

不飽和土의 舉動豫測을 위한 構成式 開發(II)

- 構成式的 開發 및 適用 -

Development of Constitutive Model for the Prediction of Behaviour of Unsaturated Soil(II)

- Development and application of constitutive model -

宋 昌 變* · 張 秉 郁**
Song, Chang Seob · Chang, Pyoung Wuck

Summary

The aim of the work described in this paper is to develop a constitutive model for the prediction of an unsaturated soil and to confirm the application of the model, which is composed of the elastic and plastic part in consideration of the matric suction and the net mean stress.

From test results, volume changes and deviator stresses are analyzed at each state and their relationships are formulated. And the application of the model to silty sands is confirmed by the comparison between test and predicted results.

During drying-wetting and loading-unloading processes for isotropic states, the agreement between predicted and test results are satisfactory. And predicted deviator stresses are well agreed with test results in shearing process. Overall acceptable predictions are reproduced in high confining pressure. Usefulness of the model is confirmed for the unsaturated soil except volumetric strain, which is not well agreed with the test results due to deficiency of dilatancy of the model in low confining pressure. It is, therefore, recommended to study the behavior of dilatancy for an unsaturated soil.

I. 緒 論

第36卷第4號에 掲載한 論文에서는 실트질 모래를 재료로 三軸壓縮試驗機를 개조하고,

삼축셀에 高壓空氣透過板을 부착하여 軸變換 技法에 의해 吸引力과 純平均應力을 조절하면서 等方壓縮試驗과 剪斷試驗을 하여, 不飽和 狀態에 따른 土質常數의 변화를 糾明하였으

* 서울大學校 農業開發研究所

** 서울大學校 農業生命科學大學

키워드 : unsaturated soil, matric suction, net mean stress, dilatancy, constitutive model

며, 含水狀態의 변화에 따라 應力, 體積變化 등의 舉動特性을 검토하였다.

本 研究에서는 실험의 결과에서 규명된 不飽和土의 特性을 바탕으로, 불포화토의 應力成分을 고려하고, 수정 Cam-Clay 모델을 境界條件으로 하는 不飽和土의 舉動豫測을 위한 構成式을 開發하고, 실트질 모래에 대한 室內實驗의 資料로부터 구한 觀測值와 豫測值를 비교하여 이의 妥當性을 檢證하였다.

II. 構成式의 開發

1. 不飽和土의 應力成分

不飽和土의 점토입자는 물을 중심으로 뭉쳐 吸引力에 의하여 단단한 결합을 이루고 있으며^{3,4,5,7,15} 含水比에 따라 물과 공기의 連續狀態가 달라진다.¹⁶⁾ 또한, 不飽和土는 물과 공기의 接觸面에서는 引張力에 의해 얇은 막을 형성하고 있다고 볼 수 있다.^{10,11)} 따라서, 인공적으로 다진 不飽和土의 構造를 土粒子, 물, 공기 및 물과 공기의 接觸面인 4相으로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 이러한 구조에서 물과 공기의 接觸面에는 물의 장력에 의해서 接觸壓이 발생한다. 이 接觸壓은 不飽和土의 舉動과 飽和土의 舉動을 달라지게 하는 원인이 되므로, 이 接觸壓을 不飽和土에 작용하는 하나의 應力으로 보아야 할 것이다.

不飽和土의 應力成分은 軸應力과 空隙空氣壓의 차인 純應力(net stress)과 空隙空氣壓과 空隙水壓의 차인 吸引力(matric suction)으로 나타낼 수 있으며, 이를 매트릭스 형태로 나타내면 식(1)과 같다.

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} (\sigma_x - u_a) & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - u_a) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & (\sigma_z - u_a) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (u_a - u_w) & 0 & 0 \\ 0 & (u_a - u_w) & 0 \\ 0 & 0 & (u_a - u_w) \end{pmatrix} \dots\dots (1)$$

2. 降伏曲面

가. LC(Loading-Collapse)降伏函數

應力과 吸引力에 따른 體積舉動을 나타내기 위하여 等方狀態의 純平均應力, $p(\sigma_m - u_a)$ 와 吸引力, $s(u_a - u_w)$ 를 변수로 하는 (p, s) 상태면에서 이 변수에 따른 降伏軌跡을 유도하였다.

