

기체 전달 관로에 있어서 압력 전파의 주파수 응답에 대한 부하 임피던스의 영향

The Effect of Load Impedances on the Frequency Response of Pressure Propagation in the Pneumatic Transmission Line

윤 선 주, 손 병 진**
S. J. Yoon, B. J. Son

Key words : Frequency Response(주파수 응답), Pneumatic Transmission Line(기체 전달 관로), Distributed Parameter(분포 매개 변수), Load Impedance(부하 임피던스), Viscous Frequency(점성 주파수), Damping Ratio(감쇠비)

Abstract

This study numerically analyzed the dynamic characteristics of the frequency response on the pneumatic transmission line with load impedances. The pressure transfer function is represented by the distributed parameter line model. To validate the mathematical approximations of Bessel function ratios, the results of frequency response in a blocked line were compared with those obtained by the Infinite-product, Brown's and Square-root approximations. Special emphasis was given to the frequency response characteristics on the pneumatic transmission line with load impedances. Computations were carried out for the wide range of parameters in terms of load capacitance ratio and load resistance ratio. The present results indicated that the theoretical model is capable of accurately predicting the frequency response characteristics for any configuration of a fluid transmission line.

기 호 설 명

B_r : Bessel 함수비

c_0 : 음파의 전파속도

C_c : 특성 임피던스, $\pi r_0^2 l / K$

C_L : 부하 용량, V_L / K

C_p : 정압 비열

D_c : 무차원 Laplace 연산자, s / ω_v

K : 체적 탄성계수

l : 관로의 길이

L_c : 특성 인덕턴스, $16 \rho_0 l / \pi r_0^2$

p : 정압

q : 체적 유량

r : 반경 방향의 좌표

r_0 : 관로의 반경

R_c : 특성 저항, $8 \nu_0 l / \pi r_0^2 \rho_0$

\bar{s} : 무차원 Laplace 연산자, s / ω_v

x : 축 방향의 좌표

Y : 분류 어드미턴스

Z : 직렬 임피던스

Z_c : 특성 임피던스

Z_0 : 특성 임피던스 상수, $\rho_0 c_0 / \pi r_0^2$

Γ : 전파 상수

θ : 온도

ν_0 : 동점성 계수

ρ : 밀도

* 정회원, 인하공업전문대 항공기계과

** 한양대학교 기계공학과

- σ_0 : Prandtl수, $\rho_0 C_p / K$
 ω : 각 주파수
 ω_c : 특성 주파수, c_0/l
 ω_v : 점성 주파수, $8\nu/v_0^2$
 ξ : 점성 감쇠비

1. 서 론

보일러에 의한 온수 공급시 보일러의 부적절한 가동이나 공동(cavitation) 현상 및 수격(water hammer) 현상에 의해 발생하는 급격한 압력 파동의 변화는 건물이나 구조물 전체에 공진현상을 유발시킬 수 있는 위험하고 불유쾌한 압력파동의 전파현상을 유체 전달 관로에 형성하게 된다. 따라서 이와같은 배관설계에 있어서는 유체 공급관로의 길이에 따른 적절한 직경을 결정하거나 부하의 용량 및 저항등을 조절하므로서 공진 주파수의 범위를 벗어날 수 있도록 설계되어야 한다. 유체 전달 관로의 압력 전파 특성은 산업 기계의 유압 계통이나 항공기의 공유압 계통과 공기조화 계통 및 온수나 냉매를 사용하는 냉난방 계통의 기초 배관 설계에서 구조물의 진동특성과 연계되는 설계특성으로 중요하게 검토되어야 할 연구대상이 되고 있다.

유체가 들어있는 관로속에 유동이 형성되지 않거나 시간에 따라 변화하는 신호가 존재하지 않을때는 그 관로는 단순히 압력신호를 한쪽 끝에서 다른쪽 끝으로 진폭의 변화없이 전파하게 되지만 관로에 정상유동이 형성되게 되면 관로속의 유체 저항 때문에 전파되는 압력신호는 진폭의 감쇠를 초래하게 된다. 그러나 시간에 따른 과도 압력 신호나 진동 압력 신호가 관로를 통해 전파될 때에는 다른 상황이 형성되게 된다. 즉, 압력신호는 시간 지연을 초래하고 압력 신호의 주파수가 증가함에 따라 위상지연이 발생하며 압력신호의 진폭에 있어서 주파수에 따른 증폭과 감쇠가 나타나거나 시간에 따른 신호형태의 분산이 일어난다. 이러한 특성은 전파되는 압력신호의 파동의 성질및 유체 전달 관로의 분포 매개변수(distributed parameter)의 영향에 따라 달라진다. 그리고 이와같은 유체 전달 관로에서의 압력 전파 특성은 관로의 동특성이라고 볼 수 있으며, 입력되는 압력 신호에 대한 과도 응답과 주파수 응답으로 구분할 수 있다. 정상

상태에 있는 유체 전달 관로에 압력신호가 부과되면 그의 출력 신호는 관로의 특성과 전달 매체의 특성에 따라 여러형태의 시간적인 변화를 보여준 후, 정상상태에 도달하는데 이를 과도응답으로 표현한다. 그러므로 이와같은 과도응답은 유체 전달 관로의 동특성을 표현하는 것으로, 관로의 동특성을 판단하고 인식하는 수단으로서 매우 중요하다.

