

代用市場포트폴리오의 效率性에 대한 多變量 檢證 —無危險資産이 存在하지않을 경우—

具 本 烈**

<요 약>

本 研究는 韓國證券市場에서 무위험資産이 존재하지 않을 경우에 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證을 多變量의 檢證方法에 의해 실시하고자 하였다. 檢證을 위하여는 첫째로 제로베타수익률을 구하고자 하였으며 이는 Kandel(1984)과 Shanken(1985)의 연구에 기초하여 추정하는 방법을 제시하였다. 둘째로 Jobson-Korkie(1982,1989), Kandel(1984,1986)과 Shanken(1985,1986)의 論文에 의거 代用시장포트폴리오의 효율성을 檢證하는 과정을 유도하고 이의 檢證 統計量을 유도하였다. 효율성 檢證에 사용된 代用시장포트폴리오들은 韓國綜合株價指數, 韓經다우指數와 2개의 同一加重指數이었다.

실증적 연구결과, 全期間의 경우에 韓國綜合株價指數와 韓經다우指數의 평균수익률은 GMVP의 수익률보다 낮을 뿐만아니라 平均-分散프론티어의 外部에 위치하여 이 代用市場指數들이 效率의프론티어상에 있는가에 대한 檢證은 불가능하였다. 그리고 下位期間別分析에서도 이 代用市場指數(後半期の 韓經다우指數 제외)들은 平均-분산프론티어의 内部에 있어 효율성 檢證은 가능하였다. 그러나 이는 代用市場指數가 효율적 프론티어상에 있는가에 대한 효율성 檢證이 아니라 단순히 平均-분산프론티어상에 있는가에 대한 檢證에 불과하였으며 이러한 檢證 결과는 效率的인 것으로 나타났다.

한편 韓國證券去來所에 上場된 全 種目을 대상으로한 同一加重指數와 本 연구의 기준시점인 1980년도에 韓國증권거래소에 上場된 種목을 대상으로 구성된 同一加重指數는 이들의 平均收益率이 GMVP의 수익률보다 높을 뿐만아니라 代用市場指數가 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 효율성 檢證에서 모두 效率的인 것으로 나타났다.

이러한 사실은 韓國綜合株價指數를 근거로 기관투자자들이 投資收益率의 관점에서 포트폴리오를 구성하거나 CAPM의 實證의 연구시에 代用市場指數로 사용하는 것은 문제점이 있는 것으로 판단되며 따라서 同一加重指數를 선택함이 바람직할 것으로 사료된다.

* 忠北大學校 經營學科 副教授

**본 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제연구비에 의하여 연구되었음.

I. 序 論

資本資產價格決定模型(CAPM)에 대한 실증분석시에 기존의 검증방법은 대부분이 진실한 시장포트폴리오는 확인이 불가능하기 때문에 代用市場포트폴리오(a proxy portfolio or a given portfolio)인 여러가지의 代用株價指數를 사용하고 있다. 그러나 이러한 대응시장지수에 대한 사전적 효율성(ex ante efficiency)에 대한 검증없이 CAPM의 실증분석을 하였기 때문에 롤의 批判(Roll's critique)을 받아왔다. 롤에 의하며 진실한 시장포트폴리오의 事前的 效率性에 대한 검증은 불가능한 것으로 간주되어져 왔으나 이러한 경우에 기존의 N 資產하에서 代用市場포트폴리오가 사전적으로 효율적인가 하는 검증은 가능한 것으로 나타나고 있다. 이러한 검증은 Ross(1980)에 의해 시작되어 Jobson-Korkie(1982,1989), Kandel(1984,1986), Shanken(1985,1986)등에 의하여 多變量 統計學에 의한 여러가지의 검증방법이 제시되었다.

한편 이러한 部類의 研究는 연구 접근방법의 차이에 따라 크게 두 분류로 나누어 질 수 있다. 첫번째의 경우에는 Ross(1980), Jobson-Korkie(1982), Gibbons-Ross-Shanken(1989) 등의 연구에 의해서 代用市場포트폴리오의 효율성을 검증하는 방법으로 이들의 基本 假定은 무위험자산이 존재하며 측정 가능하다는 것이다. 두번째의 경우에는 Kandel(1984,1986), Shanken(1985,1986), Jobson-Korkie(1989)등에 의하여 시도된 無危險資產이 존재하지 않을 경우인 zero-beta모형에 의한 效率性 檢證이다.

한편 國內의 研究로는 黃善雄-李逸均(1991)이 있으며 이 논문도 역시 검증방법은 위의 前者의 접근방법에 의하고 있다. 그런데 이러한 부류의 논문들의 효율성 검증방법에 대한 기본적인 가정은 無危險資產(riskless asset)이 존재하며 측정할 수 있다는 것이다. 그러나 실제 자본시장에서 무위험자산의 수익률의 측정은 그리 쉬운 일은 아니다.

本 研究는 우리나라의 증권시장에서 무위험자산이 존재하지 않을 경우를 가정하여 위의 後者의 접근방법에 기초하고 있다. 따라서 이 경우에 효율성 검증을 위하여 먼저 제로베타(zero-beta)수익률을 추정하는 방법을 살펴본 다음에 이를 근거로 代用市場포트폴리오에 대한 效率性 檢證方法을 제시하고자 한다. 이를 위하여 代用市場포트폴리오의 효율성에 대한 檢證統計量을 多變量統計의 방법에 의해 유도하고 이에 의해 우리나라의 代用市場포트폴리오들의 효율성을 검증하고자 한다.

II. 제로베타收益率의 推定

1. Kandel의 MLE에 의한 제로베타收益率의 推定

Kandel(1984)은 非制約된 模型하에서의 로그우도함수, $\ln L^u$ 와 制約된 模型하에서의 로그우도함수, $\ln L^r$ 를 구하고 이에 의해 尤度比率檢證(likelihood ratio test)를 하였다. 이를 위하여 N 개의 개별자산의 수익률은 평균이 E 이고 분산-공분산행렬이 V 인 多變量의 正規分布를 따른다고 하자. 이러한 조건하에서 Kandel은 제로베타收益率, γ_0 의 추정을 위하여 아래와 같은 最適化計劃에 의해 추정가능함을 보였다. 즉, 임의의 포트폴리오, W 에 대한 效率性的의 檢증을 위하여 필요한 最適化計劃은

$$\begin{aligned} \text{Max } \ln L^u = & \left(-\frac{NT}{2} \right) \ln(2\pi) - \left(\frac{T}{2} \right) \ln |V| \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (R_i - E)' V^{-1} (R_i - E) \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\text{제약조건 } E = KVW + \gamma_0 l \quad (1b)$$

단, $R_i' = (R_{i1}, R_{i2}, R_{i3}, \dots, R_{iN})$ 로서 N 개의 개별자산의 수익률은

T 개의 시계열을 가짐.

$E = [E(R_1), E(R_2), \dots, E(R_N)]$ 로서 개별증권의 기대수익률이

$N \times 1$ 인 벡타임.

$V =$ 개별자산의 수익률의 분산-공분산행렬로서 양정치행렬임.

$l = (1, 1, 1, \dots, 1)$ 로서 $N \times 1$ 인 벡타임.

이 된다."

그리고 이러한 비제약된 로그우도함수하에서 最大尤度法(method of maximum likelihood)에 의하여 구해지는 최대우도추정량(maximum likelihood estimator: MLE)은 다음과 같다. 즉, 標本의 平均收益率 벡타, \bar{R} 는

$$\bar{R} = \left(\frac{1}{T} \right) \sum_{i=1}^T R_i \quad (2a)$$

1) 식 (1b)를 이용하면 CAPM이 誘導된다. 그리고 K 는 일반적인 最適포트폴리오를 구하기 위한 最適化計劃을 풀 경우에 이용되는 라그랑지승수의 역수로서 常數이다. Roll(1977)과 Ross(1980)는 CAPM의 적용가능성에 대한 檢증 자체가 수학적으로 代用시장포트폴리오의 效率性 檢證과 동일함을 주장하였다. 이는 임의의 포트폴리오, W 가 最適條件을 만족시키면 효율적이 되고 따라서 간단한 수학적인 과정을 통하여 CAPM이 誘導될 수 있음을 의미한다.

이고 표본의 分散-共分散行列, \hat{V} 는

$$\hat{V} = \left(\frac{1}{T} \right) \sum_{i=1}^T (R_i - \bar{R})(R_i - \bar{R})' \quad (2b)$$

로 표시된다.

한편 비제약적인 로그우도함수인 식 (1a)에서 식 (1b)의 제약식을 대입하여 정리하면 제약된 로그우도함수는

$$\begin{aligned} \text{Max } \ln L^R = & \left(-\frac{NT}{2} \right) \ln(2\pi) - \left(\frac{T}{2} \right) \ln |V| \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (R_i - \gamma_0)' V^{-1} (R_i - \gamma_0) \\ & + TK(W' \bar{R} - \gamma_0) - \left(\frac{TK^2}{2} \right) W' VW \end{aligned} \quad (3)$$

이 된다.

