鐵筋 콘크리트 軸對稱 構造物 解析 模型의 開發

Development of Model for the Analysis of Reinforced Concrete Axi-symmetric structures

曺 鎭 久*
Cho, Jin Goo

Summary

This study aimes at developing an analysis model for axisymmetric RC structures on an elastic foundation and also, at checking its practical adaptability through some case studies.

The computer program developed in this study is general-purpose one, applicable not only to 8-noded isoparametric elements, but also to 3, 4, 6 and 9-noded element cases. And for the economies of input data processing works, automatic system for data preparation including division of elements is included in the computer program.

Although these are not exemplified in the case studies, the program developed in this study can be easily applicable without any modification to axisymmetric structures with roof and PC structures.

I. 序 論

우리나라의 農業土木 施設物도 立地的 條件과 經濟性에 맞추어 점차 大形化되고 複雜해져 가는 傾向이 있다. 그 結果로 보다 精巧하고 高度化된 設計와 施工이 要求되고 있다.

最近에 農業土木 分野에서도 컴퓨터에 대한 認識이 높아져 가고 그에 따라 컴퓨터의 活用度가 두드러지게 向上되고 있다. 컴퓨터 産業의 눈부신 發展과 더불어 새로운 構造解析方法 특히 數値解析法의 開發로 構造解析을 비롯한 設計 전반에 걸쳐 커다란 革新이 이루어 졌다. 代表的인 數値解析法이라고 할 수 있는 有限要素法은 1950年代 末에 開發된 以來 매우 活潑하게 硏究되어 왔으며, 工學解析에 있어 가장 強力한 방법 중의 하나가 되었으며, 따라서 지금까지 많은 構造解

* 全南大學校 農科大學
키워드 : 軸對稱, R.C.構造物, R.C.요소, 接合要素

析 프로그램들이 개발되어 사용되고 있다.[13)]

貯水池의 取水塔이나 정유공장을 비롯한 大規模 공장에 건설되는 液體저장탱크 또는 原子力發電所의 格納建物 등은 모두 平板지붕 또는 圓形돔을 갖는 圓筒形 쉘의 형태, 즉 軸對稱의 형태가 된다.[12)]

軸對稱 쉘 구조는 平面曲線을 동일 평면내에 있는 回轉軸 주위로 回轉시킴으로써 얻어지는 回轉曲面을 중앙면으로 하는 曲面板 구조이다. 軸對稱 荷重을 받는 回轉體의 解析問題는 2차원 平面應力 문제로 취급할 수 있다.[5,11)]

얇은 軸對稱 쉘 構造에서 膜應力만 문제삼는 경우에는 일반적인 쉘 구조와 마찬가지로 靜力學的으로 구할 수 있다. 그러나, 液體 저장탱크나 원자로 格納建物 등의 側壁과 같이 圓形돔이나 底版에 의하여 半徑方向의 變形이 구속되어 있을 때는 경계면에서 應力攪亂現象이 발생되고 이러한 攪亂應力은 膜應力 이론으로는 구할 수 없다.

쉘의 支配方程式은 8階微分方程式으로 주어지는데 이러한 方程式의 解를 구함으로써 쉘을 解析하는 古典的인 방법은 構造物의 형태, 外力作用狀態, 境界條件 등이 간단할 때는 解를 구할 수 있지만 다소 복잡해질 경우에는 사실상 解析解를 구할 수 없게 된다. 따라서 軸對稱 쉘 구조의 實際的 解析方法은 支配微分方程式을 差分法으로 풀거나 有限要素法 등 近似解로 解析할 수밖에 없다.[12)] 또한, 지금까지의 有限要素解析에서는 中立面의 變形으로 쉘 全體의 變形을 대신하고 材料는 均質이라고 假定하고 있으므로 여기서 計算되는 斷面力들은 實際의 값과는 많은 差異가 있을 수 있다. 이에 대하여 軸對稱 쉘을 두께 方向으로도 分割하는 方法으로 두께 方向의 應力變化를 無視하는 지금까지의 쉘 解析의 槪念을 벗어날 수 있게 되었으며 보다 正確한 解를 얻을 수 있게 되었다. 그러나 여기에서도 복잡한 鐵筋配置를 考慮하는 것이 어려우므로 初期의 硏究에서는 鐵筋을 無視하고 콘크리트만으로 된 구조를 軸對稱 2차원 平面要素로 취급하고 있다.

