韓國經營科學會誌
第20卷 第3號
1995年 12月

분지한계기법을 이용한 무환네트워크에서 최대물동량경로의 해법에 관한 연구†

성 기 석* · 임 준 묵*

A Study on the Solution Method of Maximum Origin-Destination Flow Path in an Acyclic Network using Branch and Bound Method

Kiseok Sung* · Joonmook Lim*

Abstract

The Maximum Origin-Destination Flow Path Problem(MODFP) in an Acyclic Network has known as NP-hard. K. S. Sung has suggested an Optimal Algorithm for MODFP based on the 'Pseudo flow of arc' and the K-th shortest path algorithm. When we try to solve MODFP problem by general Branch and Bound Method(BBM), the upper and lower bounds of subproblems are so weak that the BBM become very inefficient.

Here we utilized the 'Pseudo flow of arc' for the tight bounds of subproblems so that it can produce an efficient BBM for MODFP problem.

1. 서론

도시간의 수송체계는 화물의 운송과 관련하여, 열차, 정기화물트럭, 콘테이너 선박, 항공기 등을 들 수 있다. 도시내의 수송체계는 주로 지역 주민의 출퇴근 및 일상생활에 따른 이동과 관련하여, 도시 가로망에서 정해진 경로를 따라 운행하는 노선버스와 지하철을 들 수 있다. 그런데 이들 노선버스나 지하철 등의 수송체계에서, 각 차량은 정해진 출발지점에서 도착지점에 이르는 일정한 경로를 따라 운행한

† 이 논문은 1994년도 강릉대학교 학술연구조성비의 지원을 받았음.
* 강릉대학교 산업공학과

다. 그리고 경로를 따라 운행하면서 그 경로상에서 경유하는 지점들 사이에 발생하는 운송 수요를 충족시켜 준다는 점에서 공통점을 갖고 있다.

J. R. Current(1985)등은 경로에 의해서 만족되는 수요를 최대화하고, 또한 그 경로의 길이를 최소화하는 두가지 목표를 고려한 경로문제(Maximum Covering/Shortest Path Problem)를 모형화하고 가중치를 이용한 해법을 제시하였다. 그들의 모형은 수송네트워크의 각 마디에 일정한 수요가 주어져 있고, 경로가 경유하면 그 마디의 수요가 만족되는 것으로 가정했다. 이 모형은 지방의 이동진료센타나 이동수리센타 등의 이동 경로를 결정하는데 사용할 수 있으며, 고속도로, 철도, 지하철 등을 건설할 때, 각 지역의 인구밀도와 개별적인 중요도를 고려하여 그 경유지를 결정하는 경우에 사용할 수 있다. 그러나 고속도로나 철도, 지하철 등의 경우에 단순히 어떤 한 지점을 경유하는 것만으로는, 그 지역과 다른 모든 지역들 사이의 起終點(Origin-Destination)간 물동량을 만족시켜줄 수는 없다. 즉, 어떠한 두 지역 사이의 기종점간 물동량을 만족시켜주기 위해서는 경로상에서 두 지역이 연결되어야만 한다.

J. R. Current(1987)등은 수송네트워크에서 고속도로의 경유지를 정함에 있어서, 고속도로의 길이에 따른 건설비용과, 고속도로가 통과하지 못하는 지역으로부터 고속도로까지의 접근거리에 따른 접근비용을 고려하여 정하는 문제를 경로문제로 모형화하고 최적해법을 제시하였다. 이 모형에서, 수송네트워크의 각 마디에 운송 수요가 주어져있고, 각 마디로부터 정해진 경로까지의 최소거리를 그 마디의 운송 수요량으로 가중평균한 값의 총합을 접근비용으로 가정했다.

