

안정화기간을 고려한 최적생산량의 결정

Determination of the Economic Production Quantity
for a Manufacturing Process with Stabilization Period.

함주호, 김승한, 이건호

Juho Hahm, Seonghan Kim, Geonho Lee

Abstract

One of the typical assumptions of the studies to determine economic production quantity is that yield rate of a given manufacturing process is 100% or constant after setup. However, in the real world, there are many manufacturing processes of which yield rates are quite low just after setup and then increasing with time until they reach the target rates which are set strategically. This period is usually called "stabilization period". During the stabilization period, defectives are produced, which incur cost (defective cost). In this study, an optimal production quantity for this situation is presented. Also, it is shown that defective cost acts like setup cost and therefore, increases the economic production quantity.

1. 서론

생산공정에서 최적생산량을 결정하는 많은 모형들의 일반적인 가정들 중의 하나는 가동준비가 끝나고 생산이 개시되면 생산율은 전체 생산주기동안 일정하며 생산제품의 양품율은 생산율과 동일하다는 것이다.

그러나 철강이나 유리제품의 성형공정 등

의 경우에는 가동준비가 끝난 후에도 공정변수 등의 조정으로 인하여 생산개시 직후에는 양품율이 극히 저조한 경우가 많다. 이러한 공정의 경우에는 과거의 경험이나, 기업의 정책에 의하여 목표양품율을 결정하여 놓고, 양품율이 목표치에 도달할 때까지 공정변수를 조정하며 양품율을 개선하여 나가게 된다. 가동준비 이후부터 목표양품을 도달까지 걸리

* 서울대학교 산업공학과

는 이러한 시간은 대체적으로 “안정화기간”이라고 불리우며, 대개의 경우, 안정화기간 동안의 양품율은 점차적으로 증가하는 형태를 갖고 있다.

안정화기간이 상당히 긴 공정의 경우에는 비록 가동준비를 위한 직접비용이 미미한 경우라 할 지라도 생산현장에서는 생산단위를 크게 늘려잡는 - 따라서 좀더 오랜 기간동안 생산을 지속하려는 - 경향이 있다. 넓은 의미에서의 가동준비비용을 생산주기동안 소요되는 모든 고정비용이라고 정의할 때, 불량으로 인해 고정적으로 소요되는 불량처리비용 등은 가동준비비용의 증가요인으로 작용하며, 이는 생산현장에서의 경향을 부분적으로 정당화시켜 주는 역할을 하게 된다. 그러나 생산현장에서의 이러한 경향은 경험이나 직관적인 판단에 의한 것으로, 이에 대한 체계적이며 정량적인 분석이 필요하다.

따라서 본 연구에서는 초기불량율이 가동준비비용에 미치는 영향을 체계적, 정량적으로 분석하여 최적생산량을 결정한다.

가동준비비용이나 가동준비시간에 관하여는 그간 많은 연구가 진행되어 왔다. Porteus[7]가 가동준비비용의 감소가 총비용에 미치는 영향에 대하여 연구한 이래, Porteus[8], Billington[1], Zangwill[13],[14], Gerchack[4], Mekler[6] 등이 이에 대한 연구를 통하여 가동준비비용의 감소에 대한 타당성을 제시하여 왔다. 또한, Fine and Porteus[2]는 가동준비비용의 다단계 감소정책을 제시하였다.

Porteus[9]는 생산시간이 길어질수록 기계가 제어영역에서 벗어날 확률이 증가하며, 이 경우 불량률이 발생하게 되는 상황에서, 가동준비비용의 감소가 총비용 및 불량율에 미치

는 영향을 연구하였고, Trevino, Hurley and Friedrich[12]은 Porteus[9]의 연구를 확장하여 가동준비비용을 가동준비시간 및 기타 요소들의 함수로 보고, 재고유지비용, 재고고갈비용, 불량비용 등 제비용에 미치는 영향을 연구하였다.

Spence and Porteus[11]은 한 생산라인에서 다품종을 생산하며 가동준비비용이 가동준비시간에 비례하는 경우, 가동준비시간의 감소 효과에 대하여 연구하였으며, Hwang, Kim and Kim[5]은 이를 확장하여, Economic Lot Scheduling Problem(ELSP) 구조하에서 가동준비비용이 가동준비시간에 비례하지 않는 경우, 불량율이 결정변수인 경우 등에 대하여 연구하였다.

Gallego and Moon[3]는 가동준비를 external과 internal로 구분하고, internal 가동준비시간을 external화 함으로써 가동준비시간을 감소시키는 효과가 ELSP구조하에서의 총비용에 미치는 영향을 분석하였다.

