

〈論 文〉

난류박리 및 재부착 유동의 해석을 위한 비선형 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모형의 개발

박태선* · 성형진*

(1994년 1월 25일 접수)

A Nonlinear Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows

Tae Seon Park and Hyung Jin Sung

Key Words : Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model(저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형), Wall Limiting Behavior (벽면임계거동), Non-Equilibrium Effect(비평형효과), Nonlinear Reynolds Stresses (비선형 레이놀즈응력), Backward-Facing Step(후향계단)

Abstract

An improved version of nonlinear low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model is developed. In this model, the limiting near-wall behavior and nonlinear Reynolds stress representations are incorporated. Emphasis is placed on the adoption of $Ry(\equiv k^{1/2}y/\nu)$ instead of $y^+(\equiv u_\tau y/\nu)$ in the low-Reynolds-number model for predicting turbulent separated and reattaching flows. The non-equilibrium effect is examined to describe recirculating flows away from the wall. The present model is validated by doing the benchmark problem of turbulent flow behind a backward-facing step. The predictions of the present model are cross-checked with the existing measurements and DNS data. The model performance is shown to be generally satisfactory.

기 호 설 명

<p>C_f : 벽면마찰계수, $\tau_w/(0.5\rho U_o^2)$</p> <p>$C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: 표준 $k-\epsilon$ 난류모형의 모형상수들</p> <p>$C_{\epsilon 1}^*$: 소산율의 부가적인 생성항의 상수, $C_{\epsilon 1}(0.95+0.05P_k/\epsilon)$</p> <p>$D$: 후향계단 입구면에서의 채널높이</p> <p>ER : 후향계단의 확장비, $(H+D)/D$</p> <p>f_μ, f_1, f_2, f_t : 모형합수들</p> <p>$f_{\mu 1}$: 벽면근접효과를 나타내는 감쇄함수</p> <p>$f_{\mu 2}$: 비평형효과를 나타내는 감쇄함수</p> <p>H : 후향계단의 높이</p> <p>k : 난류운동에너지</p>	<p>P_k : 난류운동에너지의 생성률</p> <p>R : 전단을 매개변수</p> <p>Re_H : 후향계단의 높이에 의한 레이놀즈수, $U_o H/\nu$</p> <p>Re_m : 채널의 평균속도에 의한 레이놀즈수, $2U_m\delta/\nu$</p> <p>Re_θ : 운동량두께의 의한 레이놀즈수, $U_o\theta/\nu$</p> <p>Re_τ : 벽면마찰속도의 의한 레이놀즈수, $u_\tau\delta/\nu$</p> <p>R_t : 난류레이놀즈수, $k^2/\nu\epsilon$</p> <p>R_y : 무차원 길이척도, $k^{1/2}y/\nu$</p> <p>S_{ij} : 변형률텐서, $0.5(U_{i,j}+U_{j,i})$ 평균 변형률, $\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$</p>
--	--

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

- S^* : 평균변형률의 수정된 형태, $2.75\sqrt{\nu\varepsilon}/(\nu + \nu_t)$
- $u_i u_j$: 레이놀즈응력들
- U_i : 평균속도
- u_τ : 벽면마찰속도, $\sqrt{(\tau_w/\rho)}$
- u_ε : Kolmogorov 속도 척도, $(\nu\varepsilon)^{1/4}$
- X_R : 재부착길이
- x : 주 유동방향의 좌표
- y : 주 유동방향의 수직방향좌표
- y^+ : 무차원 길이척도, $u_\tau y/\nu$

그리스문자

- δ : 0.5 채널높이
- δ_{ij} : Kronecker 델타
- ε : 난류에너지의 소산율, $\frac{\nu\gamma(\partial u_i/\partial x_j)(\partial u_i/\partial x_j)}{\nu}$
- ν, ν_t : 동점성계수와 와점성계수 ρ 밀도
- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: 난류확산항의 상수들
- τ_w : 벽면전단응력
- ω_{ij} : 와도텐서, $0.5(U_{i,j} - U_{j,i})$

하첨자

- 0 : 후항계단의 입구면

1. 서 론

난류유동의 박리 및 재부착 유동은 실제 유동시스템에서 필연적으로 나타나는 유동의 형태이고 이러한 유동구조는 난류유동의 대류 열전달과 물체의 저항을 크게 변화시킨다. 박리 및 재부착 유동은 난류의 여러가지 특성을 가지고 있기 때문에 이러한 유동을 잘 예측할 수 있는 난류모형을 개발하기 위해서는 난류모형 방정식에 많은 물리적인 특징을 고려하여야 한다. 본 연구에서는 난류유동의 박리 및 재부착 유동의 물리적인 성질을 기본으로 하여 표준 k-ε 난류모형의 단점을 보완하고 벽면주위까지 해석할 수 있는 새로운 형태의 비등방 저레이놀즈수 k-ε 난류모형을 제안하고자 한다. 난류유동의 박리 및 재부착 유동을 예측하기 위하여 크게 벽면근처와 벽면에서 떨어진 부분에서의 난류거동으로 나누어서 난류모형을 구성한다. 벽면근처에서의 난류모형의 거동은 직접 수치해(DNS)의 결과를 이용하여 결정하고, 벽면에서 떨어진 부분에서는 박리 및 재부착 유동의 물리적인 특징을 실험적 결과로부터 난류모형에 반영한다.

벽면 주위의 난류 전단유동을 예측하기 위하여 k-ε 난류모형에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다.⁽¹⁻⁴⁾ 이러한 모형들은 표준 k-ε 난류모형에 벽면근접효과를 반영하기 위하여 k-ε 방정식에 감쇄함수들과 부가적인 항들을 도입하는 형태를 취하고 있다. 그렇지만 이러한 모형들은 유동의 형태가 복잡해짐에 따라서 감쇄함수들과 부가적인 항들의 올바른 거동을 확신할 수 없기 때문에 모형의 일반성과 예측성이 떨어진다. 저레이놀즈수 k-ε 난류모형의 벽면 난류특징은 벽면 근처에서 난류의 길이척도를 수정하기 위하여 도입된 감쇄함수들에 의해서 좌우된다. 이러한 감쇄함수의 형태에 대해서 많은 연구가 진행되어 왔지만 실험이나 직접 수치해의 결과⁽⁵⁾와 비교할 때 많은 차이를 보여주고 있다.⁽³⁾

기존의 저레이놀즈수 k-ε 난류모형은 상수와 감쇄함수의 형태를 대부분 완전히 발달된 2차원 채널 유동이나 압력구배가 없는 무한평판의 경계층 유동에서 결정한다.⁽³⁾ 따라서 박리 및 재부착 유동에 적용할 경우 문제점을 나타낼 수 있다. 첫째로 대부분의 저레이놀즈수 k-ε 난류모형은 감쇄함수의 독립변수로서 $y^+ (\equiv u_\tau y/\nu)$ 를 이용하여 왔다. 무차원 길이척도 y^+ 는 벽면마찰계수를 이용하기 때문에 박리 및 재부착 유동에서 특이점을 가진다. 이러한 벽면마찰계수의 문제점을 해결하기 위하여 Abe 등⁽⁶⁾은 Kolmogorov 속도척도 $u_\varepsilon (\equiv (\nu\varepsilon)^{1/4})$ 를 이용하여 저레이놀즈수 k-ε 난류모형을 제한하였다. 이들의 모형은 박리 및 재부착 유동에 대해서 좋은 결과를 보여주고 있지만 벽면근처에서의 난류 거동은 개선된 결과를 보여주고 있지 않다. 따라서 본 연구에서는 박리 및 재부착 유동에 문제점이 적용할 수 있는 난류모형의 형태를 결정하기 위하여 감쇄함수의 독립변수로서 y^+ 대신에 $R_y (\equiv k^{1/2}y/\nu)$ 를 사용한다.

