

〈論 文〉

잔류응력을 고려한 광탄성실험의 광응력법칙 개발에 관한 연구(2)
— 잔류응력을 고려한 광응력법칙의 응용 —

서재국* · 황재석** · 최선호**

(1994년 9월 28일 접수)

A Study on the Development of Stress Optic Law Considering Residual Stress in Photoelastic Experiment(II)
—Application of Stress Optic Law Considering of Residual Stress—

Jae-Guk Suh, Jai-Sug Hawong and Sun-Ho Choi

Key Words : Fringe Order(무늬차수), Stress Fringe Value(응력프린지치), Stress Optic Law(광응력법칙), Least Square Method(최소자승법), Stress Concentration Factor(응력집중계수), Stress Intensity Factor(응력확대계수)

Abstract

Photoelastic experiment has been used to analyze stress of structure and stress in the vicinity of crack tip etc.. Model experiment such as photoelastic experiment has been restricted by problem of residual stress in the photoelastic model material. They are generated by molding, cutting and time effects etc.. They produce some errors in the results of photoelastic experiment data. In this paper, stress optic law considering residual stress already developed by authors was applied to the stress concentration problem and fracture machanics. Although the specimen was bad with residual stress, we could obtain good results by using the stress optic law considering residual stress. It was found that the stress optic law of photoelastic experiment could be applied to the stress analysis of bimaterial.

1. 서 론

광탄성실험법은 구조물의 응력해석,⁽¹⁾ 응력집중,⁽²⁾ 파괴역학의 균열선단문제^(4~6)에 대한 실험적 응력 해석 방법으로 널리 연구되어 왔으며, 광탄성실험법은 모델실험법으로 응력해석하고자 하는 구조물 부재와의 역학적 상사 및 구조물 형상의 기하학적 상사가 되는 광탄성 모델시험편을 요구한다. 이와 같이 해석하고자 하는 구조물과 동일하게 광탄성 실험

재료로 모델화하는 과정에서 광탄성실험의 범위는 많이 제한되어진다. 등방성재료의 구조물에 대한 광탄성모델 실험재료로는 유리, 아크릴, 에폭시 수지 등이 있으며 그 중에 에폭시수지가 가장 널리 사용되고 있다. 저자들이 이미 복합재료용 광탄성 실험의 모델재료로 사용될 수 있는 C.F.E.C.(copper fiber epoxy composite)를 개발^(7~9)하였다. 광탄성 실험법은 변위나 변형률을 측정하여 응력을 해석하는 다른 응력해석 실험법과는 달리 응력을 직접 구하는 실험방법이다. 그러므로 응력해석 물체를 모델화하는 과정에 발생되기 쉬운 다양한 잔류응력의 문제는 광탄성실험에 있어서 중요한 문제이다. 그

*정회원, 영남대학교 대학원

**정회원, 영남대학교 기계공학과

러므로 이 잔류응력문제가 해결되면 광탄성실험법은 지금보다도 더 정도 높게 그리고 더 넓게 구조물의 응력상태를 해석하는데 사용할 수 있다. 이미 저자들은 잔류응력을 고려한 광응력법칙의 기본개념을 제시하고 그 광응력법칙이 응력의 특이점이 없는 반경방향의 하중을 받는 원형판과 순수 굽힘 모멘트를 받는 보에서 유효하다는 것을 확인하였다.⁽¹⁰⁾ 본 연구에서는 저자들이 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙이 응력변화의 기울기가 매우 큰 경우인 응력집중과 파괴역학에서도 유효하다는 것이 확인되었다. 그러므로 저자들이 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙은 어떠한 하중조건인 광탄성실험에서도 유효하다는 것을 알 수 있고, 이것은 잔류응력이 복합재료 혹은 이종재료용 광탄성실험 등에도 유용하게 사용될 수 있다고 추론된다.

2. 기초 이론

2.1 일반적인 광응력법칙

잔류응력이 없는 일반적인 경우에 있어서, 응력과 광탄성 무늬차수와의 관계는 방정식(1)⁽¹¹⁾과 같다.

$$\frac{f \cdot N}{t} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (1)$$

여기서,

- N : 광탄성 무늬차수
- f : 응력프린지치
- t : 시편의 두께
- σ_1, σ_2 : 최대주응력, 최소주응력
- $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$: x, y 좌표계에서 응력성분

2.2 잔류응력을 고려한 광응력법칙

초기 잔류응력이 있는 부재에 하중 P_1 을 가하였을 때 생기는 광탄성 무늬차수를 N_1 이라 하고 크기가 다른 동일한 종류의 하중 P_2 를 가했을 때 발생하는 광탄성 무늬차수를 N_2 그리고 초기 잔류광탄성 무늬차수를 N_0 라 하면 P_1, N_1, P_2, N_2 와 초기 잔류응력 등에 광응력법칙인 방정식(1)을 적용하면 다음과 같은 방정식(2), (3) 그리고 (4) 등을 얻을 수 있다. 이들 세개의 식을 이용해서 초기 잔류응력의 향이 제거된 광응력법칙(stress optic law)을 구한다.

$$\left(\frac{f \cdot N_0}{t}\right)^2 = (\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 + 4\tau_{xy0}^2 \quad (2)$$

$$\left(\frac{f \cdot N_1}{t}\right)^2 = \{(\sigma_{x1} + \sigma_{x0}) - (\sigma_{y1} + \sigma_{y0})\}^2 + 4(\tau_{xy1} + \tau_{xy0})^2 \quad (3)$$

$$\left(\frac{f \cdot N_2}{t}\right)^2 = \{(m\sigma_{x1} + \sigma_{x0}) - (m\sigma_{y1} + \sigma_{y0})\}^2 + 4(m\tau_{xy1} + \tau_{xy0})^2 \quad (4)$$

여기서,

- N_0 : 초기 잔류광탄성 무늬차수
- N_1 : 하중 P_1 의 광탄성 무늬차수
- N_2 : 하중 P_2 의 광탄성 무늬차수
- $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$: 초기 잔류응력성분
- $\sigma_{x1}, \sigma_{y1}, \tau_{xy1}$: 순수 하중 P_1 에 의한 응력성분
- m : 하중비(= P_2/P_1)

방정식(2)은 잔류응력상태에서의 광탄성 무늬차수와 응력과의 관계식이고 방정식(3), (4)은 잔류응력이 있는 상태에서 하중 P_1 과 P_2 를 독립적으로 가했을 때, 각각 경우의 광탄성 무늬차수와 응력과의 관계를 나타낸다. 방정식(2)에서 초기 잔류전단응력 τ_{xy0} 는 다음과 같다.

$$\tau_{xy0} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{f \cdot N_0}{t}\right)^2 - (\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2} \quad (5)$$

방정식(5)을 방정식(3), (4)에 대입하고 방정식(4)에서 m 배한 방정식(3)을 빼면, 방정식(5)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{f \cdot N_2}{t}\right)^2 - m \left(\frac{f \cdot N_1}{t}\right)^2 \\ &= m(m-1)\{(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + 4\tau_{xy1}^2\} - \frac{(m-1)(f \cdot N_0)^2}{t^2} \quad (5') \end{aligned}$$

위의 식을 정리하면 방정식(6)과 같이 된다.

$$(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + 4\tau_{xy1}^2 = \frac{f^2 \cdot \{N_2^2 + (m-1)N_0^2 - mN_1^2\}}{m(m-1)t^2} \quad (6)$$

방정식(6)은 잔류응력을 고려한 광응력법칙을 나타낸다. 좌변은 잔류응력 $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$ 의 향이 소거되고 잔류응력이 없는 경우의 하중 P_1 에서의 응력향으로만 표시되며, 우변은 N_0, N_1, N_2 과 하중비로서 이루어진다.