현재까지 모든 연구들은 주로 가동준비비용 및 가동준비시간의 감소에 대한 투자와 효과에 대하여 진행되어 왔으며, 일부 연구가 불량율에 미치는 영향에 대하여 분석하고 있으나, 이 경우 불량률의 발생이 기계의 고장 등으로 인하여 생산개시후 일정한 양품율을 유지하다가 불량률이 발생하기 시작하는 상황을 다루고 있다. 또한, 가동준비시간이나 가동준비비용 자체에 대한 연구는 Trevino, Hurley and Friedrich[12], Gallego and Moon[3]에서 일부 거론되는 것을 제외하고는 거의 연구되어 있지 않다.

본 연구는 가동준비시간과 생산시간에 공통적으로 포함되는 안정화기간을 불량율과

연계하여 명시적으로 분석하여, 안정화기간이 가동준비비용에 미치는 영향, 궁극적으로는 최적생산량에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

2. 기본가정

본 연구의 가정은 다음과 같다.

- (1) 하나의 제품을 하나의 기계(또는 생산라인)에서 생산한다.
- (2) 단위 시간당 수요는 확정적이며 시간에 관계없이 일정하다.
- (3) 재고고갈을 허용하지 않는다.
- (4) 가동준비시간은 매우 짧으며, 따라서 무시할 수 있다.
- (5) 품질검사는 전수검사이며 불량품에 대해서는 재처리비용 또는 폐기비용이 부과된다.
- (6) 안정화기간중의 양품률함수는 시간에 따른 증가함수이며 확정적이다.
- (7) 목표양품률은 제조공정의 특성에 따라 정책적으로 주어지며 주어진 목표양품률에 도달할 때까지는 생산을 계속한다.

위의 (1)에서 (4)까지의 가정은 일반적인 EPQ모형의 가정들과 동일하며, 따라서 일반적으로 제한적이지 않다고 볼 수 있다.

나머지 (5)에서 (7)까지의 가정은 안정화기간내의 양품률과 관련한 가정들로, (5)번 가정은 제품의 생산과정에서 발생하는 불량품의 처리비용을 고려하겠다는 것을 의미한다.

(6)번 가정은 양품률함수에 관한 것으로, 안정화기간동안 제품의 양품률은 미세한 변

화를 제외하면 계속 증가하는 것이 일반적이다. 목표양품률에 도달하는 안정화기간은 주어진 양품률함수로부터 구할 수 있다.

목표양품률은 기업 및 제조공정의 특성에 따른 정책적인 결정사항으로 생각할 수 있으며, 따라서 생산비용면에서 최적이지 아니더라도 적어도 목표양품률에 도달하기 전에 생산을 중단할 수는 없다. 마지막 (7)번 가정은 이러한 상황을 나타낸 것이다.

3. 최적생산계획의 결정

일반적으로 생산에 필요한 비용은 가동준비비용, 생산비용, 불량품으로 인한 손실비용 및 재고유지비용 등을 고려할 수 있으나, 본 연구에서는 생산비용을 제외한 나머지 비용을 목적함수로 하는 최소화문제를 다루고자 한다.

$$TC(Q) = (\text{setup cost} + \text{loss cost} + \text{inv. holding cost})/T \\ = (K + \pi \cdot L_T + h \cdot I_T) / T$$

3.1 변수정의

D : 연간수요량

P : (양품률이 고려되지 않은) 연간 생산량

π : 불량품의 단위손실비용

h : (연간·제품단위당)재고유지비용

K : 가동준비비용

T : 생산주기

Q : T기간동안의 양품생산량

$\gamma(t)$: 양품률함수

G : 목표양품률

I_{max} : 생산종료시점의 재고량

- ρ : D/P
- ρ' : $D/(GP)$
- $I(t)$: t 시점에서의 재고량
- I_T : T 주기동안의 총재고량
- L_T : T 주기동안 발생한 불량품양
- $TC(Q)$: 총평균비용
- Q^* : 최적생산량

본 모형에서의 결정변수는 생산량 Q 이며, 주의할 것은 이는 생산주기 T 동안의 불량품을 제외한 양품만의 생산량을 의미한다는 것이다.

3.2 모형화

본 절에서는 먼저 본 모형의 기본가정을 만족하는 총재고량과 총손실량을 구한 후에 이 결과를 토대로 비용함수를 구해내고, 이의 최적생산계획을 도출해낼 것이다. 먼저 $\gamma(t)$ 에 관련된 다음의 기간을 정의한다.

- T_1 : 생산개시로부터 재고량이 0이 되는 시점까지의 기간
- T_2 : T_1 으로부터 목표양품률 G 에 도달하는데 걸리는 시간
- T_g : 생산개시로부터 목표양품률 G 에 도달하는데 걸리는 시간(안정화기간)

일반적으로 생산을 처음 시작할 시점의 양품을 고려한 생산률 $\gamma(0) \times P$ 는 평균수요율 D 에 도달하지 못하는 경우가 많으며, 따라서 재고수준이 0가 되기 이전에 생산을 시작해주어야 재고부족현상이 생기는 것을 방지할 수 있다. 재고량이 0이 되는 시점 T_1 은 양품률함수 $\gamma(t)$ 에 의해 결정되며, $\gamma(T_1)P = D$ 식을 만족하여야 한다. 그 이유는 T_1 시점을 기준으로 생산률이 수요율을 초과하여, 이

시점 이후로부터 재고가 다시 쌓이기 시작하기 때문이다.