不飽和土의 比體積, $v(=1+e)$ 와 純平均應力, p 는 代數函數 형태로 나타낼 수 있는데, 이로부터 不飽和 降伏應力, p_0 와 飽和 降伏應力, p_0^* 의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{p_0}{p_c} = \left(\frac{p_0^*}{p_c} \right)^{\frac{\lambda(0)-k}{\lambda(s)-k}} \dots\dots\dots (2)$$

여기서, p_c 는 基準應力, $\lambda(0)$ 및 $\lambda(s)$ 는 飽和 및 吸引力이 s 일 때 $e-\ln p$ 곡선상의 기울기를 나타낸다.

식(2)는 吸引力이 증가하는 경우 降伏應力 p_0 의 값을 나타내며, (p, s) 평면 상에서 降伏函數群을 의미한다. 이 식에 의하면 吸引力의 증가에 따른 降伏應力 p_0 의 증가와 더불어 포화 과정에서 나타나는 崩壞現象도 설명할 수 있다. 이러한 이유에서 이 降伏函數를 LC(Loading-Collapse) 降伏函數라고 할 수 있다.

나. SI(Suction-Increase) 降伏函數

吸引力의 증가에 대한 體積變化를 代數函數로 나타내면, 吸引力의 증가에 의해서 體積變形率이 바뀌는 점을 가정할 수 있다. 과거에 받았던 最大의 吸引力을 s_0 라 하면 이보다 작은 吸引力에서는 彈性舉動으로 회복가능한 체적변화를 나타내며, s_0 보다 큰 吸引力에서는 초기의 變形率에 따른 體積舉動을 보인다.

따라서, 과거에 받았던 최대의 吸引力(降伏吸引力)인 s_0 를 吸引力에 대한 降伏函數로 취할 수 있으며 다음과 같다.

$$s = s_0 = \text{일정} \dots\dots\dots (3)$$

이것을 SI(Suction Increase)降伏函數라 하며, 吸引力이 s_0 보다 크면 體積은 初期壓縮曲線을 따라 변하게 된다.

앞에서 구한 LC 및 SI 降伏函數를 (p, s) 평면상에 나타내면 Fig. 1과 같이 하나의 영역을 형성하게 된다. 이 영역에서는 體積變形的 회복이 가능하므로 탄성영역으로 볼 수 있는 것이다.

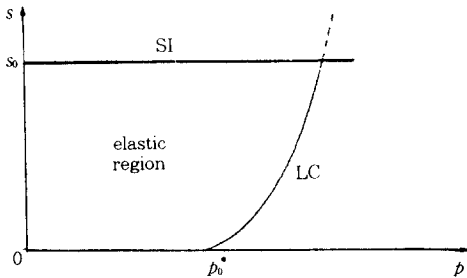


Fig. 1. Loading-collapse(LC) and suction increase(SI) yield curve and elastic region.

다. 硬化函數(Work-Hardening)의 誘導

硬化函數는 (p, s) 평면상에서 應力과 吸引力의 변화에 따른 LC 및 SI 降伏函數의 위치를 나타내는 것으로 塑性體積變化에 의해서 변화하게 된다.

Gens 등(1989)¹³⁾과 Alonso 등(1990)²⁾은 LC 및 SI 降伏函數가 全塑性體積變化에 따라서 변화하는 硬化函數를 假定하였다. 그러나, Campos 등(1991)⁶⁾의 적용결과에 따르면 LC 降伏函數가 實驗結果와 일치하지 않으며 豫測된 體積도 實驗結果와 차이를 보인다고 發表하였다. 이것은 硬化函數를 유도함에 있어 應力의 변화에 따른 內部的 變化를 정확하게 나타내지 못하였기 때문으로 생각된다.

본 연구에서는 Alonso 등의 결점으로 보완하기 위하여 吸引力의 증가에 의한 塑性體積變化는 s_0 및 p_0^* 의 증가를 유발하고, 應力의 증가에 의한 塑性體積變化는 단지 p_0^* 의 증가

만을 유발한다고 가정하였다. 이는 不飽和土의 構造가 吸引力에 의해 유지되고 있기 때문에 吸引力의 變化는 흙의 구조에 커다란 변화를 수반하게 되는 반면, 應力의 增加에 의해서는 最大吸引力의 상태는 변화하지 않고 內部構造를 조밀하게 하는 역할만 하게 되는 것을 의미한다.

