

# 회전자유도 보간에 의한 모드합성법

Modal Synthesis Method Using Interpolated Rotational DOF

장 경진\* · 지태한\* · 박영필\*\*

Kyoung-Jin Chang, Tae-Han Jee and Young-Pil Park

〈1995년 6월 13일 접수 ; 1995년 9월 11일 심사완료〉

**Key Words :** Experimental Modal Analysis(실험모드해석), Finite-Element Aanalysis(유한요소해석), Modal Synthesis Method(모드합성법), Lagrange Interpolation(라그랑지 보간법)

## ABSTRACT

In the case of performing experimental modal analysis(EMA) and finite-element analysis(FEA) for a whole structure of automotive body that is composed of many complex parts, a trouble may arise from the calculation time, the capacity of memory in computers and the experimental conditions, etc.. In this paper, for the vibrational analysis of automotive body model, the efficient modal synthesis method by means of dividing the whole structure into two parts and performing EMA and FEA for each part is studied. In addition, the method based on Lagrange interpolation is proposed for approximating rotational degrees-of-freedom information and linking FEA with EMA. In result, by measuring translational degrees-of-freedom information of only few points and adopting only few modes, the linking method based on Lagrange interpolation turned out to be efficient and accurate in the low frequency range.

## 1. 서 론

최근 승용차의 급격한 수요증가와 더불어 차량의 승차감 개선에 많은 관심이 집중되면서, 저진동 저소음 차량에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 이러한 연구의 일부로서, 수치해석법 및 진동실험에 의하여 복잡한 전체 구조물을 해석할 경우, 계산기의 기억용량, 계산시간, 비용이 많이 들게 되고, 한

번 해석을 행한 구조물을 부분적으로 변경할지라도 전체의 계산을 다시 수행해야만 한다. 따라서, 복잡한 전체 구조물을 몇 개의 부분구조물로 나누어, 분계의 특성에 맞게 각기 수치해석법이나 모달실험을 적용한 후, 다시 합성하는 방법이 제시되었는데, 이것이 부분구조합성법이다. 부분구조합성법을 사용할 경우에 유한요소 모델링이 쉬운 분계와 실험이 쉬운 분계를 서로 구분하여, 각기 유한요소해석 및 실험해석을 수행한 후 합성함으로써, 각 분계의 특성에 맞는 효율적인 해석을 수행할 수가 있다. 그러나, 이 경우에 실험으로부터 회전자유도의 정보를 구하기가 용이하지 않기 때문에 양 분계의 결합시에 문

\*연세대학교 대학원

\*\*정희원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

제가 생기게 되며, 이를 위한 별도의 연구가 필요하다. 본 연구에서 제안된 부분구조합성법은 이러한 문제점을 극복하며, 유한요소모델링의 용이함, 실험의 간편성, 계산의 효율성을 추구하였다.

지금까지의 연구를 살펴보면, 모드합성법에서는 먼저 Hurty<sup>(1)</sup>가 구속모드법을 제안하였고, Craig와 Bampton<sup>(2)</sup>은 Hurty의 방법을 수정하여 구속모드와 결합부모드만을 사용하였으며, Dowell<sup>(3)</sup>은 불구속모드, 결합부모드 및 강체모드를 사용한 불구속모드법을 제안하였다. 이 외에 Benfield 등<sup>(4)</sup>은 이들을 혼합하여 주종계법을 제안하였다. 한편, Hermanski 등<sup>(5)</sup>은 유한요소해석과 실험모달해석을 연계시킨 방법인 회전자유도가 보간된 모드합성법(interpolated modal synthesis, IMS)을 연구하여, 단순 지지 보에 적용함으로써 타당성을 입증하였다.

복잡한 부분구조물들로 이루어진 차체는 유한요소모델링이 쉽지 않고, 전체 구조물의 해석에 계산시간, 용량, 비용 등 많은 계약이 따르므로, 효율적인 해석을 위해 실험과 유한요소해석을 병행한 부분구조합성법을 차량의 BIW(body in white)에 적용하는 방법을 연구하게 되었다.

그 기본연구로서 실험과 유한요소해석을 병행하여 회전자유도를 보간하는 방법을 먼저 단순한 판구조물에 적용을 하고, 나아가 실제 BIW를 축소하여 차체 제작한 모형차에 적용시켜 보았다. 회전자유도가 보간된 모드합성법(interpolated modal synthesis, IMS)은 유한요소해석과 실험모달해석을 연계하여 부분구조합성법에 적용시킨 방법으로서, 기존의 연구에서는 이 이론을 1차원의 단순 지지 보에 적용하여 타당성을 입증하였으나, 본 연구에서는 2차원의 판구조물과 더 나아가서 3차원의 모형차에 적용을 시켜 보았다.

## 2. 회전자유도가 보간된 모드합성법의 이론

먼저 대상물을 실험해석을 위한 분계(실험분계)와 유한요소해석을 위한 분계(유한요소분계)로 나누고 실험분계에 대해 병진자유도를 측정하는 모달실험을 행한다. 이 때, 양 분계의 결합시 실험분계의 회전자유도의 부재로 인해 문제가 생기는데, 이것은 일 반적인 모달실험시에 회전자유도에 대한 정보를 구하는 것이 손쉽지 않기 때문이다. 따라서 회전자유도를 실험분계의 병진자유도로부터 라그랑지 보간법(Lagrange interpolation)으로 보간하여 구함으로써 결합영역에서의 문제를 해결하였다.

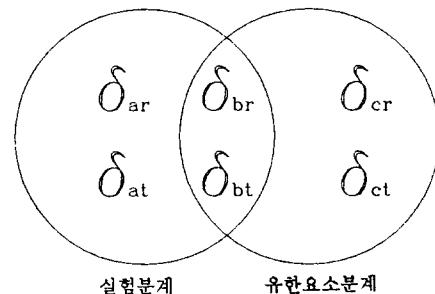


Fig. 1 Composition of two components

대상계를 비감쇠계로 가정하여 Fig. 1과 같은 2분계의 구조물에 대해 본 방법을 설명한다. Fig. 1에서 첨자 a, b 및 c는 각기 실험분계의 내부영역, 결합영역 및 유한요소분계의 내부영역을 표시하며, 첨자 t 및 r은 각기 병진자유도성분 및 회전자유도성분을 표시한다.