T_1 이후 목표양품율에 도달하기까지의 기간은 T_2 로 정의하였다.

안정화기간 T_g 는 T_1 과 T_2 를 합한 기간이다.

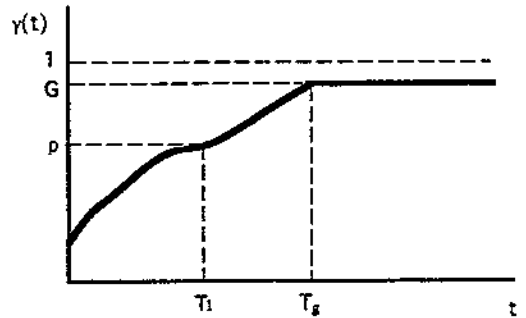


그림 3-1 양품률함수

위의 양품률함수 $\gamma(t)$ 는 안정화기간내의 양품률의 변화를 나타내는 함수로, 시간에 대한 증가함수이며 주어진 목표양품률 G 에 대해서 $\gamma(T_g) = G$ 를 만족한다.

기본모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } TC(Q)$$

$$\text{s.t } Q \geq \int_0^{\max(T_g, T_{min})} \gamma(t) dt P \quad (3.1)$$

$$\text{where } T_{min} > 0 \text{ s.t } \int_0^{T_{min}} \gamma(t) dt P - DT_{min} = 0$$

$$T_g > 0 \text{ s.t } \gamma(T_g) = G$$

안정화기간 T_g 는 보다 높은 생산율을 유지하기 위해 필요한 준비기간이다. 따라서 생산은 안정화기간이 경과한 이후에도 (양품을 G 로 유지한 채) 계속되는 것이 일반적

며 본 모형의 가정 (7)번에서 이를 이미 밝혔었다. T_{min} 은 재고고갈을 허용하지 않기 위해 요구되는 최소생산시간을 의미한다. 식 (3.1)은 이러한 두가지 제약조건을 담고 있다.

3.2.1 총재고량 I_T

한 주기동안의 총재고량을 계산하기 위해 필요한 양들을 정의한다.

- T_a : 안정화기간 T_g 가 경과한 이후 생산을 종료하는 시점까지의 기간
- T_p : 주기 T 중 생산을 하는 총기간, 즉 $T_p = T_1 + T_2 + T_3$
- T_4 : 생산종료 이후 다음 주기의 생산을 준비하는 시점까지의 기간, 즉 $T_4 = T - T_p$
- S_1 : 생산개시시점의 재고수준, 즉 안정화기간초의 재고량
- S_2 : 목표양품을 도달시점의 재고수준, 즉 안정화기간말의 재고량

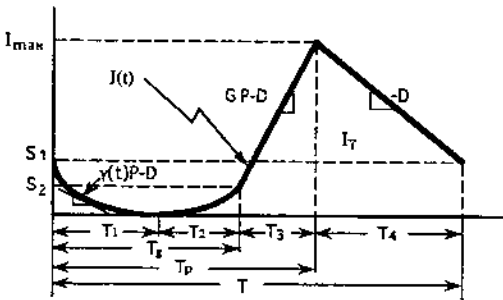


그림 3-2 양품률을 고려한 재고수준의 변화

위의 그림 3-2로부터 다음 사실들을 유도할 수 있다.

$$T = \frac{Q}{D} \tag{3.2}$$

$$S_1 = T_1 D - \int_0^{T_1} \gamma(t) dt P \tag{3.3}$$

$$S_2 = \int_{T_1}^{T_2} \gamma(t) dt P - T_2 D \tag{3.4}$$

S_1 은 재고부족을 방지하기 위해 생산이 시작되어야 하는 시점의 재고수준이다. 만약 S_1 보다 낮은 재고수준에서 생산을 시작한다면 생산율의 증가속도가 수요를 따라잡지 못해 재고부족이 발생하게 된다. S_2 는 목표양품에 도달한 시점의 재고수준이다.

T_1 은 재고량이 0이 되는 시점으로 양품률 함수의 초기조건에 따라서 다음과 같이 정의되어진다.

$$T_1 = \begin{cases} \gamma^{-1}(\rho) & , \quad \gamma(0) < \rho \\ 0 & , \quad \gamma(0) \geq \rho \end{cases}$$

즉, P 와 D 의 값에 따라 T_1 이 결정되며 생산초기의 생산율이 수요율을 초과하는 경우라면 재고부족은 발생하지 않으므로 $T_1 = 0$ 이 된다.

