

## 다수 성능특성치의 허용차설계\*

### Tolerance Design for Multiple Performance Characteristics\*

변재현\*\*

Jai-Hyun Byun\*\*

#### Abstract

Taguchi method is a systematic technique for designing high quality product at low cost. There are three steps in the Taguchi method, 1)system design, 2)parameter design, and 3)tolerance design. This paper considers the tolerance design for multiple performance characteristics which is practically important. We present two tolerance design procedures : grade selection and tolerance determining procedures. In grade selection procedure a scheme is presented that minimizes the sum of the price of low-level characteristics and the expected loss due to the variations of high-level characteristics. In tolerance determining procedure we determine the tolerances of the low-level characteristics.

#### 1. 서론

최근 제품의 품질향상을 위해 활발히 연구되고 있는 분야가 바로 『품질공학』이라고 불리워지는 『제품 및 공정설계를 위한 다구짜 방법』이다.

다구짜방법의 기본적 철학에 대한 국내의 논문으로는 염봉진[7], 염봉진 등[8]이 있다. 참고도서로는 고선우[1], 박성현[5], 田口玄一[9-15]등이 있는데, 특히, 田口玄一은 일본규격협회에서 펴낸 품질공학강좌 시리즈를 한국공업표준협회에서 번역한 한국어판으

\* 이 연구는 92년도 한국과학재단 연구비지원에 의한 결과임.

과제번호 : 921-0900-030-1

\*\* 경상대학교 산업공학과, 경상대학교 생산기술연구소

로서 풍부한 사례를 중심으로 다구찌방법을 자세하게 설명하고 있다. 이 방법에 관한 외국의 참고문헌은 80년대 후반 상당히 많이 출판되어 있으며, 대표적으로 Box[16], Hunter[17], Kacker[18], Leon 등[19], Logothetis와 Wynn[20], Phadke[21], Taguchi[23], 그리고 Taguchi등[24]에 자세한 설명이 나와 있다.

제품의 성능을 나타내는 변수를 일컬어 성능 특성치, 또는 간단히 특성치라 하는데, 다구찌방법에 관한 거의 모든 문헌은 주로 단일특성치에 관하여 다루고 있다. 그렇지만 제품의 특성치가 두개 이상인 경우도 상당히 많다. 예를 들면, 교류회로의 경우 출력전류의 크기와 위상, 자동차 엔진의 경우 연비, 배기가스 중의 일산화탄소 함량, 실린더에 흡입되는 혼합가스의 비율등과 같은 경우에 하나의 제품이지만 포함된 특성치는 두개 이상이 있으며, 섬유염색시 섬유의 중요한 특성인 광택, 촉감도 하나의 제품에 두개의 특성치가 있는 경우이다.

다특성치의 경우 변수설계는 김상익[2], 김옥일과 강창욱[3], 동승훈[4], 그리고 Pignatiello, Jr.[22]등이 연구하였는데, 동승훈은 설계변수간 상충(Conflict)을 고려하여 설계변수를 확대 분류하였고 새로운 가중손실함수와 기대가중손실을 유도하여 상충현상이 발생하는 설계변수들의 수준을 기대가중손실이 최소가 되도록 결정하였다. 김옥일과 강창욱은 새로운 형태의 평가척도를 제안하였고, Pignatiello, Jr.는 다특성치를 위한 일반화된 손실함수와 비용모수(cost parameters)를 얻는 절차를 제시하였다. 김상익은 특성치들이 확률적으로 독립이 아닐 때, 직교변환을 이용

하여 SN비(Signal to Noise Ratio)를 유도하였다.

재료나 부품 또는 하부시스템을 생산하는데 있어서 이들에 대한 규격한계(specification limits)가 발주처에서 부여된다. 이는 발주처에서 만드는 제품의 특성에 재료나 부품의 특성이 크게 영향을 주므로 이들을 잘 선택해야 하기 때문이다. 이처럼 영향을 받는 제품의 특성을 상위특성(high-level characteristic)이라고 하고, 영향을 주는 재료나 부품 또는 하부시스템의 특성을 하위특성(low-level characteristic)이라고 한다.

단일 특성치의 경우에서도 변수설계를 통하여 설계변수들의 최적수준이 정해지더라도 그 수준에서의 성능변동이 만족할 만한 상태가 아닐 때에는 하위특성의 등급 및 허용차를 결정하는 허용차설계를 해야 하는데, 다특성치의 경우에 이와 같은 현상이 나타날 가능성은 더욱 크다. 왜냐하면 성능특성치가 여러개 있을 때에는 설계변수들의 최적수준이 각 성능 특성치별로 서로 상충하게 되고 상충현상이 발생하는 설계변수들에 대해서는 각 특성치별로 최적수준을 절충(Compromise)해야 하기 때문이다. 바로 이러한 점 때문에 성능특성치가 다수인 경우에 허용차 설계의 중요성이 더욱 부각됨에도 불구하고, 그에 관한 연구는 전무한 실정이다.