이러한 조건에서 變化函數를 유도하면 식(4) 및 식(5)와 같다.

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{1}{\lambda(0) - \kappa} dv^p \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{ds_0}{p_{at} + s_0} = \frac{1}{\lambda_s - \kappa_s} dv_s^p \dots\dots\dots(5)$$

라. 構成式의 誘導

삼축상태에서 構成式은 (p, s) 평면에서의 降伏函數를 이용하여 구하며, 吸引力이 없는 상태 즉, 포화토의 경우는 수정 Cam-clay모델로 접근하도록 하였다.

三軸應力狀態의 構成式을 유도하기 위하여 다음과 같은 變數 즉, 剪斷應力 $q(=\sigma_1 - \sigma_3)$ 와 변형률 상태를 나타내는 體積變形率 $\epsilon_v(=\epsilon_1 + 2\epsilon_3)$ 및 剪斷變形率 $\epsilon_s(=2/3(\epsilon_1 + \epsilon_3))$ 를 도입한다.

본 연구에서는 吸引力의 變化에 따른 強度變化를 나타내기 위하여 限界狀態에서 吸引力을 고려하였으며 不飽和土의 舉動에 關聯 流動則을 적용하여 三軸狀態의 構成式을 誘導하였다. 吸引力의 增加는 粘着力의 증가뿐만 아니라 限界狀態의 기울기, M 의 증가를 의미하며, 이는 곧 強度의 증가를 의미한다. 이러한 粘着力 및 기울기의 증가는 (p, q) 평면상에서 q 축상에 절편을 가지는 것을 의미한다.

限界狀態의 기울기(M) 및 절편(k)을 사용하여 (p, s) 평면상에 降伏函數를 나타내면 Fig. 2(a)와 같다. 또한 앞에서 구한 LC 및 SI 降伏函數를 (p, s) 평면상에 나타내면 Fig. 2(b)와 같다. 이 두 降伏函數를 조합하여 (p, q, s) 의 三

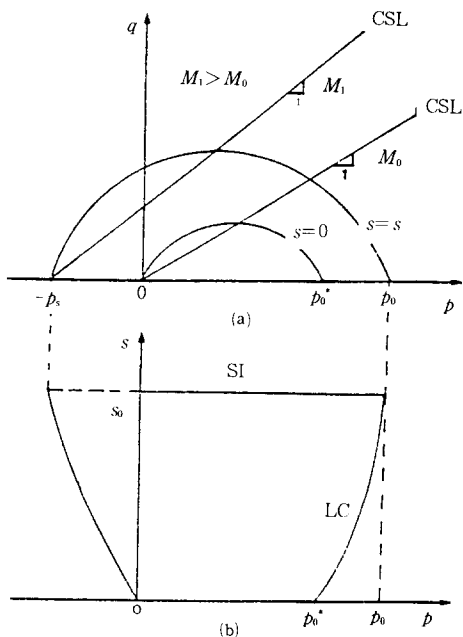


Fig. 2. Yield loci in (p, q) and (p, q) planes
 (a) yield loci in (p, q) plane.
 (b) LC-SI yield loci in (p, q) plane.

次元 空間에 降伏曲面을 나타내면 Fig. 3과 같으며, 이 때 曲面으로 둘러싸인 부분이 彈性領域이 된다.

Fig. 2에서 흡인력이 s (=일정), 기울기 M , p 축상의 절편을 p_s , q 축상의 절편을 k 라 하면 降伏函數를 다음과 같다.

$$f = q^2 - M^2(p + p_s)(p_0 - p) = 0 \dots \dots (6)$$

여기서, M 과 k 는 ϕ 및 c 로부터 구할 수 있다.