2.3 원공을 갖는 무한판에 균일 분포하중이 작용할 때 응력성분

Fig. 1과 같이 원공을 갖는 무한판에 x 방향의 균일 분포하중 σ_0 이 작용할 때 원공주위에 있어서 응력상태⁽¹²⁾는 방정식(7)과 같이 표현된다.

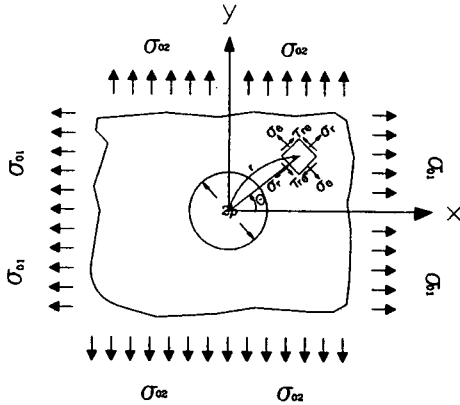


Fig. 1 Stress components around a hole of plate under tensile load

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta 1} &= \frac{\sigma_{01}}{2} \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_{01}}{2} \left(1 + \frac{3\rho^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_{r1} &= \frac{\sigma_{01}}{2} \left(1 - \frac{\rho^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_{01}}{2} \left(1 + \frac{3\rho^4}{r^4} - \frac{4\rho^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r,\theta 1} &= \frac{\sigma_{01}}{2} \left(1 - \frac{3\rho^4}{r^4} + \frac{2\rho^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

- $\sigma_{\theta}, \sigma_r, \tau_{r,\theta}$: 극좌표계에서의 응력성분
- r : 원점에서의 거리
- ρ : 원공의 반경

그리고 Fig. 1에서와 같이 y 방향으로 균일 분포하중 σ_{02} 가 작용할 때 원공주위의 응력성분은 방정식(7)에서 θ 를 $\theta - \frac{\pi}{2}$ 로, σ_{01} 를 σ_{02} 로 대입하면 방정식(8)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta 2} &= \frac{\sigma_{02}}{2} \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_{02}}{2} \left(1 + \frac{3\rho^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_{r2} &= \frac{\sigma_{02}}{2} \left(1 - \frac{\rho^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_{02}}{2} \left(1 + \frac{3\rho^4}{r^4} - \frac{4\rho^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r,\theta 2} &= -\frac{\sigma_{02}}{2} \left(1 - \frac{3\rho^4}{r^4} + \frac{2\rho^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (8)$$

Fig. 1과 같이 σ_{01}, σ_{02} 가 각각 x, y 방향으로 동시에 작용할 때, 원공주위에 발생하는 응력성분은 방정식(7), (8)의 중첩에 의해서 방정식(9)와 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \sigma_{\theta 1} + \sigma_{\theta 2} \\ \sigma_r &= \sigma_{r1} + \sigma_{r2} \\ \tau_{r,\theta} &= \tau_{r,\theta 1} + \tau_{r,\theta 2} \end{aligned} \quad (9)$$

2.4 균질물질의 균열선단의 응력성분

Fig. 2와 같은 균질물체에 있어서 균열선단 부근

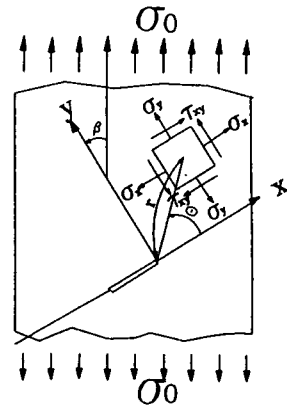


Fig. 2 Stress components in the vicinity of crack tip

의 응력상태는 방정식(10)과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ &\quad - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(1 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \sigma_{x0} \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ &\quad + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ &\quad + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,

K_I, K_{II} : 응력확대계수

잔류응력이 있는 경우는 방정식(10)을 방정식(6)에 대입하면, 방정식(11a)와 같이 나타낼 수 있다. 광탄성실험을 이용한 등방성 물체에 대한 응력확대계수(K_I, K_{II})를 구할 때, 잔류응력이 있는 경우나 없는 경우⁽¹³⁾ 모두 다음과 같은 과정을 통하여 응력확대계수를 구할 수 있다. j 개의 무늬차수와 좌표를 방정식(11a)에 대입하고 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 반복법과 최소자승법을 만족하는 최소화 과정을 통하여 K_I, K_{II}, σ_{0x} 를 구할 수 있다.

잔류응력이 있는 경우 :

$$\begin{aligned} F_k(K_I, K_{II}, \sigma_{0x}) &= (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \\ &\quad - \frac{f^2 \cdot (N_2^2 + (m-1)N_6^2 - mN_7^2)}{m \cdot (m-1) \cdot t^2} \end{aligned} \quad (11a)$$

잔류응력이 없는 경우 :

$$F_k(K_I, K_{II}, \sigma_{0x}) = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 - \left(\frac{f \cdot N}{t}\right)^2 \quad (11b)$$

여기서, $k=1, 2, 3, \dots, j$ 이며, 방정식(11a)에 테일러급수(Taylor series)를 사용하고 고차항을 무시하면 방정식(11a)는 방정식(12)와 같이 표현된다.

$$(F_k)_{i+1} = (F_k)_i + \left(\frac{\partial F_k}{\partial K_I}\right)_i \cdot \Delta K_I + \left(\frac{\partial F_k}{\partial K_{II}}\right)_i \cdot \Delta K_{II} + \left(\frac{\partial F_k}{\partial \sigma_{0x}}\right)_i \cdot \Delta \sigma_{0x} \quad (12)$$

여기서, i 는 i 번째 반복단계를 의미하며, $(F_k)_{i+1} = 0$ 이 되므로 방정식(12)는 방정식(13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$-(F_k)_i = \left(\frac{\partial F_k}{\partial K_I}\right)_i \cdot \Delta K_I + \left(\frac{\partial F_k}{\partial K_{II}}\right)_i \cdot \Delta K_{II} + \left(\frac{\partial F_k}{\partial \sigma_{0x}}\right)_i \cdot \Delta \sigma_{0x} \quad (13)$$

방정식(13)을 매트릭스(matrix)형태로 표시하면 방정식(14)와 같다.