본 硏究에서는 콘크리트는 2차원 平面要素로 보고 圓周方向 鐵筋은 1차원 點要素로 子午線方向 鐵筋은 트러스要素로 보며 鐵筋과 콘크리트가 一體로 되었다고 假定하는 方法을 試圖하였다.

Ⅱ. 有限要素 解析

1. 軸對稱 콘크리트 要素

軸對稱 構造物의 解析에 있어서 콘크리트는 Fig. 1과 같은 8-節點 等媒介變數 要素를 對稱되는 軸에 대해서 回轉시킨 Fig. 2와 같은

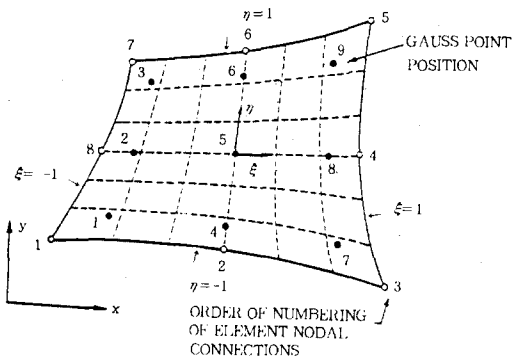

Fig. 1. Two dimensional parabolic isoparameteric element

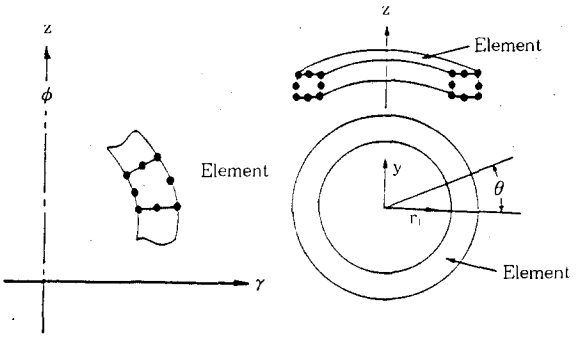

Fig. 2. Typical 8-noded isoparameteric ring element

링 要素를 採用하였다.

이러한 8-節點 等媒介變數 要素에 대한 形狀函數는 다음과 같이 주어진다.

$$N_i(\xi,\eta)=\frac{1}{4}(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)(\xi\xi_i+\eta\eta_i-1),$$
$$(i=1, 3, 5, 7)$$
$$N_i(\xi,\eta)=\frac{1}{2}\xi_i^2(1+\xi\xi_i)(1-\eta^2)$$
$$+\frac{1}{2}\eta_i^2(1+\eta\eta_i)(1-\xi^2)$$
$$(i=2, 4, 6, 8) \qquad (1)$$

한편 이러한 8-節點 等媒介變數 要素의 應力 및 變形率 成分은 Fig. 3과 같다.

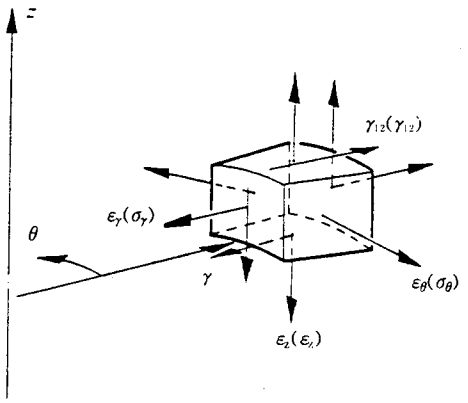

Fig. 3. Stresses and strains of axisymmetric solid element

2. Winkler 接合要素

일반적인 Winkler 接合要素는 水平底版 直下의 地盤을 底版要素와 동일한 斷面積을 갖는 柱狀要素로 分割하여 취급하고 있다. 이때 載荷되는 荷重들을 等價節點力으로 換算할때 底版要素의 形狀이 불규칙할 때에는 상당히 번거롭다.