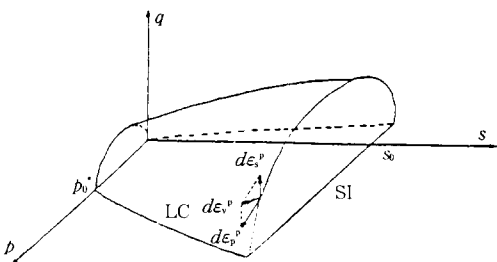


Fig. 3. Yield surface in (p, q, s) space

關聯流動則이 성립하는 것으로 가정하면 소성 포텐셜은 降伏函數群과 같은 형태를 취하게 되므로 다음과 같다.

$$g = f = q^2 - M^2(p + p_s)(p_0 - p) = 0 \dots \dots (7)$$

塑性變形率은 현재의 應力狀態에서 소성포텐셜에 鉛直方向으로 증가하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\epsilon_v^p = \Lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial p} \dots \dots \dots (8)$$

$$d\epsilon_s^p = \Lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial s} \dots \dots \dots (9)$$

식(6), 식(7), 식(8) 및 식(9)으로부터 硬化法則과 限界狀態의 塑性剪斷變形을 이용하여 塑性體積 및 剪斷變形을 구하면 다음과 같다.

$$d\epsilon_v^p = \frac{\lambda(s) - \kappa}{\nu p_0} \left\{ \frac{M^2(2p - p_0 + p_s)}{M^2(p + p_s)} dp + \frac{2q}{M^2(p + p_s)} dq \right\} \dots \dots \dots (10)$$

$$d\epsilon_s^p = \frac{\lambda(s) - \kappa}{\nu} \frac{2q}{p_0 M^4(p + p_s)(2p - p_0 + p_s)} (M^2(2p - p_0 + p_s) \cdot dp + 2q \cdot dq) \dots \dots \dots (11)$$

또한, 彈性變形은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_v^e \\ d\epsilon_s^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa/\nu p & 0 \\ 0 & 1/3G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \dots \dots (12)$$

식(10), 식(11) 및 식(12)를 결합하여 不飽和土의 剪斷에 따른 應力 및 體積變動을 예측 할 수 있는 構成式을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_s \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} \kappa/\nu p & 0 \\ 0 & 1/3G \end{bmatrix} + \frac{\lambda(s) - \kappa}{\nu p_0} \frac{1}{M^2(p + p_s)} \begin{bmatrix} M^2(2p - p_0 + p_s) \\ 2q \end{bmatrix} \right]$$

$$\left. \left. \frac{2q}{M^2(2p-p_0+p_s)} \right] \right\} \left[\frac{dp}{dq} \right] \dots\dots\dots(13)$$

III. 構成式的 適用

1. 硬化函數의 考察

構成式의 유도과정에서 純平均應力이나 吸引力의 증가에 의해 塑性體積變形이 발생하고, 소성체적변형은 LC 및 SI 降伏曲線의 위치를 변화시킨다고 가정했다.

Fig. 4는 본 연구의 36卷第4號에 발표한 등방압축시험 결과를 도시한 것이다. 점 1, 2, 3, 4는 시험의 시작점을 나타내며, 화살표는 시험의 방향이다. 供試體의 초기 항복함수는 LC_1 및 SI_1 이며, LC_1 는 식(2)의 p_0^* 와 p_0 의 관계를 나타내며, SI_1 는 最大吸引力 s_0 를 의미한다. 供試體의 초기상태에서 점 1, 2, 3, 4의 시험 시작점까지 오는 평형과정에서 점 1, 2는 彈性領域, 점 3과 4는 塑性領域까지 純平均應力이 변화하게 된다. 이 때 점 1, 2의 경우는 降伏函數가 변하지 않으나, 점 3, 4의 경우 LC降伏函數가 각각 LC_3 , LC_4 로 변하게 된다. 그러나 SI 降伏函數는 그림에서 $s_0=0.3819\text{kg/cm}^2$ 로 일정하다는 것을 알 수 있다. 이러한 사실은 純平均應力에 의한 塑性體積變形(dv_p^s)은 p_0^* 를 식(4)에 따라 변화시켜 LC 降伏函數는 변하지만, s_0 는 일정하여 SI 降伏函數에는 무관하다는 것을 알 수 있다.

Fig.5는 흡인력이 다른 상태에서 시험한 결과를 도시한 것이다. 점 i, a, b, c, d는 시험의 시작점을 나타내며 화살표는 시험의 방향을 나타낸다.

