응용논문

블록조립공장의 부하평준화를 위한 생산일정계획

이 재 동 · 홍 유 신

A Production Schedule for Load Leveling in a Block Assembly Shop*

Jae dong, Lee* · Yu shin, Hong

〈Abstract〉

This paper presents a production scheduling model in a block assembly shop in shipbuilding industry. In a block assembly shop, the most important performance criterion is load leveling, which balances manpower and work area utilization through the planning horizon. The problem is formulated as a mixed-integer nonlinear programming(MINLP) problem of which objective function is to optimize load leveling.

The developed MINLP problem can not be solvable due to computational complexity. The MINLP problem is decomposed into two stage mixed-integer linear programming (MILP) problems to obtain a good solution, but the decomposed MILP problems are still computationally intractable because of combinatorial complexity. Therfore, a heuristic method using linear programming is proposed to solve two stage MILP problems sequentially. The proposed heuristic generates a good production schedule within a reasonable computation time, and it is easily applicable for establishing the production schedule in a block assembly shop in shipbuilding industry.

1. 서론

최근 경제의 발전과 함께 근로자의 임금이 증가함에 따라 생산 현장에서는 인력 관리의 고도화가 요구되고 있다. 특히 조선공업은 섬유공업과 더불어 노동집약 산업의 대표적인 업종으로서 임금 증가에 따른 생산비용 증대의 충격을 가장 많이 받고 있기 때문에 조선소의 일선 담당자들은 유휴/잔업시간 최소화에 의한 인력 관리의 질적 향상에 주력하고 있다. 유휴시간과 잔업시간을 최소화시키기 위해서는 생산량을 평준화(Leveling) 시켜야 하며, 생산량의 평준화는 곧 부하(자원 사용량) 평준화를 의미한다. 부하 평준화에 관련된 기존 연구로서 작업 강도(Work Intensity)를 조절해서 부하를 평준화시키거나 혹은 여유일(Slack)이 있는 작업의 완성일을 조절해서 부하를 평준화시키는 연구 등을 들 수 있다.

Wiest[8]는 최단(Shortened) 공기, 표준(Normal) 공기, 최장(Stretched) 공기등 3 단계로 작업강도를 달리하면서 부하를 평준화시키는 발견적 기법 SPAR-1 (Scheduling Program for Allocation Resources)을 제안하였다. Talbot[7]은 역시 작업강도의 조절에 의한 방법으로 정수문제의 최적해를 찾는 연구를 수행하였다.

* 포항공과대학교 산업공학과

Wiest[8]와 Talbot[7]의 연구는 비 연속적(Discrete)인 작업강도를 사용하였으나 Leachman [2]은 연속적(Continuous)인 작업강도에 의해서 부하가 집중된 시점(Peak Region)내 작업의 강도를 변경시킴으로써 여러 자원들의 최대점(Load Peak)을 최소화시키는 발견적 기법을 제시하였다.

Levy,Thompson,Wiest[3]는 부하의 상한선(Trigger Level)을 정의하고 상한선을 넘는 부하가 발생하는 기간(Peak Region)내 작업들의 시작일을 변경하는 발견적 기법을 제시하였다. Burgess 와 Killebrew[1]는 각 시점의 부하 제곱을 전체기간에 걸쳐 합한 값을 최소화시키도록 작업의 시작일을 조절하는 발견적 기법을 제안한 바 있다. Woodworth와 Willie[9]는 Burgess 와 Killebrew[1]의 결과를 Multi-Project에 적용할 수 있도록 바꾸는 발견적 기법을 제안하였다.

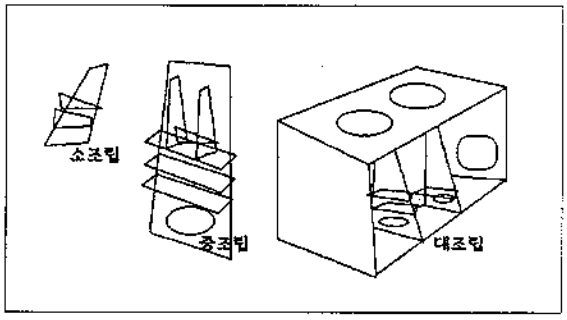
본 논문에서는 다수개의 작업장을 가지고 있는 공장으로서, 납기(Duedate)와 자재도착일(Readydate)을 가진 블록을 조립하는 조선소 블록 조립공장의 부하평준화 문제를 연구하였다. 이 문제는 블록의 완성일을 변경하면서 작업장 부하를 평준화시키는 문제이기 때문에, Levy[3]와 Burgess[1]의 연구에서 사용된 방법과 유사하다. 그러나 블록은 여러개의 JOB으로 구성되고, 공장내 여러 작업장중 한 곳에서 JOB이 작업될 수 있기 때문에 기존 연구의 문제와 달라서 새로운 부하 평준화 기법이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 블록 조립공장의 부하평준화 문제에 대한 수리모형을 정의하고, 이 수리모형을 토대로 실제 현장에 적용될 수 있는 발견적 기법을 사용하여 부하를 평준화시키는 방법을 개발하였다.

본 논문의 2장에서는 블록 조립과 부하평준화등 문제의 개요를 설명하고, 3장에서 문제를 비선형 혼합정수 계획법 문제로 모형화하였으며, 4장에서 문제의 분할을 통해서 선형 혼합정수 계획법 문제에서의 발견적 기법을 실제 일정계획에 적용시키고, 5장에서 발견적 기법의 적용에 관한 결론을 지었다.