본 論文에서는 이와같은 一般的인 Winkler 接合要素에 地盤變形의 軸對稱性을 導入하여 다음과 같이 Winkler 軸對稱要素를 생각한다. 먼저 Fig. 4(a)에서와 같이 地盤과 接하는 上部構造要素에서 이 要素의 3 節圓(nodal circle) i, j 및 k를 上端으로 하는 Fig. 4(b)와 같은 有限長의 圓筒要素를 생각한다. 이러한 軸對稱接合要素의 剛度行列은 다음과 같이 구할 수 있다. 3 節圓 i, j 및 k에 대하여 각각 다음과 같은 形狀函數를 假定한다.

$$N_i(\xi)=1/2\ \xi\ (\xi-1)$$
$$N_j(\xi)=(1+\xi)(1-\xi)$$
$$N_k(\xi)=1/2\ \xi\ (\xi+1) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

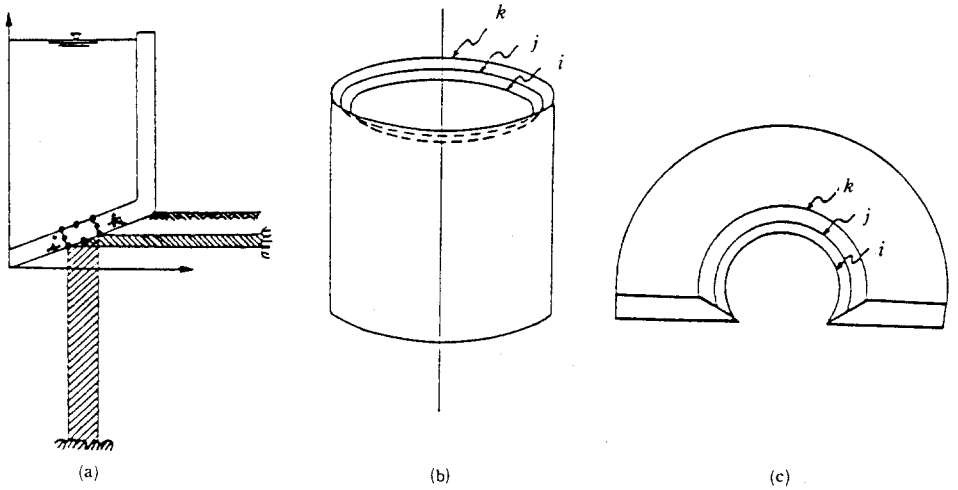

Fig. 4. Winkler axi-symmetric joint element

上部 構造와 地盤과의 接觸面에 Fig. 4에 보인것과 같은 接合要素를 생각한다. 이 接合要素는 i, j 및 k의 3 節點의 圓筒型 要素이다. 地盤과 構造物 사이의 相對運動은 (i)面에 平行한 方向의 運動(地盤과 構造物間의 滑動) (ii)面에 垂直한 方向의 運動(剝離 및 接觸)의 2成分으로 分離된다. 이러한 運動成分에 對應하여서 接合要素의 剪斷方向의 剛性 k_s 垂直方向의 剛性 k_n으로 되는 線型 스프링係數에 의해서 接合要素의 構成關係가 規定된다.

만일 基礎底面의 變形이 그 點에 作用하는 荷重에만 獨立的으로 比例한다고 假定하면 基礎底面에 作用하는 荷重 f와 變形 δ 사이에는 다음과 關係가 成立한다.

$$f = k\delta \quad \cdots\cdots (3)$$

여기서, $f = \begin{bmatrix} f_s & f_n \end{bmatrix}^T$

$$k = \begin{bmatrix} k_S & \\ & k_n \end{bmatrix}^T$$

$$\delta = \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix}^T$$

k_S, k_n : 接合要素의 剪斷剛性 係數 및 垂直剛性 係數

基礎底面에 作用하는 荷重 f에 대한 等價節點力 f_i는 假想일의 原理에서 다음과 같이 구해진다.

外力에 대한 假想일 $= \delta_i^T f_i \quad \cdots\cdots (4)$

여기서, $\delta_i = \begin{bmatrix} u_i & v_i & u_j & v_j & u_k & v_k \end{bmatrix}^T$

; i j 및 k 3節圓의 水平 및 垂直變位

$$f_i = \begin{bmatrix} f_{si} & f_{ni} & f_{sj} & f_{nj} & f_{sk} & f_{nk} \end{bmatrix}^T$$

; i j 및 k 3節圓의 節圓 및 等價力係

要素上面 任意點의 變位 δ는 節點變位 δ_i로부터 다음과 같이 補間된다.

$$\delta = N_i \delta_i \quad \cdots\cdots (5)$$

여기서, $N_i = \begin{bmatrix} N_i & O & N_j & O & N_k & O \\ O & N_i & O & N_j & O & N_k \end{bmatrix}$

단 N_i ; 形狀函數

內力에 의한 假想일 $= \int \delta^T f \cdot 2\pi r \, dr \quad \cdots (6)$

式 (4) 및 (6)을 等置한후 式 (3) 및 (5)을 考慮하고 이를 간단히 쓰면

$$f_i = K_G \delta_i \quad \cdots\cdots (7)$$

여기서,

$K_G = 2\pi \int N_i^T k N_i \, r \, dr$: 接合要素 剛度行列 …(8)

여기서 計算된 接合要素의 剛度行列은 地盤과 接觸된 콘크리트 要素의 剛度行列의 적당한 곳에 重疊되어진다.