초기상태에서 降伏函數는 LC_1 및 SI_1 이다. 供試體의 초기상태에서 점 i, a, b, c, d의 시험 시작점까지 평형상태에 도달하는 과정에서 점 i, a, b는 탄성영역내에 있으므로 降伏函數는 변하지 않으나, 점 c, d는 最大吸力(s_0)보다

크므로 이 때의 SI 降伏函數는 SI_c 및 SI_d 로 변하게 된다. 이 때 吸引力에 의한 塑性體積變形(dv_p^s)은 s_0 뿐만 아니라 p_0^* 도 변화시켜 LC 降伏函數는 각각 LC_c 및 LC_d 로 커지게 된다.

이상의 결과로부터 LC降伏函數는 全塑性體積變化에 따라, SI 降伏函數는 吸引力에 의한 塑性體積變化에만 의존한다고 構成式 유도과정에서 가정한 硬化函數는 두 경우 모두 실험의 결과와 아주 잘 일치하므로 純平均應力이나 吸引力에 의한 體積舉動을 나타내는 硬化函數로 사용될 수 있음이 입증된 것이다.

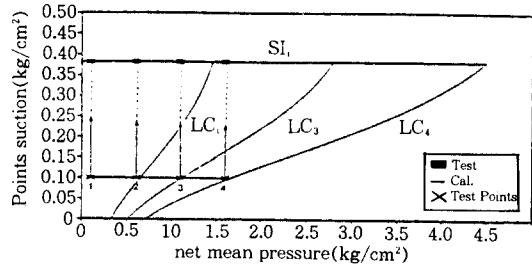


Fig. 4. Development of LC and SI loci during loading

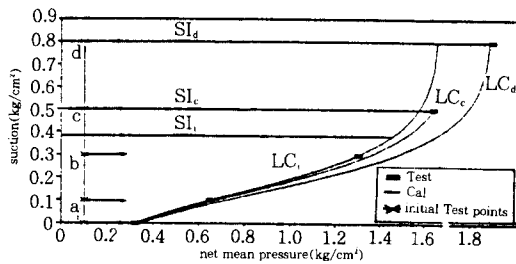


Fig. 5. Development of LC and SI loci during increase

2. 等方狀態의 體積舉動 豫測

本 研究의 36卷 第4號에서 실트질 모래를 사용하여 실시한 等方壓縮試驗 結果 및 乾燥-飽和試驗 結果로부터 구한 土質常數를 정리하면 Table-1과 같다.

Table-1. Soil parameters for prediction of volumetric behaviours.

soil type	$\lambda(0)$	κ	γ	β	p_c (kg/cm ²)	p_0^* (kg/cm ²)	λ_s	κ_s	s_0 (kg/cm ²)
SM-SC	0.0588	0.00623	0.7115	7.49	0.01	0.32	0.021247	0.003288	0.3819

가. 吸引力的 減少 및 荷重의 增加에 따른 體積의 豫測

不飽和 狀態에 있는 시료가 吸引力이 감소하고 하중이 증가하여 최종도달하는 응력의 상태가 같을 때, 應力經路가 서로 다른 경우에 발생하는 體積變動을 예측하여 실험결과와 비교하였다.

Fig.6(a)는 점 a에서 출발하여 吸引力의 크기 또는 하중의 크기가 다른 상태를 거쳐 점 f에 도달하는 동안의 應力經路를 (p,s)평면에 나타내고 있다. Fig. 6(b)는 각각의 應力經路

에서 발생하는 比體積의 變化양상을 構成式에 의하여 계산된 결과와 시험결과를 비교한 것이다.

應力經路 A는 점 a→e→f의 과정이며, 經路 B는 a→c→h→d→f의 과정, 經路 C는 a→b→f의 과정을 통하여 吸引力 및 하중이 변화하면서 최종 f점에 도달하게 된다. 여기서, o→i→j→k로 이루어진 부분은 초기의 彈性領域을 표시한다.

각점의 純平均應力 및 吸引力의 상태는 Table-2와 같다.