이제 식 (3)을 $\frac{\partial \ln L^R}{\partial K} = 0$, $\frac{\partial \ln L^R}{\partial V} = 0$, $\frac{\partial \ln L^R}{\partial \gamma_0} = 0$ 을 두고 풀면 MLE에 의한 추정치인

V^* , K^* 그리고 γ_0^* 각각 추정될 것이다.²⁾

그러나 위의 식의 해를 풀기위해선 방대한 추정작업이 필요하다. 따라서 Kandel(1984)은 다음과 같이 비교적 간단히 γ_0^* 를 추정할 수 있는 방법을 제시하였다. 즉, Kandel은 제약된 막형과 비제약된 막형과의 우도비율인

$$\text{우도비율} = \frac{\text{Max } L^U}{\text{Max } L^R} = \left(\frac{|V^*|}{|\hat{V}|} \right)^{\frac{T}{2}} \text{에서 비제약된 우도함수,}$$

$\text{Max } L^U$ 는 γ_0 와 독립임을 착안하였다. 그리고

$$Q(\gamma_0) = \left(\frac{\text{Max } L^U}{\text{Max } L^R(\gamma_0)} \right)^{\frac{2}{T}} \text{라 두고 목적함수로서 } Q(\gamma_0^*) = \text{Min } Q(\gamma_0^*) \text{로 두면 다음과}$$

같은 관계식이 될수 있음을 보였다.³⁾

2) γ_0^* 를 無危險資産의 收益率, R_0 로 두면 推定節次가 비교적 간단하여 위의 解는 쉽게 구할 수가 있다. 이 경우에 자세한 유도절차는 具本烈(1995)를 참조바람.

3) 자세한 유도절차는 Ross(1980), 具本烈(1995)등을 참조바람.

$$\text{Min } Q(\gamma) = \frac{|V^*|}{|\hat{V}|} = \frac{(1+A-2B\gamma+C\gamma^2)S_p^2}{(\bar{R}-\gamma)^2+S_p^2} \quad (4)$$

단, $A = \bar{R}' \hat{V}^{-1} \bar{R}$

$B = \bar{R}' \hat{V}^{-1} l$

$C = l' \hat{V}^{-1} l$

\bar{R} : 代用市場포트폴리오의 平均收益率

S_p^2 : 代用市場포트폴리오의 收益率의 分散

위의 식(4)에서 정의된 A, B 와 C 에 의해 $\bar{R}_p - S_p^2$ 의 평면상에서 최소분산을 가지는 포물선모양의 平均-分散프론티어(mean-variance frontier)를 그릴 수 있다. 즉, 代用市場포트폴리오, \bar{R}_p 가 平均-分散프론티어상에 있다면

$$\bar{S}_p^2 = \frac{C\bar{R}_p^2 - 2B\bar{R}_p + A}{AC - B^2} \quad (5)$$

단, \bar{S}_p^2 은 代用市場포트폴리오, P 와 동일한 평균수익률을 가진 平均-分散프론티어상의 분산이 된다.

한편 식 (4)에서 $Q(\gamma)$ 을 極小化하는 조건을 풀면 γ^* 를 추정할 수 있다.

이는 식 (4)의 一次條件(first order condition)인 $\frac{\partial Q(\gamma)}{\partial \gamma} = 0$ 으로 두고 정리하면 된다.4)이 결과 다음과 같은 二次方程式이 유도된다.

$$J(\gamma^*) = F\gamma^2 + G\gamma^* + H = 0 \quad (6a)$$

단, $F = -1$ (6b)

$$G = \frac{-CS_p^2 - C\bar{R}_p^2 + 1 + A}{B - \bar{R}_p} \quad (6c)$$

$$H = \frac{BS_p^2 + B\bar{R}_p^2 - \bar{R}_p - A\bar{R}_p}{B - C\bar{R}_p} \quad (6d)$$

4) 식 (4)의 一次條件을 정리하면 다음과 같다.
 $(B - C\gamma^*)[S_p^2 + (\bar{R}_p - \gamma^*)^2] = (\bar{R}_p - \gamma^*)(1 + A - 2B\gamma^* + C\gamma^{*2})$

이 된다. 식 (6a)를 풀면 2개의 γ_0 를 구할 수가 있는데 편의상 2개의 해를 $\gamma_{01} < \gamma_{02}$ 라 두자. 그러면 目的函數의 最小條件에 따라 식 (4)의 二次條件(second order condition)은 陽(+)이어야 한다. 이 결과에 의해 다음의 관계를 얻을 수 있다.⁵⁾

만약 $\bar{R}_P > \frac{B}{C}$ 이면

$$\gamma_{01} < \left(\frac{B}{C}\right) < \bar{R}_P < \gamma_{02} \tag{7a}$$

가 되고 따라서 이 경우에는 $\gamma^* = \gamma_{01}$ 이 된다.

그러나 $\bar{R}_P > \frac{B}{C}$ 이면

$$\gamma_{01} < \bar{R}_P < \left(\frac{B}{C}\right) < \gamma_{02} \tag{7b}$$

가 되고 따라서 이 경우에는 $\gamma^* = \gamma_{02}$ 이 될 것이다.

2. Shanken의 GLS에 의한 제로베타收益率의 推定

Shanken(1985)은 횡단면회귀분석검증(cross-sectional regression test)을 이용하여 統計的檢證을 하였으나 여기에서는 앞 절에서 정의된 A, B 와 C를 이용하여 제로베타수익률을 추정하는 식을 誘導하고 이에 의해 多變量의 통계적 검정을 하고자 한다. 이를 위하여 먼저 市場模型을 다음과 같이 정의하자.

$$R_j = \alpha_j + \beta_j R_P + e_j \quad (j=1, 2, \dots, N) \tag{8}$$

단, R_j : j資產의 수익률

α_j : j資產의 절편항

β_j : j資產의 베타계수

R_P : 市場포트폴리오의 수익률

e_j : j資產의 오차항

5) 極小條件에 따라 식 (4)의 二次條件을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Q(\gamma^*)}{\partial \gamma^2} = \frac{S_T}{(\bar{R}_P - \gamma^*)^2 + S_T} - \frac{C\bar{R}_P - B}{(\bar{R}_P - \gamma^*)} > 0$$

식 (8)의 양변에 기대값을 취하고 정리하면

$$R_i = E(R_i) + \beta_i[(R_p - E(R_p))] + e_i \tag{9}$$

가 된다. 그런데 zero-beta CAPM하에서는

$$E(R_i) = \gamma + \gamma\beta_i \tag{10}$$

단, γ : zero-beta 收益率
 γ : $E(R_i) - \gamma\beta_i$ 로서 위험프리미엄

로 표시된다.

이제 식 (10)을 식 (9)에 대입하여 定理하면

$$R_i = \gamma + \gamma\beta_i + e_i \tag{11a}$$

$$\text{단, } e_i = \beta_i[R_p - E(R_p)] + e_i \tag{11b}$$

이 된다. 여기서 誤差項 e_i 의 분산은 식 (11b)에서

$$\text{Var}(e_i) = \beta_i^2 \sigma_p^2 + \sigma_{e_i}^2 = \text{Var}(R_i) \tag{12}$$

가 된다. 따라서 식 (11a)에서 γ 와 $\gamma\beta_i$ 를 推定하기 위해서는 GLS(generalized least square)를 사용하여야 함을 의미하고 있으며 이는 變數誤差問題(errors in variable problem)를 줄이기 위한 것임을 암시한다. 왜냐하면 β_i 와 e_i 가 서로 相關關係가 존재함으로써 변수오차의 문제를 야기시키기 때문이다. 따라서 GLS에 의한 γ 와 $\gamma\beta_i$ 의 推定은 식 (8)에서 誤差項의 분산-공분산행렬 대신에 식 (12)에 의한 個別資產의 收益率의 분산-공분산행렬이 이용되어야 함을 의미하며 이는 變數誤差의 問題를 줄이기 위한 것이다.

이제 실제 標本으로부터 GLS를 사용하기 위하여 편의상 식 (11)을 行列로 표시하면

$$R = X \gamma + \varepsilon \tag{13a}$$

단, $R' = (R_1, R_2, \dots, R_N)$ 로서 標本の 平均收益率은

$R' = [\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_N]$ 이고 이의 分散-共分散 行列은 \hat{V} 이며 個別자산은 각

각 T 개의時計列을 가진다.⁶⁾ (13b)

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ 1 & \beta_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \beta_N \end{bmatrix} = \left(I \quad \frac{\hat{V}W_P}{B^2} \right) \quad (13c)$$

여기서 W_P 는 각 자산의 투자비율임

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (13d)$$

$$\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N) \quad (13e)$$

로 된다.

따라서 GLS 推定値는 식 (13a)로부터

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_0 \\ \hat{\gamma} \end{pmatrix} = (X' \hat{V}^{-1} X)^{-1} (X' \hat{V}^{-1} \bar{R}) \quad (14)$$

에 의해 추정된다. 따라서 식 (14)를 앞 절에서 정의된 A, B 와 C 를 이용하여 추정하여 보기로 하자. 이를 위하여 식 (14)의 右邊項을 두 부분으로 나누어 계산하기로 한다. 즉 식 (13c)의 X 의 정의에 따라 정리하면 첫번째 부분에서

$$(X' \hat{V}^{-1} \bar{R}) = \frac{1}{S^2} \begin{bmatrix} CS^2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

이되고 두번째 부분은

$$(X' \hat{V}^{-1} \bar{R}) = \begin{bmatrix} B \\ \frac{\mu_P}{S^2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

이 되므로 따라서 식 (14)는 위의 식 (15)의 역행렬을 구한뒤에 식 (16)을 곱하면

6) 식 (13b)에서 정의된 分散-共分散 行列, \hat{V} 의 標本에 의한 추정치는 自由度가 $(T-1)$ 이며 이는 식 (2b)의 자유도는 T 이기 때문에 실제로 두 추정치는 $[T/(T-1)]$ 의 차이가 발생한다. 그러나 標本の 수가 크짐에 따라 이 값은 무시될 수 있기 때문에 편의상 본 研究에서는 두 추정치는 近似的으로 동일한 것으로 간주하였다.