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial K_I} & \frac{\partial F_1}{\partial K_{II}} & \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_{0x}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial K_I} & \frac{\partial F_2}{\partial K_{II}} & \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_{0x}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_j}{\partial K_I} & \frac{\partial F_j}{\partial K_{II}} & \frac{\partial F_j}{\partial \sigma_{0x}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta K_I \\ \Delta K_{II} \\ \Delta \sigma_{0x} \end{bmatrix} \quad (14)$$

방정식(14)를 간단하게 표시하면 다음과 같다.

$$[F] = [a] \cdot [\Delta K] \quad (15)$$

식(15)을 최소자승화하는 과정은 아래와 같다.

$$[a]^T \cdot [F] = [a]^T \cdot [a] \cdot [\Delta K] \quad (16)$$

$$[d] = [c] \cdot [\Delta K] \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [d] &= [a]^T \cdot [F] \\ [c] &= [a]^T \cdot [a] \\ [\Delta K] &= [c]^{-1} \cdot [d] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} (K_I)_{i+1} &= (K_I)_i + \Delta K_I \\ (K_{II})_{i+1} &= (K_{II})_i + \Delta K_{II} \\ (\sigma_{0x})_{i+1} &= (\sigma_{0x})_i + \Delta \sigma_{0x} \end{aligned} \quad (19)$$

등색선 상의 임의의 좌표와 각 하중에 대한 각각의 무늬차수 j 개를 방정식(11a)에 대입하고, 방정식(15), (16), (18)의 과정을 통하여 $\Delta K_I, \Delta K_{II}, \Delta \sigma_{0x}$ 를 구하고 이것을 방정식(19)에 대입함으로써 $(K_I)_{i+1}, (K_{II})_{i+1}, (\sigma_{0x})_{i+1}$ 를 구한다. 이것을 다시 방정식(11a)에 대입하여, 위의 과정을 반복함으로써 방정식(11a)의 값이 최소화되는 K_I, K_{II}, σ_{0x} 를 구할 수 있다. 위와 같은 과정으로 광탄성실험으로서 응력확대계수를 구하는 방법을 잔류응력을 고려한 광탄성실험의 최소자승법(least square method for photoelasticity with residual stress)이라 한다.

3. 실험

3.1 잔류응력이 있는 원공시험편

본 실험에서 사용된 광탄성 모델시험편의 재료는 시-바사(CIBA-GEIGY HONG KONG Limited: 61-69 Yau Na Hom Road, Kwai Chung, Hong Kong)의 아릴다이트(araldite)와 경화제 HT 903M을 중량비 10:3의 비율로 본 실험에서 Fig. 3의 성형 사이클을 따라 주형한 에폭시(epoxy)판이다. 잔류응력이 있는 경우의 실험은 시편 폭과 길이를 각각 150

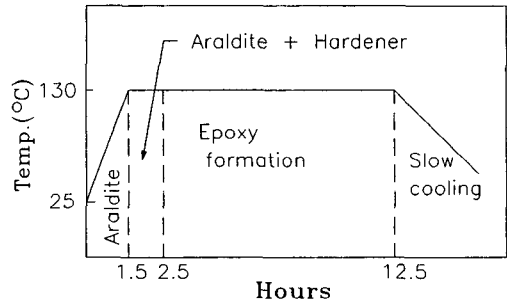


Fig. 3 Curing cycle of epoxy

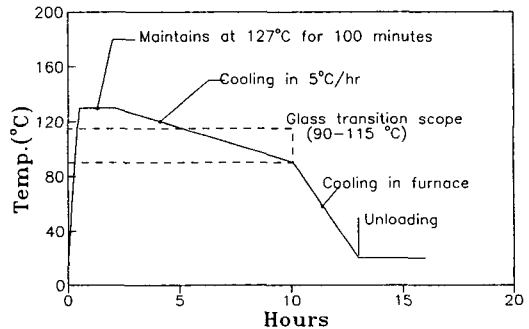


Fig. 4 Stress freezing cycle of epoxy

mm, 250 mm이고, 중앙 원공의 직경은 10 mm이다. 잔류응력이 없는 경우의 시편의 폭과 길이는 각각 40 mm, 250 mm이고 중앙 원공의 직경은 16 mm이다. 그리고 두 경우의 시험편의 두께는 4.7 mm이다. 잔류응력이 있는 경우인 폭 150 mm, 원공의 직경 10 mm인 시험편에 Fig. 1의 y방향으로 $\sigma_{02}=56 \text{ kPa}$ 의 응력을 가하면서 Fig. 4의 응력동결 사이클에 따라 응력을 동결시켰다. 이때 시험편에 균일한 분포하중이 작용할 수 있도록 시험편의 상부는 폭 15 mm, 길이 250 mm인 실리콘 고무와 베크라이트를 각각 길이방향의 가장자리 양쪽에 부착하여 40 mm 간격으로 4 mm 볼트를 체결하였으며, 힘이 베크라이트에 지지되도록 하였다. 시험편의 하부는 가장자리에 18 mm 간격으로 4.9 N의 추를 68.6 N 달았다.

이렇게 동결된 응력은 시편의 잔류응력이 된다. 시편에 잔류응력을 발생시키기 위해서는 위와 같이 응력동결법을 사용하는 것이 좋다. 이렇게 동결된 시험편을 직경(2ρ)이 10 mm인 원이 시편의 중심에 오도록 다시 길이 250 mm, 폭(W)이 30 mm 되도록 가공한다. 이렇게 가공된 시험편에 Fig. 1과 같이 x방향의 하중 σ_{01} 을 0, 2.994, 4.448, 7.35 MPa로 가하면서 각 하중에 대한 광탄성 무늬를 촬영하였다. 동일한 위치에서 무늬차수의 측정을 용이하게 하기 위하여 시험편상에 X표시를 하였으며, 광확대기(optical comparator)를 이용하여 원공주위와 y축상의 무늬차수와 좌표를 측정한다. 잔류응력이 없는 시편의 경우에는 x방향의 하중 σ_{01} 가 7.02 MPa인 경우의 광탄성 무늬를 촬영하였으며, 이렇게 촬영된 사진으로부터 광확대기를 이용하여 원공주위와 y축상의 광탄성 무늬차수와 좌표를 측정하였다.

3.2 크랙주위에 잔류응력을 가진 시험편의 응력 확대계수 측정

이 실험에서 사용되는 잔류응력은 위의 원공판의 경우와는 달리 시험편의 주형과정에서 발생하는 잔류응력을 이용하였다. 실험은 Fig. 2에서 $\beta=0$ 인 수평균열에 대하여 이루어졌으며, Fig. 2의 x축을 경계로 2중 성형으로 시험편을 제작한다. 본 실험실에서 성형한 두께가 5.4 mm인 에폭시 판을 이용하여 폭 31 mm, 길이 125 mm의 시험편을 가공한다. 그리고 폭의 중앙부에 균열을 만들기 위하여 폭 12.3 mm의 테프론 시-트(teflon sheet)를 가공