2. 블록 조립

2.1. 블록과 조립작업(JOB)

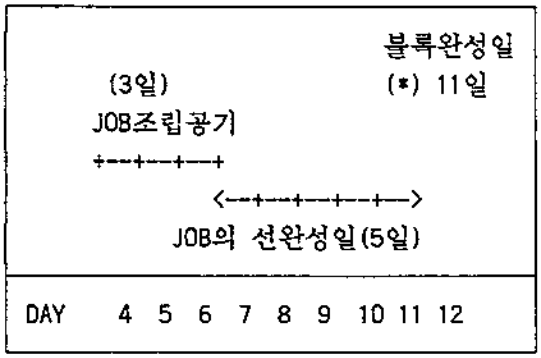
일반적으로 대형 조선소에는 선박의 효율적인 건조를 위하여 선체의 일 부분을 먼저 만들어 이들을 결합하여 선박을 만드는 이른바 블록 공법을 사용하고 있는데, 먼저 만들어 지는 선체의 작은 부분을 블록이라고 한다. 블록은 배의 각 부분을 구성하는 조각품이기 때문에 블록이 선체(Hull)내 어느 부위에 있느냐에 따라 그 모양과 크기가 다르지만 블록을 조립하는 과정은 〈그림 1〉과 같이 소조립, 중조립, 대조립을 거쳐서 만들어 지며, 이러한 각각의 조립작업을 JOB이라 한다.



〈그림 1〉 블록의 조립방법

블록 조립공장에서 조립되는 모든 블록은 자재도착일(Readydate) 이후부터 조립이 가능하고, 납기일(Duedate) 이전에 완성되어야 하는데, 1개의 블록은 여러개의 JOB으로 구성되어 있기 때문에 모든 JOB이 끝나야만 블록이 완성된다.

따라서 블록 조립공장에서는 블록의 완성일 보다 JOB이 미리 완성되는 기간인 선완성일을 〈(그림 2)〉와 같이 정의하고, 블록의 완성일(11일)과 JOB의 선완성일(4일)에 의해서 JOB의 조립완성일=블록완성일(11일)−JOB의 선완성일(5일)=6일, 조립시작일=조립완성일(6일)−조립공기(3일)+1일=4일과 같이 결정한다.



〈그림 2〉 JOB의 조립시점

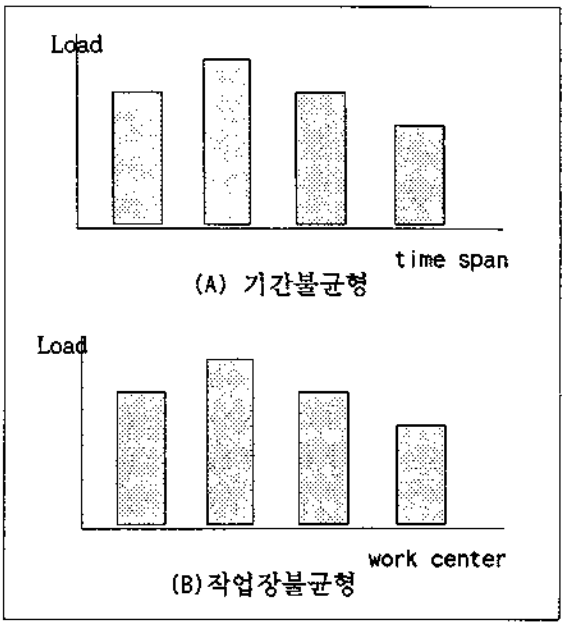
2.2. 블록 조립공장

블록 조립공장은 다수개의 소조 작업장, 중조 작업장, 대조 작업장으로 되어 있고, 소조 작업장에서는 소조립 JOB만을 조립할 수 있으며, 중조 작업장은 중조립 JOB만을, 대조 작업장은 대조립 JOB만을 조립할 수 있다. 각 작업장(Work Center)은 여러개의 JOB을 동시에 조립할 수 있으나 사용 가능한 면적(가용면적, Area Capacity)과 한정된 작업자에 의해 투입 가능한 작업시간(가용시수, ManHour Capacity)이 제한되기 때문에, 1주일 동안 조립되는 모든 JOB에 의해 사용되는 면적부하와 MH(ManHour)부하는 1주일의 가용능력(Capacity)을 초과할 수 없다.

2.3. 부하 불균형

블록 조립공장에서 발생하는 부하의 불균형은 〈그림 3〉과 같이 크게 두 가지의 형태로 나타난다.

(그림 3)의 (A)와 같은 부하 불균형은 후공정의 요구량(Demand)이 특정 시점에 집중되어 발생되는 기간별 불균형으로서, 과거에는 작업자의 신규고용/해고 혹은 잔업근무등 가용능력의 조절에 의해서 이러한 불균형을 줄일 수 있었다. 그러나 최근 작업자의 임금이 급증함에 따라 가용능력의 조절에만 의존하기가 어렵게 되었기 때문에 기간별로 생산량을 균등하게 배분시켜 주는 기간 평준화기법이 필요하게 되었다. 〈그림 3〉의 (B)는 여러 작업장 사이의 부하가 고르게 배분되지 못하기 때문에 발생되는 작업장간 불균형인

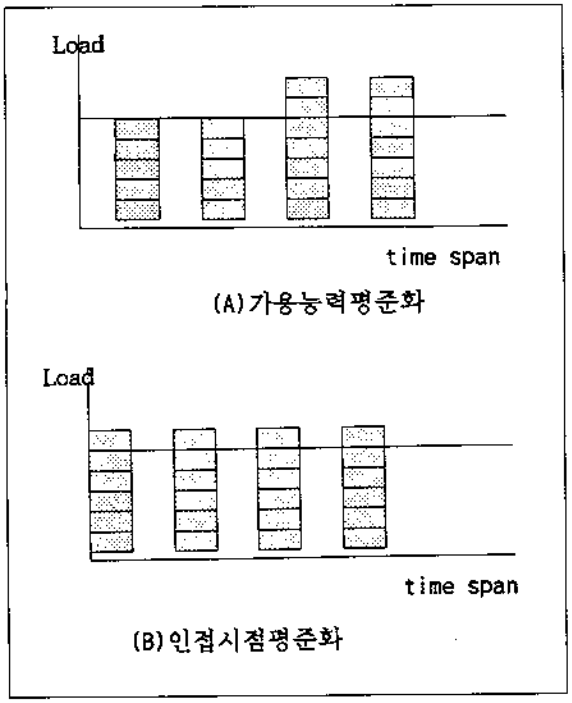


〈그림 3〉 부하 불균형의 유형

데, 작업자들의 보직이동과 같이 과거에 사용된 가용능력 조절은 강력한 노동조합의 대두로 불가능하게 되었다. 따라서 작업장간 불균형도 작업자간 생산량 배분 즉 작업장 평준화 기법을 사용하여 최소화시켜야 한다.