이 모형에서도 역시 운송 수요를 각 마디에 주어진 것으로 가정하였고, 기종점에 따른 물동량을 고려하지 않았다. 따라서 운송 수요를 수송네트워크상의 마디쌍들에 대하여 주어진것, 즉 기종점간의 물동량으로 보고 이들을 다루는 연구가 필요하였다. 이러한 네트워크상에서 경로에 의해서 연결이 가능한 마디쌍들 사이에서 충족되는 기종점간 물동량을 최대로 만족시켜 주는 경로를 찾는 문제를 최대물동량경로 문제라 한다. 성기석(1990)은 최대물동량경로를 찾는 문제가, 주어진 네트워크가 무환인 경우라 하더라도 문제의 난이도가 NP-hard 임을 증명하였다. 또한 그는 무환인 네트워크에서의 최대물동량 경로문제에 대해서 라그랑즈완화 방법을 이용하여 효율적인 발견적해법을 제시하였고(성기석,1990), 다수최단경로해법을 이용하여 최적해법을 제시하였다(1991). 또한 유방향 네트워크에서의 최대물동량 경로문제에 대해서는 쌍대 전정수 해법과 제약식 완화 방법을 이용하는 최적해법을 제시한 바 있다(성기석, 1992).

이 논문에서는 분지한계기법을 이용하여 무환 네트워크에서 최대물동량경로를 구하는 최적해법을 제시하고자 한다. 특히 의사물동량을 사용하여 분해된 각 부분문제의 엄격한 상한과 하한을 구함으로써 최적해를 포함하지 않는 부분문제를 빨리 제거할 수 있도록 하고, 결과적으로 분지한계기법이 효율적으로 적용될 수 있게 한다. 또한 주어진 네트워크를 축소하는 방법을 제시하였다. 주어진 네트워크를 최대물동량경로를 변화시키지 않는 범위 안에서 주어진 네트워크를 축소함으로써 분지한계기법이 더욱 효과적으로 적용될 수 있도록 하였다.

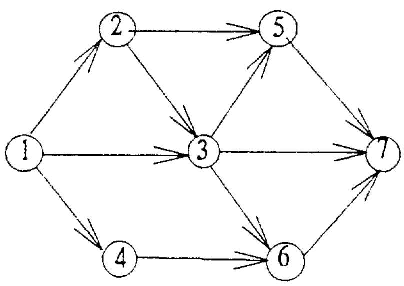
2. 최대물동량 경로의 정의

먼저 주어진 네트워크에서 임의의 경로의 물동량을 정의하기로 하자. 유방향 네트워크에서 각 마디쌍에 대해서 물동량이 주어져 있고, 정해진 두 마디를 잇는 임의의 경로가 있다 하자. 이 때 그 경로상에서 연결 가능한 모든 마디쌍의 물동량의 합을 그 '경로의 물동량' 이라 정의한다.

이러한 경로의 물동량을 수식으로 표현하여 보자. 우선 유방향네트워크를 $G=(V,A)$, V와 A는 각각 네트워크 G상의 마디와 호의 집합, 네트워크 G상에서 연결 가능한 마디쌍들의 집합을 C, 임의의 마디쌍 (i,j)의 물동량을 f_{ij}, 임의의 경로를 $P=(V_P,A_P)$, V_P와 A_P는 각각 경로 P상의 마디와 호의 집합, 그 경로 P 상에서 연결 가능한 마디쌍들의 집합을 C_P, 임의의 경로 P의 물동량을 W_P라고 하자. 그러면, $W_P=\sum_{(u,v)\in C_P} f_{uv}$ 이다.

또한 여기서 최대물동량을 다음과 같이 정의한다. 유방향 네트워크에서 정해진 출발마디로부터 도착마디까지의 경로들 중 경로의 물동량이 최대인 경로를 최대물동량경로라하고 그 경로의 물동량을 '최대물동량' 이라 한다. 이러한 최대물동량 경로를 수식으로 표현하면, $\prod$를 네트워크 G상에서 정해진 출발마디로부터 도착마디까지의 모든 경로들의 집합이라 할 때, 최대물동량경로 P^*는 $W_{P^*}=\text{Max}\{W_P|P\in\prod\}$, $P^*\in\prod$를 만족하는 경로이다.

이러한 최대물동량경로의 예를 살펴보자. 주어진 네트워크가 [그림 1] 과 같고 각 마디쌍의 물동량이 〈표 1〉과 같다 하자. 여기에서 출발마디 1로부터 도착마디 7에 이르는 각 경로들의 물동량을 계산하면 다음의 〈표 2〉와 같다. 이 경로들 중에 물동량이 최대인 경로는 1-2-3-6-7을 지나는 경로이다. 그리고 이 경로의 물동량은 11이다. 따라서 최대물동량경로는 1-2-3-6-7이고 최대물동량은 11이다.