난류유동의 박리 및 재부착 유동의 또 다른 특징은 난류에너지의 생성률과 소산율이 평형상태를 이루지 않는다.⁽²⁾ 기본적인 k-ε 모형의 형태에 난류에너지의 비평형효과가 반영되어져 있지 않기에 벽면에서 떨어진 곳에서 비평형효과의 영향이 크게 나타나는 유동일 경우 모형의 예측성이 떨어진다. 즉 국부적인 평형상태의 가정은 난류에너지 소산율에 대한 생성률을 실제보다 작게 예측하기 때문에 와점성계수를 크게 예측하는 결과를 초래한다. 따라서 대류항에 대한 확산항의 상대적인 크기를 크게 예측하기 때문에 전단유동의 회복율이 빠

르게 나타난다. 이러한 $k-\epsilon$ 모형의 결점은 난류에너지의 소산율방정식에 비평형효과를 반영해야함을 나타낸다.

표준 $k-\epsilon$ 모형의 또 다른 결점은 와점성 개념을 이용한 레이놀즈응력의 등방성으로 인하여 유선 곡률의 변화에 대한 예측능능 저하이다. Speziale⁽⁷⁾은 사각형 덕트내의 2차 유동과 후향계단 유동에 대한 표준 $k-\epsilon$ 모형의 예측능능을 개선시키기 위하여 레이놀즈 응력텐서에 비선형관계를 도입하였다. 이러한 비선형 $k-\epsilon$ 모형은 표준 $k-\epsilon$ 모형이 예측할 수 없는 유동에 대해서 좋은 결과를 보여주고 있다. 비선형 레이놀즈 응력텐서를 구하는 방법은 Speziale⁽⁷⁾과 같이 연속체 역학으로부터 구하는 방법이 있고 Pope⁽⁸⁾의 평균 유동장에 대한 텐서들의 관계로부터 구하는 방법 그리고 Yoshizawa⁽⁹⁾의 2차도 급수전개방법 등이 있다. 이러한 방법상의 차이는 비선형 레이놀즈 응력텐서의 기본 형태를 다르게 제시하고 있지 않고 무차원화하기 위한 상수만 차이를 나타낸다. 본 연구에서는 Pope⁽⁸⁾의 방법을 이용하여 비선형 레이놀즈 응력텐서를 유도하였고 상수는 직접 수치해의 결과를 기본으로 결정하였다.

본 연구의 목적을 요약하여 보면 난류의 박리 및 재부착 유동을 해석할 수 있는 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형을 개발하기 위하여 감쇄함수의 독립변수로서 y^+ 대신에 R_y 를 사용한다. 벽면주위의 난류유동 특성은 직접 수치해의 결과를 이용하여 결정하고 특히 난류유동에너지를 소산율에 대한 예측능능을 개선한다. 또한 난류모형에 비평형효과를 고려하여 재순환 유동과 같이 복잡한 유동에서 모형 방정식의 결점을 보완한다. 수직 레이놀즈응력에 의해서 유도되는 2차 유동이나 유선곡률에 대한 영향은 비선형 레이놀즈응력에 의해서 고려한다. 모형의 검증은 벽면 주위의 난류거동에 대해서는 직접 수치해에 의해서 비교되어지고 박리 및 재부착 유동은 일반적으로 모형 검증시에 많이 선택되어지는 후향계단 주위 유동⁽¹⁰⁻¹³⁾을 해석하고 특히 최근에 발표된 직접 수치해⁽¹⁴⁾와 비교되어 진다.

2. 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형

2.1 지배방정식

비압축성 난류유동에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

여기서, U_j 와 u_j 는 평균속도와 섭동속도의 j 번째 성분, P 는 평균압력을 나타낸다. ρ 와 ν 는 유체의 밀도와 동점성계수이다. 여기서, 와점성 개념을 이용하여 레이놀즈응력 $-\overline{u_i u_j}$ 을 표현하고 $k-\epsilon$ 모형 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} = & 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} + C_{a1} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (S_{im} S_{mj} \\ & - \frac{1}{3} S_{mm} S_{mn} \delta_{ij}) + C_{a2} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} S_{mj} + \omega_{jm} S_{mi}) \\ & + C_{a3} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} \omega_{jm} - \frac{1}{3} \omega_{mn} \omega_{mn} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + P_\epsilon^1 \\ & + P_\epsilon^2 + P_\epsilon^3 + P_\epsilon^4 - \gamma \end{aligned} \quad (6)$$

위의 식에서 평균변형률과 평균과도는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} S_{ij} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ \omega_{ij} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

C_{a1} , C_{a2} , C_{a3} , C_μ , σ_k 와 σ_ϵ 들은 모형상수들이고 f_t 난류확산항을 수정하기 위한 모형함수이다. f_μ 는 벽면 근접효과와 비평형효과를 나타내는 감쇄함수이다. 그리고 난류에너지의 생성률 P_k 는 $-\overline{u_i u_j} \partial U_i / \partial x_j$ 로서 정의된다. 소산율방정식에서 P_ϵ^1 , P_ϵ^2 , P_ϵ^3 , P_ϵ^4 와 γ 는 각각 생성항과 소멸항을 나타낸다.

2.2 모형함수 f_μ 와 f_t

벽면근처에서 순간 속도들의 임계거동은 $u \sim y$, $\nu \sim y^2$ 과 $\omega \sim y$ 의 관계를 유지하고 소산율은 $\epsilon = \nu \overline{(\partial u_i / \partial x_j) (\partial u_i / \partial x_j)} \rightarrow \epsilon_w$ 의 일정한 값을 가진다. 결과적으로 벽면 난류에 대한 임계거동은 $k \sim y^2$, $-\overline{uv} \sim y^3$ 과 $\nu_t \sim y^3$ 이다. 이 관계로부터 감쇄함수의 임계거동은 $f_\mu \sim y^{-1}$ 의 관계를 만족해야 한다.⁽⁴⁾ 벽면 전단 난류유동에서 와점성에 대한 모형은 층류저층으로부터 벽법칙이 성립하는 지역까지의 평

균속도 형태를 좌우하기 때문에 매우 중요하다. 지금까지 연구된 대부분의 감쇄함수의 독립변수는 y^* ($\equiv u_\tau y/\nu$)를 이용하여 왔지만 본 연구에서는 박리 및 재부착 유동에 적용할 수 있는, 즉 저레이놀즈수 모형의 일반성을 증가시키기 위하여 R_y ($\equiv k^{1/2}y/\nu$)를 사용한다. R_y 는 Lam과 Bremhorst⁽¹⁵⁾ 그리고 Zhang과 Sousa⁽¹⁶⁾에 의해서 이미 사용되어 왔지만 이 모형들은 감쇄함수의 임계거동 $f_\mu \sim y^{-1}$ 의 관계를 만족하지 않는다.

벽면 근접효과에 대한 모형 방정식의 수정은 모형상수 C_μ 를 $C_\mu=0.09$ 의 상수로 하고 Van Driest 감쇄함수를 도입하는 것이 일반적인 방법이다.⁽³⁾ 이때 저레이놀즈수 모형을 만들기 위하여 높은 레이놀즈수 가정에 의해서 완성된 표준 $k-\epsilon$ 모형을 기본 방정식으로 하기 때문에 도입된 감쇄함수 f_μ 는 벽면으로부터 멀어지면 반드시 1로 회복되어야 한다. 즉, 벽면에서 떨어진 지역에서는 표준 $k-\epsilon$ 모형으로 해석되어짐을 나타낸다. 벽함수를 이용한 표준 $k-\epsilon$ 모형이 여러 복잡한 유동에서 좋은 결과를 보여주고 있지만 평균속도의 전달율이 큰 유동이거나 국부적인 평형상태에서 많이 벗어났을 경우 모형의 예측성이 떨어지기 때문에 이러한 성질도 모형에 반영해야 한다. 재순환 영역에서는 국부적인 평형상태가 아니기 때문에 모형상수 C_μ 가 상수가 아님을 알 수 있다. 본 연구에서는 이러한 모형상수 C_μ 의 변화를 감쇄함수에서 고려한다. 즉, 감쇄함수에 두 가지 중요한 효과를 반영한다. 첫째, 벽면 근접효과는 $f_{\mu 1}$ 에 의해서 나타내고, 둘째, $f_{\mu 2}$ 에 의해서 벽면에서 떨어진 지역에서의 비평형효과를 반영한다. 결과적으로 감쇄함수는 $f_\mu = f_{\mu 1}f_{\mu 2}$ 로 표현된다.