3. 鐵筋要素

(가) 子午線鐵筋 要素

軸對稱 回轉體에서 子午線鐵筋 要素는 Fig. 5과 같이 節點 i, j를 가지며 Fig. 6과 같이 軸對稱 配置를 前提로 取扱된다.

즉, 軸對稱 쉘 構造의 子午線方向 鐵筋은 Fig. 6와 같이 完全한 軸對稱이 아니므로 이를 (b)와 같이 한 鐵筋을 a 區間에 얇게 펼친 曲面板으로 보아서 軸對稱性을 부여한 要素로 近似시킨다. 따라서, 이 要素는 한개의 鐵筋斷面積을 A_s라 하면 두께가

$$t = \frac{A_s}{a}$$

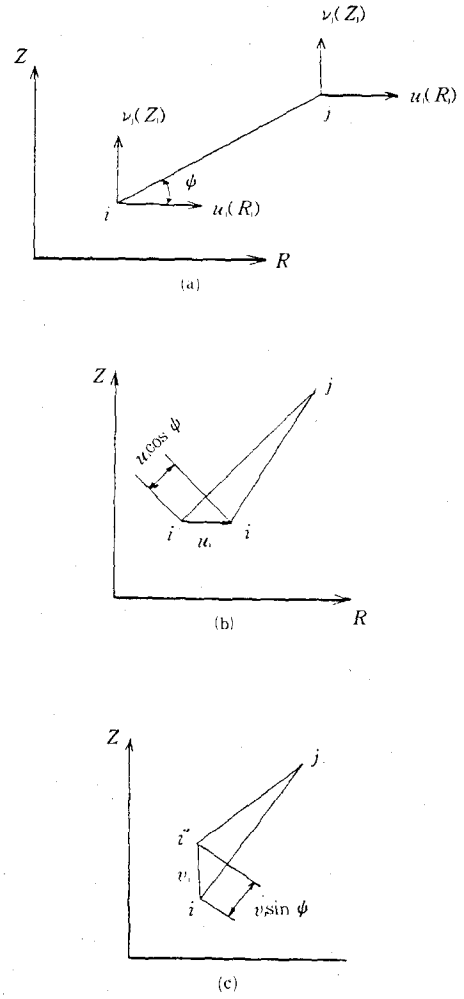

Fig. 5. Stresses and strains of meridional tendon element

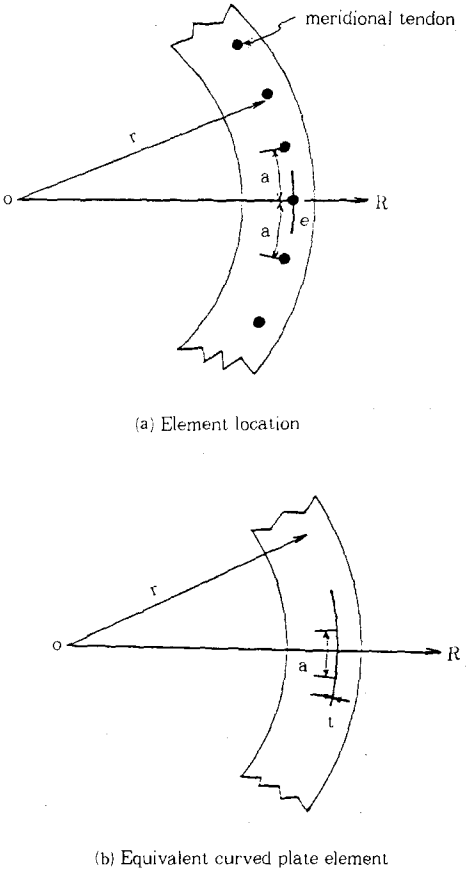

Fig. 6. Meridional tendon element

인 等價 圓筒膜으로 생각할 수 있다.

