

고속 대차 운동 해석 기술현황



임진수(아주대학교 기계공학과)

- '73. 2 서울대학교 기계공학과(학사)
- '75. 8 한국과학기술원 기계공학과(석사)
- '79. 5 (불) 낭트 기계공과대학(박사)
- '79. 5-현재 아주대학교 기계공학과 교수

1. 일반 사항

일반적으로 객차는 최상부에서부터 차체 - 2차 현가장치 - 대차 프레임 - 일차 현가장치 - 차축 - 궤도의 형태로 구성되어 있으며, 위 경로 또는 그 역방향으로 하중, 견인 및 제동력, 진동들이 전달된다. 이러한 기본적인 골격은 100여년 전부터 변함없이 사용되고 있어, 철차의 지지, 안내, 견인, 제동, 진동절연, 신호 및 에너지 전달 등 대부분의 필수적인 기능들은 차축과 이를 둘러싸고 있는 대차에서 이루어진다. 새로운 개념의 자기부상식 열차의 실용화가 추진되고 있으나, 이에선 위 기능들을 수행할 새로운 장치와 관련 신기술들을 일거에 해결하여야 하니 빠른 시일 내에 바퀴식을 대체하기는 힘들 것으로 추정된다. 동일한 맥락에서 고속전철 관련 기술 개발의 기본 방향은 신기술의 창조보다는 현존하는 기술을 고속 주행이라는 환경에 맞도록 개량하는 방향으로 진행되고 있다. 이에따라 기 입증된 기존의 설계 개념, 시험 및 제작 방법 등이 큰 변화없이 적용되고 있어, 시작 차량 이후 비교적 단기간의 시험 만으로도 상업운행에 착수하는 것이 가능하기도 하였다.

고속 주행시 안전성, 승차감, 궤도 변형, 차륜 및 레일의 파손 등에 관련되어 철차의 운동은 더욱 심각한 문제로 대두된다. 이러한 철차의 운동은 그 발생 양상, 문제점의 종류, 적용 이론의 성격, 해석의 편의성 등에 따라 그림 1과 같이 분류된다. 실제로는 이들 운동은 동시에 발생되고 상호 영향을 미칠 수 있다. 그러나 대부분의 경우 이들 사이의 관련성이 비교적 적거나 또는 이를 의도적으로 무시하고서, 각 운동을 분

