

〈論 文〉

PWM 제어되는 유압장치의 안정성 해석

허준영* · G. Wennmacher**

(1994년 11월 7일 접수)

A Study Stability Analysis of a PWM Controlled Hydraulic Equipment

Jun-Young Huh and G. Wennmacher

Key Words : Electro-Hydraulic Servo System(전기유압 서보시스템), High Speed On-Off Solenoid Valve(고속전자밸브), PWM Method(펄스폭변조 방식), Stability Analysis(안정해석), Limit cycle(리미트사이클)

Abstract

PWM control is a kind of nonlinear control. The merits of PWM control of hydraulic equipment are the robustness of the high speed on-off valve and its low price. And it is easily implemented to hydraulic equipments with microcomputer. The high speed on-off valve is directly digitally controlled without any D/A converter. The objectives of this study is to analyze the limit cycle which regularly appear in the position control system using high speed on-off valve, and to give a criterion for the stability of this system. To do this, the nonlinear characteristics of PWM and cylinder friction of this system are described by harmonic linearization and the effects of parameter variations to the system stability are examined theoretically and experimentally. Consequently, the availability of the proposed method is confirmed well.

기 호 설 명

- | | |
|--|---|
| <p>A_k : 피스톤 면적
 c_d : 오리피스스의 방출계수
 D : 듀티 (=밸브의 On시간폭/PWM 전송파의 주기)
 F_c : 쿨롱마찰력
 F_L : 외부부하
 F_R : 피스톤 마찰력
 G_k : 속도에 비례하는 마찰상수
 k_1 : 밸브의 유량계인
 k_2 : 밸브의 유량압력계수
 k_f : 비례계인
 k_m : 밸브포켓의 최대변위
 K : 시스템계인 (= $k_f \cdot k_m$)</p> | <p>L_s : 정지마찰력
 M : 피스톤질량
 M_{RC} : 속도에 비례하여 마찰력이 증가하는 경계속도
 N_{PWM} : PWM의 기술함수
 N_s : 유압시스템의 전달함수
 P_1, P_2 : 유압실린더 양실압력
 P_s : 공급압력
 P_T : 탱크압력
 q : PWM의 입력신호
 \hat{q} : PWM 입력신호의 진폭
 Q_1 : 밸브에서 실린더로의 유량
 Q_2 : 실린더에서의 밸브로의 유량
 q_{max} : 듀티가 1이 되는 PWM 입력신호의 크기
 T : PWM 전송파의 주기
 T_q : PWM 입력파형의 주기
 T_s : 샘플링시간 간격</p> |
|--|---|

*정회원, 한국기술교육대학 제어기계공학과

**독일, 아헨공대 유공압연구소(IHP RWTH Aachen)

- \bar{u} : PWM 출력 펄스진폭
- v : 피스톤속도
- \bar{v} : 피스톤속도 진폭
- V_d : 회로정체 체적
- V_t : 압축을 받는 전체 체적
- w : 밸브의 면적구배
- x : 피스톤의 변위
- x_{vi} : 밸브포켓의 변위 ($i=a, b, c, d$)
- β_e : 체적탄성계수
- ϕ : 동기각
- τ : 밸브포켓의 작동지연시간
- $\tau(q)$: PWM 출력신호의 폭

1. 서 론

펄스폭 변조(pulse width modulation: PWM) 제어는 비선형제어에 속한다. 유압장치의 PWM 제어의 장점은 고속전자밸브의 강인함과 저렴한 가격이고, 또 마이크로컴퓨터로 실현하기에 알맞다는 것이다. 마이크로컴퓨터의 도움으로 고속전자밸브에 대한 조종이 D/A변환기없이 바로 디지털제어된다.^(1~4) PWM 제어되는 유압실린더계에는 PWM 신호생성에 관한 비선형성, 밸브포켓의 위상지연, 실린더에서의 마찰 등의 비선형특성이 존재하는데, 이들 비선형특성이 시스템의 안정도 해석에 고려되어야한다. 그러나 Tanaka⁽⁵⁾는 단순한 이산계로 간주하여 단지 샘플링시간이 서보실린더계에 미치는 안정도를 조사하였고, Noritsugu⁽⁶⁾는 공기압실린더의 속도제어에서 PWM 신호생성에 관한 비선형성을 포화특성으로 간략화하여 포화와 밸브포켓의 위상지연, 실린더에서의 마찰등을 고려하였으므로 PWM 신호생성에 관한 비선형성이 충분히 고려되지 않았다. 또 Prochnio⁽⁷⁾는 PWM 신호생성에 관한 비선형성과 실린더에서의 마찰을 고려하였으나 밸브포켓의 위상지연을 고려하지 않았다. 본 연구의 목적은 고속전자밸브를 사용하여 PWM 제어하는 전기유압 위치제어 시스템을 해석하여 계의 안정설계에 관해 일견을 주는 것이다. 이 시스템에 존재하는 PWM 신호생성에 관한 비선형성과 밸브포켓에서의 위상지연, 실린더에서의 마찰의 비선형특성을 수학적으로 모델링하고, PWM 제어 및 마찰의 비선형특성을 조합수적 선형화에 의해 기술함수로 표현하여 해석하였고, 계

의 파라터가 바뀔 때 안정에 미치는 영향을 시뮬레이션 및 실험을 통하여 조사하였다.

