

■ 연구논문

칼만필터를 적용한 통계적 공정관리 시스템의 개발

김양호 · 허정준 · 김광섭

아주대학교 산업공학과

Development of the Statistical Process Control System
Using the Kalman Filter

Yang-Ho Kim · Jung-Joon Hur · Gwang-Sub Kim

Dept. of Industrial Engineering, Ajou University

Abstract

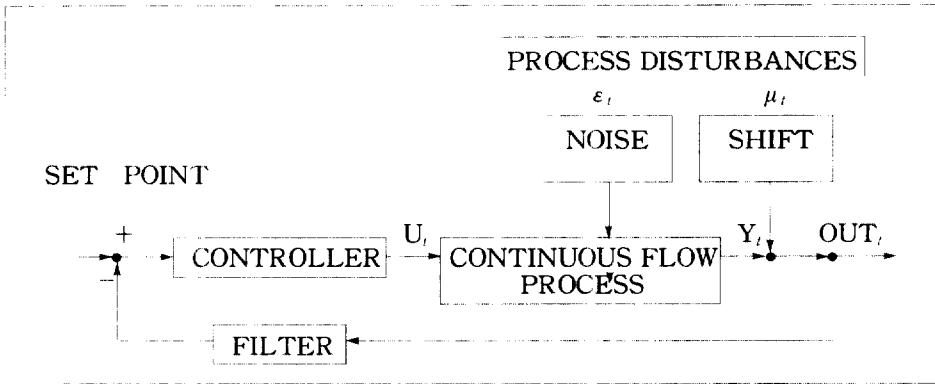
This paper is concerned with the design of four control charts for real-time monitoring of the continuous flow processes. Control charts for both uncorrelated data and correlated data are designed using the Kalman filtering technique. The relative performance between the designed control charts and traditional control charts is evaluated in terms of the Average Run Length(ARL).

Results show that the Adaptive EWMA control charts designed for uncorrelated data has better performance when process mean is shifted, while the residual control charts for correlated data has better performance when process is in control.

1. 서론

최근 자동화에 따른 제조공정 시스템 환경의 변화는 통계적 공정관리 분야에 많은 변화를 초래하게 되었고, 중요한 변화로는 다음과 같은 것이 보고되고 있다 [Keats, 1989].

- (1) 자료의 수집이 샘플링 검사에서 자동검사장치를 이용한 전수검사로 바뀌고 있다.
- (2) 컴퓨터를 이용한 관리를 하게 됨으로써 공정관리의 온라인(on-line)화, 실시간(real time)화가 되고 있다.
- (3) 공정 관리가 사후관리가 아닌 예방관리, 즉 공정이 이상상태(out-of-control)에 도달하기 전에 미리 조치를 취하는 것이 가능해지고 있다.



〈 그림 1 〉 일반적인 공정모형의 블록 다이어그램 [Kirkendall, 1989]

생산공정은 〈그림 1〉과 같이 묘사할 수 있으며, 이와같은 공정은 일반적으로 여러가지의 조정 가능한 요소(controllable factor)와 조정 불가능한 요소(uncontrollable factor)에 영향을 받아 동적으로 변화하게 된다 [Montgometg, 1991]. 이러한 상황에서 EWMA관리도와 CUSUM관리도 등과 같은 기존의 관리도는 공정의 모수(parameter)를 기지의 상수 값으로 간주하므로써 모형이 잘못 설정되었을 경우 상당히 많은 오보(false alarm)를 발생시킬 수도 있다.

본 논문에서는 동적인 공정의 불확실한 모수와 모형설정의 오차에도 불구하고 공정평균의 변화를 보다 빠르고 정확하게 탐지할 수 있고, 온라인화 또는 실시간화가 가능한 관리도를 칼만필터 이론을 적용하여 설계한다. 관리도의 설계에서는 Crowder의 관측치 [Crowder, 1986]를 이용한 반복적인 칼만필터 알고리즘을 사용하여 관리도에 필요한 통계량 즉, 현재 공정의 평균과 분산을 구하여 관리한계를 계산한다.

그리고 새로 설계한 관리도를 CUSUM관리도와 일반적인 EWMA관리도들($0.1 \leq \alpha \leq 0.3$)과 수행도를 비교분석한다. 관리도의 수행도는 관측치로부터 얻은 통계량이 관리한계선을 벗어날 때까지의 평균 추정 횟수를 나타내는 평균 런의 길이(Average Run Length; ARL)로써 평가하며 이 값을 컴퓨터 시뮬레이션(simulation)을 사용하여 구한다.