특히 기간별 부하 평준화는 부하를 가용능력에 근접시키는 것과 인접한 기간의 부하변동을 줄이는 것 등 두가지 방법이 있는데, 이러한 두 방법은 〈그림 4〉와 같이 서로 다른 결과를 만들 수 있다.

전자의 방법 즉 가용능력에 평준화시키는 방법은 부하를 가용능력에 맞추려고 하기 때문에 가용능력과 큰 차이를 보이는 부하에서는 〈그림 4-A〉처럼 평준화 성능이 떨어지는 반면 후자의 방법인 인접시점 평준화에서는 평준화성능은 우수하지만 가용능력을 고려하지 못하기 때문에 〈그림 4-B〉와 같은 결과를 만들게 된다. Burgess [1]의 연구에서는 전체기간에서의 부하제곱 합을 부하평준화의 척도로 정하였으나 이것은 본 논문의 인접시점 평준화와 같은 개념으로서 가용능력을 고려하지 못하는 단점이 있다.



〈그림 4〉 기간평준화의 두가지 방법

3. 문제의 모형화

3.1. 문제의 가정 및 용어 정의

—문제의 가정

단일 작업군 : JOB의 조립에는 1종류의 작업만이 필요하다고 가정하였다.

가용시수(MH- capacity)의 고정 : 1주일 동안 모든 작업자가 정상근무에 의해서 투입가능한 시간을 가용시수로 정의하고, 전체 스케쥴기간동안 고정된 것으로 가정하였다.

가용면적(Area Capacity)의 고정 : 작업장에서 사용가능한 실제 면적을 가용면적으로 정의하고,전체 스케쥴 기간동안 고정된 것으로 가정하였다.

—용어의 정의

조업도 : 부하/가용능력

잔업율 : 가용능력을 초과하는 부하/가용능력

유휴율 : 가용능력에 미달된 부하/가용능력

3.2. 부하평준화 문제

—상수 (Constants)

E_r : r타입 가용능력의 최대 사용비율

A : 유휴율의 가중치

B : 잔업율의 가중치

C : 인접시점간 부하평준화의 가중치

D : 작업장간 부하평준화의 가중치

K : 생산해야 하는 총 블록수

WK : 스케쥴 기간(Planning Horizon)

R_i : i 블록의 자재도착일(Readydate)

D_i : i 블록의 후공정요구일(Duedate)

T_i : i 블록의 공기 (Duration)

$N_{i,j}$: i 블록의 j 공정에 속한 JOB 수

$T_{i,j,k}$: i 블록의 j 공정에 속한 k번째 JOB의 조립공기

$G_{i,j,k}$: i 블록의 j 공정에 속한 k번째 JOB의 선완성일

$W_{r,i,j,k}$: i 블록의 j 공정에 속한 k번째 JOB의 r 타입 자원 사용량

M_j : j 공정에 속한 작업장 수

$C_{r,j,m}$: j 공정에 속한 m번째 작업장의 r타입 가용능력

—의사결정 변수(Decision Variables)

$\Lambda^{+}_{r,j,m,w}, \Lambda^{-}_{r,j,m,w}$: j공정 m번째 작업장에서 w주의 r타입 자원의 유휴율과 잔업율

$\Delta^{+}_{r,j,m,w}, \Delta^{-}_{r,j,m,w}$: j공정 m번째 작업장에서 w주, w+1주의 r타입 자원조업도차이

$\delta^{+}_{r,1,w}, \delta^{-}_{r,1,w}$: 소조립의 1번, 2번작업장의 w주의 r타입 조업도 차이

$\delta^{+}_{r,2,w}, \delta^{-}_{r,2,w}$: 소조립의 2번, 3번작업장의 w주의 r타입 조업도 차이

$\delta^{+}_{r,3,w}, \delta^{-}_{r,3,w}$: 소조립의 3번, 1번작업장의 w주의 r타입 조업도 차이

$\delta^{+}_{r,4,w}, \delta^{-}_{r,4,w}$: 중조립의 1번, 2번작업장의 w주의 r타입 조업도 차이

$L_{r,j,m,w}$: j공정에 속한 m번째 작업장에서 w주의 r타입 부하

$F_{i,t}$: i 블록의 완성일을 나타내는 이진변수

1 : i 블록 완성일이 t일일 때

0 : 아닐 때

$X_{i,j,k,m}$: i블록 j공정에 속한 k번째 JOB의 작업장을 나타내는 이진변수

1 : i블록, j공정, k번째 JOB의 조립작업장이 m번째 작업장일 때

0 : 아닐때

-부하평준화 모형 (식 A)

본 논문에서는 블록 조립공장의 부하평준화를 가용능력 불균등, 인접시점 불균등, 작업장간 불균등의 최소화로 정의하고, 모형의 목적함수와 제약조건을 (식 A)와 같이 정의하였다. (식 A.1)에서 3가지 부하 평준화의 중요도는 공장상황에 따라 변할 수 있기 때문에 각각의 가중치를 나타내는 상수와 함께 나타내었다.