된 시험편의 하단 가운데 부착하고, 이렇게 부착된 상부의 시험편을 길이 250 mm, 폭 31 mm, 두께 6 mm의 실리콘 주형박스에 삽입한다. 그리고 시-바사(CIBA-GEIGY Limited)의 아랄다이트(araldite)와 경화제 HT 903M을 용해한 용액(중량비 10:3)을 주형박스의 나머지 부분에 주입한 후 Fig. 3과 같은 성형 사이클을 따라 시험편의 나머지 부분을 성형시킨다. 이때 사용된 테프론의 두께는 약 20 μm 이다. 균열이 시험편의 중심에 오도록 시편의 가장자리 부분을 가공하여 길이 250 mm, 폭 30.3 mm 두께 5.4 mm의 시험편을 만든다. 그리고 시험편에서 테프론 시-트(teflon sheet)를 제거한다. 이렇게 제작된 시험편에 y방향으로 응력 σ_0 가 1.437, 2.875, 4.792 MPa 되도록 하중을 가하면서 균열선단 부근에서의 광탄성 무늬를 각각 촬영한다. 광확대기를 이용하여 이렇게 촬영된 등색선 무늬의 사진을 이용하여 균열선단으로부터 r/a (r : 균열선단으로부터의 거리, $2a$: 균열의 길이)이 0.07에서 0.18의 범위 내에서 20점 정도의 무늬차수와 좌표를 측정한다. 그리고 이렇게 측정되는 실험 데이터와 본 연구에서 제의된 잔류응력을 고려한 광탄성실험의 최소자승법을 사용하여 실험조건에 적당한 응력확대계수를 구한다. 재료의 물성치 측정을 위하여 성형을 달리한 상하 재료와 각각 동일한 조건의 에폭시판으로 시험편을 제작하였다. 응력 프린지치의 측정을 위해서는 다이아몬드형 시험편⁽¹¹⁾을 이용하였으며 세로 탄성계수와 푸아송비는 폭 40 mm 길이 200 mm인 시험편에 스트레인 게이지를 부착하여 각각 측정하였다.

4. 실험결과 및 고찰

4.1 잔류응력을 갖는 원공판

일반적으로 잔류응력은 미지의 값이나 본 연구에서는 응력동결에 의한 잔류응력을 이용함으로써 기지의 잔류응력을 이용할 수 있고, 실험에 의한 광탄성 무늬와 컴퓨터그래픽에 의한 광탄성 무늬를 서로 비교할 수 있다. 잔류응력이 있는 경우의 광탄성 무늬와 응력과의 관계를 나타내는 방정식(3)의 응력항과 원공을 갖는 판에 x방향의 하중과 y방향의 하중이 동시에 작용할 때 응력의 상태를 나타내는 방정식(9)가 서로 같은 하중조건이므로 실험에 의한 광탄성 무늬(동결하중 σ_{02} 가 56 kPa이고 σ_{01} 가 0, 2.994, 4.448, 7.35 MPa로 변하는 경우

의 각 등색선의 무늬)와 컴퓨터그래픽에 의한 무늬(방정식(9)에 σ_{01} 과 σ_{02} 가 대입된 각각의 경우에서 컴퓨터로 그래픽한 것)는 서로 같은 형태를 나타내어야 한다. 그러나 무한판과 유한판의 차이는 존재한다. 이 두 광탄성 무늬의 형태를 비교함으로써 컴퓨터그래픽 프로그래밍의 유효성과 본 연구에서 제시된 잔류응력을 고려한 광응력법칙의 유효성을 동시에 검정할 수 있다. Fig. 5(a)는 Fig. 1의 y 방향으로 하중 σ_{02} (=56 kPa)가 작용할 때, 응력동결된 광탄성 무늬를 나타내며, 이 무늬는 본 연구에서 잔류응력상태의 광탄성 무늬로 사용된다. Fig. 5(b), (c), (d)는 Fig. 5(a)의 잔류응력상태에서 Fig. 1의 x 방향의 하중 σ_{01} 가 2.994, 4.448, 7.35 MPa로 각각 작용할 때 발생하는 광탄성무늬를 나타낸다. 따라서 동결 광탄성 응력프린치와 상온 응력 프린치와의 관계를 고려하면 온도 130°C에서 동결

하중 56 kPa은 상온에서의 하중 2.25 MPa에 해당한다. Fig. 6(a)는 Fig. 5(a)의 하중조건과 동일하게 하기 위하여 σ_{02} 를 2.25 MPa로 하여 방정식(1)과 방정식(7)에 의해서 그래픽된 광탄성 무늬이고, Fig. 6(b), (c), (d)는 Fig. 5(b), (c), (d)와 동일한 하중조건에서 방정식(7), (8), (9)와 방정식(1)을 이용하여 그래픽한 광탄성 무늬이다. Fig. 5와 Fig. 6의 각 광탄성 무늬형태가 거의 같으므로 프로그래밍과 본 연구에서 제안된 잔류응력을 고려한 광응력법칙이 유효함을 확인할 수 있다. 그러나 약간의 차이가 발생하는 것은 유한판과 무한판의 차이와 응력동결시 동결하중 σ_{02} (=56 kPa)가 균일하게 작용하지 못한 것 등에 기인한 것으로 생각된다.

Fig. 7은 잔류응력이 거의 없는 경우 실험에 의한 광탄성 무늬를 나타내며, Fig. 7(b)는 하중 σ_{01} 가 7.019 MPa인 경우의 광탄성 무늬를 나타낸다.

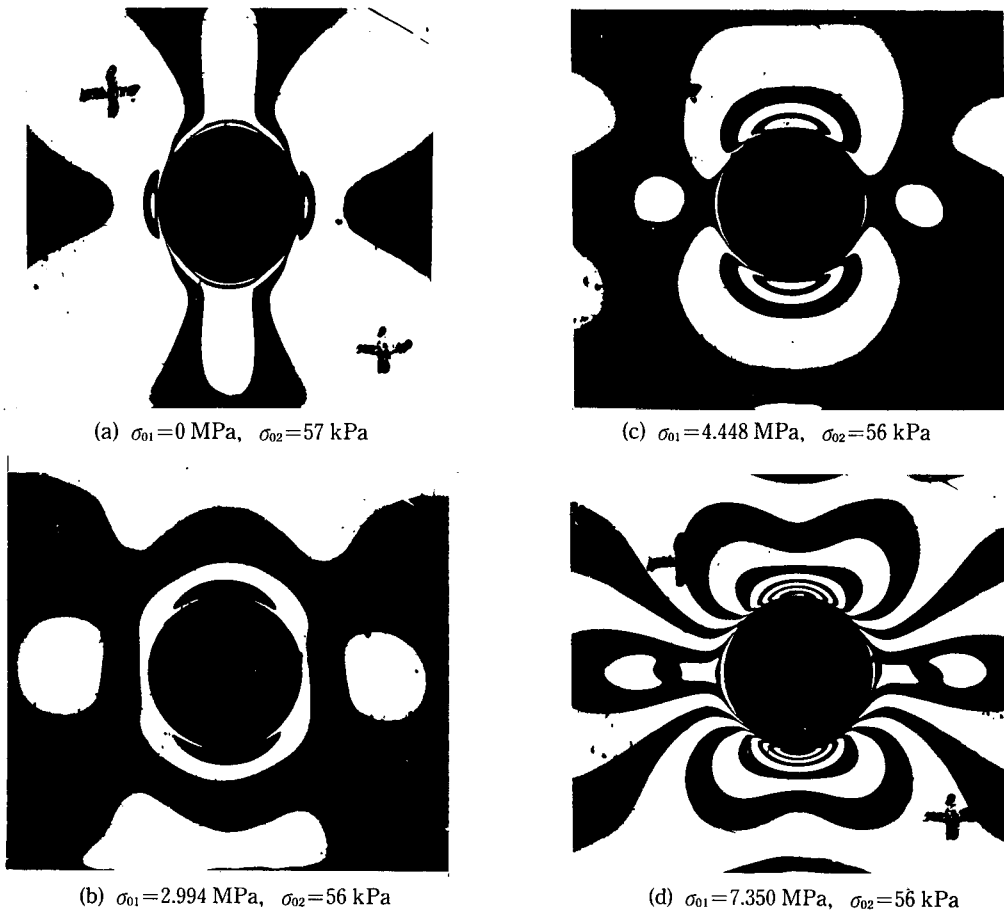


Fig. 5 Photoelastic fringe patterns of the plate with a hole, with residual stress under tensile load