먼저, 실험분계에 대해 모달실험을 행한 후, 모달해석을 거쳐서 다음과 같이 모달좌표로 표현된 실험분계의 운동방정식을 작성한다.

$$[I]\{\ddot{q}\} + [\Omega^2]\{q\} = [\Phi]^T \begin{Bmatrix} F_{at} \\ F_{bt} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서  $[\Omega^2]$ 는 고유치의 대각행렬이고,  $[\Phi]$ 는 측정점의 병진자유도성분을 갖는 모달행렬이며,  $\{q\}$ 는 모달좌표이고,  $\begin{Bmatrix} F_{at} \\ F_{bt} \end{Bmatrix}$ 는 외력벡터이다.

실험분계의 물리좌표를 모달좌표로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \delta_{at} \\ \delta_{bt} \end{Bmatrix} = [\Phi]\{q\} = \begin{Bmatrix} \Phi_{at} \\ \Phi_{bt} \end{Bmatrix} \{q\} \quad (2)$$

한편, 유한요소분계에 대해 유한요소법으로 질량 및 강성행렬을 구하여 운동방정식을 작성하면

$$\begin{Bmatrix} M_{bt,bt} & M_{bt,br} & M_{bt,c} \\ M_{br,bt} & M_{br,br} & M_{br,c} \\ M_{c,bt} & M_{c,br} & M_{c,c} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_{bt} \\ \ddot{\delta}_{br} \\ \ddot{\delta}_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} K_{bt,bt} & K_{bt,br} & K_{bt,c} \\ K_{br,bt} & K_{br,br} & K_{br,c} \\ K_{c,bt} & K_{c,br} & K_{c,c} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_{bt} \\ \dot{\delta}_{br} \\ \dot{\delta}_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{bt} \\ F_{br} \\ F_c \end{Bmatrix} \quad (3)$$

이 된다. 식 (1)과 식 (3)을 이용하여 실험분계와 유한요소분계를 합성하면 전계의 운동방정식은

$$\begin{Bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{bt,bt} & M_{bt,br} & M_{bt,c} \\ 0 & M_{br,bt} & M_{br,br} & M_{br,c} \\ 0 & M_{c,bt} & M_{c,br} & M_{c,c} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\delta}_{bt} \\ \ddot{\delta}_{br} \\ \ddot{\delta}_c \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{bmatrix} [\Omega^2] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{bt,bt} & K_{bt,br} & K_{bt,c} \\ 0 & K_{br,bt} & K_{br,br} & K_{br,c} \\ 0 & K_{c,bt} & K_{c,br} & K_{c,c} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \delta_{bt} \\ \delta_{br} \\ \delta_c \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} [\Phi_{at}]^T \{F_{at}\} + [\Phi_{bt}]^T \{F_{bt}\} \\ F_{bt} \\ F_{br} \\ F_c \end{Bmatrix} \quad (4)
 \end{aligned}$$

이 된다. 그 후에 라그랑지 보간법을 적용하여 계산한 변환행렬  $[T]$ 를 이용하여 결합영역의 회전자유도의 변위를 병진자유도로 보간하고 식 (2)를 이용하여 물리좌표를 모달좌표로 표현하면

$$\{\delta_{br}\} = [T] \begin{Bmatrix} \delta_{at} \\ \delta_{bt} \end{Bmatrix} = [T] [\Phi] \{q\} \quad (5)$$

이 된다. 식 (2)와 식 (5)를 이용하여 자유도를 축소시키는 변환행렬  $[R]$ 을 작성하면

$$\begin{Bmatrix} q \\ \delta_{bt} \\ \delta_{br} \\ \delta_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{bt} & 0 \\ T\Phi & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \delta_c \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} q \\ \delta_c \end{Bmatrix} \quad (6)$$

가 되며, 식 (4)에 식 (6)을 대입하고 앞에  $[R]^T$ 를 곱하면 최종적으로 축소된 전계의 방정식인

$$[\hat{M}] \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{\delta}_c \end{Bmatrix} + [\hat{K}] \begin{Bmatrix} q \\ \delta_c \end{Bmatrix} = [R]^T \{F\} \quad (7)$$

을 얻을 수 있다. 여기서  $[\hat{M}]$ ,  $[\hat{K}]$ 는 식 (4)의 질량행렬과 강성행렬의 전후에 각각  $[R]^T$ 와  $[R]$ 을 곱하여 얻은 행렬로서, 그 자유도의 크기는 실험분체에서 채용한 모드의 갯수와 유한요소분체의 내부영역의 자유도의 갯수의 합이다.

다음에 라그랑지 보간법(Lagrange interpolation)에 의하여 변환행렬  $[T]$ 를 구하는 방법을 설명한다. 실험분체에서 보간을 위한 정의구역이  $[a, b]$ 이고, 측정점  $x_i$ 는  $a \leq x_i \leq b$  ( $i=0, 1, \dots, n$ )을 만족할 때, 2차원의 모드형상은 라그랑지 다항함수(Lagrange polynomials)에 의해

$$y(x) = \sum_{i=0}^n y_i a_i(x) \quad (8)$$

$$\text{여기서 } a_i(x) = \prod_{k \neq i}^n \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \quad (i=0, 1, \dots, n)$$

로 표현할 수 있고, 회전자유도는 식 (8)을 미분한 결과인

Table 1 Lagrange interpolation<sup>(6)</sup>

Order of polynomial	$y'_0$
2nd order	$(-3y_0 + 4y_1 - y_2)/2h$
3rd order	$(-11y_0 + 18y_1 - 9y_2 + 2y_3)/6h$
4th order	$(-50y_0 + 96y_1 - 72y_2 + 32y_3 - 6y_4)/24h$

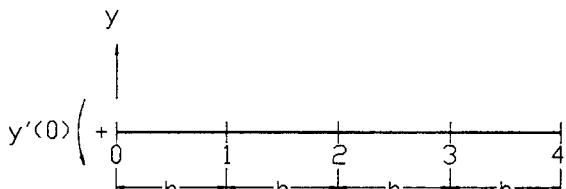


Fig. 2 Sign convention

$$\delta_{br}(x) = y'(x) = \sum_{i=0}^n y_i a_i'(x) \quad (9)$$

로 부터 구해진다.