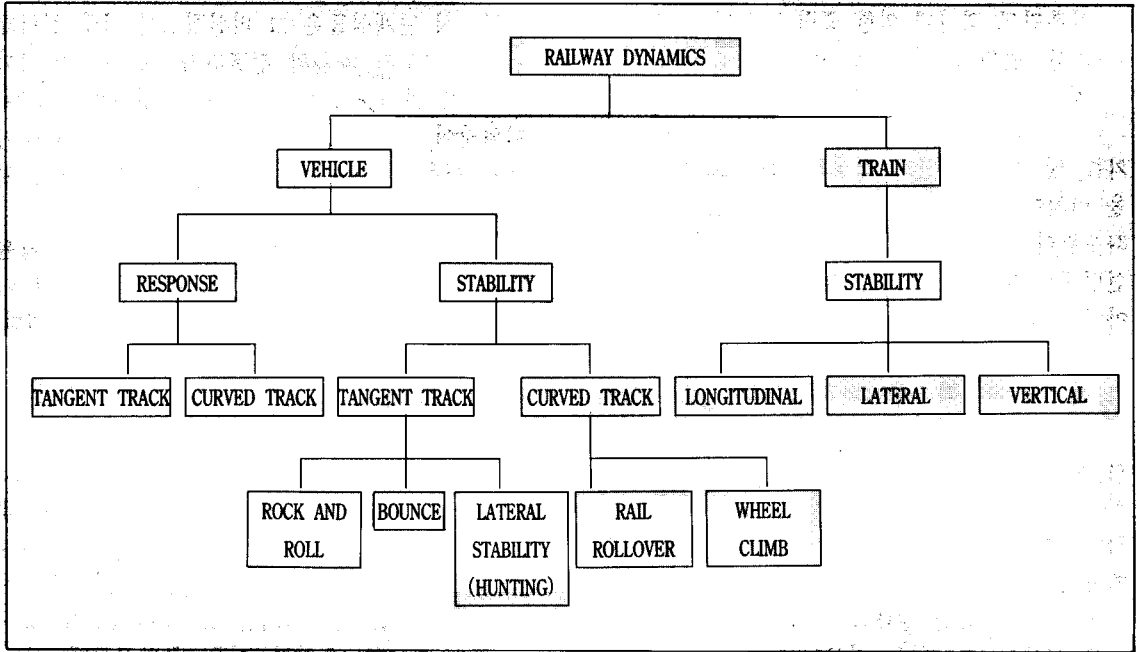


그림 1. 철차의 운동 분류

리하여 검토한다. 철도차량의 동역학 문제와 관련하여 실험 또는 시험을 수행하고자 할 때, 그 규모가 크고 적절한 실험 환경 조건을 조성하는데에는 많은 어려움이 뒤따른다. 반면 철차의 동적 거동은 차륜/레일 간의 상호 작용에 의하여 크게 좌우되나 이 현상이 아주 복잡하여 그 이론적 예측에는 한계가 있다. 이러한 이유들에 의하여 철차의 동역학은 여타 분야에 비하여 그 발전속도가 빠르지 못하였다. 그러나 근년에 들어서 이론 해석 결과를 실험치와 비교하고 또 이를 보정하는 등의 연구 노력 결과, 철차 동적 거동의 많은 부분을 이해하게 되었다. 또 이를 근간으로 하여 성능이 향상된 철차를 설계하고 이를 운영할 수도 있게 되었다.

2. 차륜/레일 상호작용

철차를 지지하고, 견인 또는 제동하며, 또 이를 안내하는 기능들은 모두 차륜/레일 간의 아주 좁은 접촉면 내에서 수행된다. 이에 따라 철차 동역학 문제를 해석하는 데에는 차륜/레일 간의 상호 작용을 규명하는 것이 필수적이다. 그러

나 이 상호작용을 이론적으로나 실험적으로 규명하기는 아주 힘들다. 이는 주로 아래와 같은 특성에 기인한다.

- 접촉면 내에서 탄성 및 소성 변형이 동시에 발생된다.
- 접촉면의 표면 상태가 다양하다.
- 이 부위의 응력의 시간 및 공간에 따른 변화율이 극심하다.
- 차륜/레일 단면의 형상이 복잡하다.
- 크리이프 힘의 거동이 복잡하다.

차륜/레일 사이의 상호 작용은 이들 사이의 운동학적 관계인 접촉 기하학과, 상대운동에 의한 상호 작용력으로 구분하여 고찰할 수 있다. 먼저 차륜 레일의 접촉 기하학은 아래 4가지 과정을 통하여 철차 운동에 영향을 미친다.

- 차축의 횡변위, 롤(roll)변위 및 요오(yaw)변위 사이의 기하학적 구속조건
- 차륜 변위에 따른 좌우측 차륜의 굴림반경 차이

- 접촉면의 경사에 의한 중력 탄성의 효과
- 차륜 변위에 따른 접촉력의 차축에 고정된 좌표계 성분의 변화

차륜 및 레일 단면의 형상은 이들 모두에 영향을 미치며, 이는 궁극적으로 철차의 운동 특성을 좌우한다. 새 차륜의 단면은 원추를 잘라낸 직선형태로 되어 있다. 새 차륜에서 그 변위가 작아서 접촉은 이 직선구간 내에서만 발생된다면 차륜/레일의 기하학적 관계식들은 선형이 되어, 그 해석도 비교적 용이하다. 그러나 새 차륜에서는 그 접촉이 아주 좁은 면에서만 발생되니 이 부분은 급속이 마모되어 이의 단면은 복잡한 곡선이 되고, 이후부터 단면의 형상은 크게 변하지 않는다 [9]. 또한 마모된 차륜의 형상은 새 차륜의 형상과는 별 관련성이 없으며, 작업 조건 등에 따라 다양한 형태를 취하기 때문에 대표적으로 사용될 수 있는 마모된 차륜 형상을 취한다는 것도 불가능한 것으로 인식되고 있다. 이렇게 마모된 차륜에서는 위 기하학적인 관계는 비선형이 되고 철차의 동역학적인 특성도 크게 달라진다 [9,18,19]. 한편 마모된 차륜일지라도 그 변위가 충분히 작을 때에는 차륜과 레일의 단면을 원호로 근사화 할 수 있어, 위 관계는 부분적으로는 선형식으로 표시되기도 한다[10]. 그러나 차륜의 변위가 커지면 마모된 차륜의