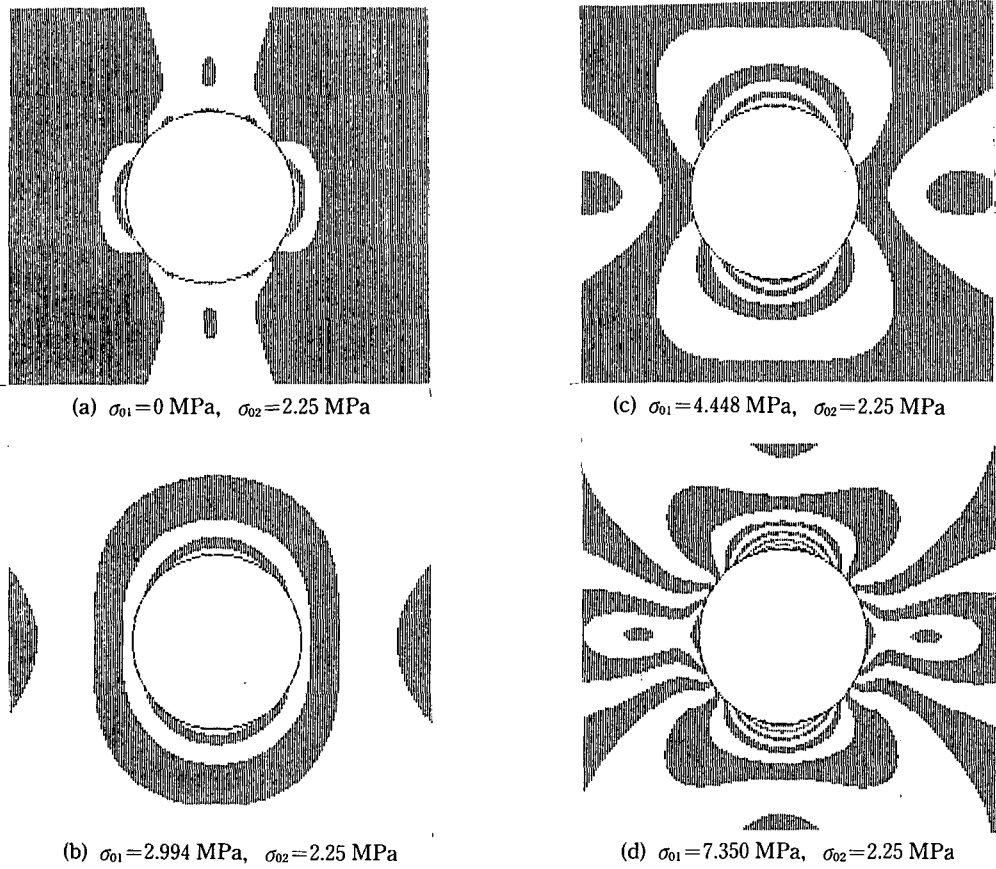


Fig. 6 Computer graphic fringe patterns of the plate with a hole, with residual stress under tensile load

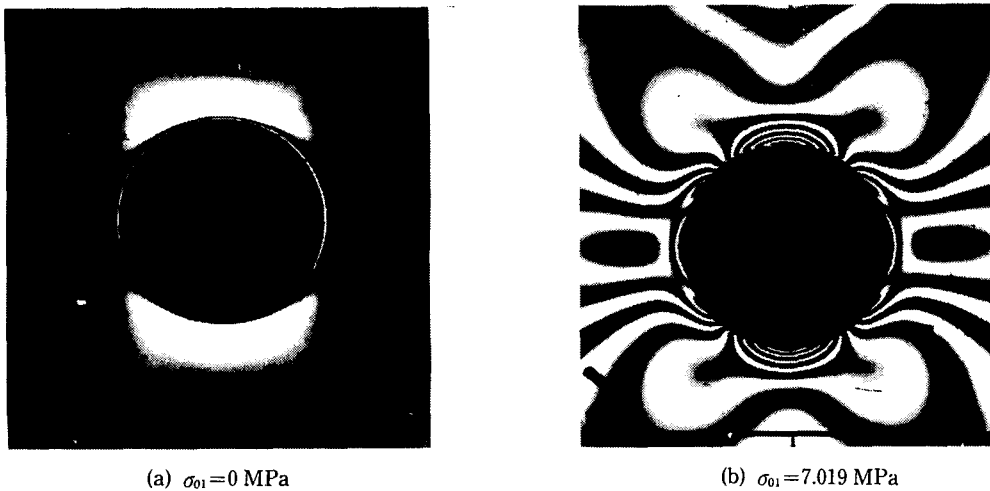


Fig. 7 Photoelastic fringe patterns of the plate with a hole, without residual stress under tensile load

잔류응력이 있는 경우인 Fig. 5(d)와는 차이가 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 잔류응력이 있는 경우, x 방향의 하중 σ_{01} 이 0, 2.994, 4.448, 7.35 MPa로 작용할 때 원공주위의 광탄성 무늬차수를 나타낸 것으로 θ 가 $+31^\circ$, -32° , $+145^\circ$, -147° 에서 1.15~1.25차수로 거의 비슷한 광탄성 무늬차수를 나타낸다. 이 때 무늬차수의 크기는 잔류무늬차수의 크기이고 잔류응력이 없다면 이 각도에서 응력

이 0이 됨을 알 수 있다. Fig. 9는 Fig. 8과 같은 하중조건에서 각각 컴퓨터로서 그래픽한 원공주위의 광탄성 무늬차수를 나타낸다. 이 그래픽 광탄성 무늬에서 θ 가 $+30^\circ$, -30° , $+150^\circ$, -150° 인 경우에는 하중에 관계없이 동일한 광탄성 무늬차수를 나타내며, 이 각도들은 방정식(7)로부터 구한 원공상의 응력이 0이 되는 각도와 일치한다. Fig. 10은 잔류응력이 포함된 Fig. 5의 광탄성 무늬에서

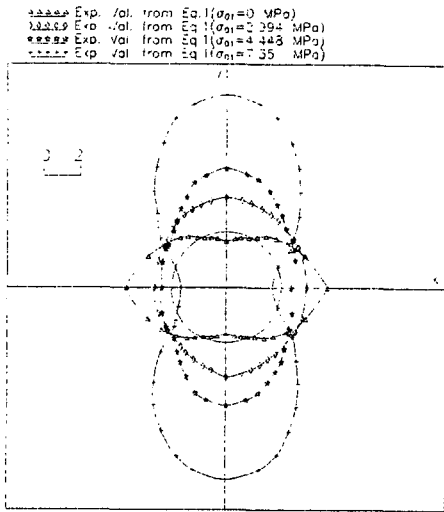


Fig. 8 Distribution of fringe orders around a hole of the plate with residual stress(experimental fringe patterns)