식 (9)로부터 2차, 3차 및 4차함수로 보간한 결과가 Table 1과 같이 얻어지며, 부호의 크기는 Fig. 2에 나타나 있다. 이 보간식을 사용하면 결합영역부근의 절점에서의 각 방향의 병진자유도로부터 결합영역의 회전자유도를 계산해 주는 변환행렬  $[T]$ 를 구할 수 있다.

### 3. 판구조물의 실험 및 해석결과

회전자유도가 보간된 모드합성법(interpolated modal synthesis, IMS)을 단순 판구조물에 적용해보았다. 병진자유도로부터 회전자유도를 보간하는 방법은 모드형상이 다항함수(polynomials)로 표현가능한 대상에 적용할 수 있으므로, 모형 BIW에 적용시키기 앞서 한 끝이 고정된 단순 판구조물에 적용시켜 보았다.

#### 3.1 모델링과 실험장치

모델은 길이 60cm, 폭 20cm, 두께 2mm의 강판(SM 45C)이고, 탄성계수  $E = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 이고, 밀도  $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ 를 갖는다. 부분구조합성법의 적용을 위해 Fig. 3과 같이 먼저 분체를 2개로 나누어, 분체 1(실험분체)에 대해서는 LMS사의 CADA-X를 이용하여 모달실험을 행하고, 분체 2(유한요소분체)에 대해서는 SASI사의 ANSYS를 이용하여 유한요소해석을 행한다. 그림의 □표시는 모달실험의 측정점을 나타내며, 결합영역의 회전자유도를 보간하기

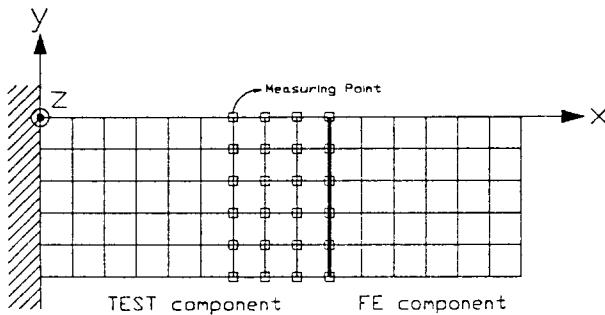


Fig. 3 Composition of two components of plate

위해 결합영역부근의 24점의 응답을 실험으로 구했다. 이 때 분체 1에서 측정하는 병진자유도의 변위 중 x 방향과 y 방향 성분은 작아서 무시 가능하다고 가정하고, z 방향 성분만을 측정하여 보간법에 의해 결합영역에서의 x 방향 및 y 방향의 회전자유도의 변위를 구하였다. 보간은 Table 1의 2차함수와 3차 함수의 보간법을 각기 사용했다. 각 분체를 합성한 후의 고유치해석은 Cholesky decomposition<sup>(7)</sup>을 사용했으며, Fig. 4에 회전자유도가 보간된 모드합성법을 적용하여 만든 본 프로그램의 실행순서를 표시한 블럭선도를 나타내었다.

### 3.2 실험결과

먼저 모의실험은 다음과 같은 순서로 실행했다. 실험분체에 대하여 유한요소해석에 의해 고유진동수 및 측정점의 z 방향 변위에 대한 모달벡터를 구한 후, 2차 및 3차함수의 라그랑지 보간법을 적용하고, 채용모드 갯수를 4, 6, 10, 20, 30, 50으로 변화시

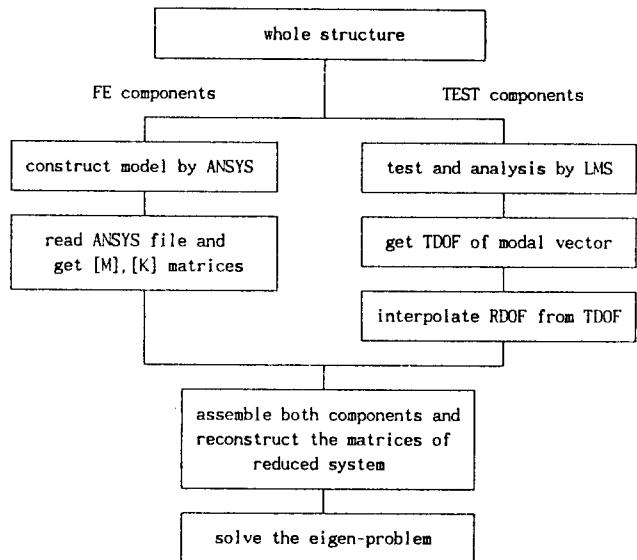


Fig. 4 Block diagram of IMS program

켜 가면서 해석하였다. Table 2는 2차 함수로, Table 3은 3차함수로 보간하여 해석한 고유진동수의 결과를 나타내었다. 여기서 FULL FEM은 전계를 유한요소해석한 결과이다. 결과를 보면 5차 이내에서는 2차함수가 3차함수의 보간 결과보다 다소 낮게 나왔으나, 고차로 갈수록 2차함수가 3차함수보다 더 많은 오차를 포함하여 높아지는 것으로 나타났고, 채용모드의 갯수가 10개 이상에서는 모드 갯수의 증가에 따른 결과의 개선이 10차 이내의 저주파수대역에서는 그다지 크지 않은 것을 알 수 있었다. 3차함수로 보간하고 채용모드 갯수를 변화시키며 해석한