다음에 생산량 Q 의 정의로부터 T_3 를 유도하면 다음과 같다.

$$Q = \int_0^{T_1} \gamma(t) dt P = \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P + \int_{T_2}^{T_3} \gamma(t) dt P = \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P + GP T_3$$

$$\therefore T_3 = \frac{Q - \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P}{GP} \tag{3.5}$$

위의 식으로부터 T_3 는 생산량 Q 에 따라 결정된다는 것을 알 수 있다.

최대재고량 I_{max} 는 안정화기간말의 재고량 S_2 에 T_3 기간동안의 재고축적분을 더한것과 같으며, 이를 (3.5)식을 이용해서 생산량 Q 에 대해 정리하면 식 (3.6)과 같다.

$$I_{max} = S_2 + T_3(GP - D) = S_2 + \frac{Q - \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P}{GP} (GP - D)$$

$$\begin{aligned}
 &= (1-\rho)Q + S_2 - (1-\rho) \int_0^{T_i} \gamma(t) dt P \\
 &= (1-\rho)Q - A \tag{3.6}
 \end{aligned}$$

where $\rho = \frac{D}{CP}$ & $A = (1-\rho) \int_0^{T_i} \gamma(t) dt P - S_2$

t 라는 시점에서 재고량 $I(t)$ 는 다음의 식 (3.7)로 나타낼 수 있다.

$$I(t) = S_1 + \int_0^t \gamma(t) dt P - Dt \tag{3.7}$$

안정화기간 T_g 동안의 재고량은 식(3.7)의 $I(t)$ 함수의 적분값으로 나타나며, T_s 와 T_i 동안의 재고량은 그림3-2로부터 사다리꼴의 면적공식을 계산하여 구할 수 있다. 따라서 주기 T 동안의 총재고량 I_T 는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \therefore I_T &= \int_0^{T_i} I(t) dt + \frac{1}{2}(I_{max} + S_2)T_s + \frac{1}{2}(I_{max} + S_1)T_i \\
 &= \int_0^{T_i} I(t) dt + \frac{1}{2}(I_{max} + S_2) \frac{(I_{max} - S_2)}{(GP-D)} + \frac{1}{2}(I_{max} + S_1) \frac{(I_{max} - S_1)}{D} \\
 &= \int_0^{T_i} I(t) dt + \frac{1}{2} I_{max}^2 \left[\frac{GP}{((GP-D)D)} \right] \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{S_2^2}{(GP-D)} + \frac{S_1^2}{D} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \frac{I_{max}^2}{(1-\rho)D} + \left[\int_0^{T_i} I(t) dt \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{S_1^2}{D} + \frac{S_2^2}{GP-D} \right] \right] \\
 &= \frac{1}{2} \frac{I_{max}^2}{(1-\rho)D} + B \tag{3.8}
 \end{aligned}$$

where $B = \left[\int_0^{T_i} I(t) dt \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{S_1^2}{D} + \frac{S_2^2}{GP-D} \right] \right]$

다음의 그림3-3은 A값의 의미를 보여준다. 굵은 선 아래의 색칠된 부분이 양품률함수를 고려한 모형이며, 가는 직선으로 표시된 부분이 본 모형과 같은 생산주기를 갖는 EPQ모형을 나타낸다.

A가 그림3-3에서와 같이 두 모형의 최대 재고량의 차이를 나타낸다는 사실은 식(3.6)과 Property 1을 통해 알 수 있다.

Property 1. 식 (3.6)의 A는 양수이다.

(proof) Appendix

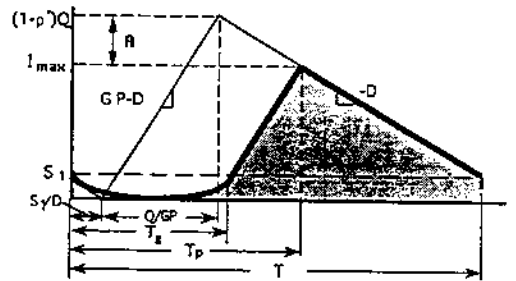


그림 3-3 양품률에 의한 최대재고량의 변화

Property 2. 식 (3.8)의 B는 양수이다.