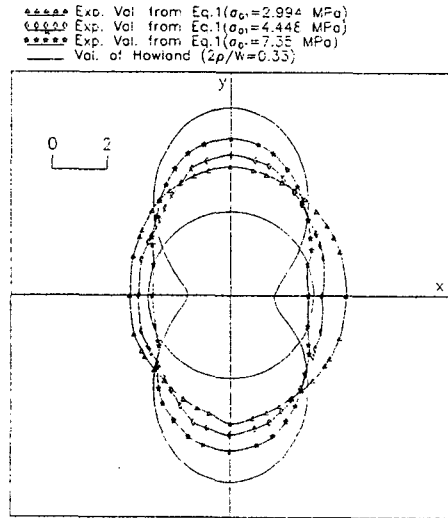


Fig. 10 Distribution of stress ($\sigma_\theta/\sigma_{01}$) around a hole of the plate with residual stress

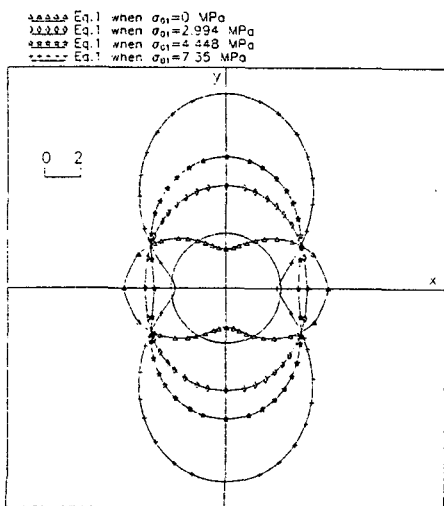


Fig. 9 Distribution of fringe orders around a hole of the plate with residual stress(graphic fringe patterns)

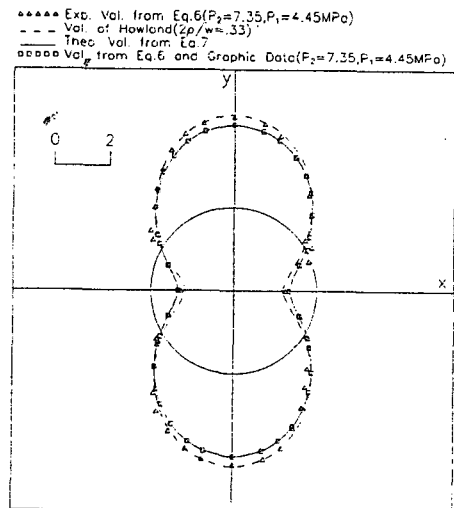


Fig. 11 Distribution of stress ($\sigma_\theta/\sigma_{01}$) considering of residual stress around a hole of the plate with residual stress

잔류응력을 고려하지 않은 방정식(1)을 이용하여 구한 원공주위의 응력값을 무차원화한 것과 유한판에 대한 Howland의 값⁽¹⁴⁾을 비교한 것이다. Fig. 10을 통하여 잔류응력에 비해 상대적으로 큰 하중이 작용할 수록 실선인 Howland의 값에 접근함을 알 수 있다. 그러나 방정식(1)으로부터 결과를 구하면, 초기 잔류응력은 오차로 잔존하게 된다. Fig. 11은 잔류응력이 있는 경우의 Fig. 5와 Fig. 6의 광탄성 무늬로부터 본 연구에서 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)을 사용하여 각각 구한 원공주위의 응력을 무차원화한 것과, Howland의 값 그리고 무한판의 이론식인 방정식(7)로부터 구한 이론값 등을 비교한 것이다. 그래픽 광탄성 무늬로부터 구한 결과는 무한판의 이론식인 방정식(7)로부터 구한 결과와 완벽하게 일치한다. 이것은 본 연구에서 고안한 그래픽프로그래밍이 유효함을 알 수 있다. 왜냐하면 Fig. 6은 무한판의 이론식을 사용하여 그래픽한 광탄성 무늬이기 때문이다. Fig. 5의 실험에 의한 광탄성 무늬로부터 구한 결과는 무한판의 이론인 방정식(7)의 값보다는 큰 값을 나타낸다. 이는 무한판과 유한판의 차이이며 유한판에 대한 값인 Howland의 값을 나타내는 점선과는 5% 정도의 오차로 잘 일치함을 알 수 있다. 이와 같이 응력변화의 기울기 큰 경우에 있어서도 잔류응력을 고려한 방정식(6)이 유효함을 알 수 있다. Fig. 8에서 보듯이 어떠한 하중

에서도 원공상의 무늬차수가 동일한 지점, 즉 $\theta = 32^\circ$ 는 Fig. 11에서는 응력이 0이 되는 위치로, 잔류응력이 없는 경우와 일치한다. 그러므로 이와 같이 응력변화의 구배가 큰 경우에서도 본 연구에서 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)을 이용하므로, 잔류응력이 존재하는 완벽하지 못한 광탄성 모델 시험편으로도 보다 정확한 실험결과를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다. Fig. 12의 삼각형(Δ)은 잔류응력이 없는 경우의 Fig. 7(b)의 광탄성 무늬를 이용하여 구한 원공주위의 응력을

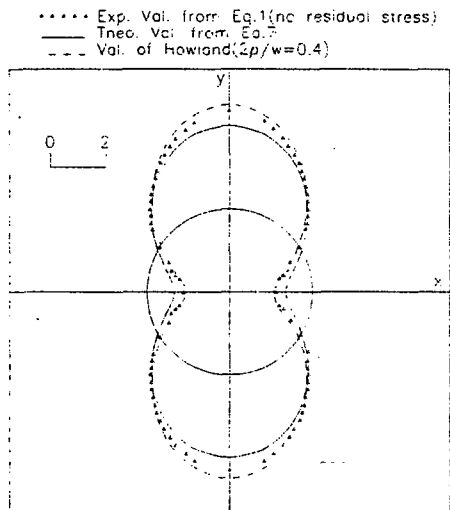


Fig. 12 Distribution of stress ($\sigma_\theta/\sigma_{01}$) around a hole of the plate without residual stress

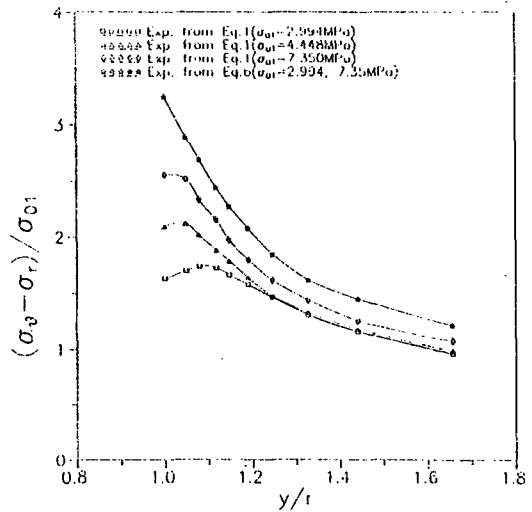


Fig. 13 Distribution of $(\sigma_\theta - \sigma_r)/(\sigma_{01})$ for $y/\rho(x=0)$