Table 2 Natural frequency (Hz) of plate by simulation of 2nd order IMS

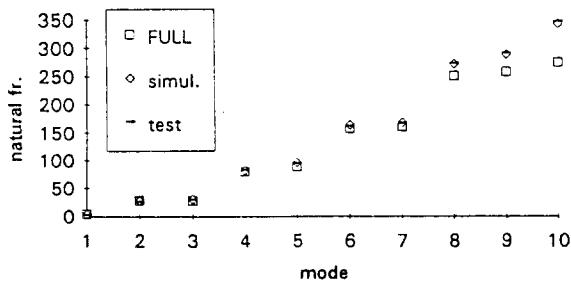
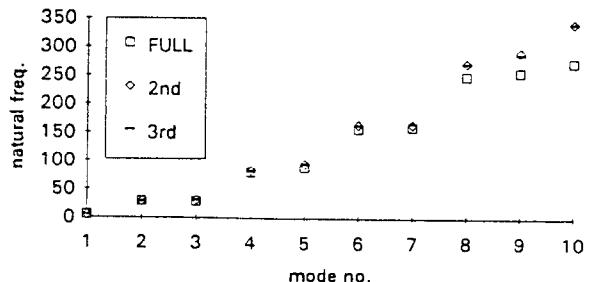
	FULL FEM	Simulation(using 2nd order polynomial)					
		Mode : 4	Mode : 6	Mode : 10	Mode : 20	Mode : 30	Mode : 50
1	4.54	4.62	4.58	4.56	4.54	4.54	4.53
2	28.12	28.57	28.57	28.46	28.23	28.09	27.86
3	28.38	32.57	30.37	29.40	28.37	28.19	28.14
4	79.88	84.97	82.86	82.01	80.89	80.52	80.25
5	88.58	95.05	95.05	91.14	89.73	89.16	88.68
6	157.36	164.87	164.86	160.79	157.43	156.51	155.83
7	160.77	249.31	165.87	162.99	161.84	160.97	160.65
8	250.41	307.88	273.30	256.81	253.19	251.82	250.71
9	257.74	344.63	293.92	270.62	264.25	262.07	260.23
10	274.98	546.61	344.63	282.64	278.12	277.24	276.84

**Table 3** Natural frequency(Hz) of plate by simulation of 3rd order IMS

	FULL FEM	Simulation(using 3rd order polynomial)					
		Mode : 4	Mode : 6	Mode : 10	Mode : 20	Mode : 30	Mode : 50
1	4.54	4.63	4.60	4.58	4.56	4.55	4.53
2	28.12	28.57	28.57	28.46	28.23	28.16	27.57
3	28.38	33.03	31.03	30.12	28.73	28.21	28.13
4	79.88	84.21	82.36	81.63	80.10	79.32	78.62
5	88.58	95.36	95.36	91.52	90.17	89.53	88.75
6	157.36	164.27	164.27	162.61	158.34	156.85	155.57
7	160.77	248.20	167.68	162.93	161.62	160.08	159.36
8	250.41	307.78	272.55	257.68	254.13	252.64	250.54
9	257.74	343.99	289.32	269.60	259.34	254.79	250.88
10	274.98	546.56	343.99	280.01	276.15	275.41	275.14

**Table 4** Natural frequency(Hz) of plate by IMS

	FULL FEM	FULL TEST	IMS			
			2nd order		3rd order	
			Mode : 4	Mode : 6	Mode : 4	Mode : 6
1	4.54	4.54	4.23	4.20	4.25	4.22
2	28.12	24.95	28.91	28.91	28.91	28.91
3	28.38	30.15	33.16	30.82	33.65	31.52
4	79.88	81.69	86.73	84.62	85.95	84.08
5	88.58	84.93	98.10	98.10	98.42	98.42
6	157.36	156.72	167.00	167.00	166.39	166.39
7	160.77	163.31	252.71	169.99	251.58	171.93
DOF	576	-	220	222	220	222

**Fig. 5** Natural frequency comparison between simulation and IMS**Fig. 6** Natural frequency comparison between 2nd & 3rd order IMS

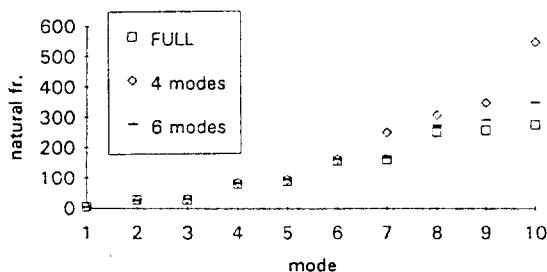


Fig. 7 Natural frequency according to the variation of used modes

경우의 모달벡터를 전계의 유한요소해석결과와 Fig. 8에서 맥(MAC)으로 비교하였다. 맥으로 부터 모드 4개를 사용한 경우에서 6차 이상의 모드가 누락되거나 순서가 바뀌는 것을 확인하였는데, IMS를 사용한 해석결과는 실험분계에서 채용한 모드 갯수에 해당하는 차수의 주파수대역에서만 의미있는 결과를

보여주는 것을 알 수 있었다.

실험분계에 대하여 모달실험을 행한 후 채용모드 갯수를 4개, 6개로 변화시키고, 각기 2차 및 3차함수로 보간하여 얻은 고유진동수를 Table 4에서 전계의 유한요소해석(FULL FEM) 및 전계의 실험결과(FULL TEST)와 비교하였다. 여기서 DOF는 고유치해석시 사용한 자유도갯수를 나타낸다. Fig. 5~7에서는 고유진동수에 대한 모의실험과 실험의 비교를, 또 보간법에 따른 비교를, 그리고 채용모드 갯수에 따른 비교를 나타내었다. 아울러 채용모드 갯수를 4개와 6개로 하고, 3차로 보간한 경우의 모달벡터를 Fig. 9에서 전계의 유한요소해석과, Fig. 10에서는 전계의 실험결과와 맥으로 비교하였다.

결과를 보면 2차 및 3차함수로 보간한 결과의 차이는 크지 않았으며, 저차에서는 전계의 결과와 적은 오차를 보이다가 고차로 가면서 오차가 커지는 것을 확인하였다.