[그림 1] 수송 네트워크

〈표 1〉 마디쌍의 물동량 f_{uv}

to / form	2	3	4	5	6	7
1	1	1	2	0	1	1
2		1	·	2	1	1
3			·	1	2	1
4				·	3	1
5					·	1
6						.1

〈표 2〉 각 경로의 물동량 W_p

경 로	물 동 량
1-2-3-5-7	(1+1+0+1)+(1+2+1)+(1+1)+(1)=10
1-2-3-6-7	(1+1+1+1)+(1+2+1)+(1+1)+(1)=11
1-2-5-7	(1+0+1)+(2+1)+(1)=6
1-3-5-7	(1+0+1)+(1+1)+(1)=5
1-3-6-7	(1+1+1)+(2+1)+(1)=7
1-4-6-7	(2+1+1)+(3+1)+(1)=9

3. 축소방법

최대물동량경로를 찾는 문제에서 주어진 네트워크를 축소하는 방법을 알아보자. 주어진 네트워크를 최대물동량경로를 변화시키지 않는 범위 안에서 주어진 네트워크를 축소함으로써 분지한계기법이 더욱 효과적으로 적용될 수 있을 것이다.

우선, 유방향 네트워크에서 정해진 출발마디로부터 도착마디에 이르는 경로상의 마디집합이 다른 어떠한 경로상의 마디집합에도 포함되지 않을 때, 그 경로를 주어진 네트워크에서 '최대경로 (Maximal Path)' 라고 정의하자. 그러면 최대물동량경로는 최대경로이다.

정리 1 : 최대물동량경로는 최대경로이다.

(증명)

최대물동량경로 P가 최대경로가 아니라고 가정하면, 어떠한 다른 경로 P′이 있어서 $V_P \subset V_{P'}$, $C_P \subset C_{P'}$ 이므로 $W_P = \sum_{(u,v) \in C_P} f_{uv} < \sum_{(u,v) \in C_{P'}} f_{uv} = W_{P'}$ 이다. 즉, 경로 P보다 큰 물동량을 가진 경로 P′이 존재하므로 경로 P는 최대물동량경로가 아니다. 따라서 최대물동량경로는 최대경로이다. ■

또한 유방향 네트워크에서 어떠한 최대경로에도 포함되지 않는 호를 '중복호(Redundant Arc)'라고 하자. 그러면 주어진 네트워크에서 중복호를 제거하더라도 최대경로의 집합과 최대물동량경로는 변화하지 않는다. 그러한 중복호를 제거하는 방법을 알아보자.

정리 2 : 주어진 무환 네트워크에서 모든 호의 길이를 1로 할 때, 그 사이의 최장거리가 1 보다 큰 두 마디를 잇는 호는 중복호이다.

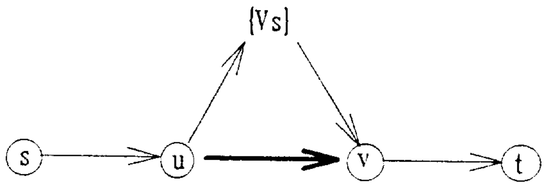
(증명)

두 마디를 잇는 호(u,v)가 있고, 정해진 출발마디로부터 호 (u,v)를 지나서 정해진 도착마디에 이르는 임의의 경로를 P 라 하자. 여기서 두 마디 사이의 최장거리가 1 보다 크다고 하자. 그러면 적어도 하나의 마디를 가진 마디집합 V_s가 있어서 마디 u로부터 마디집합 V_s의 마디들을 거쳐서 마디 v에 이르는 경로 P^{uv}가 존재한다. 그리고 정해진 출발마디로부터 마디 u까지, 마디 v로부터 정해진 도착마디까지의 경로는 경로 P와 동일하고 마디 u로부터 마디

v까지의 경로는 P^{uv}인 경로를 P′라 두자. 그러면 $V_{P'}=V_P+V_s$, $V_s \neq \phi$·이므로 $V_P \subset V_{P'}$이다.

즉, 호 (u,v)를 지나는 경로는 어떠한 것도 최대경로가 되지않는다. 따라서 호 (u,v)는 중복호이다. ■

위의 정리를 그림으로 표현하면 다음과 같다.