2. 이론해석

2.1 유압장치의 수학적 모델

본 연구에서 대상으로 한 제어계의 개략도를 Fig. 1에 표시한다. 본 시스템에서는 컴퓨터에 의해 PWM 구동되는 4개의 고속전자밸브와 유압액추에이터(양로드식 복동실린더)를 주요요소로 해서 구성되어져 있다. 계의 출력신호는 피스톤의 변위 x 이고, 이것이 피이드백량으로 해서 입력측에 보내어진다. 특히 고속전자밸브의 PWM 구동에 대해서는 밸브의 작동지연을 고찰할 필요가 있고, 그 전환특성은 제어계의 성능에 중요한 영향을 미친다. 제어계를 Fig. 2와 같이 모델화한다. 4개의 전자밸브 a, b, c, d 에 대하여 실제로는 밸브 a 와 c 가 열림신호를 받을때 밸브 b 와 d 는 닫힘신호를 받게 되어 피스톤의 양의 변위를 야기시킨다. 이 경우 밸브 b 와 d 를 통과하는 유량을 무시하면 포켓을 통과하는 유량 Q_1, Q_2 는 다음 식으로 주어진다.

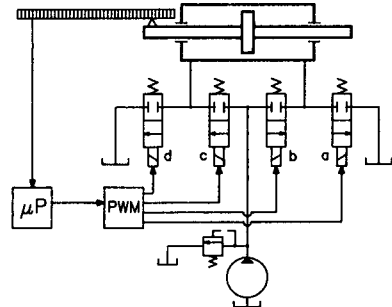


Fig. 1 Electro-hydraulic servo system with high speed on-off valves

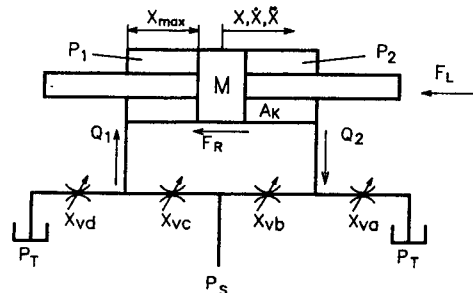


Fig. 2 Modelling diagram of hydraulic system

$$Q_1 = c_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot x_{vc} \sqrt{P_S - P_1} \quad (1)$$

$$Q_2 = c_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot x_{vc} \sqrt{P_2 - P_T} \quad (2)$$

여기서, 부하압력 P_L 과 부하유량 Q_L 을 다음과 같이 정의한다.

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (3)$$

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (4)$$

부하유량식을 구하면 식(5)과 같다.

$$Q_L = K_q x_v \sqrt{P_S - P_L} \quad (5)$$

여기서,

$$K_q = c_d w \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

이다. 유압실린더에 유체의 연속방정식을 적용하면 식(6)과 같다.

$$Q_L = A_k \frac{dx}{dt} + \frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dP_L}{dt} \quad (6)$$

한편 부하계를 포함한 피스톤의 운동방정식은 식(7)과 같다. 단 여기서 피스톤의 점성마찰은 마찰 특성 F_R 에 포함되었다.

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = A_k P_L - F_R \quad (7)$$

이와 같이 구성된 시스템에 대한 전달함수를 구하기 위하여 서보계의 비선형식인 부하유량방정식(5)를 동작점(x_{v0} , P_{L0})에 대하여 테일러급수 전개하여 선형화하면 식(8)과 같이 쓸수 있다.⁽⁸⁾

$$Q_L = k_1 x_v - k_2 P_L \quad (8)$$

2.2 PWM의 기술함수

고속전자밸브가 PWM 모드에서 작동할때 PWM에 의해 밸브-실린더계의 입력신호는 그 크기에 따라 하나의 펄스폭과 부호를 갖는 일련의 펄스열로 바뀌어져 입력된다. 이리하여 펄스간의 시작점의 간격과 펄스크기는 일정하게 유지되고, 펄스폭은 입력신호에 따라 변한다. 계의 안정여부를 해석적으로 구하기 위해서는 PWM 신호생성에 관한 특성이 비선형특성이므로 기술함수로 기술되어야한다. PWM은 매번 같은 시간 간격마다 입력신호 q 를 포착하고 펄스의 끝은 앞서서 알게 된다.

PWM에 대한 기술함수 도입을 위해 밸브개폐는 대칭적인 거동을 하며, 선형부분계는 충분히 강한 저주파통과 필터기능을 가지고 있다고 가정한다.⁽⁹⁾ 그러면 조화함수적 진동균형상태에서 PWM의 입력신호 $q(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$q(kT) = \hat{q} \cdot \sin(\omega \cdot kT + \phi) \quad (9)$$

여기서, ϕ 는 PWM의 동기각으로 입력신호에 대해 진동균형상태의 주기 안에서 처음 펄스의 위상지연이다. 식(9)에서 PWM 입력신호는 주기 T_q 를 갖는 주기적인 신호이다. T_q 와 전송과주기 T 사이의 비가 $2n$ (n 은 정수)이라면 푸리에시리즈법이 기술함수의 계산에 사용될 수 있다. PWM출력식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(t) = \begin{cases} \hat{u} \cdot \text{sgn}(q(kT)) & kT \leq t < kT + \tau[q(kT)] \\ 0 & kT + \tau[q(kT)] \leq t < (k+1)T \end{cases} \quad (10)$$

여기서,

$$\tau[q(kT)] = \begin{cases} T & D > 1 \\ T \cdot D & D \leq 1 \\ 0 & D < D_0 \end{cases}$$