먼저, 벽면근처에서 와점성의 분포는 Van Driest 감쇄함수에 의해서 수정되어진다.

$$f_{\mu 1} = (1 - f_{w1}) (1 + 10f_{w1}/R_t^{1.25}) \quad (8)$$

$$f_{w1} = \exp[-(R_y/80)^2] \quad (9)$$

여기서, R_t ($\equiv k^2/\nu\epsilon$)는 난류 레이놀즈수이고 f_{w1} 은 벽면 근접효과를 나타낸다. 윗식은 벽면 임계거동 $f_{\mu 1} \sim y^{-1}$ 을 만족한다.

또한, 벽면에서 떨어졌을 때 모형상수 C_μ 의 변화는 Rodi⁽¹⁷⁾의 실험결과로부터 알 수 있듯이 P_k/ϵ 의 함수이다. 이러한 비평형효과를 감쇄함수에 도입하기 위하여 대수 응력모형으로부터 다음과 같은 관계식을 유도한다.

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} = \frac{(1 - C_2)(P_{ij} - P_k \delta_{ij} 2/3)}{(C_1 - 1 + P_k/\epsilon)} \quad (10)$$

여기서, P_{ij} 는 레이놀즈응력 $\overline{u_i u_j}$ 의 생성률을 나타내고 C_1 과 C_2 는 레이놀즈응력 모형에 따른 모형상수이다. 식(10)으로부터 $f_{\mu 2}$ 를 유도하기 위하여 2차원 경계층 유동(x 와 y 는 각각 주유동방향과 벽면에 수직인 방향을 나타낸다.)에 적용하고 약간의 조작을 거치면 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} -\overline{uv} &= \frac{2}{3} \frac{(1 - C_2)(C_1 - 1 + C_2 - P_k/\epsilon)}{(C_1 - 1 + P_k/\epsilon)^2} \\ &\frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial y} \\ &= C_\mu f_{\mu 2} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial y} \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)로부터 비평형효과를 고려할 수 있는 감쇄함수 $f_{\mu 2}$ 의 형태를 얻을 수 있다.

$$f_{\mu 2} = C_{\mu 1} \frac{(C_{\mu 2} + C_{\mu 3} P_k/\epsilon)}{(C_{\mu 2} + P_k/\epsilon)^2} \quad (12)$$

모형상수들은 실험결과⁽¹⁷⁾에 의해서 $C_{\mu 1}=2.62$, $C_{\mu 2}=1.2$ 과 $C_{\mu 3}=0.646$ 으로 결정되어진다. 결과적으로 위에서 구한 두 가지 종류의 감쇄함수를 이용하면 벽면근처와 벽면에서 떨어진 영역에서 모두 적용할 수 있는 감쇄함수 $f_\mu = f_{\mu 1}f_{\mu 2}$ 를 얻을 수 있다.

$k-\epsilon$ 방정식의 난류확산항은 가장 일반적인 구배 확산 모형을 이용한다. 기존 연구자들의 모형을 살펴보면 난류확산에 대한 모형상수 σ_k 와 σ_ϵ 은 $1.0 \leq \sigma_k, \sigma_\epsilon \leq 1.4$ 의 변화를 보여주고 있다.⁽¹³⁾ Nagano와 Shimada⁽¹⁸⁾는 직접 수치해의 결과를 분석하여 모형상수 σ_k 와 σ_ϵ 에 대한 벽면 수정함수 f_i 의 필요성을 제안하였는데 벽면근처에서 $k-\epsilon$ 방정식의 균형을 맞추는데 커다란 영향을 줄 수 있다. 본 연구에서는 이들의 결과로부터 $\sigma_k=1.2$, $\sigma_\epsilon=1.3$ 과 $f_i=1+3.5 \exp[-(R_i/150)^2]$ 로 이용한다.

압력 확산항은 최근에 몇몇 연구자들에 의해서 채택하고 있지만 아직은 일관성있는 모형의 형태는 제시되고 있지 않다. 본 연구에서는 $k-\epsilon$ 방정식의 균형을 고려할 경우 다른 항들에 비해서 작기 때문에 무시한다.

3. 소산율방정식

Navier-Stokes 방정식으로부터 $\epsilon \equiv \nu (\partial u_i / \partial x_j) (\partial u_i / \partial x_j)$ 에 대한 정확한 방정식은 다음

과 같이 유도되어진다.

$$\begin{aligned}
 U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = & -2\nu \frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}}{P_\varepsilon^1} S_{jk} \\
 & -2\nu \frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_m}}{P_\varepsilon^2} S_{km} \\
 & -2\nu u_k \frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_m} \right)}{P_\varepsilon^3} \\
 & -2\nu \frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_k}{\partial x_m}}{P_\varepsilon^4} \\
 & -\nu \frac{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right)}{T_\varepsilon} \\
 & -\nu \frac{2}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial p}{\partial x_m} \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \right)}{\Pi_\varepsilon} \\
 & +\nu \frac{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right)}{D_\varepsilon} \\
 & -\nu^2 \frac{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m}}{\gamma} \quad (13)
 \end{aligned}$$

윗식에 높은 레이놀즈수일 때 상대적인 크기 분석을 수행하면 와류이완에 의한 난류생성률 P_ε^4 과 점성 소산율 γ 가 가장 지배적인 항이다. 그렇지만 벽면에 가까워짐에 따라서 P_ε^1 과 P_ε^2 의 상대적인 크기가 증가하기 때문에 그 영향을 무시할 수 없다. 따라서 소산율방정식에 대한 균형을 고려할 때 이 항들의 영향을 모형방정식에 반영해야만 한다. Rodi와 Mansour⁽¹⁹⁾는 P_ε^1 과 P_ε^2 의 $P_\varepsilon^4 - \gamma$ 에 대한 상대적인 크기를 다음과 같이 표현하였다.

$$\frac{P_\varepsilon^1, P_\varepsilon^2}{P_\varepsilon^4 - \gamma} = O\left(\frac{Sk}{\varepsilon} \frac{1}{R_t^{1/2}}\right) = O(R) \quad (14)$$

여기서, $S = (\sqrt{2S_{ij}S_{ij}})$ 는 평균변형률을, R 은 평균 유동장의 시간척도에 대한 난류유동장 소산율의 시간척도의 비를 나타낸다. 이것을 근거로 하여 P_ε^1 , P_ε^2 , P_ε^4 와 γ 에 대해서 일반적인 모형이 얻어진다.

$$P_\varepsilon^1 + P_\varepsilon^2 + P_\varepsilon^4 - \gamma = C_{e1} * P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{e2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

모형상수 C_{e1}^* 는 비평형효과가 고려된 $C_{e1}^* = C_{e1} (0.95 + 0.05 P_k / \varepsilon)$ 이다.⁽³¹⁾ 이것은 국부적인 비등방성이 존재하는 영역에서 소산율의 생성항이 난류에

너지의 생성에 선형적으로 비례하지 않는다는 물리적인 배경을 가진다. 그리고 모형상수 C_{e1} 과 C_{e2} 는 표준 k-ε 모형과 같은 1.45와 1.9의 값을 가진다.