P = s-u-v-t, P′ = s-u-{Vs}-v-t

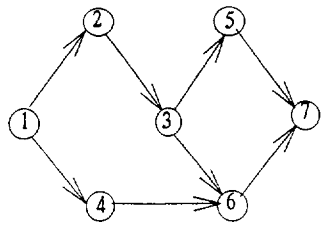
정리 2에 따라 중복호를 제거하는 계산단계는 다음과 같다.

단계 0 : 네트워크의 모든 호의 길이를 -1로 둔다.

단계 1 : 모든 이웃한 마디쌍 사이의 최단거리를 구한다.

단계 2 : 최단거리가 -1 보다 작은 마디쌍을 잇는 호를 제거한다.

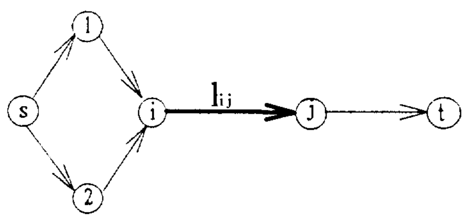
[그림 1]의 네트워크에서 중복호를 제거해보자. 모든 호의 길이를 -1로 두고 이웃한 마디쌍의 최단거리를 구하여보면 최단거리가 -1보다 작은 마디쌍을 잇는 호는 (1,3),(2,5),(3,7)이다. 이들을 제거하면 네트워크는 다음의 [그림 2]와 같이 축소 된다.



[그림2] 축소된 네트워크

4. 의사물동량

네트워크상에 정해진 출발마디에서 도착마디에 이르는 임의의 경로상에 있는 호들에 주어진 의사물동량의 합이 그 경로의 물동량의 상한이 될 수 있도록, 각 호에 의사물동량을 정하여보자. 우선, 출발마디로부터 호(i,j)를 지나서 마디 j에 이르는 경로에 대해서, 그 경로상에 있는 마디들과 마디 j가 이루는 마디쌍의 물동량의 합의 최대값을 '호(i,j)의 의사물동량'이라 정의하자. 그리고 $\prod_i$를 네트워크 G상에서 출발마디로부터 마디 i까지의 모든 경로들의 집합이라 하고, l_{ij}를 호(i,j)의 의사물동량이라 하면 $l_{ij}=Max\{\sum_{u \in V_P} f_{uj} | P \in \prod_i\}$ 와 같다. 이것을 그림으로 보이면 다음 [그림 3]과 같다.



l_{ij} = Max $\{f_{sj}+f_{1j}+f_{ij},\ f_{sj}+f_{2j}+f_{ij}\}$

[그림 3] 호(i,j)의 의사물동량

또 임의의 경로 P에 대해서 그 경로상의 모든 호의 의사물동량의 합을 '경로 P의 의사물동량' 이라 정의하자. 그러면 임의의 경로 P의 의사물동량은 $L_p = \sum_{(i,j)\in A_P} l_{ij}$이다.

이렇게 각 호의 의사물동량을 정의하면, 임의의 모든 경로들에 대해서, 경로의 의사물동량이 그 경로의 물동량의 상한이 되도록 한다(성기석, 1991). 한편 이러한 의사물동량을 계산하는 방법은, 먼저 각 마디 k에서 출발하는 모든 호의 길이를 마디쌍(k,j)의 물동량 f_{kj}로 놓고, 출발마디로부터 마디 i 까지의 최장거리를 구한 다음 그 길이에 마디쌍(i,j)의 물동량 f_{ij}를 더하면 호(i,j)의 의사물동량이다(성기석, 1991). 이러한 과정을 단계별로 나타내면 다음과 같다.

단계 1 : 주어진 네트워크에서 각 마디 k에서 출발하는 모든 호(k,r),$r\in F(k)$의 길이를 마디쌍 (k,j)의 물동량 f_{kj}로 놓는다.

단계 2 : 출발마디로부터 마디 i에 이르는 최장거리를 구한다.

단계 3 : 그 거리에 물동량 f_{ij}를 더하면 호(i,j)의 의사물동량이 된다.

한편 일반적인 유방향 네트워크에서 최장경로 문제는 복잡도가 NP-hard 이다. 그러나 주어진 네트워크가 무환인 경우에는 음의 환(Negative Cycle)이 존재하지 않으므로 각 호의 길이의 부호를 반대로 놓고 최단경로 문제로 풀면 된다. 따라서 위의 계산단계 2 에서 최장거리는 $O(n^2)$만에 구할 수 있고, 또 따라서 각 호에 대한 의사물동량은 $O(n^2)$만에 구할 수 있으며, 모든 호에 대한 의사물동량은 $O(mn^2)$만에 구할 수 있다.