가용능력 평준화의 척도는 가용능력과 해당시점의 부하차이에 의해서, 인접시점 평준화는 인접한 시점의 부하차이에 의해서,작업장간 평준화의 척도는 비교할 작업장간의 부하차이에 의해서 각각 정의될 수 있으나, 다른 작업장과의 가용능력 차이를 보상할 수 있도록 (식 A.2)와 같이 조업도 차이를 사용하여 각각의 척도를 정의하였다. 또한 각 시점의 부하가 가용능력을 초과하지 못하는 가용능력 제약조건은 (식 A.3)에, 각 블록이 자재 도착일 이전에 조립될 수 없고 납기일 이전에 조립이 완료되어야 하는 조립기간 제약조건은 (식 A.4)에 정의하였다. JOB의 작업장 배치규칙 즉 JOB이 속한 공정을 처리할 수 있는 1개의 작업장에서 조립되어야 제약 조건은 (식 A.5)과 같이 정의하였다.

(식 A.6)은 작업장의 부하계산식을 나타내고 있는데, 이 식을 이해하기 이전에 조립공기가 4일, 선완성일이 2일인 JOB에 대해서 생각해보자. 이 JOB에 의해서 t일에 부하가 발생되는 경우는 〈그림 5〉와 같은 4가지의 경우에만 가능하다.

〈그림 5〉에서 보는 바와 같이 4가지의 경우는 각각 t+2, t+3, t+4, t+5일에 블록이 완성되는 경우에 해당되므로,전술한 JOB의 조립에 1일 자원 사용량이 W라고 할 때 t일의 부하는 다음과 같다.

$$(\text{t일의 부하}) = W(F_{i,t+2}+F_{i,t+3}+F_{i,t+4}+F_{i,t+5})$$

따라서 i블록의 j공정에 속하는 k번째 JOB의 선완성일이 $G_{i,j,k}$, 조립공기가 $T_{i,j,k}$, r타입 자원 사용량이 $W_{r,i,j,k}$라면, 이 JOB에 의해 발생되는 특정 작업장의 t일의 부하는 다음과 같다.

$$(\text{t일의 부하}) = W_{r,i,j,k}\sum_{d=1}^{T_{i,j,k}}(F_{i,t+d-1+G_{i,j,k}})$$

따라서 K개 블록의 j공정에 포함된 모든 JOB이 m작업장에서 조립된다고 하면 m작업장의 w주 부하는 다음과 같다.

$$(\text{w주부하}) = W_{r,i,j,k}\sum_{t=6w-5}^{6w}\sum_{d=1}^{T_{i,j,k}}\sum_{i=1}^{K}\sum_{k=1}^{N_{i,j}}(F_{i,t+d-1+G_{i,j,k}})$$

그런데 이들 JOB중에는 m작업장이 아닌 다른 작업장에서도 조립되는 JOB이 있기 때문에 j공정에 속한 m작업장의 w주 부하는 $X_{i,j,k,m}$와 $F_{i,t}$가 동시에 고려되어서 식(A.6)과 같이 정의되어야 한다.

-모형의 분석

블록 조립공장의 부하 평준화를 위한 수리 모형(모형A)은 JOB의 작업장 변수 X와 블록 완성일 변수 F가 이진 변수이며 비선형 형태를 가지기 때문에 비선형 혼합정수 계획법(Mixed-integer Nonlinear Programming, MINLP)문제에 해당된다. 일반적으로 비선형 혼합정수 계획법 문제에서 작은 크기의 문제를 제외하고, 그 최적해 도출이 불가능하다는 것은 잘 알려져 있다. 조선소 블록 조립공장의 부하 평준화 문제는 약 1000여개의 블록이 동시에 계획되고, 각 블록은 약 4-5개의 JOB으로 구성되기 때문에 매우 큰 스케줄 문제에 해당된다. 따라서 제시된 부하 평준화 모형은 비록 비선형 혼합 정수계획 문제로 모형화는 가능하나 최적해를 구할 수 없는 어려움이 있어, 본 논문에서는 원래 모형을 두 개의 선형 혼합 정수 계획 모형으로 분할하여 단계적으로 해를 구하는 방법을 모색하였다.

$$\text{MIN} \quad \sum_{r=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{m=1}^{M_j}\sum_{w=1}^{WK}(A*\Lambda^{+}_{r,j,m,w}+B*\Lambda^{-}_{r,j,m,w}+C*\Delta^{+}_{r,j,m,w}+C*\Delta^{-}_{r,j,m,w})$$

$$+ \sum_{r=1}^{2}\sum_{l=1}^{4}\sum_{w=1}^{WK}(D*\delta^{+}_{r,l,w}+D*\delta^{-}_{r,l,w}) \qquad (\text{식 A.1})$$

Subject To

$$\Lambda^{+}_{r,j,m,w}-\Lambda^{-}_{r,j,m,w}=1-L_{r,j,m,w}/C_{r,j,m} \qquad \forall r,j,m,w \qquad (\text{식 A.2.1})$$

$$\Delta^{+}_{r,j,m,w}-\Delta^{-}_{r,j,m,w}=L_{r,j,m,w}/C_{r,j,m}-L_{r,j,m,w}/C_{r,j,m} \qquad \forall r,j,m,w \qquad (\text{식 A.2.2})$$

$$\delta^{+}_{r,l,w}-\delta^{-}_{r,l,w}=L_{r,j,a,w}/C_{r,j,a}-L_{r,j,b,w}/C_{r,j,b} \qquad \forall r,l,w \qquad (\text{식 A.2.3})$$