Table-2. Net mean pressure and suction of each stress path. (prediction of specific volume during loading and wetting)

paths	path A			path B				path C		
	a	e	f	a	c	d	f	a	b	f
p(kg/cm ²)	0.1	0.1	2.1	0.1	0.1	2.1	2.1	0.1	2.1	2.1
s(kg/cm ²)	0.3	0.0	0.0	0.3	0.1	0.1	0.0	0.3	0.3	0.0

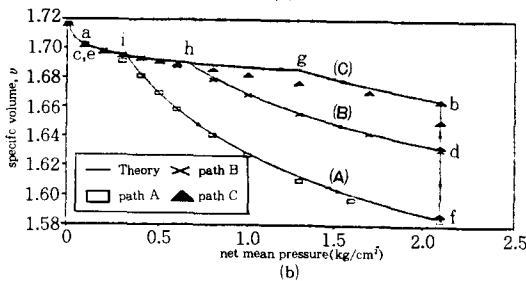
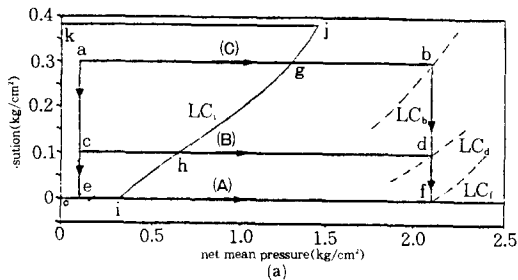


Fig.6. Comparison between tested and predicted results for silty sand under isotripic stress change
 (a) stress paths.
 (b) variation of specific volume with net mean stress.

나. 吸引力的 增加에 따른 體積의 豫測

吸引力的 增加(乾燥過程)에 따른 체적의 변화를 검토하기 위하여 Fig. 7(a)와 같은 應力經路를 채택하여 實驗結果와 構成式에 의한 豫測結果를 비교하였다.

應力經路 A는 a→b→f과정, 應力經路 B는 a→c→d→f과정, 應力經路 C는 a→b→f의 과정을 나타내며 각 경로는 점 a에서 출발하여 최종의 점 f상태에 도달하게 된다.

Table-3은 각 점에서 純平均應力 및 吸引力의 상태를 나타낸다.

이상의 豫測結果와 實驗結果의 比較를 통하여, 유도된 構成式은 不飽和土에서 吸引力이 증가하거나 감소하는 경우, 等方應力이 증가 또는 감소하는 경우에 발생하는 體積變化를 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. 그리고, 각 荷重의 段階에 따른 변화 및 乾燥-飽和 反復

**Table-3. Net mean pressure and suction of each stress path.
(prediction of specific volume during loading and wetting)**

paths	path A			path B				path C		
	a	b	f	a	c	d	f	a	e	f
p(kg/cm ²)	0.1	2.1	2.1	0.1	0.1	2.1	2.1	0.1	0.1	2.1
s(kg/cm ²)	0.0	0.0	0.8	0.0	0.3	0.3	0.8	0.3	0.8	0.8

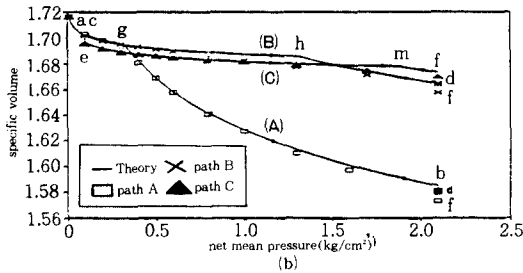
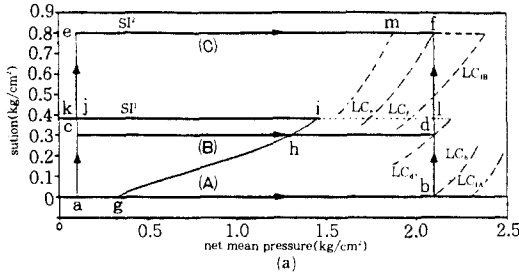


Fig.7. Comparison between tested and predicted results for silty sand under isotropic stress change

- (a) stress paths.
- (b) variation of specific volume with net mean stress.

過程에서의 변화도 잘 豫測할수 있는 것으로 나타났다.

3. 剪斷過程에 따른 軸差應力 및 體積變化的 豫測

構成式을 이용하여 예측한 결과와 실험을 통하여 얻은 응력 및 체적변화의 결과를 비교하였다.