기하학적 관계식들은 그 비선형도가 아주 심하게 된다. 더우기 차륜의 횡변위가 플랜지 간격까지 되면 차륜/레일은 두 점에서 접촉하게 된다. 이와같이 차륜이 마모됨에 따라 철차 동특성이 크게 변한다는 사실은 철차 설계자에게 많은 어려움을 주고있다.

레일과 차륜의 단면이 곡선이 됨에 따라 차륜의 횡방향 변위가 있으면 접촉면이 수평면과 이루는 각도는 좌우측 차륜에서 서로 달라진다. 이 때 차량의 자중을 지지하는 접촉면에서의 반력 중 지면방향 성분은 좌우측이 서로 상쇄되지 않고 차륜 횡변위의 반대방향 성분이 나타나게 된다. 이 효과를 중력 탄성(gravitational stiffness)이라 한다. 마찬가지로 차륜의 요오 각변위에 대해서도 요오 중력탄성 (yaw gravitational stiffness) 효과가 발생된다. 횡방향 중력 탄성은 철차의 운동을 안정시키는 효과가 있으며, 요오 중력탄성효과는 오히려 이를 불안정하게 한다. 차륜 단면 형상은 요오 중력 탄성에는 큰 영향을 미치지 않으나 횡방향 중력 탄성에 미치는 영향은 크다. 또 중력 탄성 크기는 차축 하중에 비례하므로 축 하중이 큰 화차에서는 이 효과가 현가장치의 효과보다 더 중요할 수도 있다.

크리이프 힘 (creep force) 이란 차륜/레일의 접촉력중 접촉면내의 성분이며, 이는 접촉면에서의 크리이프저의 함수이다 (그림 2). 크리이프