의 값을 갖는다. 여기서, $u(t)$ 는 PWM 출력신호이고 $q(kT)$ 는 k 번째의 PWM 입력신호이다. D 는 듀티로 $|q(kT)/q_{max}|$ 이다. 그리고 D_0 는 밸브작동 지연시간의 듀티이다. Fig. 3에 나타낸 1개 펄스 리미트사이클의 PWM 모델링도에 대해 기본진동의 푸리에상수 a_1 , b_1 을 구하면 다음과 같다.

$$a_1 = \frac{2\hat{u}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{T} \cdot \tau(\hat{q})\right) \quad (11)$$

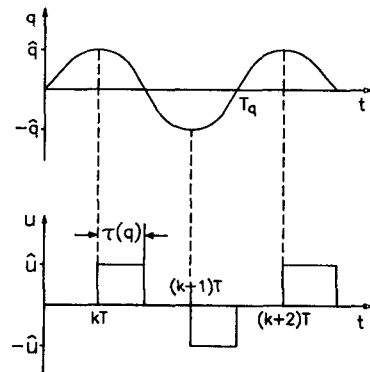


Fig. 3 Output pulse trains of 1 pulse limit cycle

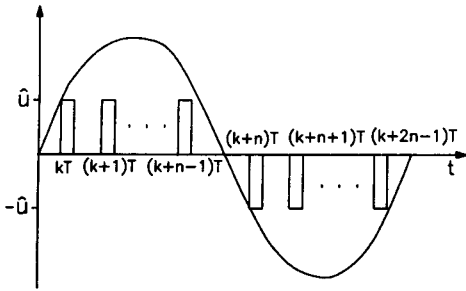


Fig. 4 Output pulse trains of n pulse limit cycle

$$b_1 = \frac{2\hat{u}}{\pi} [\cos(\frac{\pi}{T} \cdot \tau(\hat{q})) - 1] \quad (12)$$

그리하여 PWM의 기술함수는 주기 2T를 갖는 리미트사이클에 대해 다음과 같이 표시된다.

$$N_{PWM}(\hat{q}, 1, \frac{\pi}{2}) = \frac{2\hat{u}}{\pi\hat{q}} [\sin(\frac{\pi}{T} \cdot \tau(\hat{q})) + j[\cos(\frac{\pi}{T} \cdot \tau(\hat{q})) - 1]] \quad (13)$$

PWM의 출구에서 n개의 양의 펄스와 n개의 음의 펄스가 주기적으로 연속하여 나오는 Fig. 4와 같은 일반적인 n펄스 진동균형상태에 대해 기술함수를 유도하면 다음과 같다.

$$N_{PWM}(\hat{q}, n, \phi) = \frac{2\hat{u}}{\pi\hat{q}} e^{-j\phi} \sum_{k=0}^{n-1} \{e^{-j\frac{\pi}{n}k} - e^{-j[\frac{\pi}{n}k + \frac{\pi}{nT}\tau(q(kT))]\}} \quad (14)$$

상기 식에서 $N_{PWM}(\hat{q}, n, \phi)$ 은 입력진폭과 펄스 수, 동기각의 함수이고 입력주파수 ω 에 독립인 것을 알 수 있다.

2.3 마찰특성에 대한 기술함수

유압실린더의 마찰특성은 Fig. 5와 같이 모델링 될 수 있다.⁽¹⁰⁾ 여기서 정지마찰과 쿨롱마찰의 비선형적인 영향이 고려되었다. Fig. 5의 마찰거동은 히스테리시스가 없다고 하면 아래식을 통해 충분히 정확히 근사될 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$F_R(\dot{v}) = G_k \cdot \dot{v} + [F_c + L_s \cdot (1 - \frac{|\dot{v}|}{M_{RG}})^4] \text{sgn}(\dot{v}) \quad (15)$$

기술함수의 계산을 위해 위식을 아래와 같이 근사시킨다.⁽⁷⁾

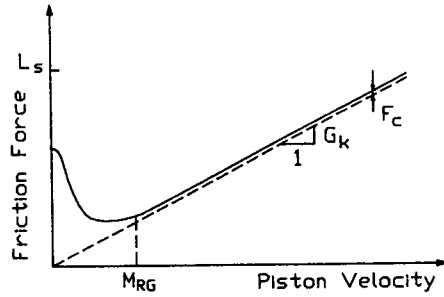


Fig. 5 Model of cylinder friction

$$F_R(\dot{v}) = G_k \cdot \dot{v} + [F_c + \frac{L_s}{1 + (\frac{\dot{v}}{c})^2}] \text{sgn}(\dot{v}) \quad (16)$$

여기서, c는 식(15)를 식(16)과 같이 근사시키기 위해 사용된 상수이다. 조화함수적인 진동균형상태에서 피스톤속도 $v(t)$ 는

$$v(t) = \dot{v} \cdot \sin(\omega t) \quad (17)$$

로 나타낼 수 있고, 마찰에 대한 기술함수는 다음과 같다.

$$N_R(\dot{v}) = \frac{a_1(\dot{v})}{\dot{v}} \quad (18)$$

여기서, $a_1(\dot{v})$ 는 기본진동의 푸리에상수이며 다음과 같다.

$$a_1(\dot{v}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [G_k \dot{v} \sin(x) + \{F_c + \frac{L_s}{1 + (\frac{\dot{v} \sin(x)}{c})^2}\} \text{sgn}(\sin x)] \sin(x) dx \quad (19)$$

그러므로 적분하면 다음을 얻는다.