이와 같은 子午線方向 鐵筋要素의 剛度行列은 다음과 같다.

部材 길이를 l, 全斷面積을 a_t, 材軸方向 彈性係數를 E, 基準座標軸과 이루는 角을 ψ (Fig. 5a參照)로 하면 變位-變形率 行列은 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon = B\delta_i$$

$$\delta_i = \{u_i\ v_i\ u_j\ v_j\}^T$$

$$B = \frac{1}{l}[-\cos\psi\ -\sin\psi\ \cos\psi\ \sin\psi] \cdots\cdots (11)$$

剛度行列 K_i는 다음과 같이 된다.

$$K_i = a_e l\ B^T\ D\ B \cdots\cdots (12)$$

$$= \frac{Ea_e}{l}\begin{bmatrix} \cos^2\psi & \cos\psi\sin\psi & -\cos^2\psi & -\cos\psi\sin\psi \\ & \sin^2\psi & -\cos\psi\sin\psi & -\sin^2\psi \\ & sym. & \cos^2\psi & \cos\psi\sin\psi \\ & & & \sin^2\psi \end{bmatrix}$$

여기서 D는 彈性行列로서 鐵筋의 彈性係數 E와 같다.

(나) 圓周方向 鐵筋 要素

圓周方向 鐵筋 要素는 Fig. 7과 같이 軸對稱 2차원 平面에서는 點 要素로 생각할 수 있으며 斷面積 a_h 材軸彈性係數 E, 節點의 半徑方向 座標를 r_i로 하면 變位率-變位行列은 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon = B\delta_i$$
$$\delta_i = \{u_i \ v_i\} \quad \cdots\cdots (13)$$
$$B = \frac{1}{r_i}[1 \ 0]$$

要素의 剛度行列 K_h는 다음과 같다.

$$K_h = 2\pi a_h r_i \ B^T D B = \frac{2\pi a_h E}{r_i}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \quad \cdots (14)$$

4. 剛度行列의 重疊

鐵筋 콘크리트 要素의 剛度行列은 위에서 구해진 8節點 콘크리트 要素와 1節點 圓周方向 鐵筋 要素 그리고 2節點 子午線 方向 鐵筋 要素의 剛度行列을 適切히 重疊하므로서 얻어질 수 있다.

$$즉 \ K = K_c + K_h + K_l \quad \cdots\cdots (15)$$

이때 2절점 자오선방향 철근요소는 8절점 콘크리트 요소의 2 및 6결점에 연결된것으로 하였으며 1절점 원주방향 철근 요소는 8절점 콘크리트 요소의 임의의 한 절점에 연결된것으로 하였다. 대표적 한 요소에 대해서 연결상태를 구체적으로 살펴보면 Fig. 8와 같다.

5. 適用例

본 硏究에서 開發된 模型의 有效性을 確認하기 위하여 여러가지 構造物의 解析에 適用하였다.

例題-1 下端 固定 圓筒型 쉘

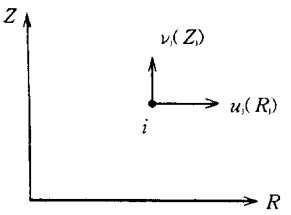

Fig. 7. Stresses and strains of hoop tendon element

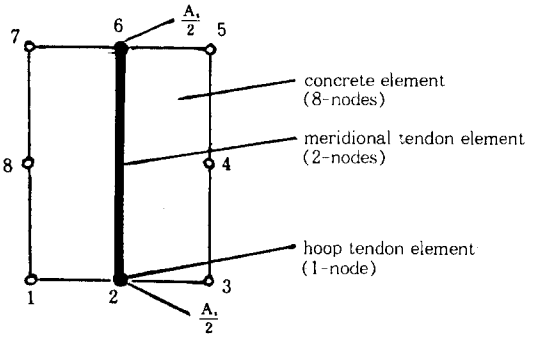

Fig. 8. Element combination the superposition of different stiffness matrices

먼저 軸對稱 쉘의 下端部가 地盤에 固定되어 있고 캡 部分이 없는 軸對稱탱크 構造를 解析하고 이를 文獻(10)의 結果와 比較하였다. 解析한 탱크는 壁두께가 30cm이고 높이가 9.5m인 콘크리트 탱크로서 荷重은 탱크에 담긴 물의 壓力과 自重을 考慮하였다. 解析時 要素의 分割은 높이 方向으로 14等分 두께 方向으로 1等分 하였다.