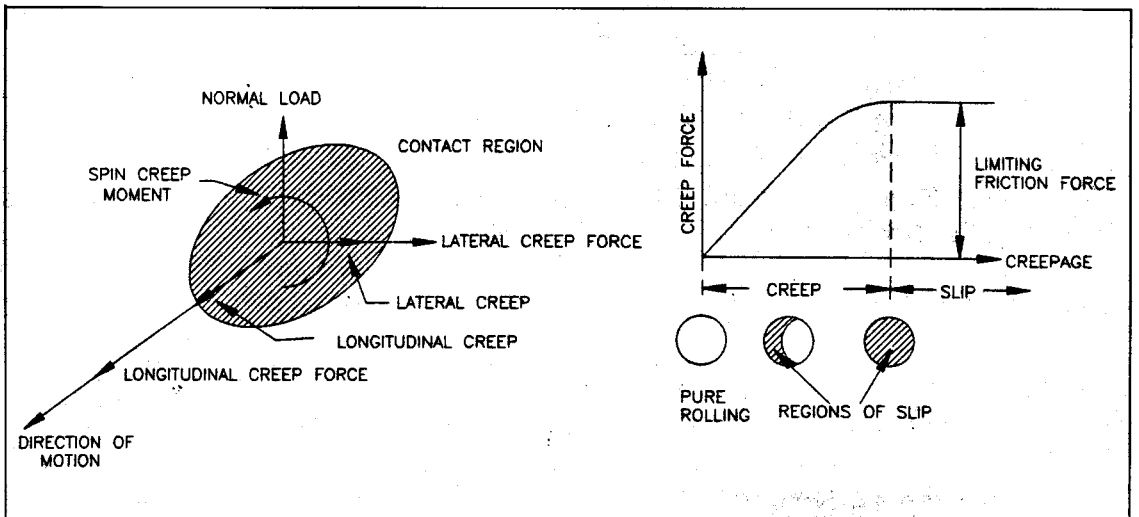


그림 2. 크리이프 현상

(creep) 란 차륜/레일 두 접촉면 사이의 상대속도를 의미하며, 이를 차륜의 주행방향 이동속도로 나누어준 값을 크리이프지 (creepage)라 한다. 레일과 차륜이 모두 강체라면 크리이프는 미끄럼(slip)에 의한 것 뿐이며, 이 경우 크리이프 힘은 쿨롬 마찰력이 된다. 레일과 차륜 모두가 변형체이면 접촉면의 일부에서는 미끄럼이, 나머지 부분에서는 변형을 변화율 (strain rate)의 차이가 총체적으로는 크리이프지로 나타나게 된다. 그림 3 에서와 같이 차축의 횡방향 변위가 발생되면 좌우측 차륜의 굴림반경이 달라지니 각 차륜에는 방향이 서로 반대인 길이방향 크리이프가 발생된다. 마찬가지로 그림 4 에 표시된 것과 같이 차륜의 요오 변위에 의해서 횡방향 크리이프가 발생된다. 또 차륜의 회전 벡터중 접촉면에 수직한 성분은 스핀 크리이프를 발생시킨다. 이러한 크리이프지가 발생하는 각 접촉점에서의 쿨롬 마찰력 또는 접선응력의 합이 크리이프 힘이 된다. 크리이프지에서 크리이프 힘을 계산하는 대략적인 과정은 아래와 같다.

- 수직하중 -> Hertz의 접촉이론에 의한 수직 응력 분포 σ_n
- 크리이프지 -> 접촉면에서의 접촉 변형률
-> 접선응력 σ_t
- > $\sigma_t < \mu\sigma_n$: 크리이프 영역, $\sigma_t = \mu\sigma_n$: 미끄럼 영역, $\sigma_t > \mu\sigma_n$: σ_t 수정
- > $\int \sigma_t dA =$ 크리이프 힘.