하위특성의 등급을 향상시키거나 허용차를 줄이면 일반적으로 상위특성치의 품질변동을 줄이거나 최소한 현상태를 유지하기 때문에 다특성치의 허용차설계시 상충현상은 발생하지 않으며, 각 하위특성의 등급과 허용차가 여러개의 상위특성치의 변동에 동시에 영향을 주기 때문에 상위특성치 전반에 대한 품

질개선을 나타내는 척도가 필요하게 된다. 본 연구에서는 다특성치의 허용차설계를 위하여, 각 성능특성치의 성능변동을 원하는 수준 이하로 줄이면서 비용을 고려한 각 특성치의 품질을 종합적으로 최대화하기 위해 각 하위특성의 최적의 등급 및 허용차를 구하고자 한다.

2. 손실함수와 기대손실

다음과 같은 기호를 사용한다.

- $r$  = 상위특성의 수
- $p$  = 하위특성의 수
- $j = 1, 2, \dots, r$ 에 대하여,
- $Y_j$  =  $j$ 번째 상위특성
- $M_j$  =  $j$ 번째 상위특성의 목표값
- $\Delta_j$  =  $j$ 번째 상위특성의 소비자 허용차
- $A_j$  =  $j$ 번째 상위특성이 소비자 허용구간을 벗어날 때의 손실액
- $x_i$  =  $i$ 번째 하위특성
- $m_i$  =  $i$ 번째 하위특성의 명목치
- $\sigma_i$  =  $x_i$ 의 표준편차

변수설계를 통하여 각 특성치에 대한 설계 변수들의 최적조건을 구하고 최적조건에서의 확인실험 및 분산분석후,  $i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, r$ 에 대하여,

- $N$  = 확인실험 횟수
- $Y_{jk}$  =  $k$ 번째  $Y_j$ 값,  $k = 1, 2, \dots, N$
- $S_{T_j}$  =  $j$ 번째 특성치데이터의 제곱합,

① 망소특성시,  $\sum_{k=1}^N Y_{jk}^2$

② 망목특성시,  $\sum_{k=1}^N (Y_{jk} - M_j)^2$ ,

③ 망대특성시,  $\sum_{k=1}^N \frac{1}{Y_{jk}}$

$V_{T_j}$  =  $j$ 번째 특성치 데이터의 제곱평균, 즉,  
 $V_{T_j} = \frac{S_{T_j}}{N}$ ,  $Y_j$ 의 분산에 대한 추정치로도 쓰인다.

- $S_{ij}$  =  $j$ 번째 상위특성에 대한  $i$ 번째 하위특성의 변동(제곱합)
- $S_{ij}'$  =  $j$ 번째 상위특성에 대한  $i$ 번째 하위특성의 순변동
- $\rho_{ij}$  =  $i$ 번째 하위특성의  $j$ 번째 상위특성에 대한 기여율, 즉,

$\rho_{ij} = \frac{S_{ij}'}{S_{T_j}} \times 100(\%)$

- $\rho_{ij(l)}$  =  $i$ 번째 하위특성의  $j$ 번째 상위특성에 대한 1차 기여율
- $\rho_{ij(q)}$  =  $i$ 번째 하위특성의  $j$ 번째 상위특성에 대한 2차 기여율
- $a$ :  $x_i$ 의 각 수준에서의 반복회수, 즉,  $N / (x_i$ 의 수준수)

- $h_1$ :  $x_i$ 의 수준간의 간격
  - $b_{ij(l)}$ :  $x_i$ 의  $Y_j$ 에 대한 1차효과
  - $b_{ij(q)}$ :  $x_i$ 의  $Y_j$ 에 대한 2차효과
- 특정한 목표값이 주어진 경우, 즉, 망목특성의 경우에 대하여 살펴보면,  $j$ 번째 상위특성치  $Y_j$ 가 목표값  $M_j$ 로 부터 벗어남으로 인한 손실함수  $L_j(Y_j)$ 는

$L_j(Y_j) = \frac{A_j}{\Delta_j^2} (Y_j - M_j)^2$  (1)

이다. 망소특성의 경우에는 손실함수가

$$L_j(Y_j) = \frac{A_j}{\Delta_j^2} Y_j^2 \quad (2)$$

이 되고, 망대특성의 경우에는

$$L_j(Y_j) = \frac{A_j}{\Delta_j^2} \cdot \frac{1}{Y_j^2} \quad (3)$$

이 된다.

각 하위특성이 저가의 등급일 때, 각 상위 특성에 대한 변수설계를 통하여 설계변수의 최적조건을 구한 후, 최적조건에서 허용차 설계를 위한 실험을 하면  $j$ 번째 상위특성의 기대손실  $L_j$ 는

$$L_j = \frac{A_j}{\Delta_j^2} V_{T_j} \quad (4)$$

가 된다.

### 3. 허용차 설계의 과정

허용차 설계를 하기 전에 변수설계에서 하위특성들의 명목치가 정하여 지는데, 이러한 명목치의 결정은 하위특성이 가장 저급의 부품, 재료 또는 하부시스템을 이용했을 때에 이루어 진다. 그래야만 생산성을 높이고 제조원가를 줄일 수 있기 때문이다. 그러므로 변수설계가 끝난 후에 하위특성의 등급선택과 허용차 결정을 통하여 생산자의 비용과 소비자의 품질손실간의 적절한 균형을 취하는 것이 필요하다.