2. 기호정의와 칼만필터

2.1 기호의 정의

- y_t ; 시점 t 에서의 관측치
- x_t ; 시점 t 에서의 상태변수
- Φ_t ; 시점 t 에서의 상태전이행렬
- G_t, H_t ; 시점 t 에서의 알고 있는 행렬

- v_t ; $N(0, R_t)$ 의 *white-noise*
- ω_t ; $N(0, Q_t)$ 의 *white-noise*
- $s^2(\hat{x}_t(-))$; $\hat{x}_t(-)$ 의 분산 추정치
- $s^2(\hat{x}_t(+))$; $\hat{x}_t(+)$ 의 분산 추정치
- $s^2_{Q_t}$; ω_t 의 분산 추정치
- $s^2_{R_t}$; v_t 의 분산 추정치
- \bar{y}_t ; $\frac{1}{t+1} \sum_{i=0}^t y_i$
- α ; *smoothing value*
- k ; *reference value*

2.2 칼만필터

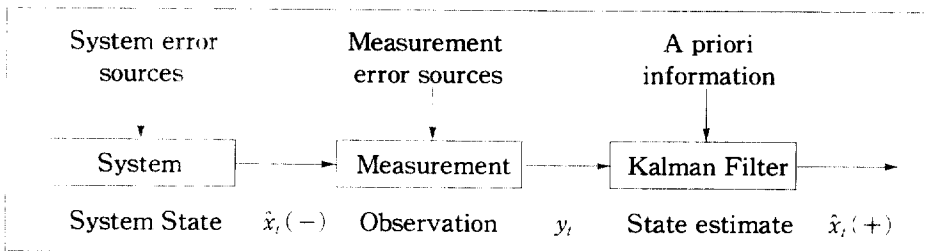
칼만모형은 다중과정에 의해 정식화되어 있어 다음과 같이 관측방정식(observation equation)과 상태방정식(state equation)으로 나누어 표현할 수 있다 [Sastri and English, 1993].

$$\text{관측방정식 : } y_t = H_t x_t + v_t \tag{2.1}$$

$$\text{상태방정식 : } x_t = \Phi_t x_{t-1} + G_t \omega_t \tag{2.2}$$

칼만필터는 잡음이 섞인 관측치와 예측치를 반복적으로 비교하여 필터를 개량해 나가므로 오차를 점점 줄일 수가 있고, 최적예측식의 해법이 비교적 간단하다. 그리고 과거의 자료를 기억할 필요가 없고 실시간으로 얻은 측정치를 이용하여 필터의 이전 추정치(previous estimate)를 새로운 추정치로 수정하고 교체하므로 온라인화 특히 컴퓨터에 의해 실시간으로 처리하는데 적합하다.

상태벡터의 최소분산 불편추정치(minimum variance unbiased estimator) $\hat{x}_t(+)$ 는 시점 t 까지 관측된 시계열이 주어진 조건에서 상태의 조건부 평균 즉, $E\{x_t | y_t, y_{t-1}, \dots\}$ 이 되고, 시점 t 에서 상태의 사전예측치 $\hat{x}_t(-) = E\{x_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$ 와 관측치 y_t 를 이용하여 개선된 추정치(updated estimate) $\hat{x}_t(+)$ 를 구할 수 있고, <그림 2>는 이와같은 절차를 간략하게 설명하고 있다.



< 그림 2 > 칼만필터의 블록 다이어그램 [Runger, 1989]

칼만필터는 다음의 방정식들에 의해 구성된다 [Sastri and English, 1993].

개선된 추정치 :

$$\hat{x}_t(+)=\hat{x}_t(-)+K_t[y_t-H_t\hat{x}_t(-)], \quad (2.3)$$

$$\text{여기서, } \hat{x}_t(-)=\Phi\hat{x}_{t-1}(+) \quad (2.4)$$

칼만게인 :

$$K_t=\frac{P_t(-)H_t}{H_tP_t(-)H_t^T+R_t} \quad (2.5)$$

$$\text{여기서, } P_t(-)=\Phi P_{t-1}(+)\Phi^T+GQ_tG^T \quad (2.6)$$

오차공분산 :

$$\begin{aligned} P_t(+)&=P_t(-)-K_tH_tP_t(-) \\ &=[I-K_tH_t]P_t(-) \end{aligned} \quad (2.7)$$

이와같은 방정식을 사용하는 칼만필터의 반복적인 과정은 다음과 같은 단계에 의해 수행된다.