(proof) Appendix

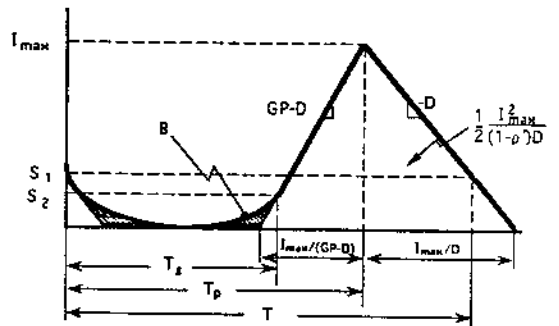


그림 3-4 총재고량 I_T 와 B

위의 그림3-4는 식(3.8)을 알기쉽게 표현한 것으로, 검게 빗금친 부분이 B값을 나타낸다. 이 값 역시 A와 마찬가지로 안정화기간중의 불량발생으로 인한 값으로 EPQ모형과의 차이를 보여주는 값이라 할 수 있다.

3.2.2 총손실량 L_T

생산기간 T_p 동안에 발생하는 불량품의 총량을 위 식(3.5)를 이용하여 생산량 Q 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 L_T &= \int_0^{T_s} (1-\gamma(t))dtP + (1-G)P \cdot T_s \\
 &= \int_0^{T_s} (1-\gamma(t))dtP + (1-G)P \cdot \frac{Q \cdot \int_0^{T_s} \gamma(t)dtP}{GP} \\
 &= (G^{-1}-1)Q + \left[\int_0^{T_s} (1-\gamma(t))dt - (G^{-1}-1) \int_0^{T_s} \gamma(t)dt \right] P \\
 &= (G^{-1}-1)Q + \int_0^{T_s} (1-G^{-1} \cdot \gamma(t))dtP \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

3.2.3 비용함수 $TC(Q)$

앞에서 구한 식 (3.2), (3.8), (3.9) 등을 대입하여 다음의 비용함수 $TC(Q)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 TC(Q) &= (K + \pi \cdot L_T + h \cdot I_T) / T \\
 &= \frac{DK}{Q} + \frac{\pi D}{Q} L_T + \frac{hD}{Q} I_T \\
 &= \frac{DK}{Q} + \pi D(G^{-1}-1) + \frac{\pi D \int_0^{T_s} (1-G^{-1} \cdot \gamma(t))dtP}{Q} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \frac{hI_{max}^2}{(1-\rho)Q} + \frac{hD}{Q} B \\
 &= \frac{KD + \pi D \int_0^{T_s} (1-\frac{\gamma(t)}{G})dtP + \frac{1}{2} h(\frac{A^2}{1-\rho} + 2DB)}{Q} + \frac{1}{2} h(1-\rho)Q \\
 &\quad + \pi D(G^{-1}-1)Ah \tag{3.10}
 \end{aligned}$$

Lemma 1. 모형 $\text{Min } TC(Q)$ 는 유일한 최적해가 존재한다.

(proof)

Property 1과 Property 2에 의해서 식 (3.10)

의 $\frac{1}{Q}$ 항의 계수는 양수임을 알 수 있고, Q 항의 계수 또한 양수이므로, TC 는 Q 에 대한 convex 함수이다. 따라서, $\text{Min } TC(Q)$ 는 유일한 해가 존재한다. ■

식 (3.10)을 Q 에 대해서 미분하면, 다음과 같은 최적생산계획에 관련된 Q^* , T^* , TC^* , I_{max}^* 를 구할 수 있다.

$$Q^* = \text{Max} \left\{ Q, \int_0^{T_s} \gamma(t)dtP, \int_0^{T_{min}} \gamma(t)dtP \right\} \tag{3.11}$$

where

$$Q = \frac{\sqrt{2D[K + \pi \int_0^{T_s} (1-G^{-1} \cdot \gamma(t))dtP + h(\frac{1}{2(1-\rho)D} + B)]}}{h(1-\rho)}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} \tag{3.12}$$

$$TC^* = TC(Q^*) \tag{3.13}$$

$$I_{max}^* = (1-\rho)Q^* - A \tag{3.14}$$

위의 (3.11)식의 Q 를 EPQ와 비교해 보면, 안정화기간중의 양품을 변화로 인한 불량처리비용과 재고비용이 마치 가동준비비용 K 와 같은 역할을 하고 있음을 볼 수 있다. 이에 대한 보다 자세한 고찰이 다음 4장에서 이루어진다.

4. 양품률을 고려한 가동준비비용

초기의 양품률변화가 전체 생산에 영향을 주는 경우에 있어 생산현장에서는 일반적 개념의 가동준비비용(생산지시비용, 공구비용 등)을 통해 결정된 EPQ만큼을 생산해 내기 보다는, 그들 나름의 경험에 의해서 좀더 오랜기간 생산을 지속하려는 경향이 있다.

앞 장의 최적생산량 Q^* 를 결정하는 가동

준비비용에 해당되는 항을 보면 기존의 가동준비비용 K 와 더불어 불량으로 인한 손실비용 및 초기 양품률의 영향으로 인한 재고비용이 추가되어 새로이 가동준비비용을 형성하는 것을 볼 수 있다.

$$K' = K + \left[\pi \int_0^{T_s} (1-G^{-1} \cdot \gamma(t)) dt P + h \left(\frac{1}{2(1-\rho)} \frac{A^2}{D} + B \right) \right] \quad (3.15)$$

이러한 불량으로 인한 가동준비비용의 증가효과는 앞서 이야기한 생산현장의 상황을 설명해 줄 수 있다.