5. 분지한계법을 이용한 최적해법

분지한계기법의 기본적인 개념은 다음과 같다. 먼저 주어진 문제를 다루기 쉬운 부분문제로 분할하는데, 이 과정을 분지과정이라 한다. 그리고 분할된 부분문제의 목적함수의 상한과 하한을 구하여 그 상한값을 이용하여 최적해를 포함할 수 없는 부분문제들을 미리 제거하는데, 이 과정을 분지절단이라 한다. 이 분지절단과정에서 될 수 있데로 많은 부분문제들을 제거함으로써 분지한계기법의 효율성이 높아진다. 그런데 분지절단이 효과적으로 되기 위해서는 부분문제의 상한과 하한값이 엄격하게 구해져야 한다.

이 절에서는, 앞 절에서 제시한 의사물동량을 사용함으로써 분해된 각 부분문제의 엄격한 상한과 하한을 구하여 최적해를 포함하지 않는 부분문제를 빨리 제거할 수 있도록 한다.

가) 분지전략

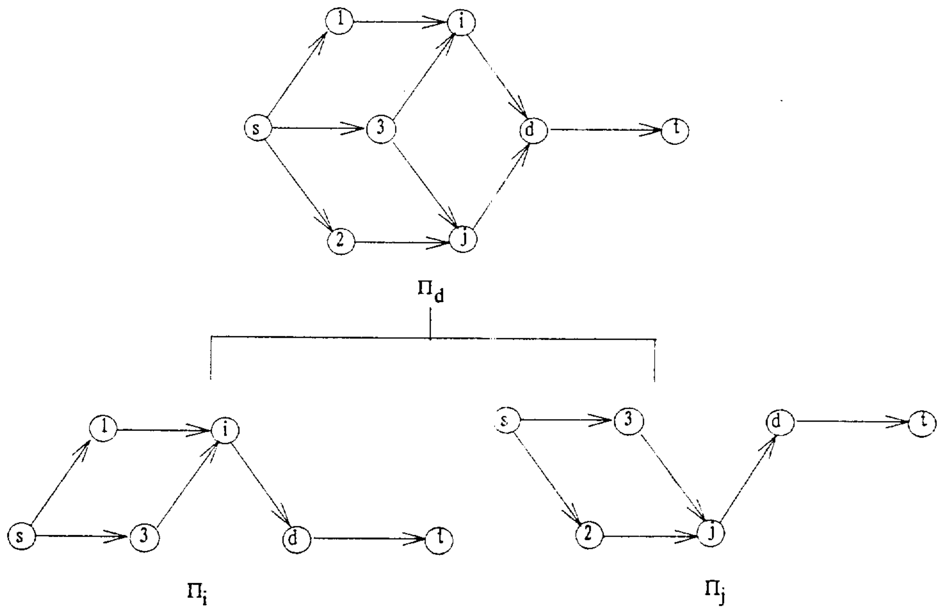
정해진 출발마디로부터 마디 d 까지의 최대물동량경로를 구하는 문제가 주어져 있다고 하자. 이 문제를 몇개의 부분문제로 분해한다. 먼저 마디 d의 선행마디의 집합을 B_d라고 하고, 출발마디로부터 마디 d 의 선행마디들 중의 한 마디 $r\in B_d$까지의 최대물동량경로를 구하는 문제들로 분해한다. 이때 분해되어 생성되는 부분문제의 수는 마디 d 의 선행마디의 갯수인 $|B_d|$개가 된다.

이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다. 주어진 네트워크에서 정해진 출발마디로부터 마디 d 까지 $W_{P^*} = \mathrm{Max}\{W_P | P\in P^d\}$, $P^*=P^d$을

만족하는 경로 P*를 찾는 문제가 주어져 있을 때, 이것을 $W_{P} = Max\{W_P | P \in \prod_r\}$, $P' = \prod_r$, $r \in B(d)$을 만족하는 경로 P'를 찾는 $|B_d|$개의 문제로 분해한다. 이러한 부분문제의 분해를 [그림 5] 에 나타내었다.