벽면근처에서 소산율방정식의 균형과 소멸항의 특이성을 제거하기 위하여 모형함수 f_2 는 다음과 같이 구성한다.

$$f_2 = (1 + f_{21})(1 - f_{w2}) f_{22} \quad (16)$$

윗식은 벽면 근점효과를 나타내는 $(1 + f_{21})(1 - f_{w2})$ 와 자유 난류유동의 감쇄를 나타내는 f_{22} 로 이루어져 있고 모형함수 f_{21} 과 f_{w2} 는 직접 수치해로부터 결정되어진다.

$$f_{21} = \exp(-2 \times 10^{-4} R^{13}) (1 - \exp(-2.2 R^{0.5})) \quad (17)$$

$$f_{w2} = \exp(-5.5 \times 10^{-2} R_y - 5.0 \times 10^{-5} R_y^3 - 7.0 \times 10^{-9} R_y^5) \quad (18)$$

식(17)의 모형함수 f_{21} 에 독립변수 R 은 소산율 방정식의 각항에 대한 상대적인 크기 분석으로부터 얻어지는 전단율 매개변수이다.

$$R = \left(\frac{Sk}{\varepsilon}\right) \frac{f_{w2}}{R_t^{1/2}} \quad (19)$$

그리고 자유 난류유동의 감쇄효과는 Nagano와 Tagawa⁽⁴⁾의 형태를 따른다.

$$f_{22} = 1 - 0.3 \exp(-(R_t/6.5)^2) \quad (20)$$

표준 k-ε 모형에서는 평균속도의 2계 미분에 의한 생성항을 나타내는 P_ε^3 를 무시한다. 그러나 이 항은 다른 항들에 비해서 작지만 벽면근처에서 소멸율방정식의 균형을 이루기 위해서는 무시할 수 없다. 최근에 Rodi와 Mansour⁽¹⁹⁾는 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 P_ε^3 에 대한 모형을 제안하였다.

$$P_\varepsilon^3 = C_1 \nu \nu_t U_{ij}^2 + C_2 \nu \left(\frac{k}{\varepsilon}\right) k_j U_j U_{ij} \quad (21)$$

모형상수들은 $C_1 = 1.0$, $C_2 = 0.006$ 이다. 이 모형은 벽면주위에서 직접 수치해 잘 일치하지만 평균속도의 2계 미분이 존재하기 때문에 수치적으로 불안정할 수 있다. 본 연구에서는 식(21)을 이용하면서 좀더 수치적으로 안정된 결과를 줄 수 있는 형태를 제안한다.

$$P_\varepsilon^3 = (C_1 \nu \nu_t S^*_{,j}^2 + C_2 \nu \left(\frac{k}{\varepsilon}\right) S^* S^*_{,j}) f_{w1} \quad (22)$$

모형 상수들은 $C_1 = 1.0$, $C_2 = 0.006$ 이다.

식(22)에서 사용된 S^* 는 평균 변형률의 단순화된 형태로서 박리 및 재부착 유동이나 형상이 복잡한 경우에 벽면근처에서 평균속도의 구배의 관계로 인해 불안정해진다. 벽면근처에서 평균변형률의 주된 성분은 $\partial U/\partial y$ 이므로,

$$S^* = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau_w/\rho}{\nu + \nu_t} = \frac{u_\tau^2}{\nu + \nu_t} \quad (23)$$

윗식은 벽면 마찰속도를 포함하고 있기 때문에 재순환 유동에 적용할 수 없는 형태이다 따라서 여기에 Komogorov 길이 ($\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$)와 속도 ($\nu = (\nu\epsilon)^{1/4}$) 척도를 도입하면 $\nu\eta/\nu = 1$ 과 $\epsilon^+ = \nu\epsilon/u_\tau^4$ 의 관계식으로부터 벽면 마찰속도를 제거할 수 있다.

$$u_\tau = \left(\frac{1}{\epsilon^+}\right)^{1/4} \nu \quad (24)$$

결과적으로 S^* 에 대한 다음과 같은 형태가 얻어진다.

$$S^* = C_\tau \frac{\sqrt{\nu\epsilon}}{\nu + \nu_t} \quad (25)$$

여기서, 모형상수 C_τ 는 2.75이다.

본 연구에서 모형화된 소산율방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_f \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \\ & + 1.45(0.95 + 0.05P_k/\epsilon) P_k \frac{\epsilon}{k} \\ & - 1.9f_\epsilon \frac{\epsilon^2}{k} + (\nu\nu_t S^*)^2 \\ & + 0.006\nu \left(\frac{k}{\epsilon}\right) S^* S^*_{,j} f_{w1} \end{aligned} \quad (26)$$

3. 비선형 레이놀즈 응력텐서

스칼라량의 와점성 개념을 이용하는 난류모형은 레이놀즈응력의 등방성으로 인하여 예측이 불가능한 유동장이 존재한다. 즉, 복잡한 변형률이 존재하는 경우 레이놀즈 응력텐서의 주된 방향과 평균 변형률의 주된 방향이 일치하지 않기 때문에 모형의 예측능력이 떨어진다. 그리고 레이놀즈응력의 비등방성으로 인하여 발생하는 비원형관 같은 형상에서의 2차 유동은 전혀 예측이 불가능하다. 따라서 이러한 결점들을 보완하기 위하여 레이놀즈 응력텐서의 비선형화에 대한 여러 연구가 진행되어 왔다. (7-9,20,21)

비선형 레이놀즈 응력텐서의 일반적인 형태는 텐서 S_{ij} 와 ω_{ij} 의 불변양들과 k , ϵ 에 근거한 난류의 길이와 시간척도로서 이루어진다. 지금까지 연구된 비선형 레이놀즈 응력텐서의 유도방법은 Yoshizawa⁽⁹⁾의 2척도 급수전개방법과 Speziale⁽⁷⁾의 연속체역학 그리고 Rubinstein과 Barton⁽²⁰⁾의 재정규화 집합이론 등이 주류를 이룬다. 이 모형들의 기본 형태는 같고 무차원화하기 위한 상수는 커다란 차이를 보이고 있다. 따라서 본 연구에서는 어떤 한 형태를 따르기보다는 레이놀즈 응력텐서의 일반적인 형태로서 S_{ij} 와 ω_{ij} 의 불변텐서량을 이용한다. 이러한 방법으로 레이놀즈 응력텐서의 비선형 항에 대하여 원하는 차수의 고차상관항까지 전개할 수 있다. 그렇지만 레이놀즈 응력의 비등방성이 난류 유동의 큰 척도들만의 함수가 되어야 하기 때문에 어느 일정한 차수까지만 고려하여야 한다. 앞서 설명한 3가지 방법은 2차 상관항까지 전개한 형태로서 Speziale⁽⁷⁾과 Rubinstein과 Barton⁽²⁰⁾은 후향계단 유동에서 좋은 결과를 보여주었다. 비슷한 방법을 이용하여 Myong과 Kasagi⁽²²⁾는 비선형 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형을 제안하였는데 이들의 모형은 형상이 복잡해질 경우 레이놀즈응력의 크기를 결정하는 텐서량을 결정하기 어려운 점이 있다. 한편 최근에 Craft 등⁽²³⁾은 S_{ij} 와 ω_{ij} 의 3차 상관항까지 전개된 모형을 제시하였는데 이 모형은 정해야될 상수가 7개로 늘어나기 때문에 정확한 모형을 결정하기 어렵다. 3차원일 경우에 너무 많은 항들을 계산해야되는 문제점을 가지고 있다.

본 연구에서는 Craft 등⁽²³⁾의 모형을 후향계단 유동에서 계산하여 본 결과 2차 상관항까지의 모형과 별로 차이가 없었다. 따라서 비선형 레이놀즈응력에 대해서 다음과 같은 일반적인 텐서형태를 이용한다.