$$L_{r,j,m,w}\le E_r C_{r,j,m} \qquad \forall r,j,m,w \qquad (\text{식 A.3})$$

$$\sum_{t=R_i+P_i-1}^{D_i-1}F_{i,t}=1 \qquad \forall i \qquad (\text{식 A.4.1})$$

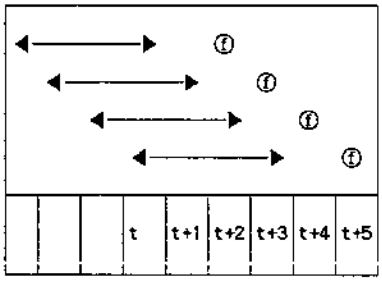
$$\sum_{t=1}^{R_i+P_i-2}F_{i,t}+\sum_{t=D_i}^{WK*6}F_{i,t}=1 \qquad \forall i \qquad (\text{식 A.4.2})$$

$$\sum_{m=1}^{M_j}X_{i,j,k,m}=1 \qquad \forall i,j,k \qquad (\text{식 A.5})$$

$$L_{r,j,m,w}=W_{r,i,j,k}\sum_{t=6w-5}^{6w}\sum_{d=1}^{T_{ijk}}\sum_{i=1}^{K}\sum_{k=1}^{N_{ij}}(X_{i,j,k,m}F_{i,t+d-1+G_{iw}}) \qquad \forall r,j,m,w \qquad (\text{식 A.6})$$

$F_{i,t}$, $X_{i,j,k,m}$ is binary variables

All decision variables are non-negative.



ⓕ 블록완성일

조립기간 : 4일

선완성일 : 2일

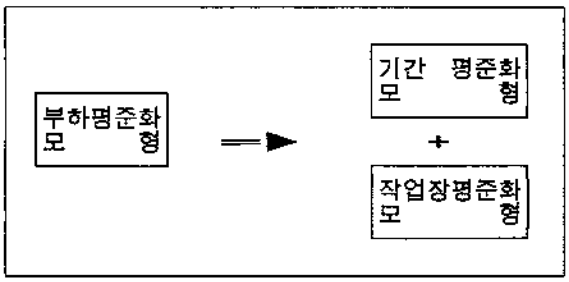
〈그림 5〉 JOB의 부하계산

4. 모형의 구현

4.1. 문제의 분할

블록 조립공장에서 부하 평준화는 기간 평준화와 작업장 평준화를 의미하며, 기간 평준화의 결과를 결정하는 것은 블록의 완성일을 나타내는 의사결정 변수 F이고, 작업장 평준화의 결과를 결정하는 것은 JOB의 작업장을 나타내는 의사결정 변수 X이다. 따라서

이 기간별 평준화와 작업장별 평준화를 분리시켜 두 단계의 문제로 생각한다면 두개의 중요한 의사결정 변수가 분리되고, 원래 문제는 〈그림 6〉과 같이 두 단계의 선형 혼합정수 계획법 (Mixed-integer Linear Programming, MILP)문제로 분할할 수 있다.



〈그림 6〉 문제의 분할방법

원래 문제에서는 블록완성일과 JOB작업장을 동시에 고려해서 부하 평준화를 수행하지만, 실상 기간 평준화는 블록완성일 결정에 의해서 그 결과가 좌우되며, JOB의 작업장 결정방법은 기간 평준화와 무관하다고 볼 수 있다. 또한 현장의 실제 스케줄작업에서도 블록의 완성일을 조절해서 기간 평준화 과정을 먼저 수행하고, JOB의 작업장을 결정해서 작업장 평준화작업을 수행한 다음, 최종적으로 기간 평준화와 작업장 평준화를 동시에 수행하고 있다. 따라서 두 의사결정 변수 X와 F를 독립시켜서 기간 평준화와 작업장 평준화를 분할하여 고려한다고 하더라도 원래 문제와는 큰 차이를 보이지 않는다고 판단되어, 분할된 문제는 원래 문제에 가장 근사한 해를 줄 수 있는 효과적인 대안으로 생각된다.

4.2. 기간평준화 문제

－변경된 상수 (Constants)

$C_{r,j}$: j 공정에 속한 m번째 작업장의 r타입 가용능력

－변경된 의사결정 변수(Decision Variables)

$\Lambda^{+}_{r,j,w}\Lambda^{-}_{r,j,w}$: j공정, w주, r타입 자원의 유휴율과 잔업율

$\Delta^{+}_{r,j,w}\Delta^{-}_{r,j,w}$: j공정, w주와 w+1주의 r타입 자원조업 도차이

$L_{r,j,w}$: j공정, w주의 r타입 부하

－기간평준화 모형 (모형 B)

기간평준화 모형에서는 작업장 부하가 계산될 수 없으므로 (식 B.1)과 같이 공정별 척도를 최소화시키는 목적함수를 정의하였고, (식 B.2)에서 각 척도는 공정별로 고려되었으며, 가용능력의 제약조건(식 B.3)과 부하계산식(식 B.6)도 공정별로 고려되었다.그러나 블록의 조립기간 제약조건(식 B.4)은 그대로 사용된다. 특히 작업장별 계산이 없기 때문에 의사 결정변수 $X_{i,j,k,m}$은 없어졌으며, 원래 모형에서 정의된 작업장 배치조건은 기간 평준화 모형에서 사용되지 않는다.

4.3. 작업장 평준화 문제

－변경된 상수

$F_{i,t}$: i 블록의 완성일을 나타내는 이진상수

1 : i 블록 완성일이 t일 일 때

0 : 아닐 때

－작업장 평준화 모형 (식 C)

작업장 평준화 모형에서는 작업장간 평준화의 척도만이 고려되어야 하지만 작업장내의 기간 평준화를 위해서 인접시점의 평준화 척도를 포함시켜 (식 C.1)과 같이 목적함수를 정의하였다. 이 모형의 부하계산식에서는 $F_{i,t}$가 상수로 사용되는데, 이 상수는 기간평준화 모형에서 결정된 값을 사용한다. 따라서 블록조립기간의 제약조건 (식 A.4)은 없어진다.