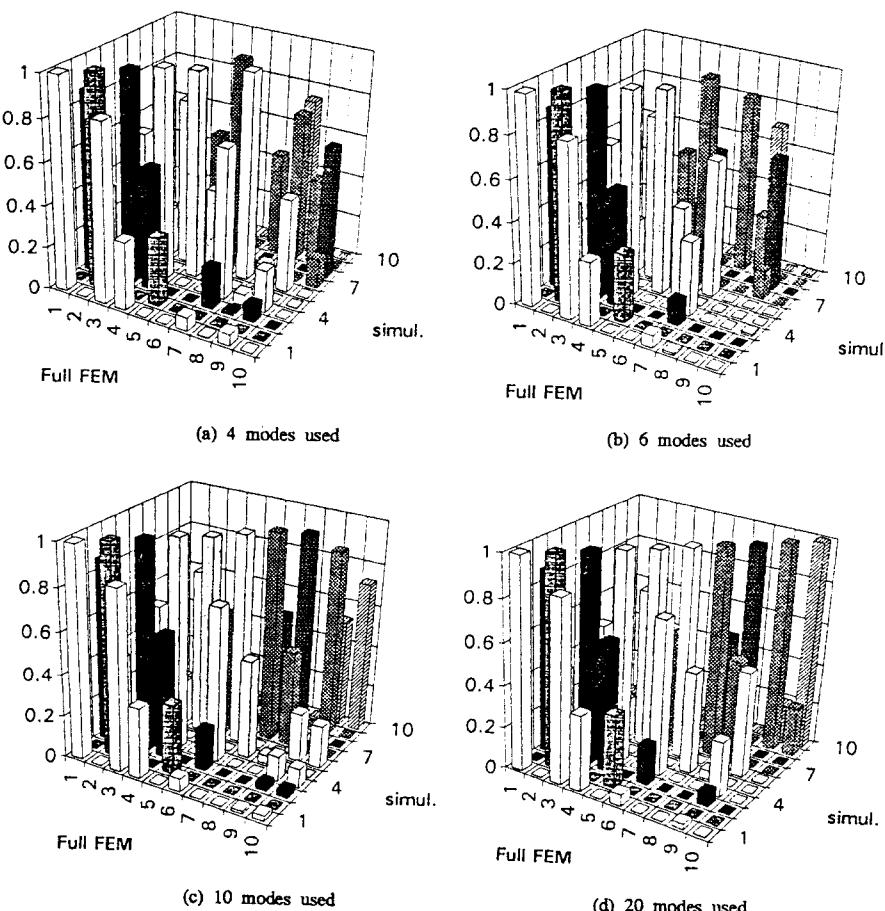


Fig. 8 MAC comparison between FULL FEM & simulation of 3rd order IMS

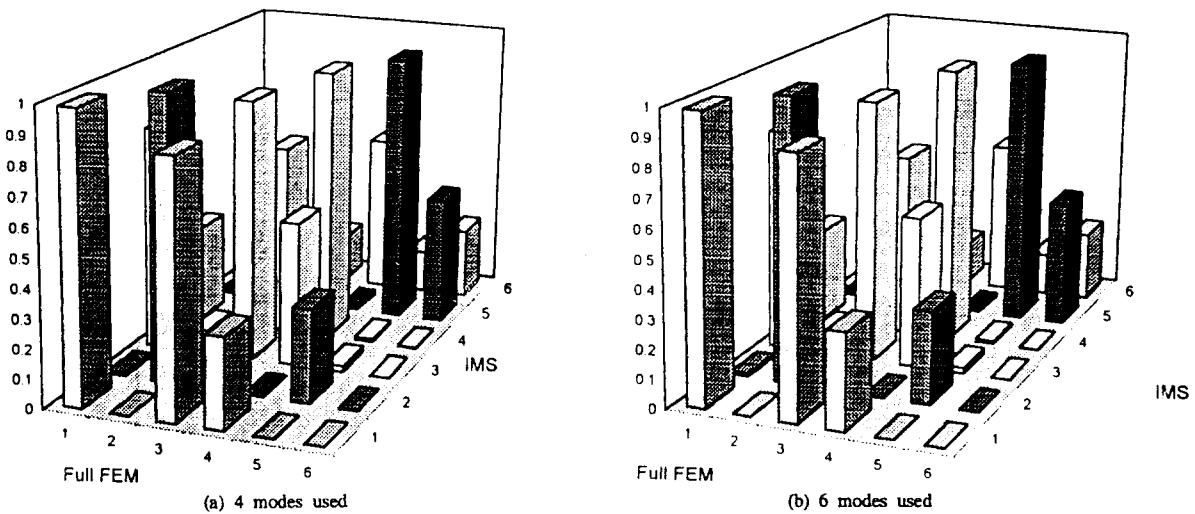


Fig. 9 MAC comparison between FULL FEM and IMS

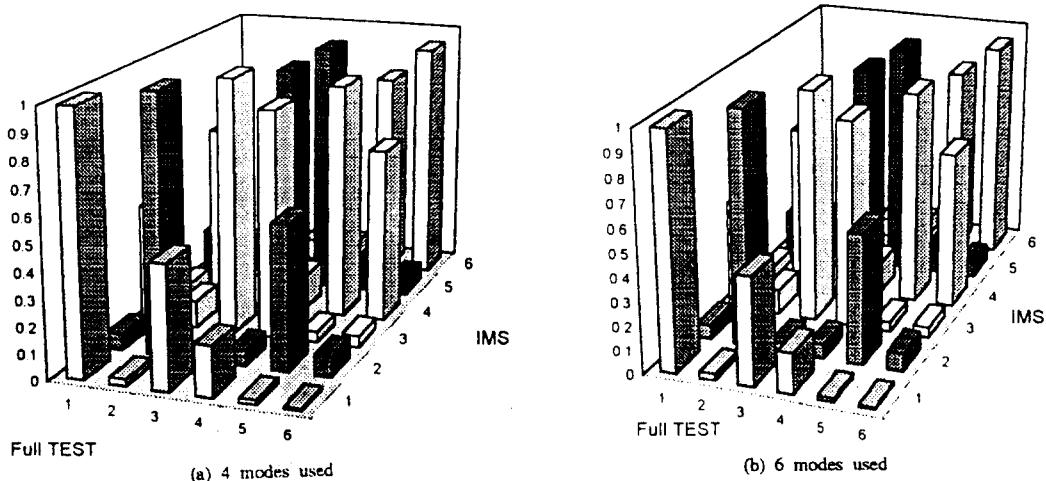


Fig. 10 MAC comparison between FULL TEST and IMS

#### 4. 모형차(Y-car)의 실험 및 해석결과

IMS를 BIW(body in white)의 진동해석<sup>(8)</sup>에 적용하기 위해 전체 크기를 1/2로 축소한 모형차인 Y-car를 제작하여 전체체에 대해 유한요소해석 및 실험모달해석을 수행한 뒤, 회전자유도가 보간된 모드합성법(interpolated modal synthesis, IMS)을 비감쇠계로 가정한 모형차에 적용시켜 보았다. 해석의 편의

를 위해 두께가 일정한 강판과 단면이 균일한 사각파이프를 이용하였으며, 형태는 실제 BIW에 가깝도록 제작하였다. Y-car의 설계시에 예상모델에 대한 유한요소해석을 병행하여 실제 BIW와 비슷한 진동특성을 갖도록 설계했다.