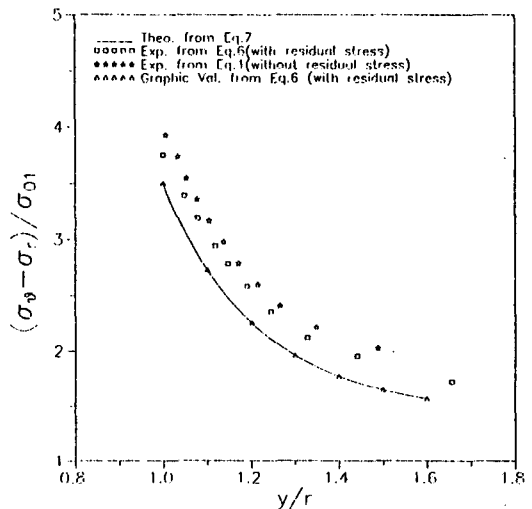


Fig. 14 Distribution of $(\sigma_\theta - \sigma_r)/(\sigma_{01})$ for $y/\rho(x=0)$

무차원하여 나타낸 것이다. 유한판의 실험치는 무한판의 응력값인 실선보다는 전체적으로 절대값이 크게 나타나며, 이 차이는 무한판과 유한판의 차이이다. 이것은 Fig. 11의 잔류응력이 있는 경우 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)을 이용하여 구한 결과와 일치한다. 그러나 Howland의 결과와 비교하여 보면 θ 가 90° , 270° , 부근에서 최대 6%의 작은 값을 나타낸다. 이 차이는 Fig. 7(a)에 나타난 이 시험편의 초기 잔류응력의 영향이라 생각된다. 광탄성 실험에 있어서 잔류응력이 없는 완벽한 모델시험편을 얻는다는 것은 매우 어려운 일이다. 이와 같이 미소한 잔류응력이 존재하는 경우에 있어서도 본 연구에서 제시한 방정식(6)을 이용하면 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다.

Fig. 13은 잔류응력이 있는 경우 x 방향의 응력 σ_{01} 이 2.994, 4.448, 7.35 MPa 등이 작용할 때의 광탄성 무늬인 Fig. 5(b), (c), (d)를 이용하여 Fig. 1의 y 축 상에서의 응력 $\sigma_\theta - \sigma_r$ 를 광응력법칙 방정식(1)로 구한 것과 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)으로 구한 결과를 무차원화하여 비교한 것이다. 방정식(1)을 이용한 결과에 있어서는 큰 하중이 작용할수록 방정식(6)에 의한 결과에 접근함을 알 수 있으나, 큰 차이를 나타낸다. Fig. 14는 다음과 같은 경우에 있어서 $\sigma_\theta - \sigma_r$ 의 무차원한 값을 비교한 것으로 실선은 방정식(7)에 의한 무한판의 이론값을 나타내며 삼각형(Δ)은 그래픽 무늬차수를 방정식(6)을 적용하여 구한 결과로 무한판의 결과와 잘 일치한다. 잔류응력이 있는 경우 광탄성 무늬차수 Fig. 5(b), (c), (d)와 방정식(6)을 이용해 구한 결과는 무한판의 이론값보다 전체적으로 큰 값을 나타낸다. 그리고 y/ρ 가 1인 경우는 Fig. 10에서 $\theta=90^\circ$ 인 경우로 서로 같은 경우에 해당한다. $2\rho/W$ 가 0.33인 사각형(\square)은 Fig. 7의 등색선 무늬($2\rho/W=0.4$ 인 잔류응력이 없는 경우)에서 얻은 결과보다 전체적으로 작은 값을 나타내며

같은 경향을 가진다. 이 두 값의 차이는 $2\rho/W$ 의 차이에 의해 발생된다. 그러므로 자유 경계면과 물체의 내부문제 등의 경우에서도 본 연구에서 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙이 유효하다는 것을 알 수 있다.

4.2 잔류응력을 갖는 균열선단 문제

시험편의 위 부분과 아래부분이 서로 독립적으로 두 번에 걸쳐서 성형되기 때문에 상하 각 재료의 물성치는 각각 측정 검토되어야 한다. Table 1은 시험편 상하에 대한 물성치를 나타낸 것으로 세로 탄성계수와 푸아송의 비는 2~3% 정도의 차이가 발생한다. 이 수치는 실험상의 오차를 고려하면 거의 같은 값을 나타낸다. 그러나 광탄성 응력프린치치는 4%의 차이를 나타내었다. 그러나 상하 재료의 세로 탄성계수와 푸아송의 비가 상하 같기 때문에 시험편은 균질물질로 생각할 수 있다.

Fig. 15(a)는 잔류응력상태를 나타내는 광탄성 무늬이고 Fig. 15(b), (c), (d)는 Fig. 15(a)의 상태에 Fig. 2에서처럼 y 방향의 하중 σ_0 가 각각 1.437, 2.875, 4.792 MPa로 작용할 때 발생하는 광탄성 무늬를 나타낸다. 일반적인 혼합모드의 하중조건에서 $K_{II}/K_0(K_0=\sigma_{01}\sqrt{\pi \cdot a})$ 값이 클수록 광탄성 무늬 루프의 기울기가 x 축에 접근하며 적을수록 y 축에 접근하는 현상을 나타낸다. Fig. 15의 광탄성 무늬는 균열선단 부근에서 $Y>0$ 축(1차 성형축)과 $Y<0$ 축(2차 성형축)의 y 축에 대한 광탄성 무늬의 기울기를 비교하면, $Y<0$ 축이 y 축에 더 기울어져 있음을 알 수 있다. 그러므로 $Y<0$ 축에서는 $Y>0$ 축 보다 적은 K_{II}/K_0 의 값을 갖음을 예측할 수 있다. Table 2는 Fig. 15(b), (c), (d)의 상하의 각 광탄성 무늬에서 잔류응력을 고려하지 않은 방정식(1), (10)과 최소자승법을 이용하여 구한 응력확대계수 K_I , K_{II} 와 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)과 방정식(10) 그리고 잔류응력을 고려한

Table 1 Physical properties of the upper material and the lower material

The parts of specimen	Stress fringe value f(kPa·m)	Young's modulus E(MPa)	Poisson's ratio
The first molding(upper material)	11.66	3400	0.39
The second molding (lower material)	12.1	3342	0.40