왜 이런 추가비용이 가동준비비용 역할을 하게 되는 지를 이해하기 위해서는 가동준비비용의 의미를 먼저 생각해 보아야 한다. 가동준비비용이란 생산주기동안 소요되는 고정비용을 의미한다. 식(3.15)의 이해를 쉽게 하기 위해서 일반성을 잃지 않으면서 목표양품을 $G=1$ 이라고 생각하면, 다음을 얻을 수 있다.

$$K' = K + \pi \int_0^{T_s} (1-\gamma(t)) dt P + h \left(\frac{1}{2(1-\rho)} \frac{A^2}{D} + B \right) \quad (3.16)$$

식(3.16)의 우변의 둘째항은 생산주기 동안의 총불량품의 처리비용을 나타내며, 이는 생산주기 동안의 고정비용으로 간주할 수 있다.

아래의 그림4-1은 식(3.16)의 세째항에 있는 고정재고비용을 설명해 준다. 본 모형을 같은 생산주기를 갖는 톱니모양의 EPQ모형과 비교해 볼 때 전체적으로 재고수준이 A 만큼 낮아진 다른 톱니모양의 재고모형을 생각할 수 있다. 그러나 이 작아진 톱니모양이 본 모형과 같아지기 위해서는 그림에서처럼

▨부분과 ▨부분의 면적을 더해줘야 한다. 그런데, ▨부분의 면적은 B 와 같으며, ▨부분의 면적은 $\frac{1}{2} \frac{A^2}{(1-\rho)D}$ 와 같음을 쉽게 알 수 있다. 따라서 이들 면적은 A 만큼 낮아진 톱니모형을 본 모형과 일치시키기 위해 보정된 상수값이 되며, 이 고정비용 역시 가동준비비용에 포함되어져야만 한다.

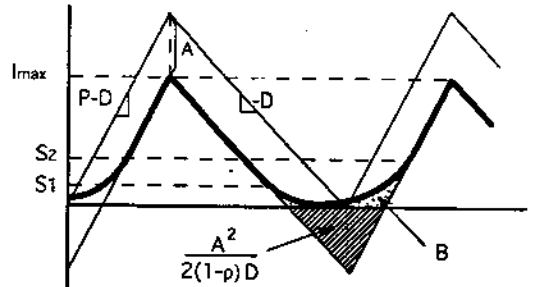


그림 4-1 가동준비비용 역할을 하는 재고비용

5. 감도분석

앞에서 살펴본 바와 같이 생산초기의 안정화기간을 고려한 모형의 경우는 일반적인 EPQ모형에 비해 가동준비비용의 증가라는 특성을 띄게되며, 따라서 만약 이러한 양품률함수를 감안하지 않고 기존의 EPQ나 EOQ 모형으로 생산계획을 수립할 때에는 이들 증가된 가동준비비용으로 인한 차이때문에 경우에 따라서는 비용측면에서 상당한 손해를 입을 수도 있다.

다음의 6장에서는 이들 차이로 인한 효과를 실제 예를 통해서 살펴볼 것이다.

여기서 다음의 정리는 최적이지 아닌 Q로 생산했을 때의 최소생산비용에 대한 총비용의 증가분을 나타내 주고 있다.

Lemma 2. If $Q \geq \int_0^{\text{Max}(T_g, T_{\min})} \gamma(t) dt P$, then 다.

$$\frac{TC(Q) - TC(Q^*)}{TC(Q^*)} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) - 1}{1 + \delta}$$

where

$$\delta = \frac{\pi D(G^{-1} - 1) - Ah}{\sqrt{2h(1-\rho)} [KD + \pi D \int_0^{T_g} (1-G^{-1}\gamma(t)) dt P + \frac{1}{2} h \left(\frac{A^2}{1-\rho} + 2DB \right)]}$$

(proof)

$$TC(Q) = xQ + \frac{y}{Q} + z$$

where $x = \frac{1}{2}h(1-\rho)$

$$y = KD + \pi D \int_0^{T_g} (1-G^{-1}\gamma(t)) dt P + \frac{1}{2}h \left(\frac{A^2}{1-\rho} + 2DB \right)$$

$$z = \pi D(G^{-1} - 1) - Ah$$

$$TC(Q^*) = 2\sqrt{xy} + z$$

$$\therefore \frac{TC(Q) - TC(Q^*)}{TC(Q^*)} = \frac{xQ + \frac{y}{Q} + z - \sqrt{xy} - z}{2\sqrt{xy} + z}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) - 1}{1 + \frac{z}{2\sqrt{xy}}}$$

6. 수치예제

다음의 예제는 본 연구의 대상이 된 유리 제품가공 공장의 실제문제를 모형화하고 수치를 비례적으로 변형한 것으로, 이 예제를 통하여 최적생산결정에 미치는 가동준비의 영향 및 감도분석에 대한 이해를 돕고자 한

P=20,000 D=15,000 K=10,000
 h=100 π=1000 G=0.95
 초기양품률=0.3 안정화기간=0.02

양품률함수는 선형함수와 지수함수를 대상으로 하였으며 구체적인 형태는 다음과 같다.