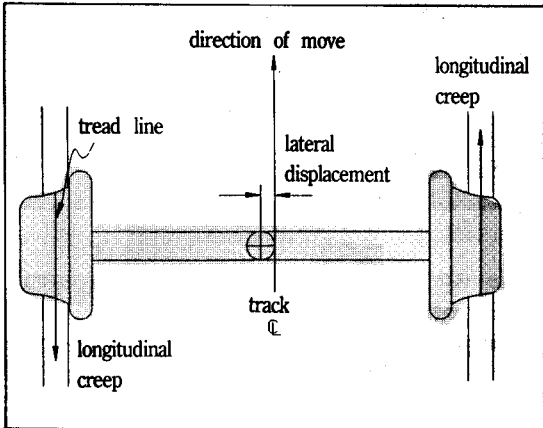


그림 3. 차축 횡변위에 의한 크리이프

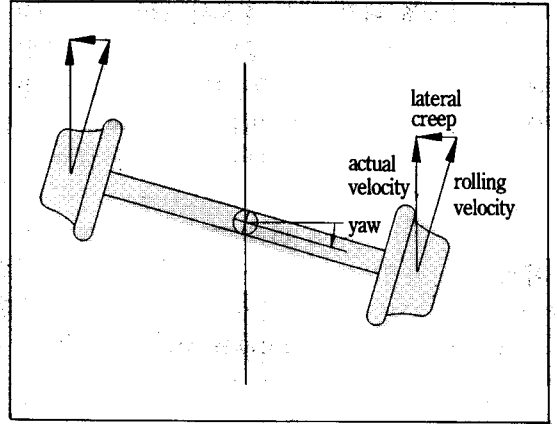


그림 4. 차축 요오 변위에 의한 크리이프

Johnson 등 [11,12]이 크리이프지와 크리이프 힘 사이의 비선형 관계식을 유도하였으나 이에선 스핀 크리이프는 감안되지 않았다. 그러나 비선형의 효과는 변위가 클때에 나타나며 이 경우에는 차륜의 플랜지 근처에서 접촉이 발생되니 이 때에는 오히려 스핀 크리이프의 영향이 커진다. Kalker는 스핀 크리이프까지를 고려하여 "exact solution" 및 "simplified solution" [13] 이라 불리는 종류의 크리이프 관계식을 유도하였다. "simplified solution"에서는 접촉면에서의 수직응력 분포와 접선방향 응력-변형률 사이의 관계를 단순화시킴으로서 전자에 비해 그 계산량이 1/100 정도로 줄었다. 한편 접촉면에서 국부적인 미끄럼이 발생되지 않을 경우 크리이프지-크리이프힘 사이의 관계는 선형이 된다. 이는 "linearized solution" [7,13] 이라 불리우며, 철차 선형 해석에 많이 사용되고 있다. 반면 크리이프지가 커지면 접촉 일부에서는 미끄럼이 발생되어 이들 관계는 그림 2와 같은 비선형이 된다. 크리이프지-크리이프 힘 관계식은 Hertz [14]의 접촉이론에 근거를 두고 있으며, 이는 두 접촉하는 물체의 곡률반경, 이들 사이의 수직하중, 재료의 탄성의 함수로 주어진다. 실험실 환경 하에서는 Kalker의 크리이프 이론은 실험치와 잘 일치한다. 그러나 실제 조건 하에서는 차륜 및 레일 표면의 오탁에 의하여 그 관계는 매끈한 표면으로 가정한 Kalker의 이론과는 많은 차이가 있음이 확인되었으며, 실제 조건하에서의 해석은 Kalker

이론의 100% 내지 50% 정도의 값을 사용하고 있다 [15,16,17]. 그러나 실제 조건은 아주 다양 하니 정확하게 수식화된 크리이프 관계식을 사용 한다는 것은 불가능하며, 이는 철차 동역학 해석 의 신뢰성을 저해하는 요인중의 하나가 되고 있다.

차축의 각종 변위에 따라 크리이프지 및 크리 이프 힘이 발생하는 과정은 아래와 같다.

- 차축 횡변위 -> 길이방향 크리이프지
- > 요오 크리이프 모우먼트
- 차축 요오변위 -> 횡방향 크리이프지
- > 횡방향 크리이프 힘
- 플랜지 접촉 -> 스피ن 크리이프지
- > 스피ن 크리이프 모우먼트
- 궤도 불규칙성 -> 각종 크리이프지
- > 각종 크리이프 힘

차륜에 작용하는 크리이프 힘과 이에 수반되는 크리이프 속도는 차륜에 대해서 일을 하게 된다. 즉 철차의 주행에너지 중 일부가 크리이프 메카 니즘을 통하여 철차의 진동 에너지로 변환된다. 철차의 주행 속도가 임계속도 이상이 되면 크리 이프를 통하여 전달되는 에너지가 차체 내에서 소실되는 에너지를 초과하게 되고, 이에 따라 헌팅(hunting) 이라고도 불리는 불안정한 철차의 운동이 발생된다.

3. 헌팅 현상

특정한 주행속도 범위에서 철차의 횡진동이 심하게 나타나는 현상은 오래전부터 철차 엔지니어들에 의해서 관측되어져 왔으며, 철차 업계 에서는 이를 발생하는 주행 속도에 따라 1차 헌팅과 2차 헌팅이라 칭하여왔다. 또 비교적 저속 에서 발생하는 1-2 Hz의 1차 헌팅 (또는 차체 헌팅) 에서는 차체의 횡방향 진동이 심하게 발생 되고 고속에서 발생하는 2차 헌팅 (또는 대차 헌팅) 시 대차의 요오 진동이 심하게 발생하는 것 이 관측되어 왔었다.