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_0 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{C - \frac{1}{S_p^2}} \right) \begin{bmatrix} B - \frac{\bar{R}_p}{S_p^2} \\ C\bar{R}_p - B \end{bmatrix} \quad (17)$$

이 되어 식 (17)으로부터 zero-beta 수익률의 추정값, $\hat{\gamma}_0$ 은 最小分散포트폴리오(global minimum variance portfolio: GMVP)의 평균수익률의 분산인, $1/C = S_0^2$ 에 의해 정리하면

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\bar{R}_0 S_p^2 - \bar{R}_p S_0^2}{S_p^2 - S_0^2} \quad (18a)$$

단, \bar{R}_0 : GMVP의 平均收益率
 S_0^2 : GMVP의 收益率의 分散

이 된다.⁷⁾ 그리고 危險프리미엄의 추정값, $\hat{\gamma}_1$ 은

$$\hat{\gamma}_1 = S_p^2 \left(\frac{\bar{R}_p - \bar{R}_0}{S_p^2 - S_0^2} \right) \quad (18b)$$

이 된다. 그런데 식 (18a)와 (18b)로부터 $\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 = \bar{R}_p$ 의 관계가 유도된다. 이는 식 (10)에서 보는 바와같이 모든 代用市場포트폴리오의 베타계수는 항상 1이 되기 때문이다.

3. Kandel과 Shanken의 기하학적 해석

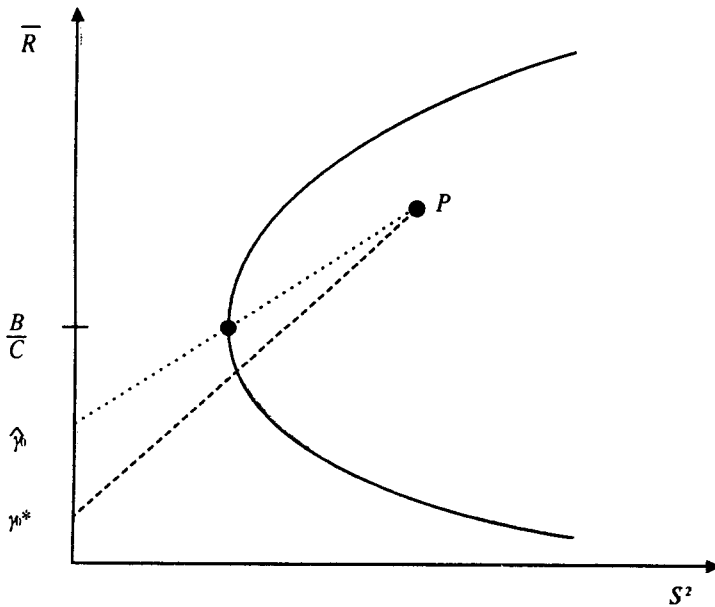
Shanken은 Roll(1977)에 의거 非制約된 模型하에서의 平均-分散프론티어상인 임의의 代用市場포트폴리오, P 에서 GMVP의 收益率인 B/C 를 지나 平均收益率軸과 만나는 점에서 제로베타수익률, γ_0 가 결정됨을 보이고 있다. 그러나 Kandel의 경우에는 앞장에서 설명된 바와같이 制約된 模型하에서 平均-分散프론티어가 유도된다. 따라서 Kandel은 非制約된 模型을 이용하는 Shanken의 경우보다 덜 효율적이 되기때문에 平均-분산프론티어는

7) 만약 동일한 平均收益率하에서 代用市場포트폴리오의 分散, S_p^2 이 효율적이어서 平均-분산프론티어상의 S_p^2 과 같다고 하자. 이 경우에 앞의 식 (5)의 右邊項을 식 (18a)에 대입하여 정리하면

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{B\bar{R}_p - A}{C\bar{R}_p - A}$$

가 될 것이며 이는 Roll(1977)의 정의에 따른 제로베타수익률이다.

안쪽에 위치하게 된다. 즉, Kandel은 제약된 모형하에서 평균-분산프론티어가 그려지기 때문에 $\bar{R}_P > B/C$ 일 경우에 제로베타수익률은 Shanken보다 작아지게 되며 $\bar{R}_P > B/C$ 의 경우에는 반대가 된다. [그림 1]은 $\bar{R}_P > B/C$ 일 경우에 Shanken에 의한 $\hat{\gamma}_0$ 와 Kandel의 MLE에 의한 γ_0^* 의 관계를 나타내고 있다. [그림 1]에서 보는 바와 같이 $\bar{R}_P > B/C$ 이므로 $\hat{\gamma}_0 > \gamma_0^*$ 의 관계를 보이고 있다. 그리고 \bar{R}_P 인 점에서는 制約된 模型하에서의 平均-分散프론티어의 한 점을 통과하기 때문에 $S_P^2 = W_P' \hat{V} W_P$ 와 MLE에 의한 推定分散인 $W_P' V^* W_P$ 와는 같은 점에서 만나고 있음을 알 수 있다.⁸⁾



[그림 1]

III. 檢證統計量의 誘導

1. Kandel의 代用市場포트폴리오의 多變量檢證을 위한 檢證統計量의 誘導

앞의 식 (4)에서 $\frac{\partial(Q\gamma)}{\partial\gamma} = 0$ 으로 두고 定理하면 註 4)에서 본 바와 같이

8) $W_P' \hat{V} X = W_P' V^* W_P$ 의 證明은 具本烈(1995)를 참고바람.

$$\begin{aligned} & (B - C \gamma^*) [S_T^2 + (\bar{R}_P - \gamma^*)^2] \\ & = (\bar{R}_P - \gamma^*) (1 + A - 2B \gamma^* + C \gamma^{*2}) \end{aligned} \quad (19)$$

이 된다. 따라서 식 (4)의 우도함수 $Q(\gamma^*)$ 의 정의에 따라 위의 식을 변형하면

$$Q(\gamma^*) = \frac{|V^*|}{|\hat{V}|} = \frac{(1 + A - 2B \gamma^* + C \gamma^{*2}) S_T^2}{[S_T^2 + (\bar{R}_P - \gamma^*)^2]} \quad (20a)$$

$$= \frac{\left(\frac{B}{C} - \gamma^*\right) / (1/C)}{(\bar{R}_P - \gamma^*) / S_T^2} \quad (20b)$$

의 관계식이 구해진다. 따라서 식 (20a)의 우변항 통하여 우도비율검증이 가능하나 식 (20b)에 의해서도 가능하다. 따라서 T 가 크다면 근사적으로

$$\begin{aligned} \phi(\gamma^*) &= T \left(\ln \frac{|V^*|}{|\hat{V}|} \right) \\ &= T \ln Q(\gamma^*) \sim \chi_{N-2, \alpha}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

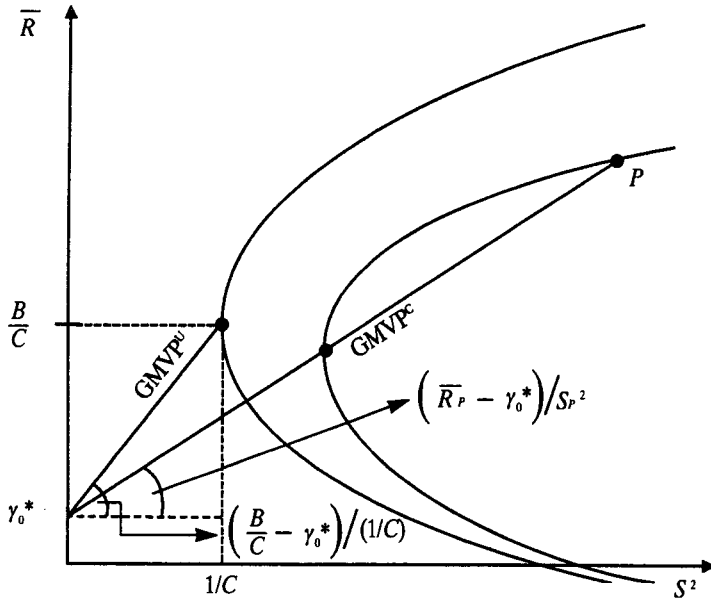
은 漸近的으로 자유도가 $N-2$ 인 χ^2 분포를 한다.⁹⁾ 한편 식 (20b)의 관계를 그림으로 표시하면 [그림 2]와 같으며 이로부터 歸無假說을 설정할 수 있다. 즉, 代用市場포트폴리오, W_P 가 효율적이라면 $Q(\gamma^*)$ 은 1에 접근하며 따라서 $\phi(\gamma^*)$ 은 0에 접근할 것이다.