하위특성의 변동은 상위특성으로 전파되기 때문에 상위특성의 재현성(reproducibility)은 하위특성의 변동정도에 달려 있다. 그러므로

하위특성의 허용차를 잘 선정하면 상위특성에 미치는 이러한 전파효과(propagation effect)를 줄일 수 있다. 하위특성의 물품 구입시에 다양한 가격의 서로 다른 품질등급을 갖는 것들중 하나를 선택해야 하는데, 각 특성의 등급은 일반적으로 특성치의 표준편차로 측정한다.

각 상위특성별로 변수설계를 통하여 설계변수의 최적조건을 찾긴 하지만, 설계변수들의 최적 수준이 특성치별로 상충현상을 일으키기 때문에 다특성치의 경우에는 일반적으로 단일특성치의 경우보다 각 특성치의 성능변동이 만족할 만한 상태가 아닐 가능성이 크다. 이럴 때에는 성능변동에 큰 영향을 주는 하위특성들(부품, 재료, 또는 하부시스템)을 찾아내어 등급을 높이고 허용차를 줄일 수 있도록 적절한 조치를 취해야 한다. 이 때 선택되는 하위특성의 등급 및 허용차는 시스템의 성능변동에 의한 손실과 하위특성의 가격의 합이 최소가 되는 선에서 결정한다.

허용차 설계는 등급선택과정(grade selection procedure)과 허용차결정과정(tolerance determining procedure)의 두 단계로 이루어져 있다. 등급선택과정은 협의(狹意)의 허용차 설계로서 하위특성의 여러등급중 어떤 것을 선택할 것인지를 결정하는 것이며, 허용차결정과정은 주어진 상위특성의 허용차를 만족시키기 위한 하위특성의 허용차를 결정하는 과정이다. 등급선택과정을 통하여 최적의 등급이 선정이 되며 그 다음 이 등급에 대한 허용차를 결정한다.

#### 3.1 등급선택과정

$i$ 번째 하위특성  $x_i$ 가 상위특성에 미치는 효

과가 비선형인 경우에는 하위특성의 수준을 다음과 같이 선정한다(田口玄一[12]).

- 1 수준:  $m_i - \sqrt{3/2}\sigma_i$
- 2 수준:  $m_i$
- 3 수준:  $m_i + \sqrt{3/2}\sigma_i$

단,  $m_i$ 는 하위특성  $x_i$ 의 명목치(nominal value)

$\sigma_i$ 는 하위특성  $x_i$ 의 표준편차

만일 하위특성이 상위특성에 미치는 효과가 선형이라면, 하위특성의 수준은 다음과 같이 2개로 잡는다.

- 1 수준:  $m_i - \sigma_i$
- 2 수준:  $m_i + \sigma_i$

$x_i$ 가 3개의 수준을 갖는 경우,  $x_i$ 의 특성치  $Y_j$ 에 대한 기여율  $\rho_{ij}$ 는 다음과 같이 1차 기여율  $\rho_{ij(l)}$ 과 2차 기여율  $\rho_{ij(q)}$ 로 나타낼 수 있다.

$$\rho_{ij(l)} = \frac{2ah_i^2 b_{ij(l)}^2}{S_{T_j}} \quad (5)$$

$$\rho_{ij(q)} = \frac{2/3 ah_i^4 b_{ij(q)}^2}{S_{T_j}} \quad (6)$$

여기서,

a:  $x_i$ 의 각 수준에서의 반복횟수

$h_i$ : 수준간의 간격, 즉,  $\sqrt{3/2}\sigma_i$

$b_{ij(l)}$ :  $x_i$ 의  $Y_j$ 에 대한 1차효과

$b_{ij(q)}$ :  $x_i$ 의  $Y_j$ 에 대한 2차효과

$p$ 개 하위특성의 1차 및 2차 기여율과 오차항에 의한 기여율의 합이 1이므로 식(4)의  $j$ 번째 특성의 기대손실  $L_j$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_j = \frac{A_j}{\Delta_j^2} V_{T_j} \cdot \left[ \frac{A_j}{\Delta_j^2} V_{T_j} \left\{ \sum_{i=1}^p \rho_{ij(l)} + \sum_{i=1}^p \rho_{ij(q)} + \sigma_{j\epsilon} \right\} \right] \quad (7)$$

여기서  $\rho_{j\epsilon}$ 는 오차항에 의한 기여율을 의미한다. 만일 다른 하위특성의 등급은 변하지 않고 하위특성  $x_i$ 의 등급이 현재의 표준편차  $\sigma_i$ 에서  $\phi_1 \sigma_i$  ( $0 < \phi_1 < 1$ )로 향상된다면 수준간 간격  $h_i$ 는  $h_i \phi_1$ 로 변하며, 궁극적으로  $j$ 번째 특성의 기대손실이 줄어드는 양  $U_{ij}$ 는 식 (5), (6), 그리고 (7)로 부터 다음과 같다.

$$U_{ij} = \frac{A_j}{\Delta_j^2} V_{T_j} \left\{ \frac{2ah_i^2 b_{ij(l)}^2}{S_{T_j}} + \frac{2/3 ah_i^4 b_{ij(q)}^2}{S_{T_j}} \right\} - \frac{A_j}{\Delta_j^2} V_{T_j} \left\{ \frac{2ah_i^2 \phi_1^2 b_{ij(l)}^2}{S_{T_j}} + \frac{2/3 ah_i^4 \phi_1^4 b_{ij(q)}^2}{S_{T_j}} \right\}$$