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} = & 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} + C_{a1} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (S_{im} S_{mj} \\ & - \frac{1}{3} S_{mn} S_{mn} \delta_{ij}) + C_{a2} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} S_{mj} \\ & + \omega_{jm} S_{mi}) + C_{a3} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} \omega_{jm} \\ & - \frac{1}{3} \omega_{mn} \omega_{mn} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서, 모형상수 C_{a1} , C_{a2} 그리고 C_{a3} 를 결정하기 위하여 Champagne 등⁽²⁴⁾의 실험결과를 이용한다. 그들의 결과에서 균일전단유동에서 비등방 텐

서 $b_{ij} = \overline{u_i u_j} / k - 2\delta_{ij} / 3$ 는 $a_{11} = 0.3$, $a_{22} = -0.18$ 그리고 $a_{33} = -0.12$ 이다. 먼저 강제회전시의 균일 난류는 비등방성의 발달없이 감쇄만 한다는 Ibbetson과 Tritton⁽²⁵⁾의 실험결과로부터 모형상수 $C_{a3} = 0$ 이 얻어진다. 식(27)을 균일 전단유동에 적용한 다음 비등방 텐서를 구하면 C_{a1} 과 C_{a2} 의 연립방정식이 얻어진다. 이 방정식으로부터 C_{a1} 과 C_{a2} 의 비 $C_{a1}/C_{a2} = 1.5$ 가 얻어진다. 이 관계식을 이용하여 완전히 발달된 채널유동에 대해서 수치 최적화를 이용하면 $C_{a1} = -0.6$ 과 $C_{a2} = -0.4$ 가 얻어진다.

4. 경계층 유동에 대한 모형의 검증

y^+ 를 사용하지 않고 박리 및 재부착 유동에 적용가능한 저레이놀즈수 k-ε 난류모형의 개발이 본 연구의 목적이다. 그러나 모형의 벽면 난류전단유동에 대한 정확도를 검증하기 위하여 완전히 발달된 채널유동과 압력구배가 있고 없는 경계층 유동에 대해서 모형을 적용하여 보았다. 왜냐하면 정확한 DNS 결과가 있기 때문이다.

채널유동에 대해서 선택된 레이놀즈수는 직접 수치해가 존재하는 $Re_\tau = 180$ 과 $Re_\tau = 395$ 이다. 평균 속도에 대한 분포는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 직접 수치해⁽⁵⁾와 잘 일치하고 있다. Fig. 2에서는 난류에너지 k^+ 에 대하여 새로운 모형은 벽면 난류를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다 그리고 비교를 위하여 박리 및 재부착 유동에 대해서 좋은 결과를 보여 주었던 Abe, Kondoh 그리고 Nagano⁽⁶⁾ (AKN 모형)의 모형을 선택하였다. AKN 모형은

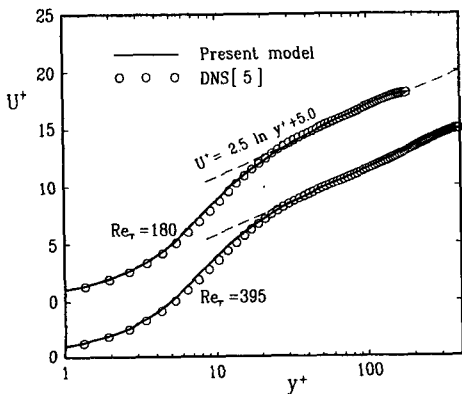


Fig. 1 Comparison of the predicted U with DNS in channel flow ($Re_\tau = 180$ and $Re_\tau = 395$)

마찰속도대신에 Kolmogorov속도 척도를 이용하기 때문에 박리 및 재부착 유동에 적용하기 적합한 형태이나 그림에서 볼 수 있듯이 벽면 난류에 대한 예측 성능이 약간 떨어지고 있음을 알 수 있다. AKN 모형의 이러한 약간의 불일치는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 난류에너지 소산율의 예측이 새로운 모형에 비해서 좋지 않기 때문이다. 난류에너지 소산율의 예측은 벽면 난류에 대한 여러 척도로서 사용되어지기 때문에 상당히 중요하다.

벽면 난류에 대해서 방정식의 각 항들에 대한 거동을 살펴보기 위하여 k-방정식의 균형을 AKN 모형과 함께 Fig. 4에 나타내고 있다. AKN 모형보다 새로운 모형이 벽면 난류유동에 대해서 잘 예측하고 있는 이유를 그림으로부터 알 수 있다. 그

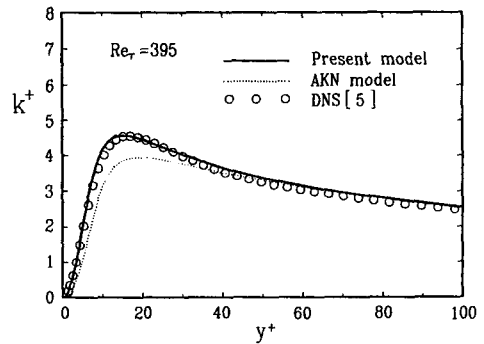


Fig. 2 Comparison of the predicted k in the near-wall region ($Re_\tau = 395$)

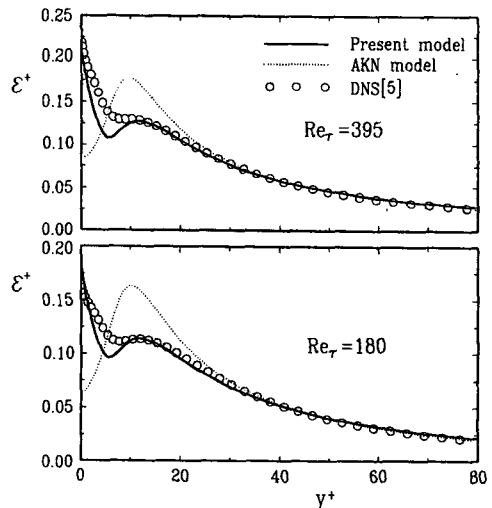


Fig. 3 Comparison of the predicted ε in the near-wall region ($Re_\tau = 180$ and $Re_\tau = 395$)

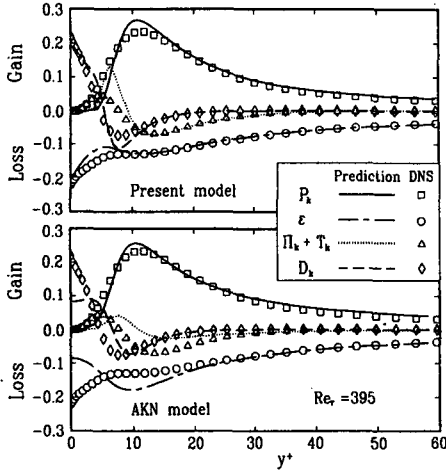


Fig. 4 Comparison of the budget for k in the near-wall region ($Re_\tau = 395$)

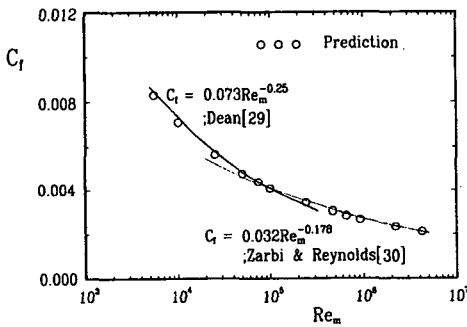


Fig. 5 Friction coefficient of channel flow for various Reynolds numbers

리고 레이놀즈수 의존도는 실험결과와 잘 일치하고 있음을 Fig. 5에서 볼 수 있다. 이러한 결과는 본 모형이 난류영역의 여러 유동장에서 효과적으로 사용되어 질 수 있음을 나타낸다.