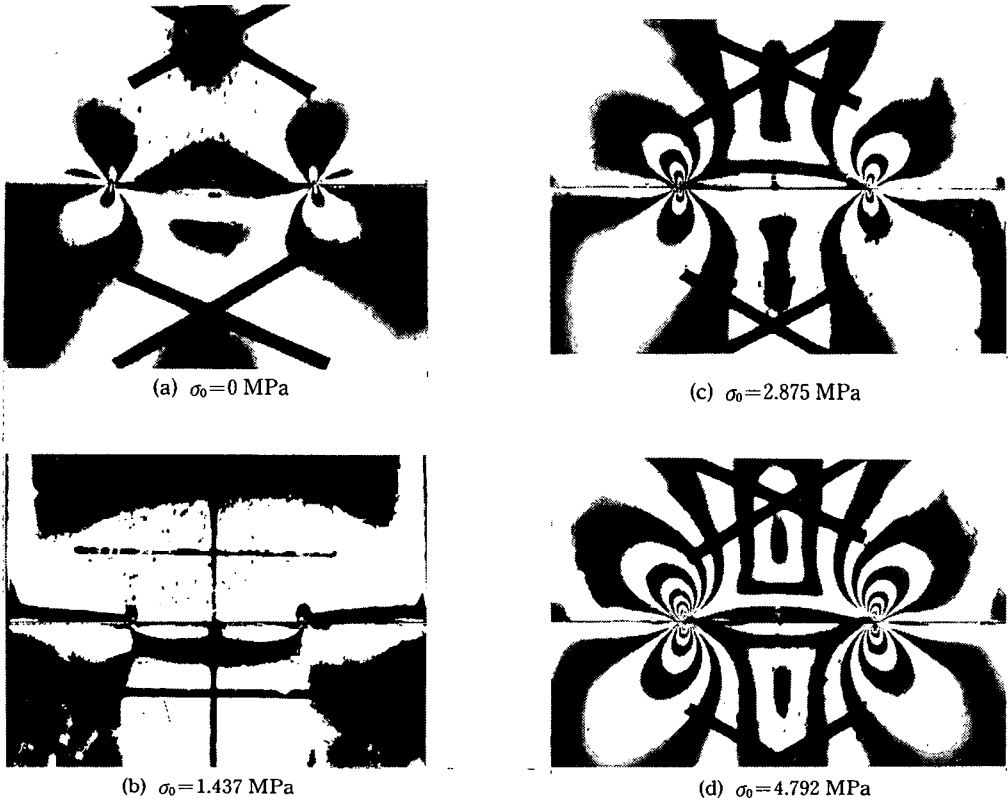


Fig. 15 Photoelastic fringe pattern in the vicinity of crack tip under tensile load

광응력법칙의 최소자승법을 이용하여 구한 응력확대계수 값과 Feddersen의 값⁽¹⁵⁾과 비교한 것이다. 큰 잔류응력이 있는 시험편을 일반적인 광응력법칙인 방정식(1)과 방정식(10) 그리고 최소자승법을 이용하여 응력확대계수를 구한다는 것은 물리적으로 의미가 없지만 상하 무늬에 대한 잔류응력 영향의 결과를 비교하여 보면, Fig. 2에서 $\beta=0$ 일 때 (K_{II}/K_0)의 이론치는 0이다. 상측 무늬에서는 하중에 관계없이 응력확대계수 (K_{II}/K_0)의 값이 (+)의 값을 나타내는 반면에, 하측의 무늬에서는 상당히 큰 (-)의 값을 나타낸다. 접합계면(Fig. 1의 x 축상) 부근의 잔류응력은 2차 성형시 에폭시 용액의 수축에 의해서 발생하는 전단력에 의한 잔류응력임을 예측할 수 있다. 잔류응력을 고려한 방정식(6)과 잔류응력을 고려한 광응력법칙의 최소자승법에 의하여 구하여진 응력확대계수 K_I 는 Feddersen의 결과⁽¹⁴⁾와 2~5% 정도의 오차로 잘 일치하며, K_{II} 값도 거의 0에 가까운 값을 나타낸다. 그러므로 본 연구에서 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙인

방정식(6)과 잔류응력을 고려한 광응력법칙의 최소자승법은 파괴역학의 균열선단 문제에 대해서도 유효하다는 것을 알 수 있다.

Table 2 Stress intensity factors of specimen with residual stresses

The parts of specimen		K_I/K_0	K_{II}/K_0	
Eq.(1)	Upper part	4.79 MPa	1.094	0.102
		2.88 MPa	1.035	0.154
		1.44 MPa	0.982	0.173
	Lower part	4.79 MPa	0.918	-0.193
		2.88 MPa	0.819	-0.228
		1.44 MPa	0.794	-0.242
Eq.(6)	Upper part	1.133	0.043	
	Lower part	1.151	0.010	
Feddersen's results		1.112	0	

5. 결 론

본 연구에서 제시된 잔류응력을 고려한 광응력법칙과 그 유효성에 대한 광탄성실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 잔류응력이 존재하는 광탄성 모델시험편을 사용하여 응력분포상태의 구배가 심한 경우인 응력집중계수나 응력확대계수를 광탄성실험으로 구하고자 할 때 본 연구에서 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙을 사용함으로써보다 정확한 응력집중계수나 응력확대계수를 구할 수 있다.

(2) 잔류응력을 고려한 광탄성실험용 최소자성법이 연구에서 제의되었고 그것이 유효함이 확인되었다.

참고문헌

(1) El-Ebrashi and Mohamed, K., 1968, *Stress Analysis and Design of Fixed Dental Structures by Two dimensional Photoelasticity*, Ann Arbor.
 (2) 西田正孝, 1952, “丸孔應力集中に關する光弾性的研究(第二報),” 科學報告, 28輯, 1號, pp. 30~43.
 (3) Nisida, M., Hirai, N. and Kim, H., 1966, “Photoelastic Investigation on the Stress Concentration in a Rectangular Hole of Rounded Corners,” *Scientific P. I. P. C. R.*, Vol. 60, No. 4, pp. 21~225.
 (4) Sanford, Robert J., 1979, “A General Method for Determining Mixed Mode Stress Intensity Factors from Isochromatic Fringe Patterns,” *Engr. Fracture Mech.*, pp. 621~633.
 (5) Smith, D. G. and Smith, C. W., 1972, “Photoelastic Determination of Mixed Stress

Intensity Factors,” *Engr. Fracture Mech.*, Vol. 4, pp. 357~366.
 (6) Post, D., 1953, “Photoelastic Stress Analysis for an Edge Crack in a Tensile Field,” *Experimental Stress Analysis*, pp. 99~116.
 (7) 黃在錫, 島本 摠, 高橋 賞, 崔善浩, 1989, “光弾性 實驗用 複合材料の 開發する 研究(第1報, 直交異方性複合材料の開發),” 日本機械學會論文集(A編), 55卷 509號, pp. 11~16.
 (8) 黃在錫, 島本 摠, 高橋 賞, 崔善浩, 1989, “光弾性 實驗用 複合材料の 開發する 研究(第2報, 光弾性感度による物性値の測定法),” 日本機械學會論文集(A編), 55卷 519號, pp. 2251~2258.
 (9) 黃在錫, 島本 摠, 高橋 賞, 崔善浩, 1989, “光弾性實驗 複合材料の 開發に 關する 研究(第3報, 光弾性法による直交異方性材料の破壊力學への適用),” 日本機械學會論文集(A編), 56卷 527號, pp. 1600~1608.
 (10) 서재국, 황재석, 최선호, 1995, “잔류응력을 고려한 광탄성실험의 광응력법칙 개발에 관한 연구(1),” 대한기계학회논문집, 제19권, 제5호, pp. 1190~1201.
 (11) Tsuji, J., 1986, 光弾性 實驗法, 日刊工業新聞社.
 (12) 西田正孝, 1973, “應力集中,” 森北出版社, pp. 217~264.
 (13) Sanford, Robert J., 1980, “Application of Least Square Method to Photoelastic Analysis,” *Experimental Mechanics*, pp. 192~197.
 (14) Howland, R. C. T., 1930, “On the Stresses in the Neighbourhood of a Circular Hole in a Strip under Tension,” *Phil. Trans. Roy. Soc., A*, Vol. 229, pp. 48~86.
 (15) Murakami, Y., 1986, “Stress Intensity Factors Handbook,” *Pergamon*, Vol. 1, pp. 3~9.