4.4. 접근 방법과 혼합정수 계획 모형의 해

4.2절과 4.3절에서 제시된 두 단계의 모형(식 B, 식 C)을 VAX8800에서 LINDO를 이용하여 실제 문제의 일정계획의 수립에 적용시켜 본 결과, 기간 평준화 모형과 작업장 평준화모형 모두 48시간이 지나도록 초기 정수해(Initial Integer Solution) 조차 얻지 못하는 것을 알 수 있으며, 이러한 것은 실제 데이타의 크기에서 기인한 결과라고 보여진다. 실제 데이타(블록 1000개, 블록당 5개의 JOB으로 구성)를 사용할 때, 블록 완성일의 결정에는 (10^{1000})개의 방법과 JOB의 작

$$\text{MIN} \quad \sum_{r=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{w=1}^{WK}(A*\Lambda^{+}_{r,j,w}+B*\Lambda^{-}_{r,j,w}+C*\Delta^{+}_{r,j,w}+C*\Delta^{-}_{r,j,w}) \qquad (\text{식 B.1})$$

Subject To

$$\Lambda^{+}_{r,j,w}-\Lambda^{-}_{r,j,w}=1-L_{r,j,w}/C_{r,j} \qquad \forall r,j,w \qquad (\text{식 B.2.1})$$

$$\Delta^{+}_{r,j,w}-\Delta^{-}_{r,j,w}=L_{r,j,w}/C_{r,j}-L_{r,j,w+1}/C_{r,j} \qquad \forall r,j,w \qquad (\text{식 B.2.2})$$

$$L_{r,j,w}\le E_r C_{r,j} \qquad \forall r,j,w \qquad (\text{식 B.3})$$

$$\sum_{t=R_i+P_i-1}^{D_i-1}F_{i,t}=1 \qquad \forall i \qquad (\text{식 B.4.1})$$

$$\sum_{t=1}^{R_i+P_i-2}F_{i,t}+\sum_{t=D_i}^{WK=6}F_{i,t}=1 \qquad \forall i \qquad (\text{식 B.4.2})$$

$$L_{r,j,w}=W_{r,i,j,k}\sum_{t=6w-5}^{6w}\sum_{d=1}^{T_{ijk}}\sum_{i=1}^{K}\sum_{k=1}^{N_{ij}}(F_{i,t+d-1+G_{ijk}}) \qquad \forall r,j,w \qquad (\text{식 B.6})$$

$F_{i,t}$ is binary variables

All decision variables are non-negative.

업장 결정에는 (15^{1000})개의 방법이 있고, 총 (25^{1000})개의 방법이 존재하기 때문에 앞서 제시된 혼합정수계획 모형을 사용하더라도 최적해의 도출이 불가능함을 짐작할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 비교적 빠른 시간내에 최적해에 근사한 해를 줄 수 있는 발견적 기법(Heuristic Method)의 개발이 필요하다고 판단되었다.

위의 실험을 통해서 LINDO를 수행시킬 때 중간과정의 결과로서 변수 $F_{i,t}X_{i,j,k,m}$의 정수 제약 조건을 무시한 선형계획법(Linear Programming, LP) 문제의 최적해가 비교적 빠른 시간내에 얻어지는 것을 볼 수 있었다. 실제 데이타를 사용하였을 때 기간 평준화 모형에서는 약 4시간만에, 작업장 평준화 모형에서는 약 3시간만에 선형계획법의 비정수 최적해가 도출되었다. 또한 비정수 최적해 결과를 분석하면 기간평준화 모형과 작업장 평준화 모형에서 약 80-90%의 의사결정 변수가 정수값을 가지고 있는 것을 알 수 있다. 이러한 결과로 부터 약 80-90%의 정수 해를 포함한 비정수 해는 부분적이나마 일정 계획으로 사용될 수 있는 유용한 결과이며, 비정수 값을 가지는 의사결정 변수의 정수해를 얻는 좋은 방법을 발견할 수 있다면, 실제 문제에서 만족할 만한 초기 정수해를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

4.5. 발견적 기법과 평준화 결과

선형계획법 문제에서 얻은 비정수 최적해로 정수해를 도출하는 방법은 다음과 같이 세 가지의 방법을 생각할 수 있다.

방법 ⓐ 비 정수값을 가지는 결과에서 동일 블록(혹은 동일 JOB)중 가장 큰 값을 가지는 변수의 값을 1로 만들어 정수해를 얻는 방법

$$\text{MIN} \sum_{r=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{m=1}^{M_j}\sum_{w=1}^{WK}(C*\Delta^{+}_{r,j,m,w}+C*\Delta^{-}_{r,j,m,w}) + \sum_{r=1}^{2}\sum_{l=1}^{4}\sum_{w=1}^{WK}(D*\delta^{+}_{r,l,w}+D*\delta^{-}_{r,l,w}) \quad \text{(식C.1)}$$

Subject To

$$\Delta^{+}_{r,j,m,w}-\Delta^{-}_{r,j,m,w}=L_{r,j,m,w}/C_{r,j,m}-L_{r,j,m,w+1}/C_{r,j,m} \qquad \forall r,j,m,w \qquad \text{(식 C.2.2)}$$

$$\delta^{+}_{r,l,w}-\delta^{-}_{r,l,w}=L_{r,j,a,w}/C_{r,j,a}-L_{r,j,b,w}/C_{r,j,b} \qquad \forall r,l,w \qquad \text{(식 C.2.3)}$$

$$L_{r,j,m,w} \le E_r C_{r,j,m} \qquad \forall r,j,m,w \qquad \text{(식 C.3)}$$

$$\sum_{m=1}^{M_j} X_{i,j,k,m}=1 \qquad \forall i,j,k \qquad \text{(식 C.5)}$$

$$L_{r,j,m,w}=W_{r,i,j,k}\sum_{t=6w-5}^{6w}\sum_{d=1}^{T_{ijk}}\sum_{i=1}^{K}\sum_{k=1}^{N_{ij}}(X_{i,j,k,m}F_{i,t+d-1+G_{ijk}}) \qquad \forall r,j,m,w \qquad \text{(식 C.6)}$$

$X_{i,j,k,m}$ is binary variables

All decision variables are non-negative.