벽면 난류의 정확성 못지않게 박리 및 재부착유동에서 중요한 것은 압력구배에 대한 모형의 올바른 반응이다. 이것은 복잡한 유동을 정확히 예측하는데 있어서 필수적인 요소이다. Fig. 6에서 보면 새로운 모형은 강한 역압력구배가 있을 때의 경계층 유동에 대한 실험인 Samuel과 Joubert⁽²⁶⁾의 결과와 아주 잘 일치하고 있다. 이것은 복잡한 유동장에 대한 새로운 모형이 좋은 결과를 나타낼 것이라는 것을 예측할 수 있고 벽면 난류유동에서 소산율에 대해서 정확한 모형을 세우는 것이 역 압력 구배가 있는 유동이나 다른 여러 복잡한 유동에 대

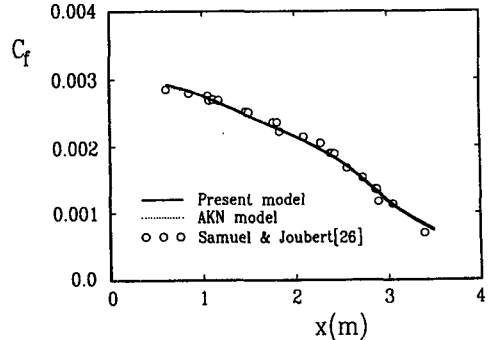


Fig. 6 Comparison of the predicted C_f in a strong adverse pressure gradient flow

해서 좀더 좋은 결과를 줄 수 있음을 시사한다.

5. 후향계단 유동에 대한 적용

5.1 수치해석 방법

타원형 문제를 풀기 위하여 최근에 많이 사용되고 있는 유한체적방법을 이용한다. 타원형 문제에서 정확도에 가장 커다란 영향을 미치는 대류항의 차분화에 대해서는 2차의 정확도를 가지는 HPLA(hybrid linear and parabolic approximation) 방법과 3차의 정확도를 가지는 QUICK(quadratic upstream interpolation for convective kinematics)의 방법을 이용한다. 복잡한 형상에 대한 적용성이 우수한 비엇갈림 격자계를 이용하였고 압력과 속도의 연결이 잘되지 않아서 발생되어지는 압력의 진동현상은 운동량 보간법을 이용하여 해결하고, 압력과 속도의 연결은 여러 가지 문제에서 수렴성이 입증된 SIMPLEX 알고리즘을 사용한다. 최종적으로 얻어진 이산화된 선형 대수 방정식은 5대 각 행렬에 대한 해법인 SIP(strongly implicit procedure)에 의해서 풀리게 된다.⁽²⁷⁾

후향계단에 대한 계산영역은 입구는 박리점으로부터 5H로 선택하고 출구는 유동이 충분히 발달하기 위하여 30 H로 선택한다. 여기서, H는 계단의 높이를 나타낸다. 입구면의 조건은 실험결과로부터 얻어지는데 Table 1에 요약되어져 있다. 출구면의 조건은 Neumann 조건을 사용하고 벽면에 대해서는 점착(no-slip) 조건을 적용한다: $U = V = k = 0$, $\epsilon_w = \nu \partial^2 k / \partial n^2$ 그리고 $\partial p / \partial n = 0$ 이다. 여기서 n은 벽면의 수직방향을 나타낸다.

모든 계산은 CRAY-YMP 슈퍼컴퓨터에 의해서

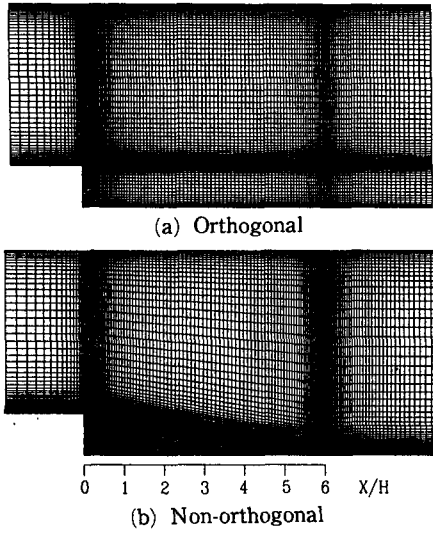


Fig. 7 Grid systems

수행하였고 한가지 경우에 대하여 3시간 정도의 CPU 시간이 소용되었다. 수렴은 모든 격자점의 잔류량(residual)을 합한 값을 입구면의 유속으로 나눈 것이 10^{-4} 보다 작을 때로 선택하였다. 격자계는 Fig. 7과 같이 직교 격자계와 비직교 격자계가 비교되어졌고 격자의 조밀도에 따른 의존도를 알아보고 격자수에 종속되지 않는 해를 얻기 위하여 여러 가지의 경우에 대하여 계산을 수행하였다. 이러한 격자수의 변화에 변화가 없는 경우는 비직교 격자계의 경우 Adams와 Johnston⁽¹¹⁾ 형상의 경우 201×121 이었다. 직교 격자계의 경우는 201×111 이었다. Fig. 8에서 보면 격자수가 증가하여도 해가 변하지 않고 있음을 알 수 있다.

5.2 결과 및 토론

모든 계산은 Fig. 7(b)와 같은 비직교 격자계를

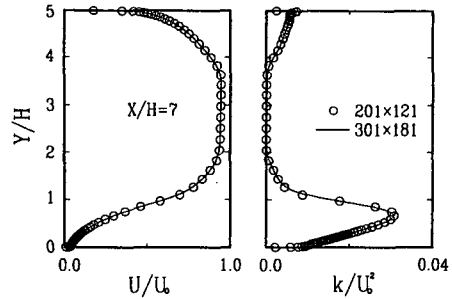


Fig. 8 Grid dependence evaluation of the computational results for U/U_0 and k/U_0^2

이용하여 수행하였고 Table 1에 나타나있는 다양한 실험조건⁽¹⁰⁻¹³⁾과 특히 최근에 발표된 직접 수치해⁽¹⁴⁾와 계산결과를 비교 검토하였다.

먼저, 새로운 모형에서 감쇄함수 ($f_\mu = f_{\mu 1} f_{\mu 2}$)와 난류에너지의 소산율의 생성항 $C_{\epsilon 1}^* = C_{\epsilon 1} (0.95 + 0.05 P_k/\epsilon)$ 에 고려된 비평형효과에 대한 거동을 알아보려고 한다. 이러한 비평형효과는 와점성 계수에 가장 커다란 영향을 가지므로 Driver와 Seigmiller⁽¹⁰⁾의 실험결과와 비교한다. 후향계단 유동의 커다란 특징인 재순환 영역($X_R - 2.1H$)과 재부착후의 재발달 영역($X_R + 1.9H$)에서 극부적인 평형상태의 가정을 대입한 경우 즉 새로운 모형에서 $f_\mu = f_{\mu 1}$ 과 $P_k = \epsilon$ 인 경우와 Fig. 9에서 비교되어진다. 새로운 모형에서 $P_k \neq \epsilon$ 일때 전체적으로 $P_k = \epsilon$ 보다 잘 예측하고 있음을 알 수 있고 그 차이는 재발달 영역보다 재순환 영역에서 더욱더 크게 나타나고 있다. 이것은 난류유동에 있어서 $P_k = \epsilon$ 의 가정은 박리가 존재할 경우 수정되어야 함을 나타낸다.