$$N_R(\dot{v}) = G_k + \frac{4F_c}{\pi\dot{v}} + \frac{2L_s \cdot c^2}{\pi\dot{v}^2 \sqrt{\dot{v}^2 + c^2}} \ln \left| \frac{\dot{v} + \sqrt{\dot{v}^2 + c^2}}{\dot{v} - \sqrt{\dot{v}^2 + c^2}} \right| \quad (20)$$

2.4 제어루프 해석

PWM과 실린더에서의 마찰 등의 비선형특성을 갖는 비선형 시스템의 안정여부를 조사하기 위해 앞 절에서 각각의 비선형특성에 대한 기술함수가 유도 되었으므로 알려진 선형해석법으로 해석이 가능하다. 이상에서 유도한 식(6), (7), (8), (14), (20)을 사용하여 전체계의 블록선도를 구성하면 Fig. 6과 같이된다. 여기서, PWM 출력 u 를 입력으로 하고 실린더변위 x 를 출력으로 하는 밸브-실린더계

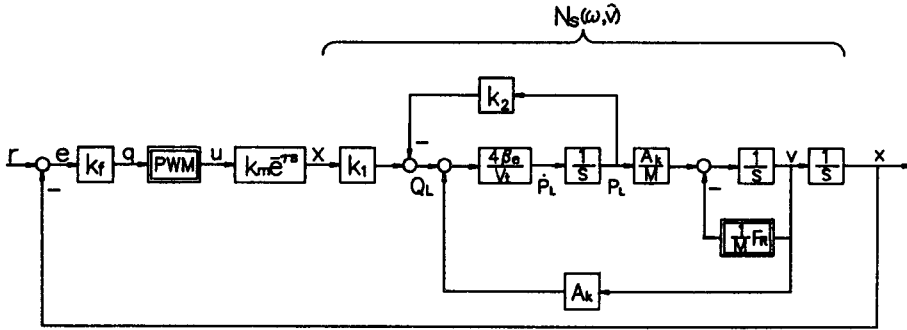


Fig. 6 Block diagram of PWM hydraulic cylinder system

의 전달함수 N_s 를 구하면 다음의 식(21)과 같고 여기에는 선형부분의 전달함수에 마찰특성에 대한 기술함수가 함께 포함되어 있다.

$$N_s(\omega, \bar{v}) = \frac{c_1}{s(s^2 + c_2s + c_3)} \quad (21)$$

여기서,

$$c_1 = \frac{k_1 4\beta_e A_k}{V_i M}$$

$$c_2 = \frac{4\beta_e k_2}{V_i} + \frac{F_R}{M}$$

$$c_3 = \frac{4\beta_e A_k^2}{V_i M}$$

비선형 제어루프의 전형적인 불안정현상인 리미트사이클의 발생여부에 대한 결정은 조화함수적 진동균형상태에 있는 페루프의 특성방정식 해에 기초한다. 리미트사이클은 비선형 제어루프에서 특성방정식의 해가 존재한다면 일어날 수 있다.^(7,9) 제어기 구성의 목적은 리미트사이클이 일어날 수 없도록 제어기를 구성하는 것이다. Fig. 6에 따르는 위치제어루프에 대해 특성방정식은 식(22)과 같다.

$$1 + Ke^{-\tau s} \cdot N_{PWM} \cdot N_s = 0 \quad (22)$$

여기서, K 는 비례게인 k_f 와 밸브포펫의 최대변위 k_m 의 곱이다. 식(22)는 너무 복잡해서 해석적인 형태로 해를 구하기가 어렵다. 그래서 여기서는 선도를 사용한 방법을 통하여 해를 구한다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험

식(22)의 해를 조사하기 위해서 식(22)를 살펴보면 $N_{PWM}(\bar{q}, n, \phi)$ 은 변위진동의 진폭크기와 펄스수, 동기각의 함수이고 입력주파수 ω 에 독립이나

$N_s(\omega, \bar{v})$ 는 입력주파수 ω 와 속도진동의 진폭크기 \bar{v} 의 함수이다. 변위진동의 진폭크기 \bar{q} 와 속도진동의 진폭크기 \bar{v} 의 사이에는 다음의 관계가 있다.

$$\bar{q} = \frac{k_f}{\omega} \bar{v} \quad (23)$$

그리고 제어루프에서 PWM을 통해 리미트사이클이 발생할 때에는 입력파형의 진동주파수 ω 와 PWM 전송주기 T 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

Table 1 System parameters used in computer simulation

Parameters	Value	Dimension
A_k	7.65	cm ²
c	1.5	cm/s
F_c	0	kgf
L_s	21	kgf
G_k	5.46	kgf s/cm
k_1	4666.7	cm ² /s
k_2	0.3536	cm ⁵ /kgf s
k_m	0.015	cm
M	5~80	kg
T	5	ms
T_s	1	ms
V_i	306	cm ³
V_d	50	cm ³
τ	1	ms
β_e	12000	kgf/cm ²