차륜의 단면은 경사져 있으니 횡 변위에 따라

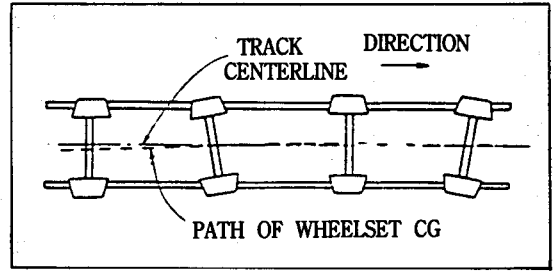


그림 5. 차축의 기구학적 모드

좌우측 차륜의 굴림 반경이 달라지며, 그 비례 상수를 유효 단면 경사도라 한다. 차륜 단면이 직선이면 단면 경사도가 바로 유효 경사도가 되 며, 차륜이 마모됨에 따라 유효 경사도는 증가하 여 차륜과 레일의 곡율이 같아지면 이는 무한대 가 된다. 단일 차축에 아무런 외력이 작용하지 않더라도 그 유효 단면 경사도에 의하여 차축은 그림 5와 같은 정현파 운동을 하게 된다. 이 때 의 운동 주파수를 기구학적 주파수 (kinematic frequency)라 하며, 이 주파수는 주행 속도에 비 례하고 유효 단면 경사도의 제곱근에 반비례한 다. 동역학적인 관점에서 본다면 이러한 차축은 임계 안정한 상태에 있으며, 차축 관성의 영향까 지 고려하면 차축은 불안정한 상태가 된다. 반 면 차축에 직간접적으로 장착된 1차 및 2차 현 가장치와 대차 및 차체의 관성에 따라 전체 계 는 안정 또는 불안정한 상태가 된다. 예전의 엔 지니어들은 헌팅을 차축의 기구학적 주파수에 의 한 공진 현상으로 이해하여 왔다. 즉 그림 6에

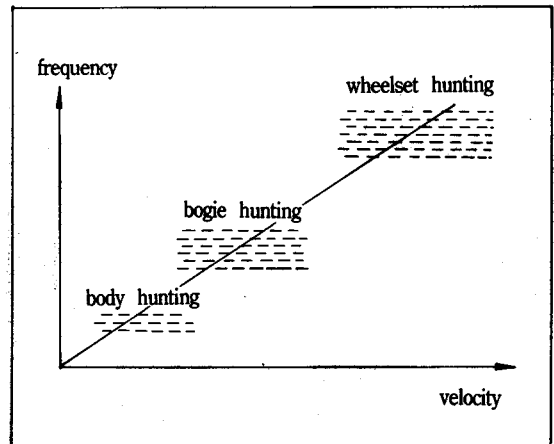


그림 6. 기구학적 주파수와 헌팅

표시된 바와 같이 주행 속도에 비례하여 증가하는 기구학적인 주파수가 차체 진동 고유진동수와 일치하게 되면 1차 현팅, 더 이상의 고속에서는 대차 진동 고유진동수와 일치하게 되어 2차 현팅이 발생되는 것으로 이해하였다. 실제로도 1차 현팅은 이러한 공진 현상이어서 차체의 횡방향 운동을 적절히 감쇠시켜주면 이는 발생되지 않는다. 반면 2차 현팅에서는 대차의 운동과 더불어 차축의 변위도 심하게 되니 가진력에 해당하는 크리이프 힘도 변위에 따라 그 크기가 증가한다. 즉 2차 현팅은 앞절에서 언급한 바와 같이 자력진동 (self excited vibration) 으로 이해하여야 한다. 그러나 이 공진 관점은 대차 현팅에 관련된 대차 설계의 기본 방향을 제시하여준다. 즉 대차를 경량화하고, 1차 및 2차 현가 장치의 탄성을 증가시키면 대차 고유진동수가 증가하고 이에 따라 임계 속도도 증가한다. 한편 차륜 단면 유효 경사도를 감소시키면 기구학적 주파수가 감소하여 임계속도는 증가된다. 또 차축의 요오 방향 운동을 감쇠시켜주면 2차 현팅 모드에서 소실되는 에너지가 증가되니 역시 임계속도가 증가한다. 그 외에도 대차의 축간 거리를 증가시키는 것도 안정성을 높이는 효과가 있다. 그러나 반면 현가장치의 탄성을 증가, 단면 경사도를 감소, 축간 거리 증가 방안들은 곡선궤도에 대한 대차의 적응성을 저하시키는 효과도 동시에 발생되어 커브 주행성능이 나빠진다. 2차 현팅은 단면 경사도가 있는 바퀴식 철차에서는 항상 발생되며, 마모, 승차감 저하, 소음 등의 문제가 뒤따르고 심한 경우 플랜지 접촉으로 인한 탈선의 위험성까지 제기된다. 고속 열차에서는 차륜 단면, 현가장치 특성, 대차 형상등의 설계를 조절하여 임계속도가 정상 주행속도 보다 높도록 해 주는 것만이 유일한 해결 방안이다. 또 1차 및 2차 현팅의 구분은 다분히 관례적인 구분이며 실제로는 이러한 구분이 애매하거나 또는 여러개의 비슷한 주파수의 현팅 모우드가 연성 (coupled) 되어 나타나기도 한다.