난류에너지와 레이놀즈응력에 대한 비평형효과를 알아보기 위하여 Fig. 10에서 k/U_0^2 과 $-\overline{uw}/U_0^2$ 에

Table 1 Computational conditions for backward-facing step flows

Case	ER	Re _H	Re _θ	δ _s /H	Grid (non-orthogonal)
Driver & Seigmiller ⁽¹⁰⁾	1.125	38,00	5,000	1,5	201×121
Adams & Johnston ⁽¹¹⁾	1.25	36,000	3,700	1,0	201×121
Kim et al. ⁽¹²⁾	1,50	46,000	1,500	0,25	201×121
Eaton & Johnston ⁽¹³⁾	1.667	38,000	1,000	0,23	201×121
DNS ⁽¹⁴⁾	1.20	5,100	667	1,1	201×121

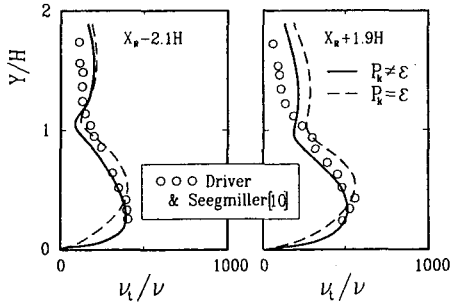


Fig. 9 Comparison of the predicted ν_t with experiment

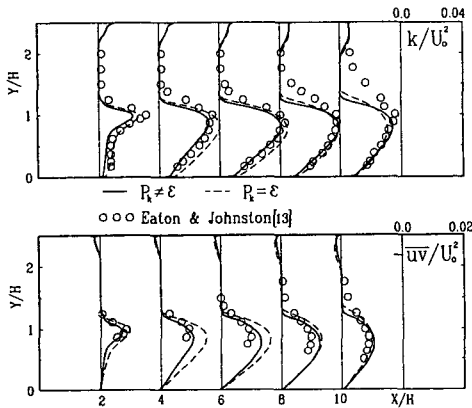


Fig. 10 Comparison of the predicted k/U_o^2 and $-\overline{uv}/U_o^2$ with experiment

대해서 비교하고 있다. 비평형효과에 대해서 고려하는 방식이 감쇄함수의 형태를 취하고 있기 때문에 감쇄함수와 직접적인 관계가 있는 레이놀즈응력에 커다란 개선이 있음을 알 수 있다. 난류에너지에 대해서는 개선의 효과가 상대적으로 작아 보이지만 확산계수에 대하여 비평형효과가 고려되었기 때문에 박리점으로부터 발달하는 자유 전단 유동의 끝부분에서 $P_k = \epsilon$ 보다 개선된 결과를 보여주고 있다.

비등방 레이놀즈 응력에 대한 모형 식(27)의 예측성을 알아보기 위하여 후향계단 유동의 직접 수치해(14)의 결과와 등방성 와점성 모형에 의한 AKN 모형(6)에 의한 결과가 Fig. 11에 나타나 있다. 레이놀즈수가 작기 때문에 두 모형은 U/U_o 와 $-\overline{uv}/U_o^2$ 에 대해서 커다란 차이를 보여주고 있지 않다. 그렇지만 $\sqrt{\overline{u^2}}/U_o$ 에 대해서는 현저하게 차이가 나고 있는데 이것은 레이놀즈응력에 대한 선

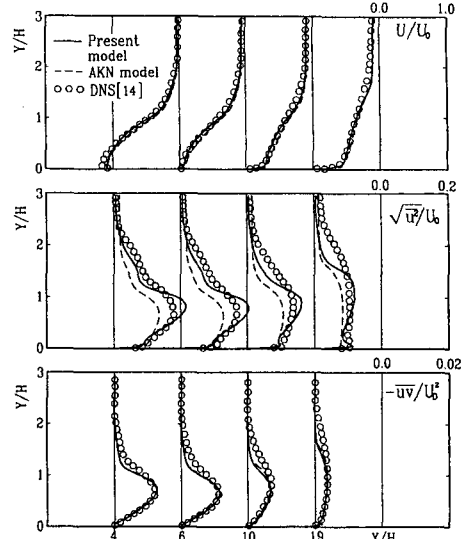


Fig. 11 Comparison of the predicted U/U_o , $\sqrt{\overline{u^2}}/U_o$ and $-\overline{uv}/U_o^2$ with DNS

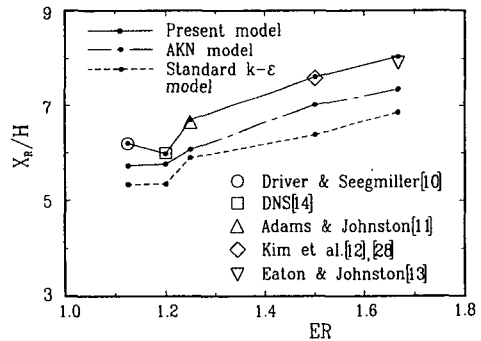


Fig. 12 Comparison of the predicted X_R with experiment

형적인 표현과 비선형적인 표현의 차이를 보이는 것이다. 결과적으로 레이놀즈 응력텐서는 난류의 큰 척도들의 비선형적인 관계에 의해서 표현될 수 있음을 반증하는 결과이다.

Fig. 12에서는 새로운 모형의 전체적인 예측성을 나타내기 위하여 계산된 모든 경우에 대하여 예측된 재부착 길이를 표준 k- ϵ 모형, AKN 모형과 함께 비교하고 있다. 레이놀즈수의 변화 $5,100 \leq Re_H \leq 46,000$ 와 형상의 변화, 즉 채널높이의 확장 비변화 $1.125 \leq ER \leq 1.667$ 의 범위에 대해서 새로운 모형은 실험값과 거의 일치하고 있다. 반면에 표준 k- ϵ 모형은 약 15% 정도 그리고 AKN 모형

은 약 5% 정도 짧게 예측하고 있다. 재부착길이는 난류모형을 평가하는 커다란 지표이기 때문에 이에 대한 정확한 예측은 매우 중요하다.

박리 및 재부착 유동의 난류 열전달의 예측은 벽면 전단응력계수(C_f)에 커다란 영향을 받는다. 이것은 열전달 저항의 대부분은 벽면근처에서 나타나기 때문에 벽면 전단응력계수(C_f)의 정확한 예측은 난류모형을 이용한 열전달 예측시 선행되어야 할 요구조건이다. Eaton과 Johnston⁽¹³⁾의 실험에 대한 새로운 모형의 벽면 전단응력계수(C_f) 예측이 Fig. 13에 나타나 있다. 국부적인 평형상태의 자정에 의한 결과보다 비평형상태를 고려한 모형의 예측이 좋은 결과를 보이고 있다. 따라서 재순환 유동과 같이 강한 비균질성과 비평형상태가 존재하는 난류유동의 예측은 난류모형에 비평형효과를 반영해야 함을 알 수 있다.

난류모형의 전체적인 예측정도를 좌우하는 레이

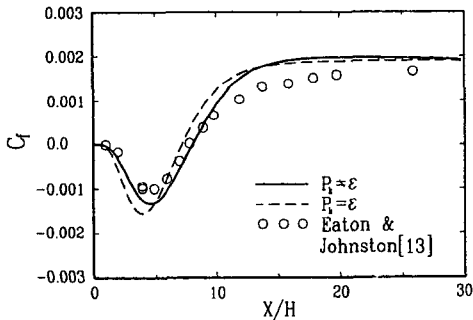


Fig. 13 Comparison of the predicted C_f with experiment

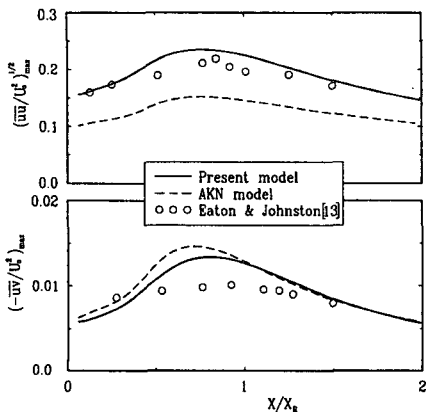


Fig. 14 Comparison of the predicted $(\overline{uu}/U_o^2)_{\max}^{1/2}$ and $(-\overline{uv}/U_o^2)_{\max}$ with experiment

놀즈응력의 국부적인 최대값에 대하여 Fig. 14에 AKN 모형⁽⁶⁾과 비교하고 있다. 이 결과를 보면 두 모형은 실험값에 비하여 약간의 과대예측을 하고 있고 유동방향의 난류강도는 새로운 모형의 레이놀즈응력에 대한 비선형관계가 좋은 결과를 보여주고 있다. 이것은 레이놀즈응력에 대한 이송방정식의 해를 구하는 방법보다는 좋은 결과는 아니지만 레이놀즈응력에 대해서 평균적도들의 대수적 관계로서 어느 정도는 적절히 묘사할 수 있음을 나타내고 있다.