탱크의 높이에 따른 圓周方向應力의 크기를 보면 Fig. 9와 같으며 剪斷應力의 變化는 Fig. 10과 같다.

例題-2 彈性地盤上에 놓인 탱크

彈性地盤處理에 대한 正當性을 알아보기 위하여 Fig. 11과 같은 탱크 構造物이 地盤上에 놓인 경우를 解析하여 文獻(10)의 結果와 비교하였다.

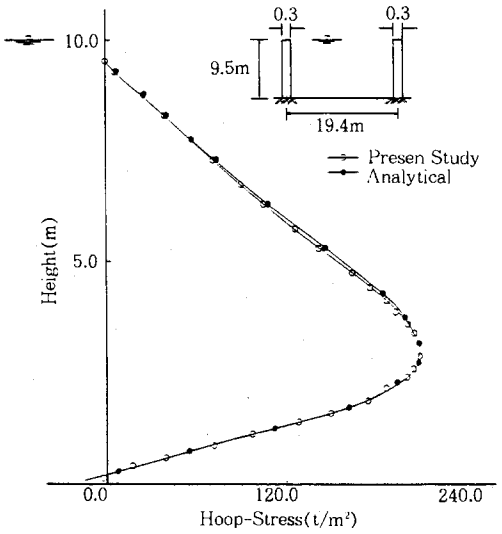

Fig. 9. Comparison of hoop stresses

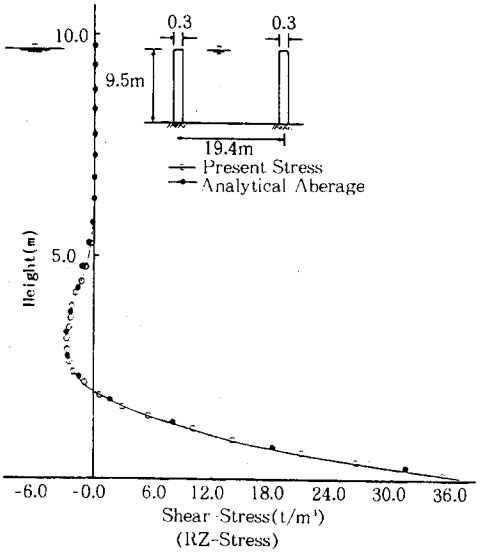

Fig. 10. Comparison of shear stresses

圓周方向應力의 變化를 圖示하면 Fig. 12와 같다.

文獻(10)의 경우와 잘 一致되고 있다.

例題-3 軸對稱 球形 쉘

이번에는 兩端에서 固定되고 等分布荷重을 받는 球形 쉘을 解析하였다. 要素分割은 Fig. 13와 같다.

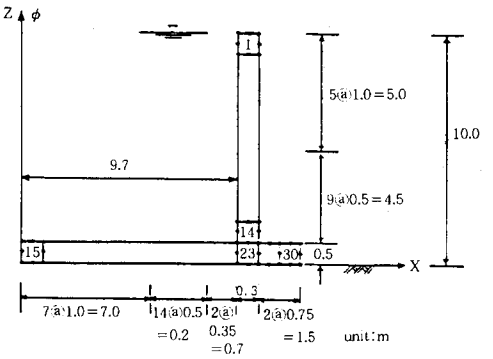

Fig. 11. Model structures and mesh generation

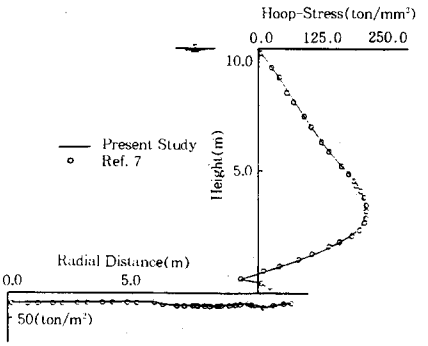

Fig. 12. Comparison of hoop stresses(k_n= 10kg/cm²/cm)