단계 0 : 시점 0에서의 $x(-)$ 와 $P(-)$ 를 입력한다.

단계 1 : 칼만게인 K_t 을 식 (2.5)에 의해 구한다.

단계 2 : 칼만게인과 관측치 y_t 를 식 (2.3)에 적용하여 개선된 추정치 $\hat{x}_t(+)$ 를 구한다.

단계 3 : 개선된 추정치에 대한 오차공분산 $P_t(+)$ 를 식(2.7)을 이용하여 구한다.

단계 4 : 시점을 변화시킨다. ($t=t+1$)

단계 5 : 단계 3에서 얻어진 $\hat{x}_t(+)$ 와 $P_t(+)$ 을 식 (2.4)와 식 (2.6)에 적용하여 $\hat{x}_t(-)$ 와 $P_t(-)$ 를 구한다.

단계 6 : 단계 1로 되돌아 간다.

3. 칼만필터를 적용한 Adaptive EWMA관리도

3.1 칼만필터와 EWMA와의 관계

관측치가 독립인 경우, 칼만필터는 다음과 같이 표시된다 [Hubele and Chang, 1990].

$$\text{관측방정식 : } y_t = H x_t + v_t \quad (3.1)$$

$$\text{상태방정식 : } x_t = \Phi x_{t-1} + \omega_t \quad (3.2)$$

칼만필터에 의해 개선된 추정치는 $\hat{x}_t(-)$ 를 $\Phi\hat{x}_{t-1}(+)$ 그리고 Φ 과 H 를 1로 치환하면,

$$\hat{x}_t(+) = [1 - K_t] \hat{x}_{t-1}(+) + K_t y_t \quad (3.3)$$

로 변환되고, $\hat{z}_t = \hat{x}_t(+)$ 그리고 $z_{t-1} = x_{t-1}(+)$ 로 치환하면 식 (3.3)은 다음과 같이 된다.

$$\hat{z}_t = (1 - \alpha_t) \hat{z}_{t-1} + \alpha_t y_t \quad (3.4)$$

여기서, $\alpha_t = K_t$

3.2 파라미터의 추정

$s^2(\hat{x}_t(-))$ 를 $\hat{x}_t(-)$ 의 분산 추정치, $s^2(\hat{x}_{t-1}(+))$ 를 $\hat{x}_{t-1}(+)$ 의 분산 추정치라 정의하고, 그것들은 공정으로부터 관측된 관측치로 상호독립이라고 가정한다. $s^2_{Q_t} = \hat{Q}_t$ 를 ω_t 의 분산 추정치, $s^2_{R_{t-1}} = \hat{R}_{t-1}$ 를 v_{t-1} 의 분산 추정치라고 정의하고, 최우추정법(maximum likelihood approach)을 사용하여 이를 추정하기 위해 같은 항목을 도입한다.

$$z_t = y_t - y_{t-1}$$

$$d_t = \sum_{i=0}^t (y_i - \bar{y}_t)^2, \quad d_{t-1} = \sum_{i=0}^{t-1} (y_i - \bar{y}_{t-1})^2 \quad (3.5)$$

여기서 d_t 는 $\chi^2(t)$ 분포를 따르고 z_t 는 $N(0, Q_t + R_t + R_{t-1})$ 분포를 따르므로, 미지의 분산 Q_t , R_{t-1} 그리고 R_t 를 위한 (z_t, d_{t-1}, d_t) 의 결합우도함수(joint likelihood function)를 극대화시키는 Q_t , R_{t-1} 그리고 R_t 의 값은 다음과 같다.