6. 결론

난류박리 및 재부착 유동에 대한 예측성능을 향상시키기 위하여 새로운 비선형 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모형이 제안되었다. 새로운 모형은 감쇄함수의 독립변수로서 y^+ ($\equiv u_\tau y/\nu$) 대신에 R_y ($\equiv k^{1/2} y/\nu$) 를 사용하였다. 그리고 벽면근처와 재순환 영역에서의 비평형효과를 난류에너지의 소산율방정식에 고려하였다. 먼저 벽면전단 유동에 대한 모형의 예측성을 알아보기 위하여 완전히 발달된 채널유동에 적용하였다. 직접 수치해와 비교할 때 새로운 모형은 벽면난류에 대한 정확한 거동을 보였다. 또한 타원형 문제의 기본적인 검증문제인 역압력구배가 존재하는 경계층 문제에 대해서 새로운 모형은 잘 거동하였다. 난류박리 및 재부착 유동에 대한 예측성능을 검증하기 위하여 다양한 형상과 레이놀즈수 조건의 후향계단 유동에 새로운 모형을 적용하였다. 와점성계수, 난류에너지 그리고 레이놀즈 전단응력 등의 결과를 비교할 때 비평형효과를 고려한 경우가 평형상태의 모형보다 좋은 결과를 보여주었다. 재순환 영역의 크기를 결정하는 재부착길이는 거의 실험값과 일치하는 결과를 얻었다. $k-\epsilon$ 난류모형 수준에서 레이놀즈 응력의 비등방성을 표현하는 비선형관계 식은 전체적으로 좋은 결과를 보여주었고 특히 레이놀즈응력의 유동방향성분에 대해서 실험값과 좋은 일치를 보였다.

참고 문헌

- (1) Launder, B. E., 1988, "On the Computation of Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1112~1128.

- (2) Yap, C. L., 1987, "Turbulent Heat and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows," Ph. D. Thesis, UMIST, Manchester.
- (3) Patel, V. C., Rodi, W. and Scheuerer, G., 1985, "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Numbers Flows : a Review," *AIAA J.*, Vol. 23, pp. 1308~1319.
- (4) Nagano, Y. and Tagawa, M., 1990, "An Improved $k-\epsilon$ Model for Boundary Layer Flows," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 112, pp. 33~39.
- (5) Mansour, N. N., Kim, J. and Moin, P., 1988, "Reynolds-Stress and Dissipation Rate Budgets in a Turbulent Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 194, pp. 15~44.
- (6) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., 1994, "A New Turbulence Model for Predicting Fluid Flow and Heat Transfer in Separating and Reattaching Flows-1. Flow Field Calculations," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 139~151.
- (7) Speziale, C. G., 1991, "Analytical Methods for the Development of Reynolds-Stress Closures in Turbulence," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp. 107~157.
- (8) Pope, B., 1975, "A More General Effective-Viscosity Hypothesis," *J. Fluid Mech.*, Vol. 72, part 2, pp. 331~340.
- (9) Yoshizawa, A., 1984, "Statistical Analysis of the deviation of the Reynolds Stress from its Eddy Viscosity Representation," *Phys. Fluids A*, Vol. 2, pp. 178~188.
- (10) Driver, D. M. and Seegmiller, H. L., 1985, "Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow," *AIAA J.*, Vol. 23, pp. 163~171.
- (11) Adams, E. W. and Johnston, J. P., 1988, "Flow Structure in the Near-Wall Zone of a Turbulent Separated Flow," *AIAA J.*, Vol. 26, pp. 932~939.
- (12) Kim, J., Kline, S. J. and Johnston, J. P., 1980, "Investigation of a Reattaching Turbulent Shear Layer : Flow Over a Backward-Facing Step," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 102, pp. 302~308.
- (13) Eaton, J. K. and Johnston, J. P., 1981, "A Review of Research on Subsonic Turbulent Flow Reattachment," *AIAA J.*, Vol. 19, pp. 1093~1100.
- (14) Le, H., Moin, P. and Kim, J., 1993, "Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Backward-Facing Step," *Proc. of 9th Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 13.2.1~13.2.5.
- (15) Lam, C. K. G. and Bremhorst, K., 1981, "A Modified Form of the $k-\epsilon$ Model for Predicting wall Turbulence," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 103, pp. 456~460.
- (16) Zhang, C. and Sousa, A. C. M., 1990, "Numerical Simulation of Turbulent Shear Flow in an Isothermal Heat Exchanger Model," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 112, pp. 48~55.
- (17) Rodi, W., 1972, "The Prediction of Free Boundary Layers by Use of a Two-Equation Model of Turbulence," Ph. D. Thesis, University of London.
- (18) Nagano, Y. and Shimada, M., 1993, "Modeling the Dissipation-Rate Equation for Two-Equation Turbulence Model," *Proc. of 9th Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 23.2.1~23.2.6.
- (19) Rodi, W. and Mansour, N. N., 1993, "Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Modelling With the Aid of Direct Numerical Simulation Data," *J. Fluid Mech.*, Vol. 250., pp. 509~529.
- (20) Rubinstein, R. and Barton, J. M., 1990, "Non-linear Reynolds Stress Models and the Renormalization Group," *Phys. Fluids A*, Vol. 2, pp. 1472~14768.
- (21) Horiuti, K., 1990, "Higher-Order Terms in the Anisotropic Representation of Reynolds Stresses," *Phys. Fluid A*, Vol. 2, pp. 1708~1710.
- (22) Myong, H. K. and Kasagi, N., 1990, "Prediction of Anisotropy of the Near-Wall Turbulence With an Anisotropic Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Model," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 112, pp. 521~524.
- (23) Craft, T. J., Launder, B. E. and Suga, K., 1993, "Extending the Applicability of Eddy Viscosity Models Through the use of Deformation Invariants and Non-Linear Elements," *5th International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, Paris.
- (24) Champagne, F. M., Harris, V. G. and Corrsin, E., 1970, "Experimental Investigation of Turbulent Flow Over a Backward-Facing Step," *J. Fluid Mech.*, Vol. 52, pp. 59~88.

- S., 1970, "Experiments on Nearly Homogeneous Turbulent Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, pp. 81~139.
- (25) Ibbetson, A. and Tritton, D. J., 1975, "Experiments on Turbulence in Rotating Fluid, Part 4," *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, pp. 639~672.
- (26) Samuel, A. E. and Joubert, P. N., 1974, "A Boundary Layer Developing in an Increasingly Adverse Pressure Gradient," *J. Fluid Mech.*, Vol. 66, pp. 481~505.
- (27) Majumdar, S., 1986, "Development of a Finite-Volume Procedure for Prediction of Fluid Flow Problems with Complex Irregular Boundaries," Rep. SFB 210/T/29, University Karlsruhe.
- (28) Avva, R. K., Kline, S. J. and Ferziger, J. H., 1988, "Computation of the Turbulent Flow Over a Backward-Facing Step Using the Zonal Modeling Approach," Rep. TF-33, Stanford Univ., Stanford, Calif.
- (29) Dean, R. B., 1978, "Reynolds Number Dependence of Skin Friction and Other Bulk Flow Variables in Two-Dimensional Rectangular Duct Flow," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 100, pp. 215~223.
- (30) Zarbi, G. and Reynolds, A. J., 1992, "Wall stress Measurements in Two-Dimensional Turbulent Channel and Boundary Layer Flows and the Wall Layer Differences," *JSME (B)*, Vol. 58, pp. 1378~1385.
- (31) Durbin, P. A., 1991, "Near-Wall Turbulence Closure Modeling Without 'Damping Functions'," *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 3, pp. 1~13.