한편 주어진 부분문제에서 상한과 하한이 일치할 때는 그 부분문제를 더 이상 분지하지 않아도 되므로 분지끝(Fathom) 한다.

분해된 각 부분문제는 정해진 출발마디로부터 마디 $r \in B_d$ 까지의 최대물동량경로를 구하는 문제로 축소된 것이다. 그리고 각 부분문제로 부터 구해지는 원문제의 최대물동량 경로는 다음과 같다. 먼저, 정해진 출발마디로부터 마디 r까지의 부분은 해당 부분문제의 최대물동량 경로를 구하고, 마디 r에서 최종 도착마디 t까지의 부분은 해당 부분문제를 분지하는 과정에서 정해진 경로를 따른다.



[그림 5] 부분문제의 분해

나) 한계전략

각 부분문제에서, 그 부분문제로 부터 구해지는 최대물동량의 상한을 구하는 방법은 다음과 같다. 먼저, 부분문제로 분해되기 전의 어미문제에서 각 호에 주어져 있던 의사물동량에, 그 호의 출발마디와 어미 문제에서의 도착마디 d 가 이루는 마디쌍의 물동량을 더하여 그 값을 부분문제에서의 호의 의사물동량으로 둔다. 그런 다음 정해진 출발마디로부터 마디 r 까지의 경로들 중에서, 경로의 의사물동량이 최대인 경로를 구한다. 그 경로의 의사물동량과, 부분문제가 분지되는 과정에서 정해진 마디 r 에서 최종 도착마디 t 까지의 경로의 물동량을 합한다. 그러면 그 값이 그 부분문제에서 구해지는 최대물동량의 상한값이 된다.

정해진 출발마디로부터 마디 r까지의 경로들 중에서, 경로의 의사물동량이 최대인 경로는

최장경로의 해법을 이용하여 구한다. 여기서 주어진 네트워크가 무환이므로 최장경로를 구하는 계산복잡도는 $O(n^2)$ 이다. 그리고 마디 r 에서 최종 도착마디 t 까지의 경로의 물동량을 구하는 계산복잡도는 $O(n)$이다. 따라서 임의의 부분문제에서 상한을 구하는 계산복잡도는 $O(n^2)$이다.

임의의 부분문제의 하한은 그 문제의 상한을 주는 경로, 즉 상한을 계산할 때 구한 경로의 물동량을 계산하면 그것이 하한이 된다. 이렇게 구한 하한은, 의사물동량이 최대인 경로의 물동량이므로 최대물동량에 대해서 상당히 엄격한 하한을 제공해준다. 그리고 상한을 주는 경로가 구해져 있을 때, 하한을 구하는 계산복잡도는 $O(n^2)$이다.

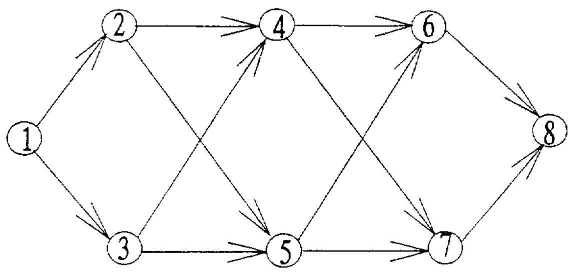
이렇게 부분문제의 상한과 하한을 구하고, 그 때까지 구한 하한들 중 가장 높은 값을 원문제의 하한으로 삼는다. (한계수정)

그리고 원문제의 하한보다 작은 상한을 갖는 부분문제들을 제거한다.(부분문제 절단)

그리고 제거되지 않고 남은 부분문제들 중에서 상한이 가장 높은 부분문제를 선택하여 그 문제를 다시 부분문제로 분해하는 과정을 반복해 나간다. 만약 제거되지 않고 남은 부분문제가 없으면, 하한을 주는 부분문제에서 구해진 경로가 최대물동량경로이다.

6. 수치예제

다음의 예를 보자. 주어진 네트워크와 각 마디 쌍에대한 물동량이 다음과 같다 하자.