실제 고속대차 설계시에는 유효 경사도를 1/40, 축간 거리를 3m 이내로 하고있다. 또 차체의 굽힘 고유진동수는 9-10 Hz, 1/2 현가장치

사이 대차의 제 1 고유진동수는 1 Hz, 제 2 고유진동수는 5-7 Hz, 차체의 1차 요오 고유진동수는 0.8 내지 0.9 Hz, 횡방향과 피칭 제 1 및 2 고유진동수는 0.5-0.6 Hz 와 1.2-1.3 Hz 정도가 대표적인 값들이다. 어떠한 경우에도 이들 고유진동수들이 서로 겹치게 되면 안전성 또는 승차감이 저하된다. 또 1차 현가장치의 길이방향 탄성과 횡방향 탄성의 비를 최적화하여 임계속도를 증가시킬 수 있으나 차륜 단면 마모에 대한 감도가 낮도록 하는 문제가 뒤따른다. 또 차축과 대차의 질량과 관성 모우먼트를 감소시키면 안정성이 향상될 뿐아니라 차륜/레일간의 충돌에 의한 궤도의 파손도 줄어든다. 이러한 목적에서 가능하면 질량들을 차체 또는 대차 프레임에 스프링으로 부착하여 현가 상질량 (sprung mass) 이 되도록 하고 있다.

4. 운동해석

크리이프 힘은 철차의 수직진동에는 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 수직 진동은 일반 스프링-댐퍼-질량계의 운동과 동일한 범주에 속한다. 횡진동시 작용되는 크리이프 힘은 차축의 변위 및 속도의 함수로 주어지니 선형 모델에서는 이 효과를 강성 및 감쇠행렬 속에 포함시킬 수 있다. 철차의 주행 속도를 변화시켜가며 이 선형계의 고유치 중 그 실수부가 양인 것이 있는가를 검사하면 계의 임계속도가 계산된다. 궤도 형상의 불규칙성이 있다면, 이에 의해 차륜의 강제변위 또는 차륜에 작용하는 크리이프 힘이 계산되고, 이 역시 스프링-댐퍼-질량계의 강제진동 문제가 된다. 또 선형계에서는 궤도 불규칙성의 PSD를 사용하여 철차 응답의 PSD를 계산하는 것도 가능하다.

차륜/레일 간의 기하학적인 조건, 크리이프 관계식, 차량 현가장치의 특성 등에 기인하는 비선형 효과가 크면 비선형 해석 방법이 동원되어야 한다. 직접적인 방법으로는 시간영역에서의 수치적분을 통하여 수직력 변화, 비선형 접촉 기하학, 비선형 크리이프 힘등의 영향을 고찰할 수 있다.[23] 그러나 시간영역에서의 적분 결과는