- 1) 선형함수 $\gamma(t) = \begin{cases} 32.5t + 0.3, & 0 \leq t < 0.02 \\ 0.95, & t \geq 0.02 \end{cases}$
- 2) 지수함수 $\gamma(t) = \begin{cases} 1 - 0.7e^{-132t}, & 0 \leq t < 0.02 \\ 0.95, & t \geq 0.02 \end{cases}$

아래의 표 6-1은 분석결과를 정리한 것으로 ()안의 수치는 EPQ모형을 기준으로 한 선형함수모형과 지수함수모형의 최적값들의 비율을 나타낸다. 예제의 결과를 보면 선형함수의 경우에는 가동준비비용의 증가가 약 14.7배에 달하며, 그로 인해 생산주기 또한 약 4.2배나 증가됨을 볼 수 있다. 지수함수는 선형함수에 비해 초기양품율의 증가가 많은 이유로 선형함수의 경우보다는 낮은 각각 9.26배와 3.32배의 증가효과를 나타내었다.

총비용의 감도분석결과에서는 최적생산량 대신 EPQ를 사용하면 선형함수에서는 약 34%, 지수함수에서는 약 19%의 비용상의 손해를 감수해야 함을 보여준다.

7. 결론 및 추후 연구과제

이상에서 목표양품률에 도달하기 위한 안정화기간이 존재하는 경우가 고전적인 EPQ모형과 어떻게 다르며, 비용측면에서 EPQ모형을 사용했을 때의 비용손실이 어떻게 일어

표 6-1 감도분석결과

	EPQ 모형	선형함수모형	지수함수모형
최적생산량 (Q^*)	3464	14468(4.18)	11490(3.32)
최적생산주기 (T^*)	0.23	0.96(4.18)	0.77(3.32)
K'	10000	146884(14.69)	92646(9.26)
$\frac{TC(Q_{EPQ})}{TC^*}$		1.34	1.19

나는 저를 살펴보았다.

앞서 4장에서 보았듯이 양품률이 증가하는 생산체제(거의 모든 생산체제가 해당된다.) 하에서는 생산초기에 불가피하게 발생하는 불량품에 대한 처리비용과 목표양품률에 도달할 때까지 쌓이는 재고비용이 마치 가동준비비용을 증가시키는 효과를 나타내게 된다. 따라서 생산주기와 주기당 생산량은 EPQ의 경우보다 증가하여야 하며 가동준비비용은 불량품처리비용, 재고비용 등을 함께 고려하여 재설정되어야 함을 알 수 있다.

서론에서 밝혔듯이 초기불량이 있는 생산현장에서는 EPQ모형에 의해 수립된 계획생산량보다 더 많은 양을 생산하고자하는 경향이 존재하며 본 연구는 그러한 경향에 대한 이론적 근거를 제시하고 있다. 또한 JIT 생산시스템과 같이 가동준비비용이 매우 적은 경우라 할지라도 초기불량이 있는 경우에는 고정적으로 소요되는 불량품처리비용과 재고비용으로 인해 일정기간이상 생산을 지속해야 하는 결과를 낳게 되므로 JIT의 직접적인 적용은 비용면에서 큰 손실을 야기하게 됨을 알 수 있다. 즉, JIT생산시스템을 적용하기 위한 전제조건으로 적은 가동준비비용,

짧은 가동준비시간 등을 들 수 있는데 명시적인 가동준비시간은 짧다 할 지라도 가동직후의 초기불량으로 인한 안정화작업에 상대적으로 긴 시간이 소요될 경우에는 이 안정화기간 동안 부과되는 고정비용요소들(불량품처리비용과 재고비용)이 생산량(또는 생산주기)을 늘리는 효과를 가지게 되는 것이다. JIT생산시스템을 적용하기 위해서는 가동준비비용을 낮추려는 노력과 함께 안정화기간을 가동준비시간으로 파악하여 이를 단축시키려는 노력이 병행되어야만 할 것이다.