2. Shanken의 代用市場포트폴리오의 多變量檢證을 위한 檢證統計量의 誘導

Shanken(1985)에 의한 검증통계량을 구하기 위하여는 $Hotelling's \sim T^2$ 를 이용하였다. 이의 誘導過程을 간단히 설명하면 다음과 같다.

$$Hotelling's \sim T^2 = Q = T \epsilon' \hat{V}^{-1} \epsilon \quad (22a)$$

9) 非制約된 模型에서의 推定母數의 수는 N 개의 평균과 $\frac{(N^2+N)}{2}$ 개의 분산-공분산의 모수추정을 요함으로 이들의 추정개수의 합은 $q = N + \frac{(N^2+N)}{2}$ 이다. 그리고 制約된 模型의 推定母數는 K 와 γ^* 의 추정과 $\frac{(N^2+N)}{2}$ 개의 분산-공분산의 모수의 추정을 요함으로 추정개수의 總合은 $J = \frac{(N^2+N)}{2} + 2$ 개가 된다. 결국 $\phi(\gamma^*)$ 은 $\chi_{N-2}^2 = \chi_{N-2}^2$ 의 分布를 할 것이다.



$$\text{[그림 2]} Q(\gamma_0^*) = \frac{\left[\left(\frac{B}{C} - \gamma_0^* \right) \right] / 1/C}{(\bar{R}_P - \gamma_0^*) / S_P^2}$$

$$\text{단, } \varepsilon = \bar{R} - X \hat{\gamma} \tag{22b}$$

$$X = \left(I \quad \frac{\hat{V}W_P}{S_P^2} \right) \tag{22c}$$

이 된다.

식 (22b)를 식 (22a)에 대입하면

$$Q = T(\bar{R} - X \hat{\gamma})' \hat{V}^{-1} (\bar{R} - X \hat{\gamma}) \tag{23}$$

이 된다. 이를 앞에서 정의된 A, B 와 C 에 의해 정리하면

$$Q = T S^2 (A C - B^2) \left[\frac{S_P^2 - \bar{S}_P^2}{S_P^2 - S_0^2} \right] \tag{24}$$

과 같이 나타낼 수 있다.

한편 GLS에 의한 決定係數(coefficient of determination)를 R^2_{GLS} 라 하면 결정계수의 정의에 의해

$$R_{GLS} = 1 - \frac{(\bar{R} - X \hat{\gamma})' \hat{V}^{-1} (\bar{R} - X \hat{\gamma})}{(\bar{R} - l \bar{\mu})' \hat{V}^{-1} (\bar{R} - l \bar{\mu})} \quad (25)$$

$$\text{단, } \bar{\mu} = \frac{(\bar{R} V^{-1} l)}{(l' \hat{V}^{-1} l)}$$

이 된다.¹⁰⁾

그런데 식 (25)를 정리하면

$$R_{GLS} = \frac{\bar{S}_T - S_0}{S_T^* - S_0} \quad (26)$$

이 된다.¹¹⁾ 한편 식 (26)을 이용하여 식 (24)를 정리하면

$$Q = TS \delta (AC - B^2) (1 - R_{GLS}) \quad (27)$$

가 된다. 식 (27)은 Q 값을 구하기 위해서는 두 부분의 계산이 필요함을 의미한다. 즉, $TS \delta (AC - B^2)$ 은 代用市場포트폴리오의 效率性과는 무관하게 독립적으로 산출된다. 따라서 뒷부분인 $(1 - R_{GLS})$ 에 의해 代用市場포트폴리오의 효율성이 측정되며 이로부터 歸無假說을 설정할 수 있다. 즉, 代用市場포트폴리오, W_P 가 效率的이면 식 (26)은 1에 가까워지며 따라서 식 (27)의 Q값은 0에 가까워질 것이다. 이는 R_{GLS} 이 높을수록 效率性이 높아지고 따라서 Q값이 적어져 代用市場포트폴리오가 효율적이라는 歸無假說을 棄却할 수 없게 될 것이다.

한편 Shanken은 변수오차의 문제를 감소시키기 위하여 식 (27)의 Q 대신 조정된 Q' 값을

10) OLS(ordinary least square)에 의한 경우에 결정계수 R_{OLS} 는

$$R_{OLS} = \frac{1 - (\bar{R} - X^* \gamma^*)' (\bar{R} - X^* \gamma^*)}{\left(\bar{R} - \frac{l' \bar{R}}{N} l \right)' \left(\bar{R} - \frac{l' \bar{R}}{N} l \right)}$$

단 X^* 와 γ^* 는 OLS 추정치임

이 된다.

11) 한편 식 (26)은

$$R_{GLS} = \left(\frac{\bar{S}_T - S_0}{S_T^* - S_0} \right) = \left(\frac{\bar{R}_P - \bar{R}_0}{\bar{R}_P - S_0} \right)^2$$

단, \bar{R}_P 는 代用市場포트폴리오와 같은 危險을 가진 平均-分散프론티어상의 期待收益率로도 표시된다. 이에 대한 證明은 Kandel-Stambaugh(1995)를 참조바람.

사용하였다. 즉,

$$Q^A = \frac{Q}{\frac{\hat{\gamma}_0^2}{1 + S_T^2}} \quad (28)$$

그런데 이러한 조정된 값을 이용하면 검증 통계량의 값은 다음과 같이

$$\frac{(T-N)Q^A}{(T-1)N} \sim F_{NT-N, \alpha} \quad (29)$$

가 된다. 즉 自由度가 分子가 N 이고 分母가 $T-N$ 인 F 分布를 따를 것이며 결론적으로 代用市場포트폴리오가 효율적이며 F 값은 0에 가까워지고 따라서 歸無假說을 棄却할 수 없게 될 것이다.

IV. 實證的 研究結果

1. 標本의 選定과 資料蒐集

本研究의 推定에 사용된 統計資料의 標本期間은 1980년 1월부터 1994년 12월까지의 月別 株式收益率資料와 각종 市場指數의 收益率資料이다. 月別주식수익률의 계산은 韓國信用 評價(株)의 株式수익률file을 기초로하여 모든 종목을 11개의 産業別로 구분하여 각 産業 別 포트폴리오를 분석에 이용하였다. 産業別 구분내역은 <표 1>과 같다.

한편 검증대상이 되는 代用市場포트폴리오, 즉 代用市場指數들의 효율성 검증을 위하여 <표 2>에는 각 産業別포트폴리오들과 각 代用市場指數들의 平均과 標準偏差에 대한 記述統計量이 제시되어 있다. <표 2>에서 보는 바와같이 검증대상의 指數로는 韓國증권거래소에서 상장된 全種目を 대상으로하여 時價總額方式에 의하여 산출되는 韓國綜合株價指數와 韓國經濟新聞社에서 1983년 2월 21일부터 우량주 80종목을 채용종목으로하여 산출, 발표되는 다우, 존스방식인 韓經다우指數가 사용되었다. 그리고 우리나라에서 사용되지 않는 지수이지만 韓國증권거래소에 상장, 거래되는 모든 種목을 대상으로하여 산출된 同一加重值指數(이하 同一加重指數1)와 본 연구의 기준시점인 1980년시점에 상장, 거래된 種목을 대상으로하여 산출된 同一加重值指數(이하 同一加重指數2)를 검증대상의 주가지

〈표 1〉 산업별구분과 구성주식수

	산업별구분	종목수
1	어업, 광업, 음식료품 제조업	36
2	섬유, 의복 및 가죽업	33
3	목재, 제지업	12
4	화학, 석유, 석탄, 고무업 플라스틱 제조업	48
5	비금속광물제품 제조업	13
6	제1차 금속업	15
7	조립금속, 기계 및 장비제조업	39
8	종합건설업	29
9	도매업	18
10	운수 및 창고업	11
11	금융·보험업	39
계		293

* 1980년 1월 4일 基準으로 포트폴리오를 구성하였음.

수로 이용되었다.

또한 세부적인 분석을 위하여 全期間을 2기간으로 나누어 前半期(1983년 1월~1988년 12월)와 後半期(1989년 1월 ~ 1994년 12월)의 下位期間別分析을 겸해서 실시하였다.¹²⁾

〈표 2〉에서 보는 바와 같이 증권시장이 비교적 好況期였던 前半期の 산업별 포트폴리오의 收益率과 각 市場指數들의 수익률이 後半期の 平均收益率보다 상대적으로 높게 나타나 있다. 그러나 危險을 나타내는 標準偏差의 경우, 前半期の 産業別 포트폴리오의 수익률의 표준편차와 각 市場指數들의 수익률의 표준편차를 後半期和 비교할 때 그 크기는 서로 엇갈리는 반응을 보이고 있다.

한편 市場指數들간의 收益率을 비교해보면 분석 全期間동안의 同一加重指數1의 월별 平均수익률이 0.02604인데 대하여 韓國綜合株價指數의 平均수익률은 0.01704에 불과하며 指數들중 가장 낮은 수익률을 보이고 있다. 또한 韓經다우指數의 平均수익률도 0.01800에 불과해 韓國綜合株價指數와 같이 平均수익률이 저조함을 알 수 있다. 특히 後半期の 경우

12) 基準時點을 1980년을 한 결과 11개의 각 포트폴리오들간의 平均收益率이 매우 近似한 것으로 나타나 포트폴리오의 特性이 나타나지 않았다. 따라서 수익률의 차이가 나타나는 時點을 고려한 결과, 편이상 연구의 분석 시점을 1983년 1월을 基準으로 하였다. 이는 韓經다우指數의 導入時點이 1983년 2월인 것도 기준설정에도 고려사항이 되었다.