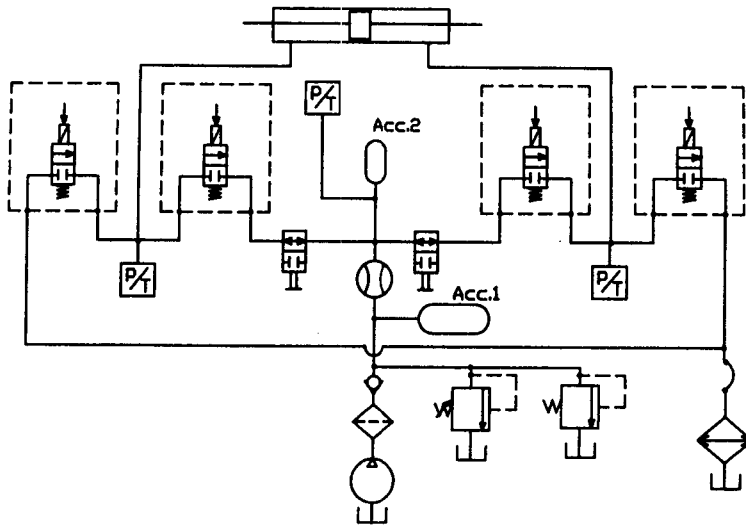


Fig. 7 Hydraulic circuit of experimental equipment

$$\omega = \frac{\pi}{nT}, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

그러므로 식(22)에서 미지의 변수로 남는 것은 K, \hat{q}, ϕ 이다. 우선 $n=1$ 인 1펄스 리미트사이클의 발생여부를 조사하기 위해 각각 임의의 어떤 값을 갖는 ϕ 와 \hat{v} 에 대해 K 의 값을 변화시키든지 혹은 임의의 어떤 값을 갖는 ϕ 와 K 에 대해 \hat{v} 의 값을 변화시켜가며 식(22)의 특성방정식의 해가 존재하는지 조사하였다. 본 연구에서는 비례계인 k_f 를 변화시키므로 K 값을 변화시켰었다. 그리고 $n=2, 3, \dots$ 에 대해서도 같은 방식으로 조사하였다. 시뮬레이션에 사용한 각 파라미터의 값을 Table 1에 나타낸다.

실험장치는 4개의 고속전자밸브와 양로드형 복동 실린더 및 컴퓨터를 주요요소로 하여 Fig. 7에서 표시한 것과 같이 구성되어 있다. 피스톤의 변위는 정도 $1 \mu\text{m}$ 인 증분방식의 광학센서를 사용하였으며, 그림에서 P/T로 표시된 것은 압력변환기로 정도가 0.05 bar이고 아날로그 센서이기 때문에 컴퓨터에 기억시키기 위해서 A/D변환기를 사용하였다. 제어루프에서 제어가 샘플값을 취해 들이고, 제어칙을 계산하여 4 채널 PWM 모듈레이터로 보내는데 사용되는 샘플링 시간간격 T_s 는 일정하게 1 ms로 하였다. PWM 전송주파수는 200 Hz로 주기 T 는 5 ms로 하였다. 실험에서는 관성하중을 5에서 50 kg까지 변화시켜가며 각각의 관성하중에서 안정한계의 비례계인 값을 구하였다. 사용된 부품

Table 2 Specification of experimental apparatus.

Equipment	Specification	
Electric motor	5 PS	
Hydraulic pump	$Q_{\max} = 8.9 \text{ l}/\text{max}$	
	$P_{\max} = 250 \text{ kgf}/\text{cm}^2$	
Actuator	$A_k = 7.65 \text{ cm}^2$	
	$St = 10 \text{ cm}$	
Hydraulic system	$Q_{\max} = 4.2 \text{ l}/\text{min}$	
	$x_{v\max} = 0.015 \text{ cm}$	
	$t_{\text{on,dead}} = 0.46 \text{ ms}$	
	$t_{\text{on,disp}} = 0.18 \text{ ms}$	
	$t_{\text{off,dead}} = 0.30 \text{ ms}$	
Relief valve	$P_{\max} = 230 \text{ kgf}/\text{cm}^2$	
Filter	10 μm	
Accumulator 1	4 liter	
Accumulator 2	0.75 l, 70 bar	
Electric equipment	Displacement transducer	12 bit (0.315 mm)
Controller	Microcomputer	IBM PC/AT, CPU386

의 주요제원을 Table 2에 나타낸다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 8은 비례게인 k_f 가 1.5일때 관성하중 6 kg과 50 kg에 대한 실험결과를 각각 실선과 점선으로 나타내었다. 여기서, 응답은 불안정하며 각각 일정한 진폭으로 거의 규칙적으로 진동하고 있다. 관성하중 6 kg에 대한 응답을 보면 0.1초당 10번의 진동을 하여 100 Hz의 주파수를 가지고 있고, 이는 200 Hz의 PWM주파수에 대해 1/2배 이므로 1펄스 리미트사이클임을 알 수 있다. 관성하중 50 kg에 대해서는 0.1초당 4.3번의 진동을 하여 거의 2펄스 리미트사이클에 준하고 있다. 여기서 정확하게 5번의 진동을 하지않은 것은 밸브 개폐시의 여파진동 때문으로 사료된다. Fig. 9은 식(22)의 해를 찾는 데 있어서 우선 1펄스 리미트사이클의 존재여부를 조사하기 위한 것이다. 그림(a)는 관성하중 11 kg, 동기각 ϕ 가 88° 인 경우에 대해 비례게인 k_f 를 0.7로 하고, 진폭 \hat{v} 의 크기를 0.01에서 25까지 변화시켰을 때의 s 평면상에서의 $Ke^{-rs} \cdot N_{PWM} \cdot N_s$ 의 값 변화를 실선으로 나타내고, 다시 비례게인 k_f 를 1.5까지 0.2씩 증가시켜가며 이 과정을 반복하여 나타내었다. 또 이와 같이 진폭 \hat{v} 의 크기를 0.2에서 3.3까지 0.6씩 증가시킬 때, 비례게인 k_f 를 0.1에서 4.5까지 변화시켜서 $Ke^{-rs} \cdot N_{PWM} \cdot N_s$ 의 값 변화를 점선으로 나타낸 것이다. 여기서, s 평면상의 $(-1, 0)$ 점을 통과하는 비례게인 k_f 와 속도진폭 \hat{v} 가 식(22)의 해이고, 이 때 1펄스 리미트사이클이 발생한다. 그림(b)는 관성하중 11 kg, 동기각 ϕ 가 25° 인 경우에 대해 비례게인 k_f 를 2.0으로 하고, 진폭 \hat{v} 의 크기를 1에서 15까지 변화시켰을 때의 $Ke^{-rs} \cdot N_{PWM} \cdot N_s$ 의 값 변화를 실선으로 나타내고, 다시 비례게인 k_f 를 4.4까지 0.8씩 증가시켜가며 이 과정을 반복하여 나타내었다. 또 이와같이 진폭 \hat{v} 의 크기를 0.2에서 10.2까지 2.5씩 증가시킬 때, 비례게인 k_f 를 0.1에서 4.5까지 변화시켜서 $Ke^{-rs} \cdot N_{PWM} \cdot N_s$ 의 값 변화를 점선으로 나타낸 것이다. 동기각 ϕ 를 그림(b)보다 더 작게 하면 전체 곡선들이 반시계방향으로 회전하여 식(22)의 해가 존재하지 않으므로, 여기서 관성하중 11 kg에 대해 1펄스 리미트 사이클이 발생할 수 있는 동기각의 하한은 25° 인 것을 알 수 있다. 또 동기각 ϕ 를 그림(a)보다 더 크게 하면 전체곡선들이 시계방향으로 회전하여 울