Y-car의 제원은 Table 5와 같다. 사용한 강판의 두께는 1.2 mm이고, 실제 BIW의 각종 필라부와 루프레일등 보강소로 모델링이 가능한 부분은 두께 1 mm의 사각파이프를 사용했다.

Table 5 Specification of Y-car

	Length (mm)	Front width (mm)	Rear width (mm)	Height (mm)	Weight (kg)
Spec.	1950	720	720	550	25.55

Table 6 Specification of experimental apparatus

Apparatus	Manufacturer & type	Specification
Impact hammer & force transducer	PCB type 086C05	10~5000lb 0.21mV/N
Power unit of impact hammer	PCB type 480E09	ICP SENSOR
Accelerometer	B & K type 4321	x : 1.009pC/ms <sup>-2</sup> y : 0.998pC/ms <sup>-2</sup> z : 0.991pC/ms <sup>-2</sup>
Charge amplifier	KISTLER type 5007	3 channel
Multichannel data acquisition system	B & K type 3551A	8 channel input module 2 channel generator
Work station	Hewlett-Packard HP715-75	Clock frequency : 75MHz Memory : 32MB, Disk : 2GB

#### 4.1 Y-car의 유한요소해석 및 실험모달해석

##### (1) 모델링과 실험장치

Y-car의 유한요소모델링과 해석은 SASI사의

ANSYS R5.0을 이용하였다. 강판은 SHELL63 요소, 파이프는 BEAM4 요소를 사용하여 요소수 610 개, 절점수 535개, 총자유도 3210개로 모델링하였고, 밀도  $\rho=7860\text{kg/m}^3$ , 탄성계수  $E=1.65\times10^{11}\text{N/m}^2$ 를 사용했다. 탄성계수의 값을 실제 강판에 사

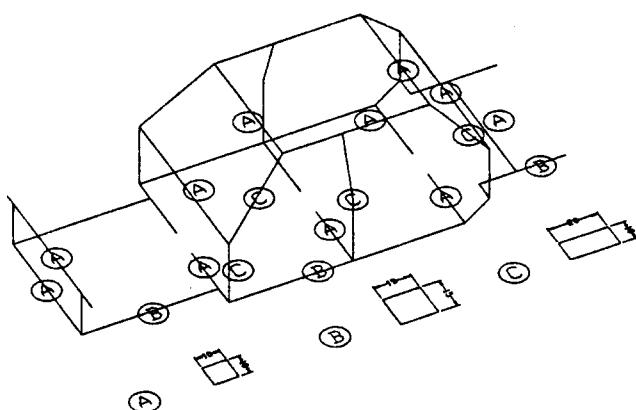


Fig. 11 Design of Y-car and used beam

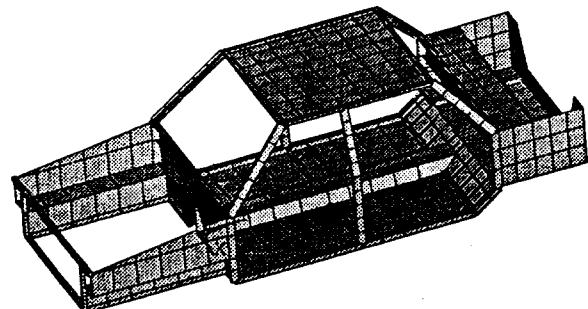


Fig. 12 Modeling of Y-car by FEM

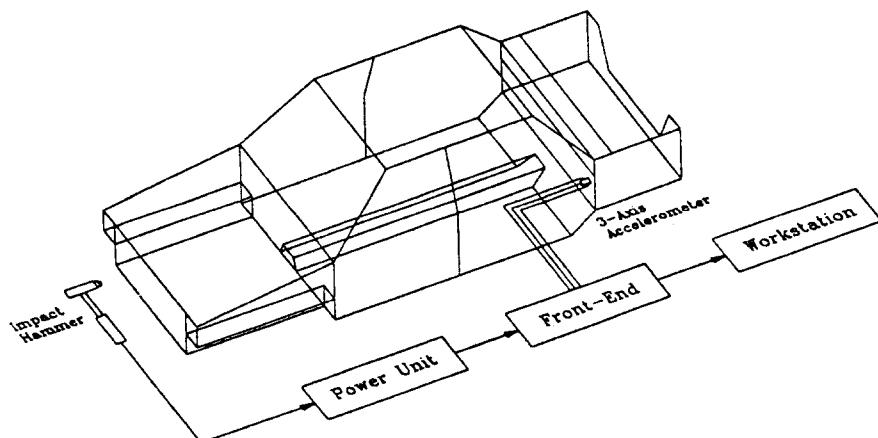


Fig. 13 Schematic diagram of the experimental set-up

**Table 7** Natural frequency(Hz) comparison of Y-car between test & FEM

	TEST	FEM	Remarks
1	-	25.14	RP bending
2	24.57	25.59	* 1st torsion
3	25.61	26.84	* 1st bending
4	-	31.59	Torsion + bending
5	32.04	33.52	* 2nd torsion
6	-	39.53	TA bending
7	41.73	40.63	* 2nd bending
8	-	41.24	RP+FP bending

(RP : roof panel, TA : tulip area, FP : floor pan, \* : global mode)

용되는 값보다 다소 낮은 값을 사용한 것은, 유한요소모델링시에 탄성결합부를 강결합으로 단순화시켜서 모델링함으로써 실험모달해석의 결과보다 고유진동수가 다소 높게 나온 것을 보정하기 위해서였다. 실험모달해석에 사용된 소프트웨어는 LMS사의 CADA-X이며, 모달실험에 사용된 장비의 제원은 Table 6과 같다.

모달실험은 총 62점에서 x, y, z축 방향중 가진이 용이한 방향만을 선택하여 가진하고, 3축 가속도계

로 응답을 받아서 총 117개의 자유도에 대한 데이터를 사용했다. Fig. 11에 Y-car의 제작시 펠라부를 보여주고 모델링하기 위해 사용된 파이프의 형상과 위치를, Fig. 12에 유한요소모델을, Fig. 13에 실험장치를 나타내었다.