즉,  $x_i$ 의 등급향상에 따른  $Y_j$ 의 기대손실 감소액은

$$U_{ij} = \frac{A_j}{\Delta_j^2} \frac{1}{N} \left\{ 2ah_i^2 b_{ij(l)}^2 (1 - \phi_1^2) + \frac{2}{3} ah_i^4 b_{ij(q)}^2 (1 - \phi_1^4) \right\} \quad (8)$$

이다. 만일 하위특성의 수준이 2개인 경우에는  $b_{ij(q)} = 0$ ,

$$\rho_{ij(l)} = \frac{\frac{1}{2} ah_i^2 b_{ij(l)}^2}{S_{T_j}} \quad *$$

이 되므로  $U_{ij}$ 는 다음과 같이 된다.

$$U_{ij} = \frac{A_j}{\Delta_j^2} \frac{1}{N} \left\{ \frac{1}{2} ah_i^2 b_{ij(l)}^2 (1 - \phi_1^2) \right\} \quad (9)$$

결국  $i$ 번째 하위특성  $x_i$ 의 등급이  $\sigma_i$ 에서  $\phi_i \sigma_i (0 < \phi_i < 1)$ 로 향상될 때  $r$ 개의 성능특성의 총 기대손실 감소액은 식 (8) 또는 (9)를 이용하여

$$\sum_{j=1}^r U_{ij} \quad (10)$$

가 되며, 이러한 감소액에서 등급향상에 필요한 추가비용을 뺀 값이 최대가 되는 등급을 선택하는 것이 필요하다.

결과적으로  $p$ 개의 하위특성에 대하여 개별적으로 “총기대손실 감소액”에서 “등급향상에 필요한 추가비용”을 뺀 값이 최대가 되는 등급을 선택한다.

### 3.2 허용차 결정과정

상위특성의 성능은 하위특성의 변동때문에 명목치 주변에서 변동하기 마련이다. 상위특성의 허용차가 주어져 있는 경우, 하위특성의 허용차를 동시에 결정하는 것은 상당히 어렵다.(고 선우[1]) 다구찌는 하위특성들의 허용차를 동시에 결정하지 않고 각각의 하위특성에 대하여 개별적으로 허용차를 결정하므로써 상위특성과 하위특성간의 관계식이 아주 복잡한 경우에도 하위특성의 허용차를 쉽게 구할 수 있도록 하였다.

상위특성이 여러개 있는 경우의 허용차 결정은 생산자의 비용에 해당하는 하위특성물품의 가격과 상위특성들의 품질손실간에 적절한 균형을 취해야 한다.

$r$ 개의 상위 특성치에 대한 허용차가 주어져 있을 때, 하위특성의 허용차를 결정하는 문제로서,  $j$ 번째 상위특성의 허용차를  $\Delta_j$ , 규격을 벗어났을 때의 손실을  $A_j$ 라고 하면 상

위특성  $Y_j$ 가 목표값  $M_j$ 로 부터 벗어남으로 인한 손실함수는

$$L_j(Y_j) = \frac{A_j}{\Delta_j^2} (Y_j - M_j)^2$$

이다. 여기서 하위특성  $x_i$ 가 상위특성  $Y_j$ 에 미치는 효과가 거의 기울기가  $b_{ij}$ 인 1차효과이고,  $x_i$ 의 명목치를  $m_i$ 라고 하면,

$$Y_j = M_j + b_{ij}(x_i - m_i) \quad (12)$$

가 된다. 식(12)를 식(11)의 우변에 대입하면,

$$L_j(Y_j) = \frac{A_j}{\Delta_j^2} \{b_{ij}(x_i - m_i)\}^2 \quad (13)$$

하위특성이 불합격되었을 때의 비용(부품이나 재료의 경우 일반적으로 수리가 불가능하므로 그 가격)  $C_i$ 를 식(13)의 좌변에 대입한 다음 하위특성의 허용차  $\delta_{ij} = |x_i - m_i|$ 에 대하여 풀면,

$$\delta_{ij} = \sqrt{\frac{C_i}{A_j} \frac{\Delta_j}{|b_{ij}|}} \quad (14)$$

$r$ 개의 상위특성치 모두가 허용한계내에 있어야 하므로 하위특성  $x_i$ 의 허용차  $\delta_i$ 는 식(14)로 표현된  $r$ 개의  $\delta_{ij}$ 의 최소값이 되어야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} \delta_i &= \min\{\delta_{i1}, \delta_{i2}, \dots, \delta_{ir}\} \\ &= \min_{1 \leq j \leq r} \left\{ \sqrt{\frac{C_i}{A_j} \frac{\Delta_j}{|b_{ij}|}} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

하위특성  $x_i$ 가 상위특성  $Y_j$ 에 대하여 갖는

효과는 대부분 선형식으로 근사화할 수 있지만, 그러한 근사가 불가능할 경우에는 그림 1과 같이 그래프를 이용하여 하위특성의 허용차를 구할 수 있는데(田口玄一[9]), 그림의 관계곡선은 다른 하위특성이나 환경조건등을 표준상태에 놓고 여러가지  $x_1$ 값에서 실험을 하여  $Y_j$ 값들을 측정함으로써 구할 수 있다.