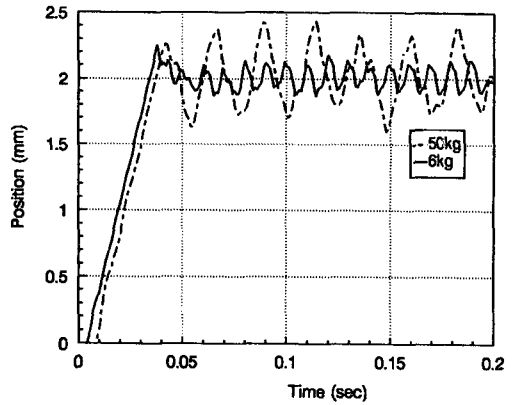


Fig. 8 Experimental results of n pulse limit cycle (n= 1, 2)

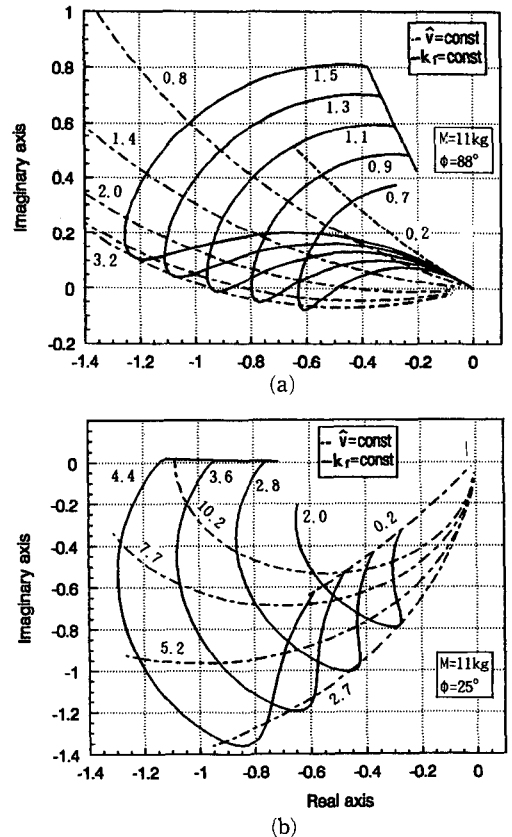


Fig. 9 Curves of $Ke^{-rs} \cdot N_{PWM} \cdot N_s$ for 1 pulse limit cycle

라하므로 식(22)의 해가 존재하는 동기각 ϕ 의 상한이 결정된다.