## (2) 실험결과

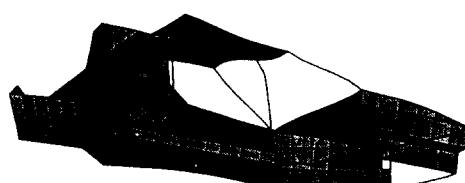
Y-car에 대해 유한요소해석과 실험모달해석으로 구한 고유진동수를 Table 7에서 비교하였고, 모드형태를 Fig. 14~15에 나타내었으며, Fig. 16에서 맥값을 비교하였다.

해석결과 1차, 2차의 굽힘모드와 비틀림모드를 제외한 유한요소해석의 모드가 실험결과에선 발견되지 않았는데, 이것은 국부적인 모드들로서 모델링과 실험의 오차로 인해 누락된 것으로 짐작된다.

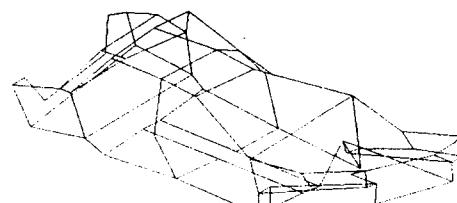
## 4.2 회전자유도가 보간된 모드합성법의 Y-car에 의 적용

### (1) 모델링과 실험방법

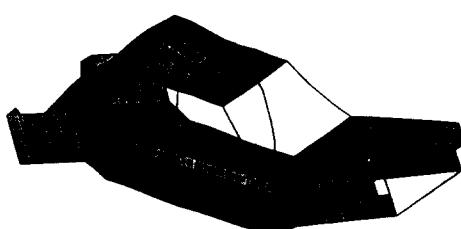
회전자유도가 보간된 모드합성법(IMS)을 Y-car에 적용하기 위해 Y-car를 Fig. 17과 같이 유한요소분체 및 실험분체로 나누었다. Fig. 17의 실험분체에 모달실험의 측정점을 □표시로 나타내었다. 유한요소분체는 유한요소법을 이용해 요소수 62개, 절점수 56개로 모델링하였고, 실험분체는 구속조건을 자유상태로 하여 보간을 위해 결합부와 인근절점인 75점



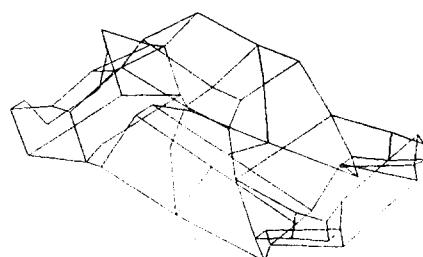
(a) FEM (25.59Hz)



(b) Test (24.57Hz)

**Fig. 14** Mode shape of 1st torsion

(a) FEM (26.84Hz)



(b) Test (25.61Hz)

**Fig. 15** Mode shape of 1st bending

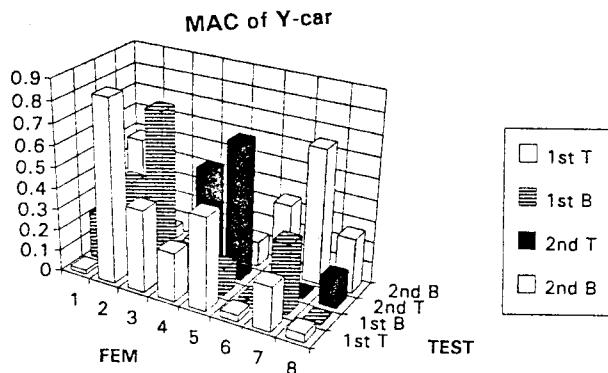


Fig. 16 MAC comparison of Y-car between test and FEM

(자유도 124개)을 가진하고 3축 가속도계로 신호를 받아서 실험모달해석을 한 후 강체모드를 제외한 10개의 모드를 채용하여 양쪽 분계를 합성하였다.

보간은 2차함수의 라그랑지 보간법을 사용했고, 이를 위해 각 필라부와 실험분계가 만나는 6개의 결합부 절점에 대해 x, y, z 방향으로 4cm, 8cm씩 떨어진 지점을 가진하여 그 모달벡터를 구하여서 회전자유도 성분을 보간하였다. Fig. 18에 보간에 사용하기 위해 모달실험으로부터 측정한 병진자유도성분을 세 종류의 결합부분에 대하여 나타내었다. 결합부분이 판과 보로 이루어져서 강성이 높은 부분은 유한요소해석결과로부터 각 방향의 병진자유도의 변위를 확인해서 그 값이 상대적으로 큰 방향의 값만을 측정하여 보간을 행하였다.

## (2) 실험과 해석결과

실험분계를 모달실험한 뒤, 채용모드의 갯수를 5개, 10개로 변화시키며 2차함수로 보간하여 얻은 고유진동수를 Table 8에서 전계의 유한요소해석결과와 비교하였고, Fig. 19에서 맥으로 비교하였다. Table 8에서 DOF는 고유치해석시 사용한 자유도갯수를 나