본 연구에서는 목표양품률에 도달한 이후에는 더이상 양품률의 증가가 일어나지 않는다고 가정하였다. 그러나 많은 경우에 있어서 전체 생산기간을 통해 불량률 줄이기 위한 노력이 행해지고 있으며 이러한 경우에는 최적 목표양품률 자체를 설정하는 것이 결정변수가 된다. 이와 함께 안정화기간을 단축시키는데 소요되는 비용을 총비용함수에 포함시켜 최적해를 구하는 문제는 추후에 연구될 것이다.

Appendix

Property 1. 식 (3.6)의 A는 양수이다.

(proof)

$$\begin{aligned}
 A &= (1-\rho) \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P - S_2 \\
 &= \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P - \rho \int_0^{T_2} \gamma(t) dt P - \int_{T_1}^{T_2} \gamma(t) dt P + T_2 D \\
 &= \left[\int_0^{T_1} \gamma(t) dt P - \rho \int_0^{T_1} \gamma(t) dt P \right] + [T_2 D - \rho \int_{T_1}^{T_2} \gamma(t) dt P] > 0
 \end{aligned}$$

(∵ $\rho < 1$ & $\forall t \in (T_1, T_2), \gamma(t) \leq G$)

$$\therefore \rho \int_{T_1}^{T_2} \gamma(t) dt P \leq \rho G P T_2 = T_2 D \quad \blacksquare$$

Property 2. 식 (3.8)의 B는 양수이다.

(proof)

$$B = \left(\int_0^{T_1} I(t) dt \cdot \frac{S_1^2}{2D} \right) + \left(\int_{T_1}^{T_2} I(t) dt \cdot \frac{S_2^2}{2(GP-D)} \right)$$

에서 우변의 첫번째 괄호안의 식을 먼저 살펴보면,

$$\begin{aligned}
 S_1 &= T_1 D - \int_0^{T_1} \gamma(t) dt P \quad \therefore \frac{S_1}{D} < T_1 \\
 \therefore \int_0^{T_1} I(t) dt \cdot \frac{S_1^2}{2D} &= \int_0^{\frac{S_1}{D}} I(t) dt + \int_{\frac{S_1}{D}}^{T_1} I(t) dt - \int_0^{\frac{S_1}{D}} (S_1 - Dt) dt \\
 &= \int_0^{\frac{S_1}{D}} (I(t) - S_1 + Dt) dt + \int_{\frac{S_1}{D}}^{T_1} I(t) dt \\
 &= \int_0^{\frac{S_1}{D}} \int_0^t \gamma(s) ds P dt + \int_{\frac{S_1}{D}}^{T_1} I(t) dt > 0
 \end{aligned}$$

나머지 우변의 두번째 식도 비슷한 방법으로 양수가 됨을 쉽게 알 수 있다. \blacksquare

참 고 문 헌

[1] Billington, P.J., "The Classic Economic

Production Quantity Model with Setup Cost as a Function of a Capital Expenditure", Decision Sciences, vol. 18, no. 1, Winter 1987, 25-40

[2] Fine, C.H. and Porteus, E.L., "Dynamic Process Improvement", Operations Research, vol. 37, no. 4, July-August 1989, 580-591

[3] Gallego, G. and Moon, I.K., "The Effect of Externalizing Setups in the Economic Lot Scheduling Problem", Operations Research, vol. 40, 1992, 614-619

[4] Gerchack, Y., "Can a reduction in setup costs indeed increase total costs?", Management Science, vol. 34, 1988, 1271-1272

[5] Hwang, H., Kim, D.B. and Kim, Y.D., "Multiproduct Economic Lot Size Models with Investment Costs for Setup Reduction and Quality Improvement", International Journal of Production Research, vol. 31, no. 3, 1993, 691-703

[6] Mekler, V.A., "Setup Cost Reduction in the Dynamic Lot-Size Model", Journal of Operations Management, vol. 11, 1993, 35-43

[7] Porteus, E.L., "Investing in Reduced Setups in the EOQ Model", Management Science, vol. 31, 1985, 998-1010

[8] Porteus, E.L., "Investing in New Parameter Values in the Discounted EOQ Model", Naval Research Logistics Quarterly, vol. 33, 1986, 39-48

[9] Porteus, E.L., "Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Cost

- Reduction", Operations Research, vol. 34, 1986, 137-144
- [10] Spence, A.M. and Porteus, E.L., "Setup Reduction and Increased Effective Capacity", Management Science, vol. 33, no. 10, October 1987, 1291-1301
- [11] Trevino, J., Hurley, B.J. and Friedrich, W., "A Mathematical Model for the Economic Justification of Setup Time Reduction", International Journal of Production Research, vol. 31, no. 1, 1993, 191-202
- [12] Zangwill, W.I., "From EOQ towards ZI", Management Science, vol. 33, 1987, 1209-1223
- [13] Zangwill, W.I., "Rejoinder to the Note by Yigal Gerchak", Management Science, vol. 34, 1988, 1272-1273