$$s^2_{Q_t} = \hat{Q}_t = \max [0, z_t^2 - (R_{t-1} + R_t)]$$

$$s^2_{R_{t-1}} = \hat{R}_{t-1} = \frac{d_{t-1}}{t-1} \quad (3.6)$$

$$s^2_{R_t} = \hat{R}_t = \frac{d_t}{t}$$

위에서 구한 추정치 $s^2_{Q_t}$, $s^2_{R_{t-1}}$ 그리고 $s^2_{R_t}$ 는 칼만필터에 사용되어 개선된 추정치는,

$$\hat{x}_t(+) = (1 - \hat{K}_t) \hat{x}_{t-1}(+) + \hat{K}_t y_t \quad (3.7)$$

이 되고, 개선된 추정치의 오차공분산과 칼만계인은,

$$s^2(\hat{x}_t(+)) = (1 - \hat{K}_t) s^2(\hat{x}_{t-1}(-)) \quad (3.8)$$

$$\hat{K}_t = \frac{s^2(\hat{x}_{t-1}(+)) + s^2_{Q_t}}{s^2(\hat{x}_{t-1}(+)) + s^2_{Q_t} + s^2_{R_t}} \quad (3.9)$$

이 된다. 그리고 식 (3.8)의 오차공분산은 식 (2.6)과 (3.9)을 이용하여 다음과 같이 치환할 수 있다.

$$\begin{aligned} s^2(\hat{x}_t(+)) &= (1 - \hat{K}_t) (s^2(\hat{x}_{t-1}^+)) + s_{Q,t}^2 \\ &= \hat{K}_t s_{K,t}^2 \end{aligned} \tag{3.10}$$

3.3 관리도의 설계

3.3.1 Adaptive EWMA관리도 - Scheme 1

EWMA와 칼만필터와의 관계를 이용하여 구한 통계량은 다음과 같다.

$$T^{scheme 1}_t = \hat{x}_t(+)$$

통계량의 평균은 x_0 (공정의 목표치)가 되고 분산은,

$$\hat{V}(T^{scheme 1}_t) = s^2(\hat{x}_t(+))$$

이 된다. 그러므로 관리도는 다음과 같이 설계된다.

$$\text{관리한계} = x_0 \pm 3\sqrt{\hat{V}(T^{scheme 1}_t)}$$

3.3.2 Adaptive EWMA관리도 - Scheme 2

작은 공정평균의 이동에 대한 관리도의 민감도(sensitivity)를 증가시키기 위하여 목표치로부터 개선된 추정치의 벗어남을 나타내는 편차(deviation)를 누적적으로 합하여 이를 개선된 추정치 $\hat{x}_t(+)$ 에 합산하여 통계량으로 사용하며 이는 다음과 같다.

$$T^{scheme 2}_t = \hat{x}_t(+)+\frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\epsilon_i$$

$$\text{여기서, } \epsilon_i = \hat{x}_i(+)-x_0$$

예측오차의 평균이

$$E[\epsilon_i] = E[\hat{x}_i(+)-x_0] = 0$$

이므로 통계량의 평균은 x_0 가 되고 분산은,

$$\hat{V}(T^{scheme 2}_t) = s^2(\hat{x}_t(+)) + \frac{1}{(t-1)^2} \sum_{i=1}^{t-1} s^2(\hat{x}_i(+))$$

이 된다. 그러므로 관리도는 다음과 같이 설계된다.

$$\text{관리한계} = \bar{x}_0 \pm 3\sqrt{\hat{V}(T^{\text{scheme 2}}_t)}$$

4. 칼만필터를 적용한 잔차관리도

4.1 칼만필터와 AR모형

제조공정으로부터 얻은 관측치가 시간적 종속성을 갖게 되는 경우 공정은 시계열 모형을 사용하여 묘사할 수 있다. 이 중에서 p 차의 AR(자기회귀:Autoregressive)모형이 장치산업, 석유화학산업 등과 같은 연속생산공정을 잘 묘사한다는 것은 기존의 연구를 통하여 알 수 있다 [English, Krishnamurthi and Sastri, 1991].

AR(p) 모형으로 묘사되는 공정의 출력은 일반적으로 다음과 같이 묘사된다 [Chatfield, 1989].

$$y_t = \mu_T + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

$$\text{여기서, } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

공정이 AR(p) 모형으로 묘사되는 경우, AR(p) 모형은 벡터공간의 칼만필터를 이용하여 묘사할 수 있다. 상태방정식의 상태전이행렬을 단위행렬(I)로 설정하면 칼만필터를 이용하여 AR(p) 모형을

$$\text{관측방정식 : } y_t = H_t x_t + v_t \quad (4.2)$$

$$\text{상태방정식 : } x_t = x_{t-1} + \omega_t \quad (4.3)$$

$$\text{여기서, } x_t = [\mu_t, \varphi_{1,t}, \dots, \varphi_{p,t}]^T$$

$$H_t = [1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}]$$

과 같이 표현할 수 있다 [Sastri and English, 1993].