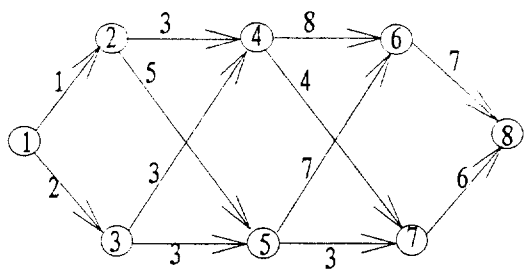


[그림 6] 예제 네트워크

[표 3] 예제 네트워크의 마디쌍의 물동량 f_{uv}

form \ to	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	2	1	3	1	1
2			1	4	1	1	2
3			1	2	2	1	1
4					3	2	1
5					2	1	2
6							2
7							1

여기서 위의 해법을 적용하여 보자. 우선 각 호의 의사물동량을 구하면 다음과 같다.

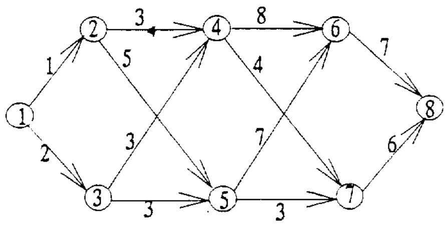


[그림 7] 각 호의 의사물동량

부분문제 0 : 1 ~ 8

$l_{12}=1$, $l_{13}=2$, $l_{24}=3$, $l_{25}=5$, $l_{34}=3$, $l_{35}=3$,

$l_{46}=8$, $l_{47}=4$, $l_{56}=7$, $l_{57}=3$, $l_{68}=7$, $l_{78}=6$.

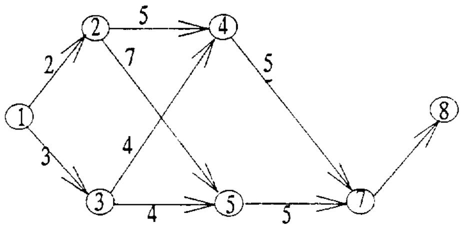


Path P_0=1-3-4-6-8, 상한=20, 하한=18, 원문제 하한=18, 부분문제 0을 분지함.

부분문제 1 : 1~7-8, 경로 7-8의 물동량=1

$l_{12}=1+1$, $l_{13}=2+1$, $l_{24}=3+2$, $l_{25}=5+2$,

$l_{34}=3+1$, $l_{35}=3+1$, $l_{47}=4+1$, $l_{57}=3+2$.

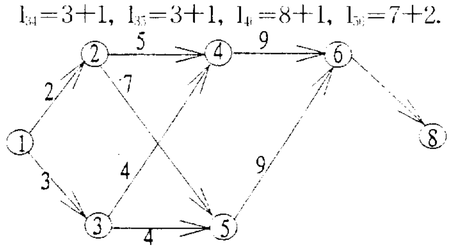


Path P_1=1-2-5-7, 상한= 14+1= 15, 하한= 15, 부분문제 1에서 분지끝.

부분문제 2 : 1~6-8, 경로 6-8의 물동량=2

$l_{12}=1+1$, $l_{13}=2+1$, $l_{24}=3+2$, $l_{25}=5+2$,

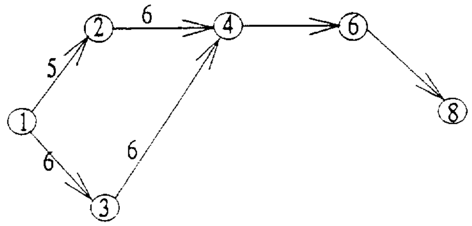
$l_{34}=3+1$, $l_{35}=3+1$, $l_{46}=8+1$, $l_{56}=7+2$.



Path P_2=1-2-5-6, 상한= 18+2 = 20, 하한 = 19, 원문제 하한=19, 부분문제 1을 제거함. 부분문제 2를 선택하여 분지함.

부분문제 3 : 1~4-6-8, 경로 4-6-8의 물동량=6

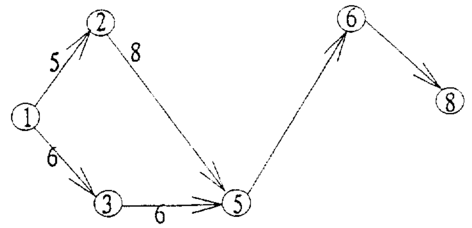
$l_{12}=2+3$, $l_{13}=3+3$, $l_{24}=5+1$, $l_{34}=4+2$.



Path P_3=1-3-4, 상한= 12+6 = 18, 하한= 18, 부분문제 3에서 분지 끝.