낮을 때의 손실,  $C_{11}$ 은 하위특성  $x_1$ 가 규격하한을 벗어났을 때의 손실,  $C_{12}$ 는  $x_1$ 가 규격상한을 벗어났을 때의 손실이며,  $\tau_{11}$ 과  $\tau_{12}$ 는 안전계수이다. 그러나 허용차를 상하로 따로 정하는 번거로움을 피하기 위해  $x_1$ 의 허용차를 다음과 같이 정하는 것이 일반적이다.

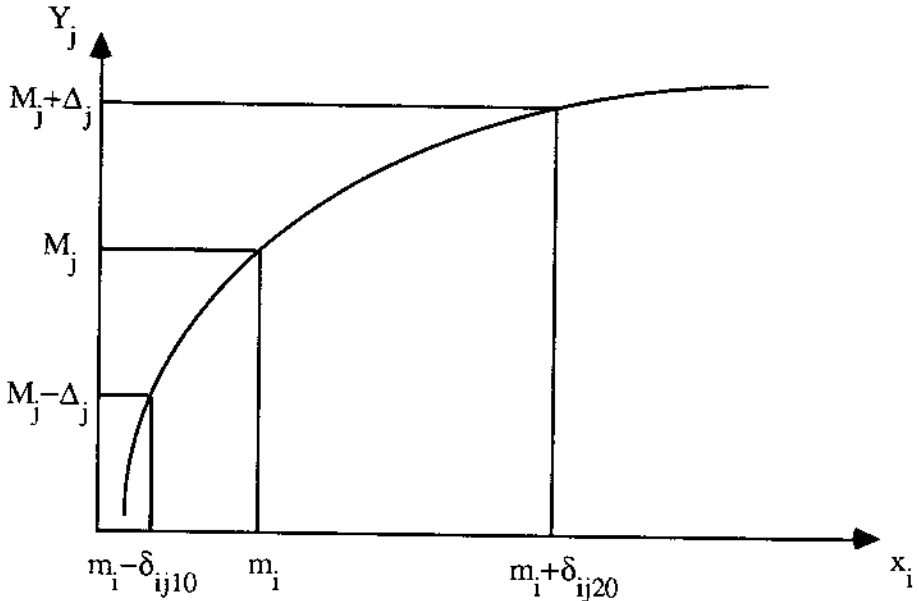


그림 1. 하위특성  $x_1$ 와 상위특성  $Y_j$  간의 비선형관계

상위특성  $Y_j$ 의 하한·상한과 곡선이 교차되는 점에서  $x$ 축으로 수직선을 그어 만나는 점들로 부터 하위특성  $x_1$ 의 기능한계  $\delta_{110}$ 와  $\delta_{120}$ 를 구한다.  $x_1$ 의 하한허용차  $\delta_{11}$ 과 상한허용차  $\delta_{12}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_{ij1} &= \frac{\delta_{ij10}}{\tau_{ij1}}, & \tau_{ij1} &= \sqrt{\frac{A_j}{C_{i1}}} \\ \delta_{ij2} &= \frac{\delta_{ij20}}{\tau_{ij2}}, & \tau_{ij2} &= \sqrt{\frac{A_j}{C_{i2}}} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $A_j$ 는 상위특성  $Y_j$ 가 허용차를 벗어

$$\delta_{ij} = \min(\delta_{ij1}, \delta_{ij2}) \quad (17)$$

$r$ 개의 상위특성치가 모두 허용한계내에 있도록 하기 위해서  $x_1$ 의 허용차  $\delta_1$ 는  $r$ 개의  $\delta_{1j}$  ( $j = 1, 2, \dots, r$ )의 최소값이 되어야 한다.

#### 4. 최적 등급선택 절차

일반적으로 변수설계시 하위특성은 낮은 등급을 사용하기 때문에, 등급향상에 따른 기대손실의 감소액과 등급향상에 필요한 추가

비용을 비교하여 “상위특성의 품질손실과 하위특성의 비용의 합”이 최소가 되도록 하는 절차가 필요하다. 본 논문에서는 허용차설계에 필요한 하위특성의 수가 적을 때 쓰이는 요인배치법과 하위특성의 수가 많을 때 이용되는 직교배열의 2가지 경우에 대하여 각각 최적 등급선택과정을 위한 절차를 기술한다. 어떤 하위특성에 대하여 변수설계시 사용된 낮은 등급을 더 나은 등급으로 대체함으로써 얻는 상위특성 전반에 대한 기대손실 감소액에서 등급향상에 따른 추가비용을 뺀 값을 순품질개선이라고 하면, 결국 순품질개선이 최대가 되는 등급이 최적의 등급이 된다.

#### 4.1 요인배치법을 이용하는 경우

##### 단계 1 하위특성의 수준결정

각 하위특성의 평균과 표준편차를 이용하여 실험에 사용될 수준을 결정한다.

##### 단계 2 실험데이터의 획득

하위특성들의 수준조합에서 실험을 하여 (이론식이 있는 경우에는 이론식으로 부터) 상위특성들에 대한 데이터를 얻는다.

##### 단계 3 기대손실 계산

실험데이터를 이용하여 현재의 낮은 등급의 하위특성을 이용할 경우 각 상위특성의 기대손실을 구한다.