반복적인 칼만필터 알고리즘의 방정식은 다음과 같이 변환된다 [Kirkendall, 1989].

개선된 추정치 :

$$\hat{x}_t(+)=\hat{x}_t(-)+K_t[y_t-H_t\hat{x}_t(-)] \quad (4.4)$$

$$\text{여기서, } \hat{x}_t(-)=\hat{x}_{t-1}(+) \quad (4.5)$$

칼만계인 :

$$K_t = \frac{P_t(-)H_t^T}{H_t P_t(-)H_t^T + R_t} \quad (4.6)$$

$$\text{여기서, } P_t(-) = P_{t-1}(+) \quad (4.7)$$

오차공분산행렬 :

$$P_t(+) = (1 - K_t H_t) P_t(-) \quad (4.8)$$

4.2 관리도의 설계

$AR(p)$ 모형이 연속생산공정을 잘 묘사하는 경우, 예측오차

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - (\varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p}) \quad (4.9)$$

는 *white-noise*가 된다. 예측오차 ε_t 가 *white-noise*인 경우, ε_t 의 추정치는 기존의 관리도로 공정의 변화를 탐지하기 위한 자료로 사용할 수 있다 [English, Krishnamurthi and Sastri, 1991].

$AR(p)$ 모형에 칼만필터 이론을 적용하여 얻은 예측오차 ε_t 를 *white-noise*로 가정하면, 다음의 통계량을 이용하여 관리도를 설계할 수 있다.

$$T_t = \varepsilon_t + \mu_t - \mu_0 \quad (\mu_0 = \text{target value}) \quad (4.10)$$

통계량의 평균은 '0'이 되므로 EWMA관리도와 CUSUM관리도는 다음과 같이 설계된다.

4.2.1 EWMA통계량을 이용한 관리도 - Scheme 3

칼만필터를 적용하여 얻은 잔차에 EWMA통계량을 사용하는 관리도는 다음과 같이 설계된다.

$$\text{관리한계} = \pm 3\sigma_t \sqrt{\frac{\alpha}{2-\alpha}}$$

여기서, σ_t = 예측오차의 편차

4.2.2 CUSUM통계량을 이용한 관리도 - Scheme 4

칼만필터를 적용하여 얻은 잔차에 CUSUM통계량을 사용하는 관리도는 다음과 같이 설계된다.

$$S_H(i) = \max [0, y_i - k + S_H(i-1)]$$

$$S_L(i) = \max [0, k - y_i + S_L(i-1)]$$

$$\text{여기서 } y_i = \frac{T_i - \mu_0}{\sigma_i^2}$$

5. 적용 사례

5.1 관측치가 상호독립인 경우

제안된 Adaptive EWMA관리도의 수행도 즉 ARL은 고정표본 크기 방법으로 컴퓨터 시뮬레이션을 10,000회 수행하여 구하였으며, 화이트 노이즈는 일양분포 $U(0,1)$ 를 12개 합하면 정규분포가 되는 특성을 이용하여 발생시켰다. 그 결과는 <표 1>에 제시되어 있다.

< 표 1 > Adaptive EWMA관리도 ARL

공정이동	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0
Scheme 1	198.02	18.75	6.01	3.37	2.45	1.75	1.45
Scheme 2	199.39	15.51	4.50	2.63	1.95	1.42	1.22