〈표 2〉 産業別포트폴리오 및 代用市場指數들의 平均과 標準偏差

포트폴리오	전 기간		전 반기		후 반기	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
1	0.02488	0.07626	0.03101	0.06841	0.01875	0.08342
2	0.02501	0.08049	0.03789	0.08372	0.01213	0.07552
3	0.02993	0.09282	0.04427	0.09593	0.01559	0.08793
4	0.02427	0.07286	0.03435	0.06809	0.01420	0.07648
5	0.02354	0.07754	0.03448	0.07204	0.01260	0.08171
6	0.02592	0.08727	0.03687	0.09008	0.01497	0.08356
7	0.02378	0.07455	0.03627	0.07564	0.01129	0.07181
8	0.02003	0.11633	0.03639	0.13705	0.00367	0.08903
9	0.02218	0.08636	0.04101	0.09074	0.00335	0.07791
10	0.02434	0.08238	0.03216	0.07929	0.01651	0.08519
11	0.02360	0.10776	0.04994	0.12098	-0.00272	0.08598
韓國綜合株價指數	0.01704	0.07090	0.02975	0.06702	0.00432	0.07283
韓經다우指數	0.01800	0.07200	0.02573	0.06762	0.01018	0.07581
同一加重指數1	0.02604	0.07467	0.04009	0.07243	0.01200	0.07472
同一加重指數2	0.02397	0.07198	0.03772	0.07228	0.01021	0.06948

에 동일가중지수1의 월별평균수익률이 0.01200인데 대하여 韓國綜合株價指數의 평균수익률은 0.0432로서 매우 저조한 수익률을 보이고 있을 뿐만아니라 수익률의 표준편차도 同一加重指數1이 0.06948인데 대하여 한국종합주가지수가 0.07283으로 높다. 이는 代用市場指數들간의 收益率과 危險에 의거 성과를 비교할 때 한국종합주가지수와 한경다우지수들은 문제점이 있음을 의미하고 있다.

全般的으로 동일가중에 의한 지수의 평균수익률들이 韓國綜合株價指數와 韓經다우指數의 평균수익률보다 全期間나 下位期間別分析에서도 높게 나타나고 있는데 대하여 市場指數들의 수익률의 표준편차는 대체로 큰 차이가 없음을 볼 때 우리나라에서 공표, 발표되는 2개의 市場指數들이 과연 효율적인가에 대해서는 문제점이 있음을 암시하고 있다.

2. 實證的 研究結果

1) 代用市場指數들간의 相關關係의 分析

代用市場指數들의 效率性 檢證을 위하여 분석에 사용된 각종지수들간의 相關關係를 분석

한 결과, <표 3>과 같다. <표 3>에서 보는 바와 같이 韓國綜合株價指數와 韓經다우指數사이의 상관계수는 全期間 동안에 0.925로서 비교적 높게 나타나고 있다. 그리고 下位期間別 分析에서도 前半期가 0.938, 後半期가 0.917로서 상관관계가 높다.

그러나 韓國綜合株價指數와 同一加重指數1과의 상관계수는 全期間에는 0.793으로 비교적 낮게 나타나고 있으며, 특히 後半期에는 0.716으로서 상당히 낮게 나타나고 있다. 이는 韓經다우指數와의 상관관계에서도 비슷한 양상을 보이고 있다. 그러나 同一加重指數들간의 상관계수는 全期間의 경우에 0.986으로서 높게 나타나고 있으며 특히 前半期에는 상관계수가 0.993으로 매우 높게 나타나고 있다. 이는 價値加重指數와 同一加重指數사이에는 指數산정시에 상당한 차이가 발생함을 의미하고 있다.

2) Kandel에 의한 效率性 檢證의 實證的 研究結果

(1) 全期間의 效率性 檢證

먼저 제로베타 수익률, γ^* 를 推定하기 위하여 구체적으로 A, B 와 C 그리고 F, G 와 H 를 구하였다. 그리고 앞의 식 (6a)의 二次方程式을 이용하여 2개의 제로베타수익률을 구하였다. <표 4>는 이의 결과를 나타내고 있다. 韓國綜合株價指數의 경우, $\bar{R}_p=0.01704$ 로서 이는 GMVP에서의 수익률인 $B/C=0.02318$ 보다도 낮기 때문에 앞의 식 (7b)에 의해 $\gamma_{02}^*=0.05667$ 이 채택된다. 그러나 이 경우에는 韓國綜合株價指數가 GMVP의 수익률보다 낮기 때문에 效率의 프론티어(efficient frontier)상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 사실상 무의미하다. 따라서 효율성 검증은 단순히 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어(mean-variance frontier)상에 있는가에 대한 효율성 검증에 불과하다. 그런데 [그림 3]에서 보는 바와같이 한국종합주가지수의 평균수익률과 분산의 좌표는 平均-分散프론티어상의 外部에 위치하고 있다. 따라서 韓國綜合株價指數가 平均-분산프론티어상에 있는가에 대한 검증도 불가능하다.

그리고 韓經다우指數도 GMVP의 수익률보다도 낮기 때문에 위의 경우와 마찬가지로 效率性 檢證은 할 수가 없다. 또한 [그림 3]에서 보는 바와같이 平均-分散프론티어의 外部에 위치하기 때문에 한국종합주가지수의 경우처럼 韓經다우指數가 平均-분산프론티어상에 있는가에 대한 檢證도 불가능하다.

한편 同一加重指數1의 경우에는 <표 4>에서 $\bar{R}_p=0.02604$ 이므로 GMVP의 수익률인 $B/C=0.02318$ 보다 높다. 따라서 이 경우에는 $\gamma_{01}^*=0.01234$ 이 채택된다. 그리고 동일가중지수1은 [그림 3]에서 보는 바와같이 平均-分散프론티어의 內部에 위치하고 있기 때문에 효율성 검증이 가능하다. <표 4>에서 $Q(\gamma_{01}^*)$ 값이 1.00961이고 이의 χ^2 값이 1.37723로서

〈표 3〉 대응시장지수들간의 상관관계

구분	전기간(1983.1-1994.12)				전반기(1983.1-1988.12)				후반기(1989.1-1994.12)			
	종합	한경	EQ1	EQ2	종합	한경	EQ1	EQ2	종합	한경	EQ1	EQ2
종합	1.000				1.000				1.000			
한경	0.925	1.000			0.938	1.000			0.917	1.000		
EQ1	0.793	0.741	1.000		0.866	0.836	1.000		0.716	0.656	1.000	
EQ2	0.810	0.776	0.986	1.000	0.853	0.838	0.993	1.000	0.759	0.719	0.979	1.000

* 종합은 韓國綜合株價指數, 한경은 韓經다우指數, EQ1은 同一加重指數1, 그리고 EQ2는 同一加重指數2를 의미함.

5%의 有意水準인 $\chi^2_{9,0.05}=16.92$ 보다 작아 非有意的이다.¹³⁾ 그러므로 대응시장지수가 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 되며 따라서 효율성이 성립된다. 그리고 同一加重指數2의 경우에도 동일가중지수1과 마찬가지로 효율성이 성립된다.

(2) 前半期の 效率性 檢證

앞의 방법과 마찬가지로 하여 구한 결과가 <표 5>에 나타나 있다. <표 5>에서 보는 바와 같이 韓國綜合株價指數의 경우, $\bar{R}_p=0.02975$ 이므로 이는 GMVP의 수익률인 $B/C=0.03269$ 보다도 낮기 때문에 앞의 식 (7b)에 의해 $\gamma_{02}^*=0.04270$ 이 채택되지만 이 경우에도 效率性 檢證은 불가능하다. 그리고 [그림 4]에서 보는 바와같이 한국종합가치수가 平均-分散프론티어의 內部에 위치하고 있어 이 경우의 효율성 검증은 단순히 代用市場指數가 平均-分散프론티어상에 있는가에 대한 검증에 불과하다. 그런데 <표 5>에서 $Q(\gamma_{02}^*)$ 값이 1.06566이고 이의 χ^2 값이 4.57899로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 대응시장지수가 平均-분산프론티어상에서 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 된다.