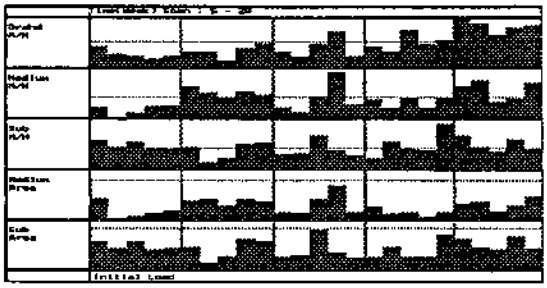
방법 ⓑ 정수값을 가지는 결과는 고정시켜 상수화 시키고, 비 정수값을 가지는 변수만을 이용하여 축소된 혼합 정수 계획 문제로 모형화하여 해를 도출하는 방법.

방법 ⓒ 스케쥴 기간을 적당한 구획으로 분할해서 (B)의 방법을 적용.

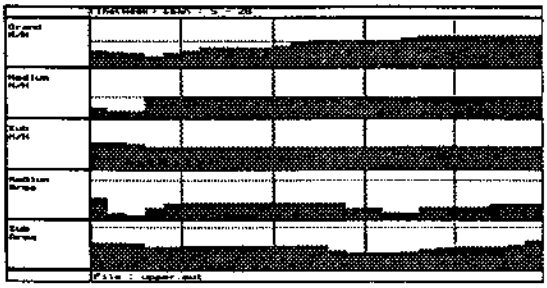
위의 세 가지 방법중 ⓑ는 기간 평준화 모형에서 10%의 블록이 비 정수값을 가지므로 블록완성일 결정은 여전히 매우 큰 혼합정수 계획법 문제가 되고, 부분 최적해의 도출마저도 불가능하다. ⓒ에서는 4구간(8주+6주+6주+8주)으로 스케쥴 기간을 분할하는 것과 같이 문제의 크기를 원하는 만큼 조절할 수 있는 장점이 있으나, 분할되는 기간의 경계에 걸친 블록들이 적절히 스케쥴되지 못하고 평준화의 결과가 매우 나빠지는 것을 확인하였다. 반면 ⓐ는 비록 간단한 방법이지만 빠른 시간내에 매우 좋은 결과를 보여 주었다.

따라서 본 논문에서는 ⓐ를 채택하여, 두 단계의 혼합정수 계획 모형 대신 선형계획법 문제에서 최적해를 먼저 구하였다. 그리고 선형계획법 문제의 최적해로부터 발견적기법을 사용하여 정수해를 도출하였다. 〈그림 7-A〉는 모든 블록이 (요구일-1일)에 완성될 때 6개월(5주-30주)기간 동안의 초기 부하상태 를 나타낸 것이다. 〈그림 7-B〉는 선형계획법의 결과로 얻어진 부하상태를 나타내며, 〈그림 7-C〉는 발견적 기법에 의한 최종결과를 표시하고 있다. 각각의 경우〈그림 7〉는 대조/중조/소조의 인력부하와 중조/소조의 면적부하등 총 5종류의 부하를 나타내며, 가용능력에 대한 백분율에 의해서 크기를 표시하였다.

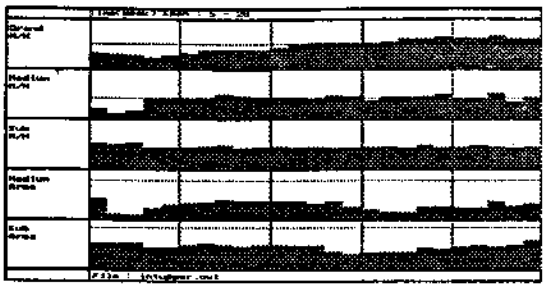
본 논문에서 사용한 실제 데이타의 초기 부하상태 〈그림 7-A〉는 면적 부하보다 인력부하가 더 심각한 것을 볼 수 있으며, 기간별로 매우 불균등하게 분포되었음을 알 수 있다. 선형 계획법의 결과〈그림 7-B〉로 볼 때 기간별로 양호하게 평준화가 이루어 졌음을 알 수 있으며, 발견적 기법의 결과〈그림 7-C〉는 선형계획법의 결과와 흡사한 것을 알 수 있다. 실제로 두



(그림7.A) 초기상태



(그림7.B) 선형계획법의 결과

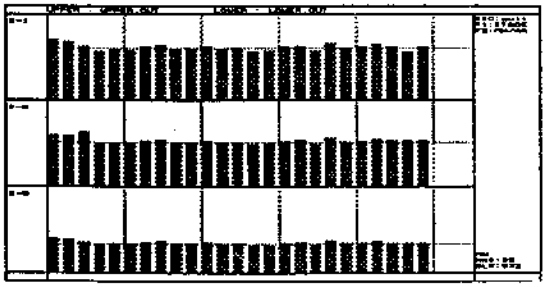


(그림7.C) 발견적기법의 결과

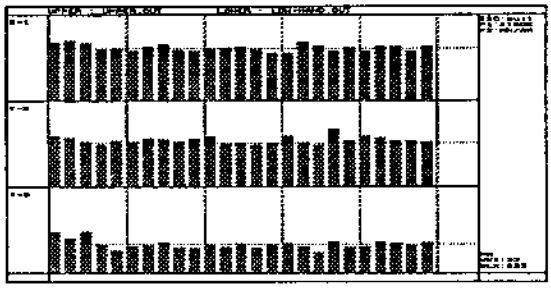
〈그림 7〉 기간평준화 모형에서의 결과 비교

결과를 비교한 결과, 발견적기법〈그림 7-C〉의 결과는 선형계획법〈그림 7-B〉결과의 96.4% 최적도를 나타내었다.