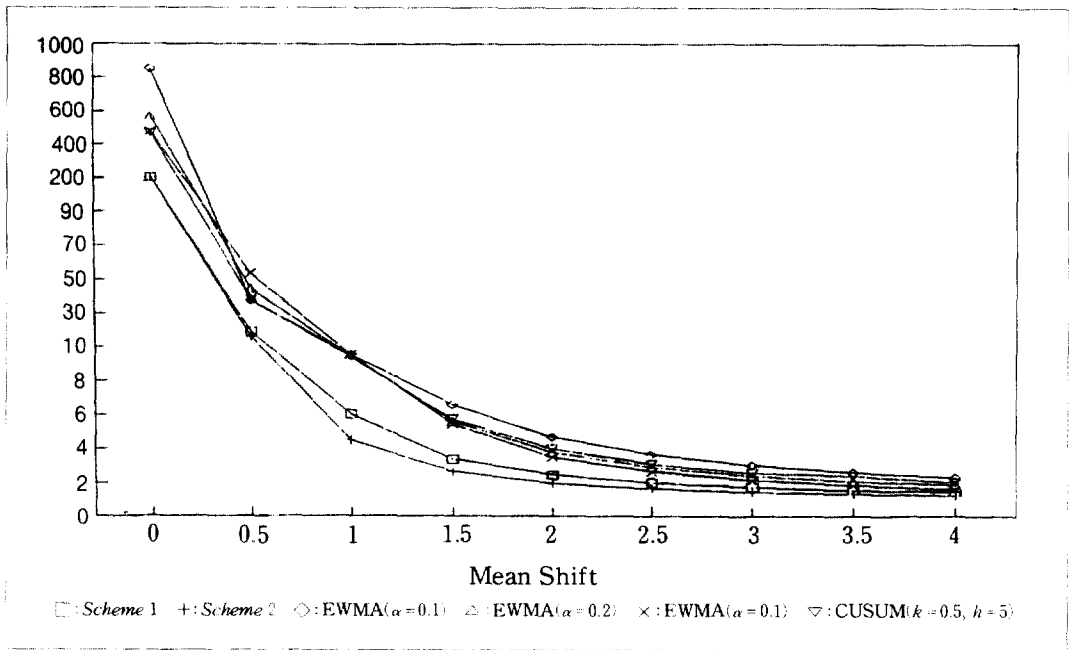
일반적인 EWMA관리도 그리고 CUSUM관리도와 수행도를 비교한 <그림 3>에서 제안된 Adaptive EWMA관리도의 ARL이 공정에 이상원인이 존재하는 경우 다른 관리도에 비해 보다 짧게 나왔다. 이는 제안된 관리도가 공정의 변화를 신속하게 탐지한다는 것을 의미한다.

<그림 3>에서 공정이 안정상태에 있는 경우 제안된 Adaptive EWMA관리도의 ARL이 일반적인 EWMA관리도와 CUSUM관리도에 비해 적게 나오고 있는데, 이는 공정이 안정상태에 있는 경우 많은 오보가 발생할 수 있다는 것을 의미한다. 이로써 칼만필터가 white-noise만을 따르는 공정묘사에 효과적이지 못할 수 있으며, 칼만필터를 모델링하기 위해 필요한 초기 조건에 대한 정보 즉, 오차공분산과 상태벡터에 영향을 크게 받는다는 것을 알 수 있다.

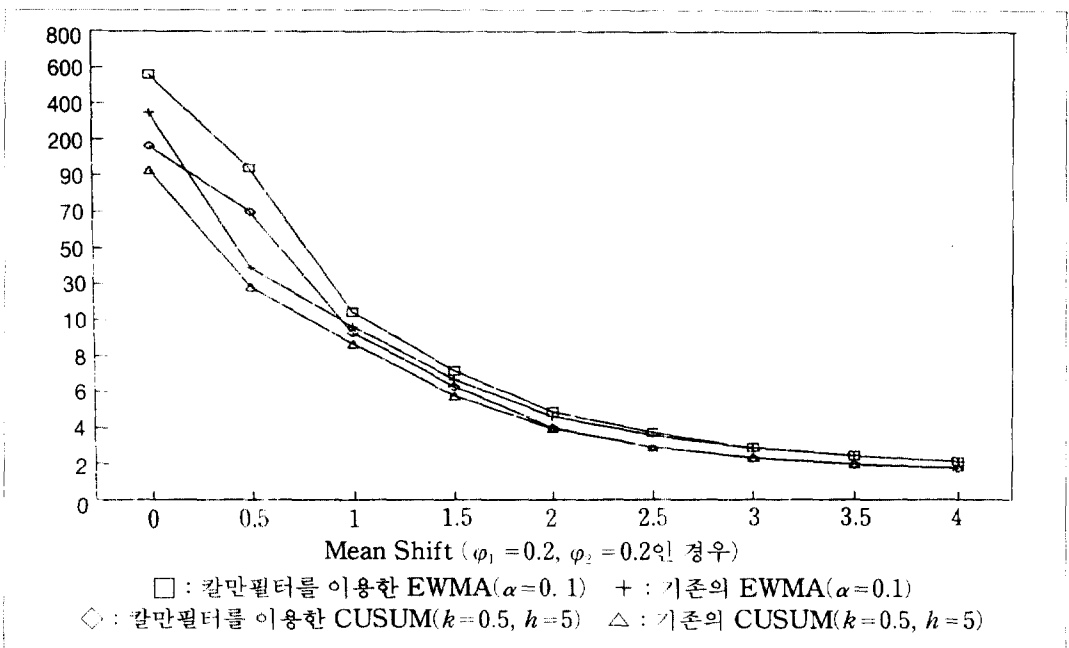
이와같은 특성을 지닌 Adaptive EWMA관리도는, 공정이 장기간 안정되고 칼만필터의 모델링에 필요한 초기화 정보가 공정에 영향을 적게 주는 경우에 공정의 매우 적은 변화를 탐지하는데 보다 효과적으로 적용될 수 있음을 알 수 있다.