Fig. 10은 본 연구에서 제안한 방법에 따른 안정

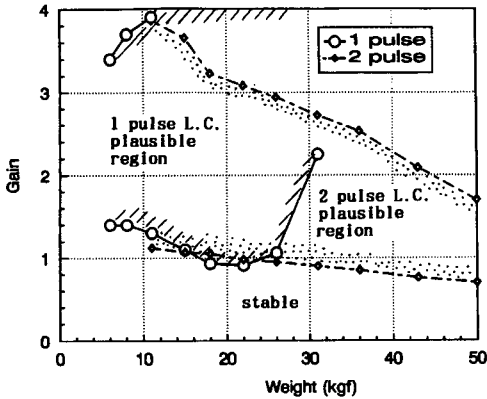


Fig. 10 The results of the stability analysis

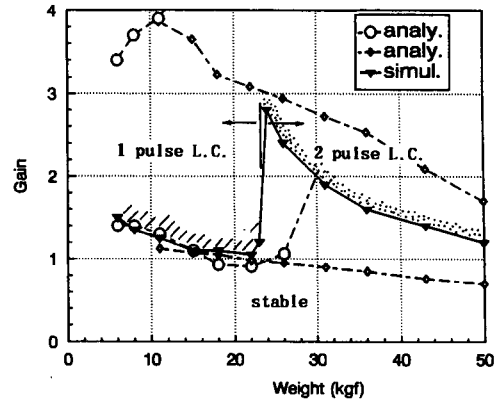


Fig. 12 The simulation results and analysis results

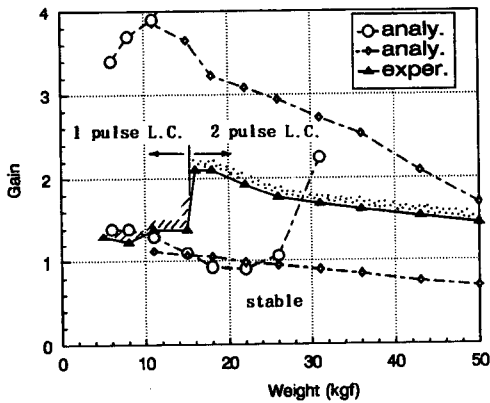


Fig. 11 The experimental result and analysis results

성 해석의 결과이다. ○을 포함하는 실선들 사이의 영역(빗금친 안쪽부분)은 식(22)의 해가 존재하는 1펄스 리미트사이클 발생가능 영역이고, ◇을 포함하는 점선들 사이의 영역(점찍힌 안쪽부분)은 식(22)의 해가 존재하는 2펄스 리미트사이클 발생가능 영역으로 둘 다 불안정영역이다. 여기서 ○과 ◇은 검사점이다. 즉, 피스톤질량 M 이 각각 6, 8, 11, 15, 18, 22 kg... 등일 때 검사하였으며, 피스톤질량 M 이 6 kg일 때 비례계인 k_f 가 1.4에서부터 1펄스 리미트사이클이 발생하기 시작하였으며 동기각을 점점 작게 변화시켜줄 때 1펄스 리미트사이클이 발생하는 비례계인의 상한점은 3.4이었다. 1펄스 리미트사이클과 2펄스 리미트사이클 발생가능 영역의 상한선 위쪽 영역은 각각 1펄스와 2펄스 그리고 2펄스와 3펄스의 혼합펄스 발생영역으로 역시 불안정영역이다. 시스템 설계시에는 이 불안정

영역을 벗어나서 아래에 있는 안정영역에서 작동되도록 제어기를 설계해야한다.

Fig. 11에서는 Fig. 10의 안정성 해석결과와 함께 관성하중의 변화에 대한 안정한계 계인을 실험적으로 조사한 결과를 함께 나타내어 비교하였다. 여기서 ○과 ◇은 Fig. 10에서 설명한 바와 같이 안정성 해석사의 검사점이고, ▲은 실험시의 검사점으로 실험에서는 관성질량을 5.5, 8, 11, 15, 18, 22 kg... 등으로 변화시켜가며 스텝입력을 가하였을 때 리미트사이클이 발생하는 최소 비례계인 k_f 를 나타낸다. 관성하중 6 kg과 8 kg에서 실험결과의 안정한계 계인값이 해석결과보다 0.1정도씩 낮았으나 전체적으로 해석결과의 범위에 들어가고 있다. 관성하중 15 kg까지는 Fig. 8에서 나타낸 바와 같은 1펄스 리미트사이클로 불안정이 시작(빗금친 부분)되지만, 16 kg에서부터는 1펄스 리미트사이클은 발생하지 않고 안정한계 계인값이 2.1로 증가하여 2펄스 리미트사이클로 불안정이 시작(점찍힌 부분)되었다. 그리고 시뮬레이션을 통하여 220 kg이상의 하중에서 3펄스 리미트사이클이 발생하는 것을 확인할 수 있었다. 그러므로 일반적으로 저하중에서는 1펄스 리미트사이클이 발생하고 고하중에서는 n 펄스 리미트사이클이 발생함을 알 수 있다.

Fig. 12는 Fig. 10의 안정성 해석결과와 함께 관성하중의 변화에 대한 안정 한계계인을 비선형 시뮬레이션 프로그램(SIMULANT)⁽¹⁰⁾을 통해 조사한 것이다. 여기서 ○과 ◇은 Fig. 10에서 설명한 바와 같이 안정성 해석사의 검사점이고, ▼은 시뮬레이션시의 검사점으로 시뮬레이션에서는 관성질량을 5.5, 8, 11, 15, 18, 22 kg... 등으로 안정성 해

석시와 동일하게 하였고, 스텝입력을 가하였을 때 리미트사이클이 발생하는 최소 비례게인 k_p 를 나타낸다. 시뮬레이션결과는 안정성 해석 결과의 범위 내에 잘 들어가 있음을 볼 수 있다. Fig. 11의 실험결과와 비교해 볼 때 1펄스 리미트사이클에서 2펄스로의 전환하중점이 약 7 kg 뒤로 가 있고, 2펄스 리미트사이클로 전환되었을 때의 게인값이 크게 뛰여 펄스전환을 분명히 볼 수 있다. 그리고 관성하중 31 kg부터는 2펄스 리미트사이클 발생한계 게인보다 약 0.4 낮은 게인에서 불안정진동이 시작되는데, 이 때의 불안정 진동은 1펄스와 2펄스 리미트사이클의 혼합으로 나타났다.