Table-4는 豫測에 사용된 각 土質常數이다. Fig.8은 飽和試料($s=0.0 \text{ kg/cm}^2$)일 때, Fig.9는 吸引力이 0.1 kg/cm^2 인 경우 剪斷變形에 따른 軸差應력과 體積變形率을 實驗結果와

豫測結果를 비교한 것이다. 그림(a)는 각각의 純平均應力에 대하여 軸變形率에 따른 軸差應力을 비교한 것이고, 그림(b)는 軸變形率에 따른 體積變形率을 비교한 것이다. 그림에서 軸差應力은 豫測結果와 實驗結果가 잘 일치하고 있다. 그러나, 體積變形率은 차이를 보이고 있는데 이는 構成式의 유도과정에서 主眼點을 吸引力의 변화에 따른 體積變化에 두고 포화

Table-4. Soil parameters for shear stress and volume change

suction (kg/cm ²)	soil parameters			
	M	p_s (kg/cm ²)	k (kg/cm ²)	G (kg/cm ²)
0.0	1.25	0.00	0.00	63.45
0.1	1.27	0.29	0.36	92.92
0.3	1.30	0.38	0.49	100.30
0.5	1.33	0.57	0.76	102.97
0.8	1.34	0.60	0.81	105.99

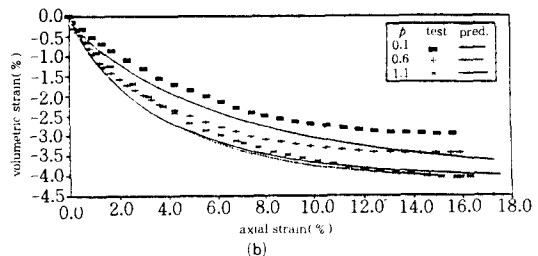
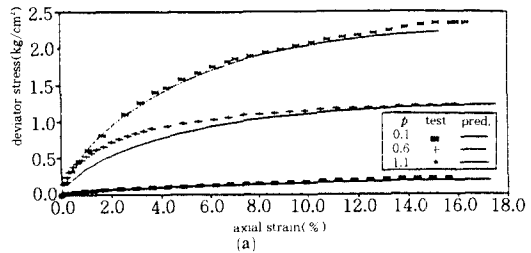


Fig. 8. Comparison between tested and predicted results for silty sand

시의 境界條件으로 택한 수정 Cam-clay 모델이 다이러턴시 현상을 나타내지 못하기 때문이라고 생각된다. 그러나 이러한 차이에도 불구하고 飽和時와 不飽和時의 體積變化 傾向은 잘 나타내고 있다.

이상의 剪斷過程에 따른 豫測結果와 실험 결과의 비교해서 軸差應力은 잘 일치하고 있으나 체적의 변화는 차이를 보이고 있다. 그러나, 이러한 차이에도 불구하고 본 構成式에 의한 豫測結果는 飽和狀態와 不飽和狀態의 體積變化 傾向을 잘 나타내고 있으므로 土質常數의 보정이나 다이러턴시에 대한 부분을 추가하면 不飽和土의 剪斷에 따른 舉動豫測에 正確성을 기할 수 있을 것으로 판단된다.

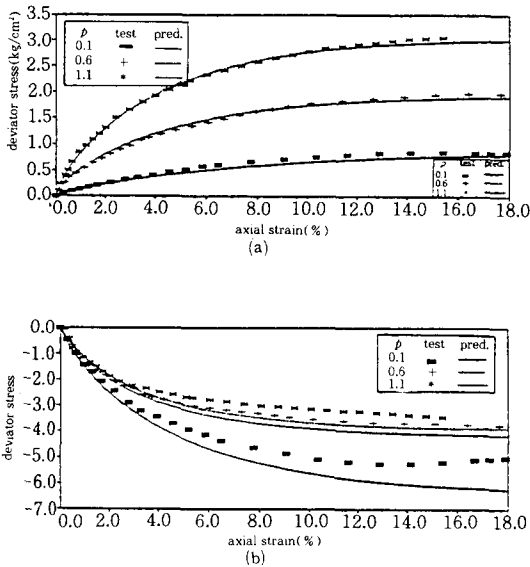


Fig. 9. Comparison between measured and predicted results for unsaturated silty sand. ($s=0.1\text{kg/cm}^2$)

IV. 要約 및 結論

不飽和土의 舉動을 豫測하기 위하여 純平均應力과 吸引力을 고려하여 構成式을 유도하였

으며, 等方壓縮試驗과 三軸壓縮試驗을 행한 결과를 이용하여 이의 타당성을 檢證하였다. 不飽和土의 舉動을 分析하고, 유도된 構成式을 적용한 結果를 요약하면 다음과 같다.

