
- (17) Inman, D.J., 1989, "Vibration with Control Measurement and Stability," Prentice Hall.
- (18) Moore B.C., 1981, "Principal Component Analysis in Linear System: Controllability, Observability and Model Reduction," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, No. 1, pp. 17~32.
- (19) Skelton, R.E., 1988, "Dynamic Systems Control," John Wiley & Sons.