그리고 韓經다우指數도 GMVP의 수익률보다도 낮기 때문에 위의 경우와 마찬가지로 단순히 대응시장지수가 平均-분산프론티어상의 效率性 檢證에 불과하다. 검증 결과, <표 5>에서 한경다우지수도 平均-분산프론티어상에서 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못

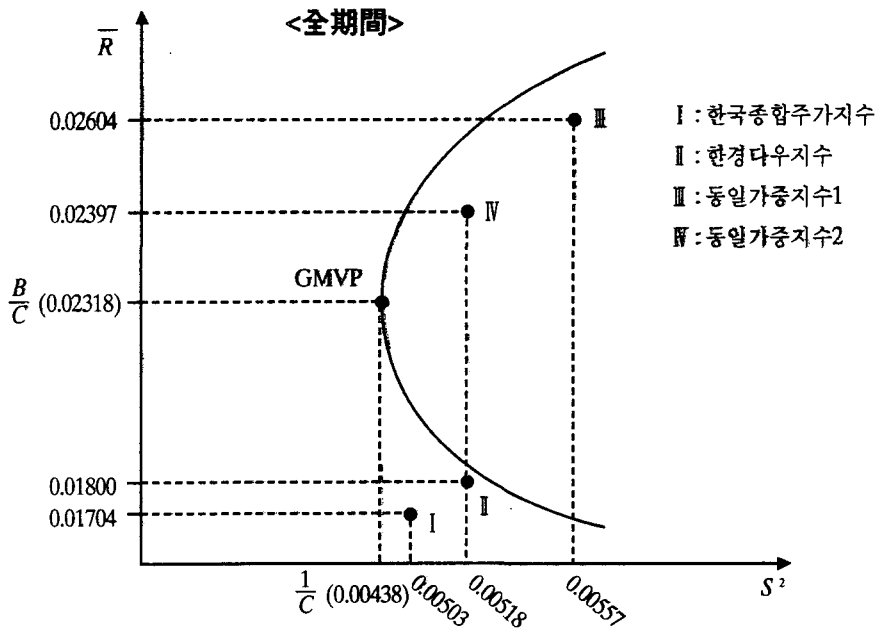
13) 效率性 檢證은 Jobson-Korkie(1989)에 의해서도 가능하다. 따라서 이들의 검증 방법의해 實證的 檢證을 한 결과 Kandel의 경우와 동일한 결론을 얻었기 때문에 本 研究에서 제외하였다.

<표 4> 대용시장지수들의 제로베타수익률의 추정 및 검증통계량(全期間)

	韓國綜合株價指數	韓經다우指數	同一加重指數1	同一加重指數2
F	-1	-1	-1	-1
G	-0.05399	-0.10099	0.44588	0.98197
H	0.00624	0.00732	-0.00535	-0.01778
γ_{01}^*	-0.11006	-0.14987	0.01234	0.01845
γ_{02}^*	0.05667	0.04888	0.43354	0.96352
\bar{R}_P	0.01704	0.1800	0.02604	0.02397
$Q(\gamma_0^*)$ 값	-	-	1.00961	1.01574
χ^2 값	-	-	1.37723	2.28491

$A = 0.13944 \quad B = 5.29921 \quad C = 228.55863$
 B/C (GMVP의 수익률) = 0.02318 $1/C$ (GMVP의 분산) = 0.00438

* $\chi^2_{0.005} = 16.92$, 표본수 = 144



[그림 3]

하게 됨을 알 수 있다.

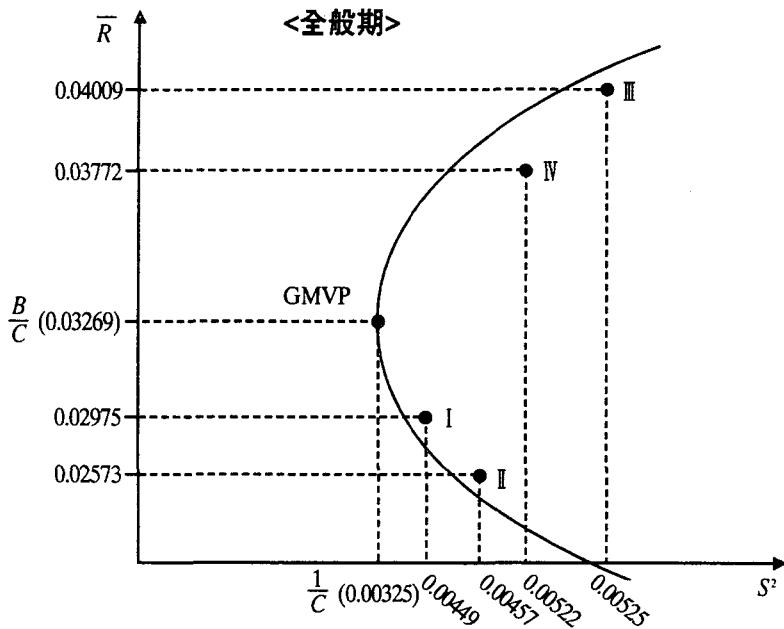
한편 同一加重指數1의 경우에는 <표 5>에서 보는 바와같이 앞의 全期間의 경우와 마찬가지로 해석이 가능하다. 즉, $Q(\gamma_{01}^*)$ 값이 1.04425이고 이의 χ^2 값이 3.11752로서 5%의 有意

<표 5> 대용시장지수들의 제로베타수익률의 추정 및 검증통계량 (前半期)

	韓國綜合株價指數	韓經다우指數	同一加重指數1	同一加重指數2
F	-1	-1	-1	-1
G	-0.27379	-0.06388	0.30928	0.41312
H	0.01351	0.00666	-0.00554	-0.00893
γ_{01}^*	-0.31649	-0.11957	0.01909	0.02290
γ_{02}^*	0.04270	0.05569	0.29018	0.39022
\bar{R}_P	0.02975	0.02573	0.04009	0.03772
$Q(\gamma_0^*)$ 값	1.06566	1.08028	1.04425	1.06000
χ^2 값	4.57899	5.55991	3.11752	4.19536

$A = 0.40335 \quad B = 10.03954 \quad C = 307.06073$
 B/C (GMVP의 수익률) = 0.03269 $1/C$ (GMVP의 분산) = 0.00325

* $\chi_{9,0.05}^2 = 16.92$, 표본수 = 72



[그림 4]

水準에서 非有意的이므로 대용시장지수가 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 되어 효율성이 성립된다. 그리고 同一加重指數2의 경우에도 동일가중지수1과 마찬가지로 효

율성이 성립된다.

(3) 後半期の 效率性 檢證

앞의 방법과 마찬가지로하여 구한 결과가 <표 6>에 나타나 있다. <표 6>에서 韓國綜合株價指數의 경우, $\bar{R}_P=0.00432$ 이므로 이는 GMVP의 수익률인 $B/C=0.00492$ 보다도 낮기 때문에 앞의 식 (7b)에 의해 $\gamma_{02}^*=0.00962$ 이 채택되지만 이 경우에도 效率性 檢證은 불가능하다. 그리고 [그림 5]에서 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어의 内部에 위치하고 있어 이 경우의 효율성 검증은 단순히 代用市場指數가 平均-分散프론티어상에 있는가에 대한 검증에 불과하다. <표 6>에서 보는바와 같이 $Q(\gamma_{02}^*)$ 값이 1.10686이고 이의 χ^2 값이 7.30996으로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 대용시장지수가 평균-분산프론티어상에서 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 된다.

그러나 韓經다우指數의 평균수익률은 GMVP의 수익률보다도 높기 때문에 대용시장지수가 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證이 가능하다. 검증 결과, <표 6>에서 보는바와 같이 $Q(\gamma_{01}^*)$ 값이 1.08167이고 이의 χ^2 값이 5.65260으로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 대용시장지수가 평균-분산프론티어상에서 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 된다.

한편 同一加重指數1의 경우에는 <표 6>에서 보는 바와같이 앞의 경우들과 마찬가지로 해석이 가능하다. 즉, $Q(\gamma_{01}^*)$ 값이 1.05836이고 이의 χ^2 값이 4.08387로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 대용시장지수가 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 되며 따라서 효율성이 성립된다. 그리고 同一加重指數2의 경우에도 동일가중지수1과 마찬가지로 효율성이 성립된다.

3) Shanken에 의한 效率性 檢證의 實證的 研究結果

(1) 全期間의 效率性 檢證

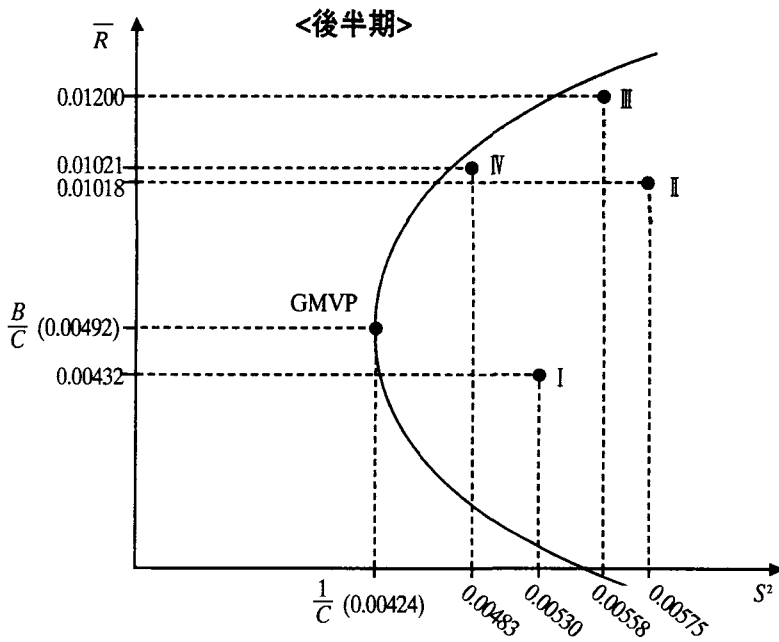
效率性檢證을 위하여 먼저 제로베타수익률, $\hat{\alpha}$ 와 위험프리미엄을 식 (18a)와 식 (18b)를 이용하여 推定하였다. <표 7>은 이의 결과를 나타내고 있다. <표 7>에서 韓國綜合株價指數의 경우, $\hat{\alpha}$ 는 0.06445 이며 이의 위험프리미엄, $\hat{\beta}$ 은 -0.04741이다. 그리고 效率性 檢證을 위하여 먼저 식 (26)에 의한 R_{bLS} 도 구하였다. 그런데 R_{bLS} 을 구하기 위해서는 平均-分散프론티어상의 \bar{S}^2 을 구하여야 하는데 이는 식 (5)에 韓國綜合株價指數의 평균수익률, $\bar{R}_P=0.01704$ 를 대입하면 되므로 이 결과, $\bar{S}^2=0.00665$ 를 얻었다. 그러나 이 경우에 한국종합주가지수의 수익률의 분산, $\bar{S}^2=0.00502$ 로서 平均-分散프론티어의 外部에 위치하기 때문에