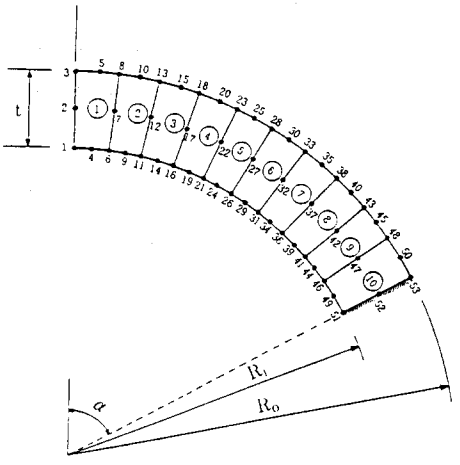

Fig. 13. Mesh generation for example 3

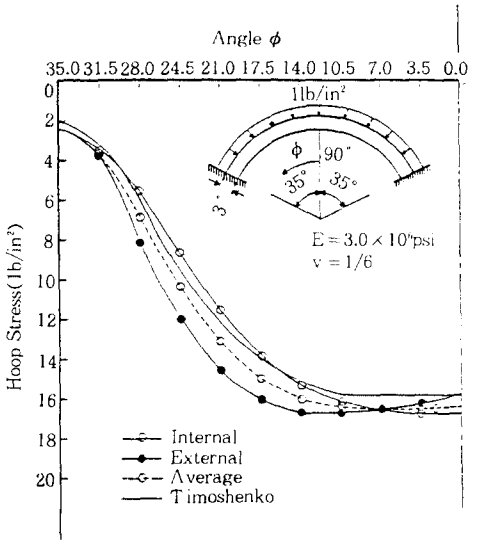

Fig. 14. Hoop stress distribution for Ex.3

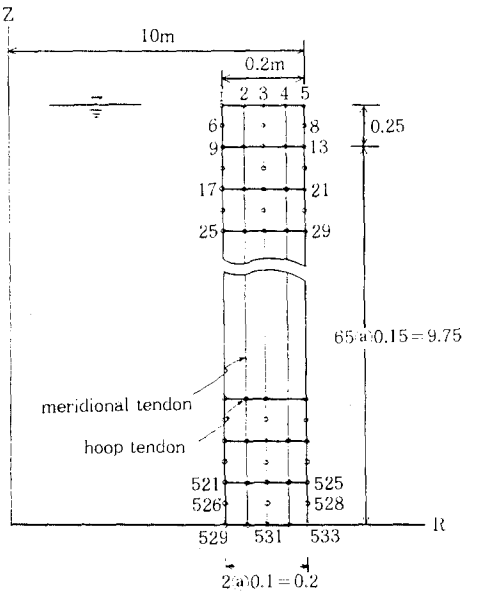

Fig. 15. Model structure and mesh generation

例題-4 鐵筋 콘크리트 軸對稱 쉘

鐵筋 콘크리트 軸對稱 構造物 解析에의 適用例는 Fig. 15과 같은 높이 10m 內部半徑 9.8 m인 水槽의 壁體 下端이 底板에 固定이고 캡 부분이 없는 경우이다. 이러한 構造物의 要素分割은 Fig. 15과 같이 하였으며 結果는 모두 文獻(11)과 比較되었다.

鐵筋의 影響을 無視하고 전체를 均質材料로 假定한 경우의 結果는 文獻(11)의 結果와 잘 一致되고 있다. 그러나 鐵筋을 考慮한 複合材料로서 취급한 경우 文獻(11)과 상당한 差異가 있는 것은 文獻(11)의 解析例에서 鐵筋 使用量에 관한 상세한 內容이 없어서 본 論文에서의 例題와 使用 鐵筋量 및 鐵筋 間隔이 다르기 때문에 直接的인 比較는 意味가 없을 것으로 判斷된다. 그러나 鐵筋을 考慮하는 경우 全般的인 應力 減少 傾向은 類似함을 알수 있다. 본 論文에서는 동일한 直徑의 鐵筋을 동일한 間隔으로 配置하였는데 水槽의 上部에서의 應力減少와 下部에서의 應力 減少는 상당히 다름을 알수 있다. 이는 應力이 크지않은 곳에서