작업장 평준화 단계에서는 기간 평준화의 발견적 기법에 의한 결과〈그림 7-C〉로 부터 먼저 선형계획법의 결과〈그림 8-A〉를 얻었으며, 이 결과로 부터 다시 발견적 기법에 의해서 근사해〈그림 8-B〉를 구하였다. 〈그림 8-A〉와 〈그림 8-B〉는 가용능력이 서로 다른 3개 소조장에서의 조업도를 나태내고 있다. 작업장 평준화 단계에서 발견적 기법에 의한 근사해는 선형 계획법 결과의 76.4%에 해당되는 최적도를 보이고 있다.



(그림 8.A) 선형계획법의 결과



(그림 8.B) 발견적기법에 의한 근사해

〈그림 8〉 작업장 평준화 모형에서의 적용결과

5. 결론

본 연구에서 먼저 조립공장의 부하평준화 문제를 비선형 혼합정수 계획법 문제로 모형화하였고, 비선형성을 없애기 위해서 원래 문제를 두개의 선형 혼합정수 계획법 문제로분할하고, 두개의 중요 의사결정 변수를 독립적으로 고려하였다. 분할된 두개의 선형 모형은 실제 현장 문제에서 최적해 도출이 불가능하므로 발견적 기법을 제안하고, 발견적 기법에 의한 근사해를 도출하였다. 발견적기법과 상용패키지인 LINDO를 사용해서 기간 평준화모형에서 약 4시간 만에 정수해를 도출하였으며, 도출된 정수해는 비정수해 최적도의 96.4%에 해당되는 것을 확인하였다. 또한 작업장 평준화 모형에서는 약 3시간 만에 정수해를 도출하였고, 도출된 정수해는 비정수해의 76.4%에 해당

되는 최적도를 나타내었다. 결과 도출에 소요된 시간은 총 7시간으로서 실제 일정계획이 3개월에 1회씩 작성되는 계획이라는 점을 감안할 때 적용가능한 성능이라고 판단된다.

본 연구에서는 블록 조립공장에 대해 문제를 정의하였으나, 목적함수를 정의하는 방법은 부하 평준화문제에 관련된 다른 공정(Stage)에서도 응용이 가능하다고 판단된다.예를 들면 조선소 절단공장의 절단기계의 부하평준화문제, 탑재공정의 인력부하 평준화문제등 대부분의 부하평준화 문제에서 논문에서 제시한 두 단계의 혼합정수 계획법 모형과 발견적 기법의 적용이 가능하다.

또한 본 연구에서 도출된 비선형문제의 최적도(Super-Optimality)는 차후 다른 조립스케줄의 좋은 척도가 될 수 있으리라고 본다. 그 한 예로 조립 스케줄 전문가 시스템에서는 전문가의 지식에 의해 해를 SEARCH에 의해서 구하지만,발견한 해의 최적도를 판단할 수 없다. 따라서 본 논문에서 제시한 비선형 문제 최적도가 조립스케줄 전문가 시스템에서 발견된 해의 최적도를 판단하는 데 이용될 수 있을 것으로 생각된다.

[참고문헌]

[1] Burgess, A.R. and Killebrew, J.B., "Variation in Activity Level on a Cyclical Arrow Diagram", Journal of Industrial Engineering, Vol.13, No.2, p 76, 1962.

[2] Leachman, R.C., "Multiple Resource Leveling in Construction Systems Through Variation of Activity Intensities", Naval Research Logistics Quarterly, Vol.30, pp 187, 1983.

[3] Levy, F.K., Thompson, G.L. and Wiest, J.D., "Multiship, Multishop, Workload Smoothing Program", Naval Research Logistics Quarterly, Vol.9, pp 37, 1962.

[4] Moder, J.J., Phillips, C.R. and Davis, E.W., Project Management with CPM, PERT and Precedence Diagramming, Reinhold Company, New York, 1983.

[5] Patterson, J.A., "A Comparison of Exact Approaches for Solving the Multiple Constrained Resource, Project Scheduling Problem", Management Science, Vol.30, No.7, pp 854, 1984.

[6] Stinson, J.P., Davis, E.W. and Khumawala, B., "Multiple Resource Constrained Scheduling Using Branch & Bound", AIIE Trans., sep, 1978.

[7] Talbot, F.B., "Resource-Constrained Project Scheduling with Time-Resource Tradeoff-The Nonpreemptive Case", Management Science, Vol.28, No.10, pp 1197, 1984.

[8] Wiest, J.D., "A Heuristic Model for Scheduling Large Projects with Limited Resources", Management Science, Vol.13, No.6, 1967.

[9] Woodworth, B.M. and Willie, C.J., "A Heuristic Algorithm for Resource Leveling in Multi-Project, Multi-Resource Scheduling", Decision Science, Vol. 6, No.3, p 525, 1975.

이재동(李載東)
1965년 2월 12일생.
1987년 서울대 조선공학과 졸업.
1994년 포항공과대학 산업공학과 졸업(석사).
현재 대우조선에서 공정및 일정계획에 관련된 업무 담당.

홍유신(洪裕信)
1948년 5월 29일생
1970년 2월 서울대학교 공과대학 금속공학과 졸업
1986년 9월 미국 University of California, Berkeley산업공학과 졸업(공학박사)
1986년 10월-현재 포항공과대학교 산업공학과 부교수