##### 단계 4 하위특성의 효과

각 하위특성의 상위특성에 대한 1차 및 2차효과를 구한다. (수준수가 2개인 하위특성에 대해서는 1차 효과만)

##### 단계 5 최적 등급결정

각 하위특성에 대하여, 등급을 향상시킴으로써 나타나는 순품질개선이 최대가 되는 등급을 선택한다. 이 등급이 최적 등급이다.

#### 4.2 직교배열표를 이용하는 경우

##### 단계 1 하위특성의 수준결정

각 하위특성의 평균과 표준편차를 이용하여 실험에 사용될 수준을 결정한다.

##### 단계 2 하위 특성의 배치 및 실험데이터의 획득

하위특성들을 직교배열표에 적절히 배치한 다음, 실험을 하여(이론식이 있는 경우에는 이론식으로 부터) 상위특성들에 대한 데이터를 얻는다.

##### 단계 3 기대손실 계산

실험데이터를 이용하여 현재의 낮은 등급의 하위특성을 이용할 경우 각 상위특성의 기대손실을 구한다.

##### 단계 4 기여율의 계산 및 우선순위 부여

각 하위특성의 상위특성에 대한 1차 및 2차효과를 구한 다음 (수준수가 2개인 하위특성에 대해서는 1차 효과만), 식 (5)와 (6)을 이용하여 기여율을 구한다. 상위특성들에 대하여 기여율이 큰 순으로 하위특성들을 나열한다.

##### 단계 5 최적 등급결정

단계 4에서 나열된 하위특성에 대하여 차례대로 등급을 향상시킴으로써 나타나는 순



품질개선이 최대가 되는 등급을 선택한다. 이 등급이 해당 하위특성의 최적 등급이다.

5. 예 제

4절에서 기술한 최적 등급선택 절차를 교류회로의 예를 통하여 살펴 본다.

- V: 입력 교류전압(V)
- R: 저항( $\Omega$ )
- f: 입력교류의 주파수(Hz)
- L: 자기 인덕턴스(L)

인 교류회로의 출력전류 크기  $Y_1$ 과 위상  $Y_2$ 는 다음과 같이 주어진다 [6].

$$Y_1 = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}}$$

$$Y_2 = \arctan \frac{(2\pi fL)}{R}$$

출력전류의 크기  $Y_1$ 의 목표값  $M_1 = 10$  amp 이고, 사용중 4 amp 이상 벗어나면 이 회로를 이용한 제품은 기능을 상실하며 이 때 발생하는 사회적 손실  $A_1$ 은 30,000원이다. 출력전류의 위상  $Y_2$ 의 목표값  $M_2$ 는 24.64, 소비자허용차는 10, 소비자허용구간을 벗어날 때의 손실  $A_2$ 는 10,000원이다.

회로의 입력전압이 110V 이고 주파수가 50Hz 일 때, 출력전류의 크기와 위상은 각각

$$Y_1 = \frac{110}{\sqrt{R^2 + (2\pi \times 50L)^2}}$$

$$Y_2 = \arctan \frac{(2\pi \times 50L)}{R}$$

이 된다.

이 회로에는 3등급의 값싼 저항부품과 자기인덕턴스 부품이 사용되고 있으며 R과 L의 평균과 표준편차는 각각 다음과 같이 알려져 있다.

$$\mu_R = 10.00, \quad \sigma_R = 0.50$$

$$\mu_L = 0.0146, \quad \sigma_L = 0.004$$

R과 L을 하위특성으로 삼아서 각각을 A, B인자로 하고 다음과 같이 3수준을 선정한다.

$$A_1: 10.00 - \sqrt{\frac{3}{2}} \times 0.50 = 9.39$$

$$A_2: 10.00$$

$$A_3: 10.00 + \sqrt{\frac{3}{2}} \times 0.50 = 10.61$$

$$B_1: 0.0146 - \sqrt{\frac{3}{2}} \times 0.004 = 0.0097$$

$$B_2: 0.0146$$

$$B_3: 0.0146 + \sqrt{\frac{3}{2}} \times 0.004 = 0.0195$$

하위특성의 수준조합, 즉,  $A_k B_q$ 에서 출력전류의 크기를  $y_{1kq}$ 라고 하고, 출력전류의 위상을  $y_{2kq}$ 라 하자.  $A_k B_q$ 에서  $y_{1kq}$ 를 계산한 후에 10 amp 를 빼주면 표 1을 얻는다.

예를 들면, 하위특성이 각각 1수준, 즉, (A, B) = (9.39, 0.0097)일 때에

$$y_{111} = \frac{110}{\sqrt{(9.39)^2 + (2\pi \times 50 \times 0.0097)^2}} = 11.14$$

표 1. 출력전류의 크기 데이터

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	-0.B <sub>3</sub>	T <sub>j</sub>
A <sub>1</sub>	1.14	0.53	-0.19	1.48
A <sub>2</sub>	0.52	0.00	-0.62	-0.10
A <sub>3</sub>	-0.04	-0.48	-1.02	-1.54
T <sub>k</sub>	1.62	0.05	-1.83	-0.16

가 되고, 10을 빼면 1.14가 나온다.

A<sub>k</sub>B<sub>q</sub>에서 출력전류의 위상 y<sub>2kq</sub>를 계산한 후에 24.64를 빼주면 표 2와 같은 데이터를 얻는다.