1. 構成式의 誘導過程에서 가정한 硬化函數는 실험의 결과와 잘 일치하므로, 純平均應力과 吸引力에 의한 不飽和土의 舉動을 예측하는 硬化函數로 사용될 수 있음이 입증되었다.

2. 純平均應力과 吸引力을 應力成分으로 하고, 수정 Cam-Clay 모델을 경계조건으로 하는 不飽和土의 舉動을 예측할 수 있는 構成式을 유도하였다.

3. 構成式을 적용한 結果, 等方狀態에서 吸引力의 變化 및 純平均應力の 變化에 따른 豫測結果는 實驗結果와 일치하였다.

4. 三軸狀態에서 軸差應力은 構成式에 의한 豫測結果와 實驗結果와 잘 一致하였으나, 體積變化는 差異를 보이는데 이는 유도된 構成式이 다이러턴시 現象을 나타내지 못하기 때문으로 판단되었다.

5. 개발된 構成式은 不飽和土의 特征적인 舉動을 잘 나타내고 있으므로, 앞으로 다이러턴시 效果를 보완하면 不飽和土의 體積舉動을 보다 正確하게 나타낼 수 있을 것으로 사료된다.

參 考 文 獻

1. Atkinson, J. H. and P. L. Bransgy, 1978. The Mechanics of Soils; An Introduction to Critical State Soil Mechanics. McGraw-Hill book Company(UK) Ltd.
2. Alonso, E. E., A. Gens and A. josa, 1990. A Constitutive Model for Partially Saturated Soils. Geotechnique, 40(3), pp. 405-430.
3. Barden, L., 1965. Consolidation of Compacted and Unsaturated Clays. Geotechnique, 15(3), pp.267-286.

4. Brackley, I. J. A., 1973. Swell Pressure and Free Swell in a Compacted Clay. Proc. 3rd Int. Conf. Expansive Soil, Haifa, pp. 169-176.
5. Britto, A. M. and M. J. Gunn, 1987. Critical State Soil Mechanics via Finite Element. New York, John Wiley & Sons Inc.
6. Campos, T. M. P and E. A. Vargas, 1991. Discussion of 'A Constitutive Model for Partially Saturated Soils.' by E.E. Alonso, A. Gens and A. Josa(1990), *Geotechnique*, 41(2), pp. 273-275.
7. Croney, D., 1952. The Movement and Distribution of Water in Soils. *Geotechnique*, 3(1), pp.1-16.
8. Desai, C. S. and H. J. Siriwardane, 1984. Constitutive Laws for Engineering materials with Emphasis on Geologic Materials. New Jersey, Prantice-Hall Ltd.
9. Escario, V. and J. Saez, 1986. The Shear Strength of Partly Saturated Soils. *Geotechnique*, 36(3), pp.453-456.
10. Fredlund, D. G., N. R. Morgenstern, 1977. Stress Variables for Unsaturated Soils. *J. of Geotech. Eng. Div. ASCE*, 103 (GT5), pp.447-466.
11. Fredlund, D. G., N. R. Morgenstern and D. A. Widger, 1978. The Shear Strength of Unsaturated Soils. *Can. Geotech. J.* 15 (2), pp.261-276.
12. Fredlund, D. G., H. Rahardjo, 1993. Soil Mechanics for Unsaturated Soils. New York, John Wiley & Sons Inc.
13. Gens, A., E. E. Alonso and A. Josa, 1989. Elastoplastic Modelling of partially Saturated Soils. *Numerical Models in Geomechanics Numog III*, Elsevier Applied Science, pp.163-170.
14. Ghaxireh, N. and J. Billam, 1989. Elastoplastic Unsaturated Soil Subject to Impact. *Geotechnique*, 39(3), pp.525-526.
15. Seed, H. B., J. K. Mitchell and C. K. Chan, 1960. The Strength of Compacted Cohesive Soils. *Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, 2, Colorado, pp.877-964.
16. Wheeler, S. J., 1988. A Conceptual Model for Soils Containing Large Gas Bubbles. *Geotechnique*, 38(3), pp.389-397.
17. 宋昌燮, 1994. 不飽和土의 舉動豫測을 위한 構成式 開發, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.