5.2 관측치가 종속적인 경우

본 연구에서 설계된 잔차관리도와 기존 관리도들의 공정변화에 따른 수행도를 나타낸 <그림 4>에서, 칼만필터를 적용하여 얻은 잔차에 EWMA통계량과 CUSUM통계량을 사용한 경우에 공정이 관리상태에 있을 때에는 ARL이 길게, 그리고 공정의 큰 변동에는 그 값이 짧게 나왔다.



〈 그림 3 〉 Adaptive EWMA 관리도의 수행도평가

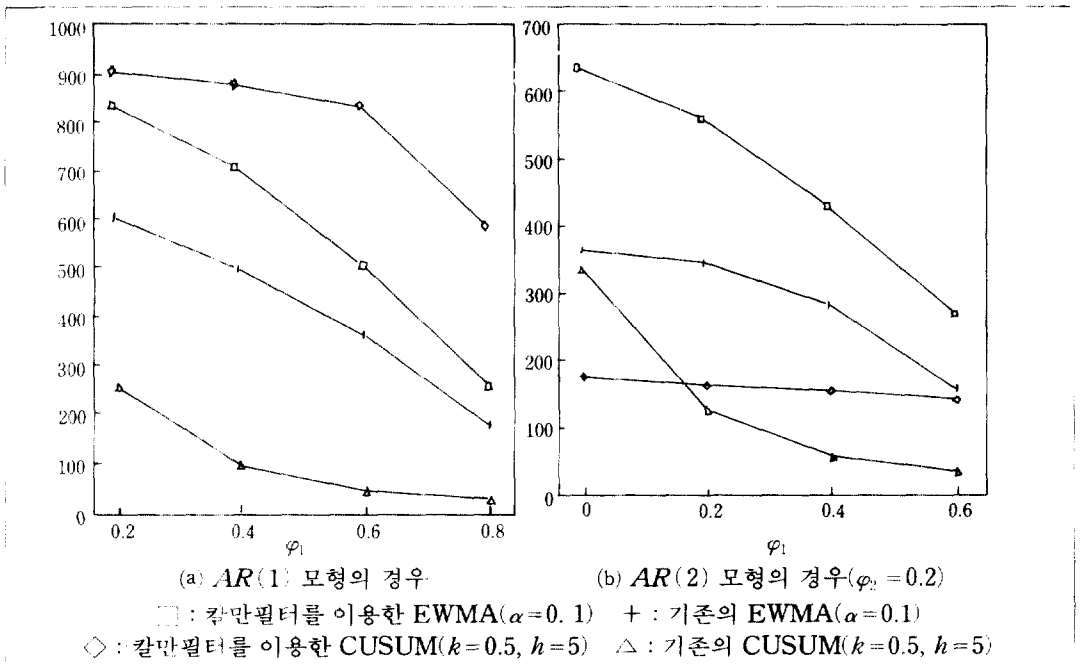


〈 그림 4 〉 잔차관리도의 수행도 평가

공정이 관리상태에 있는 경우, 잔차관리도와의 ARL을 비교한 <그림 5>에서 칼만필터를 적용하여 공정을 관리하는 경우의 ARL이 기존의 관리도에 비해 전체적으로 길게 나왔으며, 이는 칼만필터가 AR모형과 같은 동적인 공정을 효과적으로 묘사하기 때문인 것이라 할 수 있다.