<표 6> 대용시장지수들의 제로베타수익률의 추정 및 검증통계량 (後半期)

	韓國綜合株價指數	韓經다우指數	同一加重指數1	同一加重指數2
F	-1	-1	-1	-1
G	-0.98449	0.21081	0.14124	0.03930
H	0.00957	0.00369	0.00403	0.00453
γ_{01}^*	-0.99412	-0.01624	-0.02433	-0.05047
γ_{02}^*	0.00962	0.22705	0.16558	0.08977
\bar{R}_p	0.00432	0.01018	0.01200	0.01021
$Q(\gamma_0^*)$ 값	1.10686	1.08167	1.05836	1.03809
χ^2 값	7.30996	5.65260	4.08387	2.69154

$A = 0.11284$ $B = 1.15973$ $C = 235.54789$
 B/C (GMVP의 수익률) = 0.00492 $1/C$ (GMVP의 분산) = 0.00424

* $\chi_{0.05}^2 = 16.92$. 표본수 = 72



[그림 5]

식 (26)의 계산이 불가능하여 따라서 效率性 檢證은 불가능하다.

따라서 이는 앞의 Kandel에서와 동일한 해석이 가능하다. 즉 한국종합주가지수의 평균 수익률이 GMVP의 수익률보다 아래에 위치하기 때문에 韓國綜合株價指數가 효율적 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 무의미하다는 것이다. 그리고 이 경우에는 단순히 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어상에 있는가에 대한 검증에 불과하지만 平均-分散프론티어의 外部에 위치하기 때문에 이 검증도 불가능하다는 것이다.

그런데 韓經다우指數도 GMVP의 수익률보다도 낮기 때문에 위의 경우와 마찬가지로 效率性 檢證은 할 수가 없는 것도 앞의 Kandel의 경우에 설명된 결과와 마찬가지로이다.

한편 同一加重指數1의 경우에는 <표 7>에서 보는 바와 같이 제로베타수익률, $\hat{\gamma}_0$ 는 0.01274이며 $\hat{\gamma}_1$ 은 0.01330이다. 그리고 $\overline{S^2}$ 은 $\overline{R_P}=0.02604$ 를 식 (5)에 대입한 결과, $\overline{S^2}=0.00487$ 을 얻었다. 따라서 이 경우에 韓國綜合株價指數의 收益率의 分散, $S^2=0.00518$ 이므로 R_{GLS} 의 값은 식 (26)으로부터 40.93%를 얻는다. 그리고 Q^A 값은 앞의 식 (28)에 의해 1.33659가 추정되었으며 따라서 식 (29)로부터 F 값이 0.11550으로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 대용시장지수가 평균-분산프론티어상에서 효율적이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 된다. 그리고 이러한 결과는 同一加重指數 2에도 마찬가지로의 해석이 가능하다.

한편 앞절의 Kandel에 의한 제로베타收益率과 Shanken에 의한 제로베타收益率을 비교한 결과, 代用市場指數가 平均-分散프론티어상의 外部에 위치하고 있는 경우를 제외하고는 항상 $\overline{R_P} > \frac{B}{C}$ 이면 $\gamma^* < \hat{\gamma}_0$, 그리고 $\overline{R_P} < \frac{B}{C}$ 이면 $\gamma^* > \hat{\gamma}_0$ 의 관계가 성립하였다. 즉, <표 7>에서 보는 바와같이 全期間의 同一加重指數1의 경우, Shanken에 의한 제로베타수익률, $\hat{\gamma}_0=0.01274$ 이나 Kandel에 의한 제로베타수익률은 <표 4>에서 $\gamma^*=0.01234$ 이다. 따라서 $\overline{R_P} > \frac{B}{C}$ 경우에 $\gamma^* < \hat{\gamma}_0$ 의 관계가 성립됨을 알 수 있으며 이러한 관계는 下位期間別 分析에서도 마찬가지로의 결과를 얻었다.

(2) 前半期の 效率性 檢證

<표 8>에서 韓國綜合株價指數의 경우, $\hat{\gamma}_0$ 는 0.04045이며 $\hat{\gamma}_1$ 은 -0.01070이다. 그리고 효율성 검증을 위하여 R_{GLS} 도 구하였다. 그러나 이 경우에 산출된 R^2_{GLS} 은 平均-分散프론티어의 内部에 위치하기 때문에 식 (26)의 계산이 가능한 점이 앞의 全期間의 경우와 다르다. 그러나 이 경우에도 한국종합주가지수의 수익률이 GMVP의 수익률보다 낮기 때문에 代用市

<표 7> 대용시장지수들의 제로베타수익률의 추정 및 검증통계량 (全期間)

	韓國綜合株價指數	韓經다우指數	同一加重指數1	同一加重指數2
β	0.06445	0.05120	0.01274	0.01892
$\hat{\beta}$	-0.04741	-0.03320	0.01330	0.00505
\overline{R}_P	0.01704	0.01800	0.02604	0.02397
R_{GLS}	-	-	40.93%	4.82%
Q^A	-	-	1.33659	2.26500
F 값	-	-	0.11550	0.19151

* $F_{11,133,0.05} = 1.87$, 표본수 = 144

場指數가 효율적 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 사실상 무의미하며 따라서 이 경우의 효율성 검증은 단순히 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어상에 있는가에 대한 검증에 불과하며 이는 앞의 Kandel의 경우와 동일하다. <표 8>에서 F 값이 0.38280으로서 5%의 有意水準에서 非有意的이다. 따라서 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어상에 있다는 歸無假說은 棄却하지 못한다.

그런데 韓經다우指數도 GMVP의 수익률보다도 낮기 때문에 위의 경우와 마찬가지로이다. <표 8>에서 F 값이 0.18974으로서 5%의 有意水準에서 非有意的이다. 따라서 韓經다우指數가 平均-分散프론티어상에 있다는 귀무가설은 기각하지 못한다.

한편 同一加重指數1의 경우에는 <표 8>에서 β 는 0.02060이며 $\hat{\beta}$ 는 0.01949이다. 그리고 R_{GLS} 의 값은 31.95%가 되며 식 (29)로부터 F 값이 0.26801으로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 代用市場指數가 效率的 프론티어상에서 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 된다. 그리고 이러한 결과는 同一加重指數2에도 마찬가지로의 해석이 가능하다.

(3) 後半期の 效率性檢證

<표 9>에서 韓國綜合株價指數의 경우, β 는 0.00734 이며 $\hat{\beta}$ 는 -0.00302이다. 그리고 R_{GLS} 을 구한 결과 3.22%이다. 그러나 이 경우에도 한국종합주가지수의 收益率이 GMVP의 수익률보다 낮기 때문에 代用市場指數가 효율적 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 무의미하다. 따라서 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어상에 있는가에 대한 검증은 <표 9>에서 보는바와 같이 값이 0.59834로서 5%의 유의수준에서 비유의적이다. 따라서 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어상에 있다는 歸無假說은 棄却하지 못한다.

그러나 韓經다우指數는 GMVP의 수익률보다도 높기 때문에 대용시장지수가 효율적 프

<표 8> 대용시장지수들의 제로베타수익률의 추정 및 검증통계량 (前半期)

	韓國綜合株價指數	韓經다우指數	同一加重指數1	同一加重指數2
$\hat{\beta}_0$	0.04045	0.04993	0.02060	0.02437
$\hat{\beta}_1$	-0.01070	-0.02420	0.01949	0.01335
\overline{R}_P	0.02975	0.02573	0.04009	0.03772
R^2_{OLS}	9.35%	49.32%	31.95%	17.12%
Q^A	4.90114	2.42930	3.43134	4.33621
F 값	0.38280	0.18974	0.26801	0.33868

* $F_{1,61,0.05} = 1.95$, 표본수 = 72

론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 할 수가 있다. <표 9>에서 보는바와 같이 F 값이 0.45974로서 5%의 有意水準에서 非有意的이다. 따라서 韓經다우指數가 효율적 프론티어상에 있다는 귀무가설은 기각하지 못한다.

한편 同一加重指數1의 경우에는 <표 9>에서 보는 바와 같이 $\hat{\beta}_0$ 는 -0.01753이며 $\hat{\beta}_1$ 는 0.02953이다. R^2_{OLS} 의 값은 34.93%가 된다. 그리고 식 (29)로부터 F 값이 0.33672로서 5%의 有意水準에서 非有意的이므로 대용시장지수가 效率的 프론티어상에서 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못하게 된다. 그리고 이러한 결과는 同一加重指數2에도 마찬가지로 해석이 가능하다.