Fig. 13에서는 Fig. 11의 안정 한계게인에 대한 실험결과(▲을 포함하는 실선)와 함께 PWM특성을 무시하고 실린더에서의 마찰특성을 다만 점성마찰로 간주했을 때의 전체시스템의 안정한계 게인에

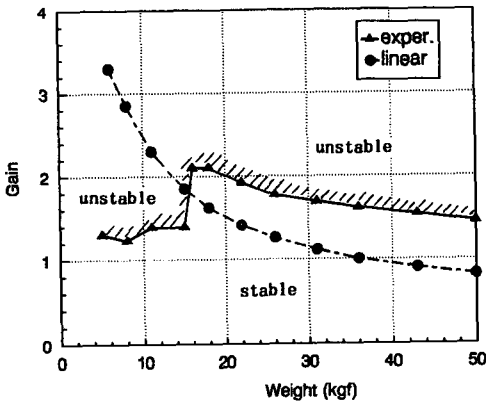


Fig. 13 The experimental result and the linear analysis result

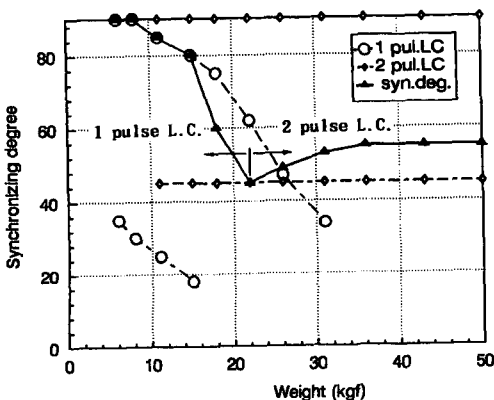


Fig. 14 The movement of the synchronizing degree

대한 선형해석의 결과(●을 포함하는 점선)를 나타낸다. 여기서 특히 주목해야 할 것은 저하중에서 1펄스 리미트사이클의 발생으로 실제의 안정 한계게인값은 PWM 특성을 무시한 선형해석의 결과보다 훨씬 아래에 있다는 것이다. Fig. 14에 1펄스 리미트사이클 발생가능 동기각의 범위를 ○을 포함하는 점선으로 나타내었고, 2펄스 리미트사이클의 발생가능 동기각의 범위를 ◇을 포함하는 점선으로 나타내었다. 그리고 Fig. 12의 시뮬레이션결과를 통해 얻은 안정 한계게인값을 기초로 하여 본 연구에서 제안한 방법에 따라 그 때의 동기각을 추정해 낸 것이다. 그림에서 보면 관성하중 15 kg까지는 동기각의 범위에서도 낮은 게인점을 따라 움직이다가 분리되어 한계게인값은 증가한다. 그리고 2펄스 리미트사이클 발생한계 동기각선과 만난 후 2펄스 리미트사이클로 전환되고 한계게인값은 다시 낮은 게인 쪽으로 이동되었다.

5. 결론

고속전자밸브의 PWM 제어에 의한 유압장치의 위치제어계에 대해 이 계에 존재하는 PWM 및 실린더에서의 마찰과 밸브작동지연시간의 비선형특성을 고려하여 시스템의 안정여부를 조사한 결과 다음의 결론을 얻었다.

- (1) PWM과 마찰 비선형특성에 대한 조화함수적 선형화를 사용하는 본 연구에서 제안한 방법에 따라 PWM 위치제어계의 안정여부를 해석적으로 구할 수 있다.
- (2) 저하중에서 1펄스 리미트사이클의 발생으로 실제의 안정한계 게인 값은 PWM 특성을 무시한 선형해석의 결과보다 훨씬 작다.
- (3) PWM 제어계에서의 불안정현상은 n펄스 리미트사이클과 그 혼합으로 해석된다.
- (4) 저하중에서는 1펄스 리미트사이클이 발생하고 고하중에서는 다수펄스 리미트 사이클이 발생한다.

참고문헌

- (1) Wennmacher, G., 1992, "Einsatz von Schnell Schaltventilen für Elektro Hydraulische Aktuatoren im Kfz," 10th Aachener Fluid tech nisches Kolloquium, pp. 1~20.

- (2) Wennmacher, G., 1992, "Elektrohydraulischer Positionierantrieb Mit Schnellschaltventilen und Digitaler Regelung," *Ölhydraulic und Pneumatic*, Vol. 36, No. 2, pp. 85~90.
- (3) Wennmacher, G. and Huh, J. Y., 1994, "Closed Loop Control of Position and Pressure Using Fast Switching Valves," *Proceedings of Int. Congress SIA l'Hydraulique et l'Automobile*, Angers, No. 94. 05. 22.
- (4) Muto, T., Yamada, H. and Suematsu, Y., 1988, "PWM-Digital Control of Hydraulic Actuator Utilizing 2-Way Solenoid Valves," *Jour. Jpn. Hydraulic & Pneumatics Soc.*, (in Japanese), Vol. 19, No. 7, p. 564.
- (5) Tanaka, H. and Tanaka, H., 1988, "Pulse Flow Control Valves and Simplified Proportional Valves," *Proc. 8th. Int'l. Fluid Power Symp. (BHRA) Bath*, U. K., pp. 351~368.
- (6) Noritsugu, T. and Hanafusa, H., "PWM Mode Feedback Speed Control of Pneumatic Cylinder," *Jour. Jpn. Hydraulic & Pneumatics Soc.*, (in Japanese), Vol. 14, No. 7, pp. 61~68.
- (7) Prochnio, E., 1986, "Ein Konzept zur Pulsmodulierten Regelung Hydraulischer Antriebe," *U-GH Duisburg Doctor paper*.
- (8) Merrit, H. E., 1967, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York.
- (9) Follinger, E. H. O., 1991, "Nichtlineare Regelungen 1," Universität Karlsruhe.
- (10) Backé, W., 1992, SIMULANT.