또한, AR모형의 차수 p 가 관리도의 수행도에 영향을 미치게 되므로, AR모형의 차수가 1인 경우엔 EWMA통계량보다는 CUSUM통계량을 사용하는 편이 좋고, 차수가 2인 경우엔 EWMA 통계량을 사용하는 것이 보다 효과적이라는 것을 알 수 있다.

위와같은 특성을 가진 잔차관리도는 공정이 불안정할때, 공정을 안정시키기 위해 공정의 큰 변화를 탐지하고자 하는 경우에 효과적으로 사용할 수 있음을 알 수 있다.



< 그림 5 > 공정이 관리상태인 경우의 수행도비교

6. 결론

본 논문에서는 동적인 공정묘사에 널리 사용되는 칼만필터를 이용하여 공정으로부터 얻은 관측치를 실시간으로 처리하여 공정을 관리할 수 있는 Adaptive EWMA관리도와 잔차관리도를 설계하였다.

기존의 EWMA관리도와 CUSUM관리도가 공정모수를 알고 있는 값으로 가정하는 것과는 달리, 새로 설계된 관리도들은 반복적인 칼만필터 알고리즘을 통해 보다 정확한 공진

모수를 추정하여 필터를 개량해 나가므로 점점 오차를 줄일 수 있다. 그러므로 공정모수의 추정에 오차가 발생하여 공정묘사에 오차가 존재할 경우 이를 빨리 조정할 수 있게 된다.

본 논문에서 새로 설계된 Adaptive EWMA관리도와 잔차관리도는 공정묘사에 필요한 공정모수를 사전에 추정할 필요없이 반복적인 칼만필터 알고리즘을 사용하여 지속적으로 이를 개선하는데 도움을 줄 수 있으며, 제조공정 시스템 환경의 변화에 따른 온라인화 또는 실시간화의 요구에 효과적으로 사용할 수 있다는 것을 알 수 있다.

향후의 연구과제로서는, 본 논문에서 개발한 관리도가 보다 좋은 수행도를 갖기 위한 연구 즉, Adaptive EWMA관리도의 관리한계 조정방법과 CUSUM관리도와 결합, 잔차관리도에서 AR모형의 계수의 변화에 보다 적응 할 수 있는(robust) 수행도를 갖는 관리도의 설계 등을 들 수 있겠다.

참고문헌

- [1] Alwan, L. C. and Roberts, H. V. (1989), "Times Series Modeling for Statistical Process Control," *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp. 45-65.
- [2] Chatfield, C. (1989), *The Analysis of Time Series An Introduction*, 4th ed., Chapman and Hall.
- [3] Contreras, L. E. (1989), "Implementation Strategies for On-Line Statistical Process Control Systems," *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp. 33-42.
- [4] Crowder, S. V. (1986), "Kalman Filtering and Statistical Process Control," *Unpublished Ph. D dissertation*, Iowa State University Library.
- [5] English, J. R. Krishnamurthi, M. and Sastri, T. (1991), "Quality Monitoring of Continuous Flow Processes," *Computers and Industrial Engineering*, Vol 20, No. 2, pp. 251-260.
- [6] Faltin, F. W. and Tucjer, W. T. (1991), "On-Line Quality Control for the Factory of the 1990's and Beyond," *Statistical Process Control in Manufacturing*, Marcel Dekker, pp. 331-354.
- [7] Hubele, N. F. and Chang, S. I. (1990), "Adaptive Exponentially Weighted Moving Average Schemes Using a Kalman Filter," *IIE Transactions*, Vol. 22, No. 4, pp. 361-369.
- [8] Kalman, R. E. (1960), "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, pp. 35-45.
- [9] Keats, J. B. (1989), "Process Control in Automated Manufacturing : Some Key Issues," *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*.

Marcel Dekker, pp. 17–31.

- [10] Kirkendall, N. J. (1989), “The Relationship Between Certain Kalman Filter Models and Exponential Smoothing Models,” *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp. 89–107.
- [11] Montgomery, D. C. (1991), *Introduction to Statistical Process Control*, 2nd ed., John Wiley & Sons.
- [12] Runger, G. C. (1989), “Introduction to the Kalman Filter,” *Statistical Process Control and Automated Manufacturing*, Series I –6.
- [13] Sastri, T. and English, J. R. (1993), “On Sensitivity Analysis of Kalman Filter Based Control Charts,” *2nd Industrial Engineering Research Conference Proceedings*, pp. 590–595.