부분문제 4 : 1~5-6-8, 경로 5-6-8의 물동량=6

$l_{12}=2+3$, $l_{13}=3+3$, $l_{25}=7+1$, $l_{35}=4+2$.



Path P_4=1-2-5, 상한= 13+6 = 19, 하한= 19, 원문제 하한=19, 부분문제 3을 제거. 부분문제 4에서 분 끝. 선택할 부분문제 없음.

따라서 경로 P4 + 5-6-8 = 1-2-5-6-8 이 최대물동량경로이다. 이때 경로의 물동량은 19 이다.

7. 결론

이 논문에서는 분지한계법을 이용하여 최대물동량경로를 구하는 최적해법을 제시하였다. 분지한계기법을 적용할 때, 의사물동량을 사용하여 분해된 각 부분문제의 엄격한 상한과 하한을 구함으로써 최적해를 포함하지 않는 부분문제를 빨리 제거할 수 있도록 하였다. 결과적으로 분지한계기법이 효율적으로 적용될 수 있게 되었다.

또한 주어진 네트워크를 축소하는 방법을 제시하였다. 주어진 네트워크를 최대물동량경로를 변화시키지 않는 범위 안에서 주어진 네트워크를 축소함으로써 분지한계기법이 더욱 효과적으로 적용될 수 있도록 하였다.

이 논문에서의 결과는 수송분야의 설계, 건설, 운영에 있어서 수리계획적인 접근방법을 제시하고, 특히 철도, 고속도로, 지하철 등 공공 운송시스템의 설계시에 수리모형을 세우고 그 최적설계 방안을 구하는데 유용하게 사용할 수 있을 것이다.

한편 분지한계 기법을 이용한 해법과 기존에 연구된 바 있는 다수최단경로를 이용한 해법 및 라그랑즈 완화를 이용한 발견적 해법들과의 계산 효율성을 비교 검토하기 위한 전산 실험을 추후에 계속 연구할 필요가 있다.

參考文獻

[1] 성기석, 수송네트워크에서 최대물동량경로에 관한 연구, 서울대학교 박사학위논문, 1990.

[2] 성기석, 박순달 "수송네트워크에서 최대물동량 경로문제의 근사해법", 대한산업공학회지, 16권 2호, 1990. 12, 91-98.

[3] 성기석, 박순달 "수송네트워크에서 최대물동량 경로문제의 최적해법", 한국경영과학회지, 16권 1호, 1991. 6, 1-12.

[4] 성기석, 송성헌 "유방향 네트워크에서 최대물동량 경로문제에 관한 연구", 한국군사운영분석 학회지, 18권 2호, 1992. 12, 151-167.

[5] Current,J. R., C. S. Revelle, J. L. Cohon, "The Maximum Covering/Shortest Path Problem : A Multi-objective Network Design and Routing Formulation", European J. of Operational Research, Vol. 21, 1985, 188-199.

[6] Current,J. R., C. S. Revelle, J. L. Cohon, "The Median Shortest Path Problem : A Multiobjective Approach to Analyze Cost vs. Accessibility in the Design of Transportation Networks", Transportation Science, Vol. 21, No. 3, 1987, 188-197.

[7] Deo,N., C. Pang, "Shortest Path Algorithms : Taxonomy and Annotation", Networks, Vol. 14, 1984, 275-323.

[8] Garey,M. R., D. S. Johnson, Computers and Intractability-A guide to the theory of NP-Completeness, W. H. Freeman and Company, 1979.

[9] Lansdowne,Z. F., "Rail Freight Traffic Assignment", Transportation Research-A, Vol. 15A, 1981, 183-190.

[10] Magnanti,T. L., R. T. Wong, "Network Design and Transportation Planning:

Models and Algorithms", Transportation Science, Vol. 18, 1984, 1-55.

[11] Papadimitriou,C. H., K. Steiglitz, Combinatorial Optimization - Algorithms and Complextiy, Prentice-Hall, 1982.

[12] Talley,W. K., "An Economic Theory of the Public Transit Firm", Transportation Research-B, Vol. 22B, No. 1, 1988, 45-54.

[13] Tarjan,R. E., "Fast Algorithms for Solving Path Problems", J. of the Asso. for Computing Machinery, Vol. 28, No. 3, 1981, 594-614.