4) 綜合的 分析

韓國綜合株價指數는 全期間과 下位期間別의 모든 분석에서도 GMVP의 수익률보다 낮기 때문에 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 무의미하였다. 그런데 全期間의 경우에는 한국종합주가지수의 평균수익률과 분산의 좌표는 平均-分散프론티어상의 外部에 위치하고 있었기 때문에 이의 효율성 검증은 불가능하였으나 하위기간별분석에서는 韓國綜合株價指數가 평균-분산프론티어의 내부에 위치하여 이에 대한 효율성 검증은 가능하였다. 검증 결과, 한국종합주가지수가 平均-分散프론티어상의 效率的이라는 歸無假說은 棄却하지 못하였다.

韓經다우指數도 全期間의 경우에 GMVP의 수익률보다도 낮기 때문에 위의 경우와 마찬가지로 代用市場指數가 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 할 수가 없었다. 그런데 全期間의 경우에는 平均-分散프론티어의 外部에 위치하기 때문에 韓經다우指數가 평균-분산프론티어상에 있는가에 대한 檢證도 불가능하였으나 前半期의 경우에는

〈표 9〉 대응시장지수들의 제로베타수익률의 추정 및 검증통계량(後半期)

	韓國綜合株價指數	韓經다우指數	同一加重指數1	同一加重指數2
$\hat{\beta}_0$	0.00734	-0.01021	-0.01753	-0.03362
$\hat{\beta}_1$	-0.00302	0.02049	0.02953	0.04384
\overline{R}_P	0.00432	0.01018	0.01200	0.01021
R_{GLS}^2	3.22%	18.11%	34.93%	44.85%
Q^A	7.66074	5.88623	4.31106	3.04267
$F_{값}$	0.59834	0.45974	0.33672	0.23765

* $F_{1\%} = 1.95$, 표본수 = 72

한경다우지수가 평균-분산프론티어의 内部에 위치하여 이에 대한 效率性 檢證은 가능하였다. 검증 결과, 한경다우지수가 평균-분산프론티어상의 效率的이라는 歸無假說은 棄却하지 못하였다. 그리고 後半期의 경우에는 韓經다우指數가 GMVP의 수익률보다 커 代用市場指數가 效率的 프론티어상에서 효율적이라는 歸無假說은 棄却하지 못하였다. 그러나 이 경우에도 한경다우지수의 R_{GLS}^2 은 <표 9>에서 보는 바와같이 다른 2개의 同一加重指數보다 $F_{값}$ 이 커 說明力이 낮았다. 그리고 <표 2>에서 보는 바와같이 平均收益率과 分散을 통한 效率性을 비교해도 한경다우지수는 2개의 동일가중지수에 支配당하고 있다.

그리고 同一加重指數1과 同一加重指數2의 경우에는 全期間의 경우어나 下位期間別分析에서 모두 GMVP의 수익률보다 높기 때문에 代用市場指數가 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 가능하였다. 검증 결과, 2개의 同一加重指數가 효율적 프론티어상에서 효율적이라는 귀무가설은 棄却하지 못하였다.

한편 Shanken에 의한 實證的 연구결과에서 보는바와 같이 韓國綜合株價指數나 韓經다우指數의 위험프리미엄, $\hat{\beta}_0$ 은 全期間의 분석에서나 下位期間別分析(後半期의 한경다우지수제외)에서 모두 陰으로서 CAPM의 이론적 타당성이 결여되어 있다. 그러나 同一加重指數들은 모든 분석기간에서 符號가 陽으로서 CAPM의 적용가능성에 대한 妥當性을 가지고 있다.

V. 結 論

本 研究는 韓國證券市場에서 무위험자산이 존재하지 않을 경우에 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證을 多變量의 檢證方法에 의해 실시하고자 하였다. 검증을 위하여는 먼저 韓國

證券市場에서의 제로베타수익률을 推定하고자 하였으며 이는 Kandel(1984)과 Shanken(1985)의 연구에 기초하여 推定하는 방법을 제시하였다. 그리고 Kandel(1984, 1986)과 Shanken(1985,1986)의 論文에의거 代用市場포트폴리오의 效率性的의 檢證을 위한 統計量을 유도하였다. 효율성 검증에 채택된 대용시장포트폴리오들은 韓國綜合株價指數, 韓經다우指數와 2개의 同一加重指數이었다.

實證的 研究結果, 韓國綜合株價指數와 韓經다우指數는 全期間과 下位期間別의 모든 분석(後半期의 韓經다우지수제외)에서도 GMVP의 수익률보다 낮기 때문에 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 무의미하였다. 그러나 代用市場指數가 平均-分散 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證은 가능하였으며 검증 결과, 이 두 지수가 平均-分散 프론티어상의 效率的이라는 歸無假說은 棄却하지 못하였다. 그러나 後半期의 韓經다우지수의 수익률은 GMVP의 수익률보다 커 대용시장지수가 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 檢證은 가능하였다. 검증결과, 대용시장지수가 效率的 프론티어상에 효율적이라는 歸無假說은 棄却하지 못하였지만 이와 비교되는 2개의 동일가중지수에 平均-分散基準하에서 지배당하였다. 그리고 同一加重指數1과 同一加重指數2들은 全期間의 경우에나 下位期間別分析에서 모두 GMVP의 수익률보다 높기 때문에 代用市場指數가 效率的 프론티어상에 있는가에 대한 效率性 檢證을 시행한 결과, 2개의 同一加重指數가 효율적 프론티어상에서 效率的이라는 歸無假說은 棄却하지 못하였다.

결론적으로 本 研究는 韓國綜合株價指數와 韓經다우指數는 비효율적이기 때문에 代用株價指數의 사용에는 문제점이 있어 同一加重指數의 선택을 주장한 黃善雄-李逸均(1991)의 연구를 뒷받침하고 있다. 韓國綜合株價指數를 實證研究에 代用市場指數로 사용하는 것은 연구결론이 오도될 위험이 있음을 지적한 金權重-黃善雄-金鎮宣(1994)의 주장은 매우 타당성이 있는 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- 鞠燦杓·具本烈(1994), 現代財務論, 比峰出版社.
- 具本烈(1995), “代用市場포트폴리오의 效率性 檢證에 관한 研究,” 産業과 經營, 忠北大 産業經營 研究所, 第8卷 第1號, 59-77.
- 金權重·黃善雄·金鎮宣(1994), “指數收益率의 選擇과 超過收益率 推定值의 偏倚.” 證券學會誌, 16, 467-511.
- 黃善雄·李逸均(1991), “資本資產포트폴리오의 效率性에 대한 多變量檢證,” 證券學會誌, 13, 357-401.
- Dielman, T.E.(1989), *Pooled Cross-Sectional and Time Series Analysis*, Marcel Dekker, Inc., New York.
- Gibbons, M.R.(1982), “Multivariate Tests of Financial Model: A New Approach,” *Journal of Financial Economics*, 10, 3-27.
- Gibbons, M.R., S.A.Ross, and J.Shanken(1989), “A Test of the Efficiency of a Given Portfolio,” *Econometrica*, 57, September, 1121-1152.
- Huang, Chi-fu, and R.H.Litzenberger(1988), *Foundations for Financial Economics*, Chap.10, North-Holland.
- Jobson, J.D., and B. Korkie(1982), “Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency,” *Journal of Financial Economics*, 10, 433-466.
- Jobson, J.D., and B. Korkie(1984), “On the Jensen Measure and Marginal Improvement in Portfolio Performance: A Note,” *Journal of Finance*, 39, 245-251.
- Jobson, J.D., and B. Korkie(1989), “A Performance Interpretation of Multivariate Tests of Asset Intersection, Spanning, and Mean-Variance Efficiency” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24, No. 2, 185-204.
- Johnson, R.A., and D.W.Wichern(1988), *Applied Multivariate Analysis*, Prentice Hall, Inc.
- Kandel, S.(1984), “The Likelihood Ratio Test Statistic of Mean-Variance Efficiency without a Riskless Asset,” *Journal of Financial Economics*, 13, 575-592.
- Kandel, S.(1986), “The Geometry of the Maximum Likelihood Estimator of the Zero-Beta Return,” *Journal of Finance*, 41, 339-346.
- Kandel, S. and R.F.Stambaugh(1995), “Portfolio Efficiency and the Cross-Section of Expected Returns,” *Journal of Finance*, 50, 157-184.

- Morrison, R.(1976), *Multivariate Statistical Method*, Second Edition, McGraw-Hill, New York.
- Roll, R.(1985), "A Note on the Geometry of Shanken's CSR T2 Test for Mean/Variacy Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 14, 349-357.
- Roll, R.(1977), "A Critique of the Asset Pricing Theory's Test, Part I," *Journal of Financial Economics*, 4, 129-176.
- Ross, S.A.(1980), "A Test of Efficiency of a Given Portfolio," *Prepared for the World Econometrics Meetings, Aix-en-Provence*.
- Shanken, J.(1986), "Testing Portfolio Efficiency when the Zero-Beta Rate is Unknown," *Journal of Finance*, 41, 269-276.
- Shanken, J.(1985), "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM," *Journal of Financial Economics*, 14, 327-348.
- Zhou, G.(1991), "Small Sample Tests of Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 30, 165-191.