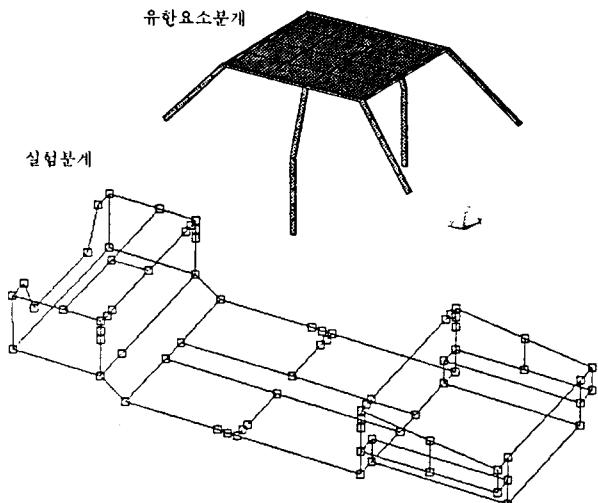


Fig. 17 Composition of two components of Y-car

타낸다. 맥의 결과를 살펴보면, 전계와 IMS의 1차모드는 매우 높은 값을 나타내었는데, 이것은 유한요소분계만의 모드이므로 전계의 유한요소해석결과와 높은 상관관계를 가진 것으로 짐작되었다. 또한, 맥의 비교로부터 5개의 모드를 채용한 IMS의 모드순서가 5차까지 유한요소해석의 결과와 같게 나오다가 그 이상의 고차모드에서는 모드가 바뀌기도 하고 누락되기도 하였는데, 이것은 실험분계에서 채용한 모드의 갯수가 적어서 저차의 주파수 대역에서만 의미있는 결과를 나타냈기 때문이다. 한편, 채용모드의 갯수를 10개로 증가시킨 경우에는 5개를 채용한 경우보다 고유진동수에서의 오차가 감소하는 것을 확인하였다. 그러나, 전계의 해석결과와 맥의 비교에서는 6차 이상의 모드의 형상이 크게 개선되지 않았는데, 이것은 모달실험을 행한 실험분계에서 10차부근의 고차모드에 대한 실험결과가 유한요소모델과 차이가 커기 때문에, IMS의 모드채용시에 이것

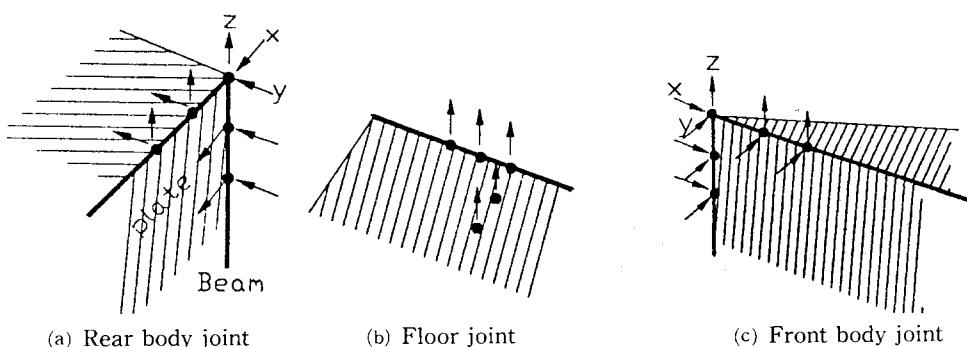


Fig. 18 Measured TDOF of modal vector for interpolation

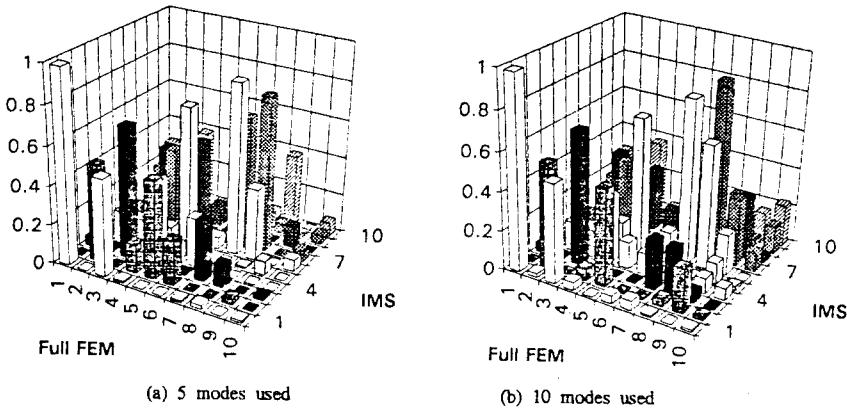


Fig. 19 MAC comparison between FULL FEM and IMS

Table 8 Natural frequency(Hz) of Y-car by IMS

	FULL FEM	IMS	
		Mode : 5	Mode : 10
1	25.14	23.31	22.90
2	25.59	25.82	25.74
3	26.84	28.39	28.23
4	31.59	32.36	30.68
5	33.52	34.87	34.55
6	39.53	42.48	37.41
7	40.63	44.02	42.19
8	41.24	46.55	43.99
9	43.40	57.99	47.52
10	46.46	72.59	48.36
DOF	1212	305	310

이 오차로 혼입되어서 6차 이상의 고차모드에서 IMS와 전계의 해석결과 사이에 차이가 생긴 것으로 추측된다.

## 5. 결 론

단순 판구조물과 모형차에 대하여 부분구조합성법에 의한 실험과 모의실험을 수행함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 회전자유도가 보간된 모드합성법을 적용하여 실험분계와 유한요소분계를 연계시키는 방법은 실험분계에 대하여 적은 수의 측정점에서 병진자유도만을 측정하고, 적은 수의 모드만을 채용하는 것으로

도 관심있는 주파수 대역에서 타당한 결과를 나타내는 것을 검증하였다.

(2) 회전자유도가 보간된 모드합성법은 기존의 연구에서 입증된 단순지지보 뿐만 아니라 판구조물 및 더 나아가서 모형차같이 결합부가 단순형상의 판의 결합으로 이루어진 구조물에 대해서도 각 방향으로 보간되어진 회전자유도를 중첩시킴으로써 타당한 결과가 얻어지는 것으로 나타났고, 실험분계에서 채용한 모드의 갯수가 증가할수록 해의 정확도도 높아지는 것을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

- W. C. Hurty, 1965, "Dynamic Analysis of Structural System Using Component Modes," AIAA Vol. 3, No. 4, pp. 678~685.
- R. R. Craig Jr. and M. C. C. Bampton, 1968, "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis," AIAA Vol. 6, No. 7, pp. 1313~1319.
- E. H. Dowell, 1972, "Free Vibrations of an Arbitrary Structure in terms of Component Modes," ASME J. of Applied Mechanics, pp. 727~732.
- W. A. Benfield and R. F. Hruda, 1971, "Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution," AIAA Vol. 9, No. 7, pp. 1255~1261.
- M. Hermanski and H. Ostholt, Fachhochschule Bielefeld, Jul 1987, "Linking Finite Elements with Experimental Modal Anlaysis," J. of Modal Analysis, pp. 144~147.
- W. G. Bickley, 1941, "Formulae for Numerical Differentiation," Mathematical Gazette Vol. 25,

pp. 19~27.

(7) D. E. Newland, 1989, Mechanical Vibration Analysis & Computation, John Wiley & Sons, Inc..

(8) M. M. Kamal and J. A. Wolf, Jr., 1982, Modern Automotive Structural Analysis, Van Nostrand Reinhold Co..