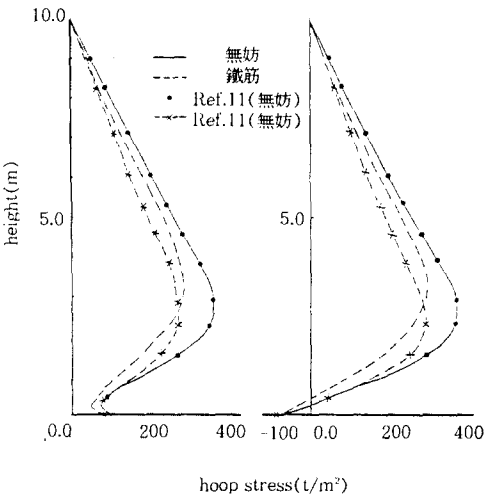

Fig. 16. Hoop stresses variation along height

의 鐵筋의 過多한 使用은 鐵筋이 效率的으로 使用되지 못함을 나타내는 것으로 사료된다. 이러한 問題는 水槽의 높이에 따라 鐵筋量을 調節하는 방법으로 충분히 解決될 수 있을 것이며 본 論文에서 開發된 프로그램은 要素마

다 鐵筋量을 調節할 수 있도록 構成되어 있기 때문에 이것은 어려운 問題는 아니라고 생각된다. 다만 鐵筋의 連結이 要素의 節點에 局限되어 있기 때문에 鐵筋이 촘촘히 配置된 경우 要素數가 많아지는 缺點이 있기 때문에 임의로 配筋된 鐵筋의 剛性을 考慮할 수 있도록 하는 것은 繼續的인 硏究가 必要할 것이다.

IV. 結 論

彈性 地盤上에 놓인 鐵筋콘크리트 軸對稱 構造物의 解析을 위한 模型을 開發하고 많은 適用例를 통하여 模型의 有用性을 檢證하였다.

본 硏究에서 作成된 프로그램은 8-節點 等媒介變數要素 뿐만 아니라 3, 4, 6, 및 9-節點의 要素도 使用할 수 있는 汎用의 것이며 入力資料作成의 努力의 節減을 위하여 要素의 分割 및 관련 資料의 準備를 컴퓨터내에서 自動으로 處理되도록 構成되었다.

例題의 提示는 되어 있지 않지만 본 프로그램은 지붕이 있는 軸對稱 構造物의 경우 뿐만 아니라 P.C 構造物의 경우에도 아무런 修正함이 없이 處理가 可能하다.

參 考 文 獻

1. C. T. F. Ross:Finite element programs for axisymmetric problems in engineering, John Wiley & Sons, 1984
2. D. P. Mondkar and G. H. Powell:Evaluation of solution schemes for nonlinear structures, computers and structures Vol. 9 pp.223-236, 1978
3. D. R. J. Owen and E. Hintin:Finite elements in plasticity, 1980
4. Nagarajan S. and Popov E. P.:Elastic-plastic dynamic analysis of axisymmetric solid, Computers and structrues, Vol. 4 pp.1117-1134, 1974
5. O. C. Zienkiewicz:The finite element method(3/e) pp.450-606, 1977
6. R. Bukowski and W. Wojewodzki:Dynamic buckling of Visco-plastic spherical shell, Int. J. Solids structures Vol. 20 NO. 8, pp.761-776, 1984
7. Sargis S. Safarian and Ernest C. Harris: Design and Construction of silos and bunkers, VAN NOSTRAND Reinhold Company, 1985
8. 山田嘉昭:塑性·粘彈性, 培風館, 1980
9. 小堀爲 雄, 吉田 博:有限要素法による 構造解析プログラム, 丸喜株式會社, 昭和55年
10. 宋裕振:彈性地盤上의 軸對稱프리스트레스트 콘크리트 탱크解析에 관한 硏究, 釜山大學校 大學院 博士學位請求論文, 1978
11. 鄭昌和:鐵筋要素를 考慮한 軸對稱 콘크리트 쉘의 有限要素解析, 釜山大學校 産業大學院 碩士學位請求論文, 1988
12. 曺鎭久·趙顯榮:地盤과 構造物사이의 相互作用을 考慮한 農業用 사이로의 解析에 관한 硏究(Ⅰ-Ⅳ), 韓國農工學會誌
13. 全北大學校 附設 農業開發硏究所:農業土木設計을 위한 有限要素解析시스템 開發(Ⅵ) 農漁村振興公社, 1990
14. 韓國電力公社 技術硏究院:格納建物 포스트텐션닝 系統의 構造健全性 評價技術 開發, 1989
15. 韓國電力公社 技術硏究院:格納建物 포스트텐션닝 系統의 構造健全性 評價技術 開發(附錄), 1989

(접수일자 : 1995년 4월 1일)