표 1과 표 2로 부터 성능특성치 Y<sub>1</sub>과 Y<sub>2</sub>의 총변동 및 제곱평균은 다음과 같이 구할 수 있다.

표 2. 출력전류의 위상 데이터

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	T <sub>j</sub>
A <sub>1</sub>	-6.66	1.39	8.48	3.21
A <sub>2</sub>	-7.69	0.00	6.85	-0.84
A <sub>3</sub>	-8.62	-1.26	5.36	-4.52
T <sub>k</sub>	-22.97	0.13	20.69	-2.15

$$\begin{aligned}
 S_{T_1} &= \sum_{k=1}^3 \sum_{q=1}^3 (y_{1kq} - M_1)^2 \\
 &= (1.14)^2 + (0.53)^2 + \dots + (-1.02)^2 \\
 &= 3.5438
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{T_2} &= \sum_{k=1}^3 \sum_{q=1}^3 (y_{2kq} - M_2)^2 \\
 &= (-6.66)^2 + (1.39)^2 + \dots + (5.36)^2 \\
 &= 328.878
 \end{aligned}$$

$$V_{T_1} = \frac{S_{T_1}}{9} = 0.39376$$

$$V_{T_2} = \frac{S_{T_2}}{9} = 36.542$$

현재의 값싼(3등급의) 하위특성 부품을 이용할 때, 상위특성 Y<sub>1</sub>과 Y<sub>2</sub>에 대한 기대손실은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \frac{A_1}{\Delta_1^2} V_{T_1} \\
 &= \frac{30000}{4^2} (0.39376) = 738.300
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \frac{A_2}{\Delta_2^2} V_{T_2} \\
 &= \frac{10000}{10^2} (36.542) = 3654.200
 \end{aligned}$$

그리고 직교다항식을 이용하여 각 하위특성의 상위특성에 대한 1차 및 2차효과를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 b_{11(i)} &= 0.825, & b_{11(q)} &= 0.0627 \\
 b_{21(i)} &= 143.75, & b_{21(q)} &= -3229.17 \\
 b_{12(i)} &= 2.112, & b_{12(q)} &= 0.1657 \\
 b_{22(i)} &= 1819.17, & b_{22(q)} &= -26458.33
 \end{aligned}$$

현재 3등급의 저항을 2등급으로 향상시킬 때에 추가비용 D<sub>1</sub>은 100원이고, 등급향상으로 인하여 표준편차는 0.5에서 0.3으로 줄어들며, 3등급의 저항을 1등급으로 대체하면 추가비용 D<sub>1</sub>은 700원이고, 표준편차는 0.5에서 0.1로 감소한다고 하자. 표 3에는 저항부품의 등급향상에 따른 표준편차의 감소비율(φ<sub>1</sub>), i번째 상위특성에 대한 기대손실 감소액(U<sub>1i</sub>), 상위특성 전반에 대한 기대손실의 총감소액(U<sub>11</sub>+U<sub>12</sub>), 등급향상에 따른 순품질개선(U<sub>11</sub>+U<sub>12</sub>-D<sub>1</sub>)을 나타내었다.

표 3에서 예를 들어 3등급의 저항을 2등급으로 대체할 때 기대손실 감소액  $U_{11}$ 은 식 (8)을 이용하여 다음과 같이 구한 것이다.

$$U_{11} = \frac{30000}{4^2} \frac{1}{9} [(2)(3)(0.61)^2(0.825)^2(1 - 0.6^2) + \frac{2}{3}(3)(0.61)^4(0.0627)^2(1 - 0.6^4)] = 203$$

표 3을 보면 현재 사용하고 있는 3등급의 저항을 1등급으로 향상시킬 때에 등급향상에 따른 순품질개선( $U_{11} + U_{12} - D_1$ )이 최대가 되므로 저항부품의 최적등급은 1등급이다. 인덕턴스 부품의 경우에는 현재 3등급을 2등급으로 향상시킬 때 추가비용  $D_2$ 는 1500원, 등급향상으로 표준편차는 0.004에서 0.002로 줄어들고, 3등급을 1등급으로 대체하면 추가비용  $D_2$ 는 6500원, 표준편차는 0.001로 감소한다고 하자. 표 4에는 인덕턴스의 등급향상에 따른 표준편차의 감소비율( $\phi_2$ ), j번째 상위특성에 대한 기대손실 감소액( $U_{2j}$ ), 상위특성 전반에 대한 기대손실의 총감소액( $U_{21} + U_{22}$ ), 등급향상에 따른 순품질개선( $U_{21} + U_{22} - D_2$ )을 나타내었다.