그 양이 방대하고 차량의 성능 지수들과 직접적으로 관련되지 않는 단점이 있다. 반면 비선형식을 등가 선형화하는 방법을 사용하면 선형계 해석결과의 여러 유용한 형태-임계속도, 주파수 응답, 고유진동-들을 얻을 수 있다. 이에 Krylov와 Bogoliubov의 선형화 방법[24], 기술함수 (describing function)나 극한 사이클 (limit cycle)[22,25], 통계적 선형화 (statistical linearization)[26,27] 등이 있다. 위 선형화 해석방법들 중 Krylov와 Bogoliubov의 방법과 기술함수 방법은 임계속도 이상에서 불안정한 진동 형태만을 계산할 수 있으며 임계속도 이하에서의 거동 해석은 불가능한 단점이 있다. 더우기 Krylov와 Bogoliubov의 방법은 계의 자유도가 비교적 작을 경우에만 적용 가능하며 철차 전체의 해석 등에는 적용하기 힘들다. 반면 통계적 선형화 방법은 계 자유도의 제약이 없고, 위험속도 이상 또는 이하의 응답 계산이 가능하며, 주파수 응답 및 고유진동 등도 계산할 수 있으므로 철차 비선형 해석에 유용하게 사용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. 임 진수, 철차 운동의 이론해석 동향, 고속철도 심포지엄 논문집, 한국고속철도공단, 1993년 10월.
2. André Protefaix, L'interface roue-rail, Revue Générale des chemins de fer, Nov. 1976.
3. Law, E.H. and Cooperrider, N.K.: A Survey of Railway Vehicle Dynamics Research; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, June 1974.
4. Shladover, S.E.: Anthology of Rail Dynamic Research; FRA/ORD-82/37, June 1982.
5. Sankar, T.S. and Samaha, M.: Research in Rail Vehicle Dynamics-State of Art; Shock and Vibration Digest, February 1986.
6. Garg, V.K. and Dukkipati, R.V.: Dynamics of Railway Vehicle Systems; Academic Press, 1984.
7. Dukkipati, R.V. and Amyot, J.R.: Computer-Aided Simulation in Railway Dynamics; Marcel Dekker, 1988.
8. Ahlbeck, D.R. and Harrison, H.D.: Techniques for Measurement of Wheel-Rail Forces; Shock and Vibration Digest, October 1980.
9. Kumar, S., Adenwala, Y.S., and Rajkumar, B.R.: Experimental Investigation of Contact Stresses Between a U.S. Locomotive Wheel and Rail; Journal of Engineering for Industry, May 1983.
10. Wickens, A.H.: The Dynamic Stability of Railway Vehicle Wheelsets and Bogies Having Profiled Wheels; Int. Journal of Solid and Structures, 1965.
11. Johnson, K.L.: The Effect of a Tangential Contact Force upon the Rolling Motion of an Elastic Sphere on a Plane; Journal of Applied Mechanics, September 1958.
12. Vermeulen, J.P. and Johnson, K.L.: Contact of Nonspherical Elastic Bodies Transmitting Tangential Forces; Journal of Applied Mechanics, June 1964.
13. Goree, J.G. and Law, E.H.: Users' Manual for Kalker's Simplified Nonlinear Creep Theory; NTIS Publication 279-503, December 1977.
14. Johnson, K.L.: One Hundred Years of Hertz Contact; Proc. Instn. Mech. Engrs, 1982.
15. Logston, C.F. and Itami, G.S.: Locomotive Friction-Creep Studies; Journal of Engineering for Industry, August 1980.
16. Haque, I. and Law, E.H.: Steady State Techniques in Creep Force Estimation, Results from Full Scale Tests of the SOAC Vehicle on a Roller Rig; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, March 1989.
17. Wormley, D.N., Hedrick, J.K., and Nagurka, M.L.: Stability and Curving Performance of

- Conventional and Advanced Rail Transit Vehicles; UMTA-MA-06-0025-83-10, January 1984.
18. Fries, R.H. and Davila, C.G.: Wheel Wear Prediction for Tangent Track Running; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, December 1987.
 19. Tanifuji, K. and Sakuyama, T.: The Characteristics of Wheel Wear in Shinkansen Electric Cars and its Effects on the Running Vibration (In Case of Conical-Shaped Wheels with a Conicity of 1/40); JSME International, Series III, 1988, No.2.
 20. Wickens, A.H.: General Aspect of the Lateral Dynamics of Railway Vehicles; Journal of Engineering for Industry, August 1969.
 21. Burton, T.D.: Influence of Wheel/Rail Contact Geometry on Large Amplitude Wheelset Equations of Motion; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control September 1981.
 22. Hadden, J.A. and Law, E.H.: Effects of Truck Design on Hunting Stability of Railway Vehicles; Journal of Engineering for Industry, February 1977.
 23. Horak, D. and Wormley, D.N.: Nonlinear Stability and Tracking of Rail Passenger Trucks; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, September 1982.
 24. Law, E.H. and Brand, R.S.: Analysis of the Nonlinear Dynamics of a Railway Vehicle Wheelset; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, March 1973.
 25. Yokose, K., Igarashi, M., and Takayanagi, J.: Fundamental Study on Truck Hunting Considering Nonlinearity of Creep Force; Bulletin of JSME, February 1986.
 26. Hedrick, J.K. and Arslan, A.V.: Nonlinear Analysis of Rail Vehicle Forced Lateral Response and Stability; Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, September 1979.
 27. Hannebrink, N.K. et al: Influence of Axle load, Track Gage, and Wheel Profile on Rail Vehicle Hunting; J. of Engineering for Industry, Vol. 99, No.1, 1977.