표 3. 저항부품의 향상에 따른 순품질개선

등급	추가비용 ( $D_1$ )	$\sigma_1$	$\phi_1$	$L_{11}$	$L_{12}$	$L_{11} + L_{12}$	$L_{11} + L_{12} - D_1$
3등급		0.5					
2등급	100	0.3	0.6	203	71	274	174
1등급	700	0.1	0.2	36,223	106	36,329	35,629

인덕턴스의 경우에는 현재 사용하고 있는

표 4. 인덕턴스부품의 향상에 따른 순품질개선

등급	추가비용 ( $D_2$ )	$\sigma_2$	$\phi_2$	$L_{21}$	$L_{22}$	$L_{21} + L_{22}$	$L_{21} + L_{22} - D_2$
3등급		0.004					
2등급	1500	0.002	0.5	467	3981	4448	2,948
1등급	6500	0.001	0.25	584	4975	5559	- 941

3등급을 2등급으로 향상시킬 때에 등급향상에 따른 순품질개선이 최대가 되므로 최적등급은 2등급이다. 결과적으로 2개의 하위특성 중 저항은 1등급, 인덕턴스는 2등급이 최적등급이다.

### 6. 결론

본 연구는 현실적으로 중요한 문제인 성능특성치가 다수인 경우의 허용차설계를 다루었다. 허용차설계를 두가지 과정, 즉, 등급선택과정과 등급이 선정된 다음에 행하는 허용차결정과정으로 나누어서 분석하였다. 등급선택과정에서는 부품이나 재료등과 같은 하위특성(low-level characteristic) 등급(grade)의 가격과 상위특성의 성능변동에 의한 기대손실의 합을 최소화하는 분석을 하였다. 허용차결정과정은 주어진 상위특성의 허용차를 만족하기 위한 하위특성의 허용차 결정을 하는데 있어서 하위특성이 상위특성에 미치는 영향이 선형인 경우와 비선형인 경우로 나누어 분석을 하였다. 등급선택과정에 대해서는 특별히 최적 등급선정 절차를 마련하였고, 전기회로의 예를 통하여 이러한 절차를 예시하였다.

본 연구의 결과는 기계, 전자, 금속, 화학 등 거의 전 산업분야에 관계된 허용차설계에

관한 문제점중 상위특성이 2개 이상인 경우에 이용될 수 있는데, 등급선택과정과 허용차결정과정을 통하여 각 특성치에서 요구되는 수준의 성능변동을 얻고 순품질개선이 최대가 되도록 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 고 선우, "오프라인 품질관리에서의 파라미터 및 허용차설계에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위논문, 1992.
- [2] 김상익, "다구찌 방법에서의 다변량 SN비", 다구찌 품질공학과 실험계획법 WORKSHOP, 한국통계학회 공업통계연구회, 1991.
- [3] 김옥일, 강창욱, "다특성치 파라미터 설계의 평가척도에 관한 연구", 품질경영학회지, 제 22권, 제 1호, pp.122-132, 1994.
- [4] 동승훈, "성능특성이 다수인 경우의 파라미터 설계에 관한 연구", 한국과학기술원 석사학위논문, 1991.
- [5] 박성현, 응용실험계획법, 영지문화사, 1990.
- [6] 박 송배, 회로이론, 문운당, 1987.
- [7] 염봉진, "다구찌방법의 재조명 上, 下", 품질과 경영, 216, 217호, 1991.
- [8] 염봉진, 고선우, 김성준, "제품 및 공정 설계를 위한 다구찌 방법", 경영과학, 제 7권, pp.3-21, 1990.
- [9] 田口玄一, 품질공학강좌1, 개발·설계단계의 품질공학, 한국공업표준협회, 1991.
- [10] 田口玄一, 품질공학강좌2, 제조단계의 품질공학, 한국공업표준협회, 1991.
- [11] 田口玄一, 품질공학강좌3, 품질평가를 위한 SN비, 한국공업표준협회, 1991.
- [12] 田口玄一, 품질공학강좌4, 품질설계를 위한 실험계획법, 한국공업표준협회, 1991.
- [13] 田口玄一, 품질공학강좌5, 품질공학 사례집 일본편·일반, 한국공업표준협회, 1991.
- [14] 田口玄一, 품질공학강좌6, 품질공학 사례집 미국·유럽편, 한국공업표준협회, 1991.
- [15] 田口玄一, 품질공학강좌7, 품질공학 사례집 계측편, 한국공업표준협회, 1991.
- [16] Box, G.E.P., "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations", *Technometrics*, Vol. 30, pp.1-17, 1988.
- [17] Hunter, J.S., "Statistical Design Applied to Product Design", *J. of Qual. Technol.*, Vol. 17, pp.210-221, 1985.
- [18] Kacker, R. N., "Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method", (with discussion), *J. of Qual. Technol.*, Vol. 17, pp.176- 209, 1985.
- [19] Leon, R.V., Shoemaker, A.C., and Kacker, R.N., "Performance Measures Independent of Adjustment: An Explanation and Extension of Taguchi's Signal-to-Noise Ratios", *Technometrics*, Vol. 29, pp. 253-265, 1987.
- [20] Logothetis, N. and Wynn, H.P., Quality Through Design, Clarendon Press, Oxford, 1989.
- [21] Phadke, M. S., Quality Engineering Using Robust Design, Prentice Hall, New Jer-

sey, 1989.

- [22] Pignatiello, Jr., J. J., "Strategies for Robust Multiresponse Quality Engineering", *IIE Transactions*, Vol. 25, No. 3, pp.5-15, 1993.
- [23] Taguchi, G., "Introduction to Quality Engineering", Asian Productivity Association, Tokyo, 1986.
- [24] Taguchi, G., Elsayed, E.A., and Hsiang, T., Quality Engineering in Production Systems, McGraw-Hill, New York, 1989.