유체 전달 관로에서의 주파수 응답은 정현파 형태의 입력 파동에 대한 관로의 정상응답으로서 관로에 정현파의 입력을 연속적으로 부과하면, 출력쪽에서는 입력과 동일한 각 주파수의 함수인 정현파의 정상 응답이 나타난다. 입력을 가한 직후의 과도응답은 시간이 충분히 경과하면 소멸하고, 정현파 형태의 정상 응답만이 출력에 남게 되므로, 이 관계로부터 주파수 응답으로서 입력과 출력과의 진폭비 및 위상지연을 각 주파수의 함수로 표현할 수 있다.

유체 전달 관로의 동특성을 해석하기 위해 많은 연구^{1, 2, 3)}가 이루어져오는 과정에 유체전달회로의 기초 이론으로부터 유체 전달 관로는 점성저항에 의한 압력손실이 전기적인 저항(resistance)의 특성을 나타내며 압축성에 의한 전기적인 용량(capacitance)의 특성을 갖게 되고 유체를 가속시키는 관성효과에 의한 전기적인 자기유도(inductance)를 나타낸다고 체계화되었다.^{4, 5)} 그리고 유체 전달 회로는 이러한 기본적인 요소를 결합하므로서 모델화할 수 있다고 보고 있다. 유체 전달 관로의 동역학에 대한 분포 매개변수 모델을 해석하는데 있어서는 복잡한 수학적 해석이 필요하며 그중에서 Bessel함수를 근사적으로 해석하는데 몇가지 방법론이 제시되어 왔다.^{6, 7)}

본 논문에서는 기체 전달 관로에 있어서 압력 신호의 주파수 응답을 해석하기 위하여 분포 매개변수 모델을 도입하고 Bessel 함수비의 특성을 비교 검토하기 위해 Bessel 함수비를 무한 급수로 근사한 경우와 Brown이 제시한 근사방법⁸⁾ 및 Woods가 제시한 근사방법⁹⁾의 경우로 구분하여 수치해석을 하였다. 또한 그에 따른 함수특성을 비교하고 부하 임피던스를 갖는 기체 전달 관로의 주파수 응답특성을 해석하기 위해서 무한급수로 전개한 Bessel 함수비를 전달함수에 적용하여 수치 해석하므로서 기체 전달 관로의 동특성을 구하였다.

이 결과는 Wood등¹⁰⁾에 의해 수치 해석한 액체 전달 관로의 주파수 응답특성이 실험 결과와 매우 정확하게 일치하였다는 사실을 근거로 하여 정확한 해석으로 볼 수 있으며, 이러한 응답특성은 부하가 연결된 관로의 길이와 직경을 선정하기 위한 설계지침으로 활용할 수 있을 것으로 본다.

2. 기체 전달 관로의 압력 전파 이론

점성유체의 연속방정식과 운동방정식 및 에너지 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0(\nabla \cdot V) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla P = \nu_0 \nabla^2 V + \frac{\nu_0}{3} \nabla(\nabla \cdot V) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \theta_0(\gamma-1)(\nabla \cdot V) - \frac{\nu_0 \gamma}{\sigma_0} \nabla^2 \theta = 0 \quad (3)$$

축대칭 좌표에서 미소항을 무시하게 되면, 식 (1), (2), (3)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{K} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\nu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \frac{\sigma_0}{\nu_0} \frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{(\gamma-1)\theta_0}{\nu_0 \gamma p_0} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (6)$$

그리고 점성 유체의 축대칭 운동 방정식에 있어서 반경 방향의 속도 성분은 축방향의 속도 성분에 비해 매우 작고, 관로 단면상에서 압력이 일정하다고 가정하여, Laplace 변환을 하면 다음과 같은 식을 구할 수가 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) - \frac{s_0}{\nu_0} \left(U + \frac{1}{\rho_0 s} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (7)$$

그리고 관로의 벽면이 등온과정으로 가정하여 열

전달의 효과를 고려한 경우에 에너지 방정식은 Laplace 변환을 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \frac{\sigma_0 s}{\nu_0} \left(\theta - \frac{(\gamma-1)\theta_0}{\gamma p_0} P \right) = 0 \quad (8)$$

따라서 이와같은 방정식을 만족시키는 유동변수 U , θ 를 분포 매개변수라 하여 다음과 같이 주어진다.

$$U = - \frac{1}{\rho_0 s} \frac{\partial P}{\partial x} \left[1 - \frac{J_0(jr\sqrt{s/\nu_0})}{J_0(jr_0\sqrt{s/\nu_0})} \right] \quad (9)$$

$$\theta = \frac{P}{\rho_0 C_p} \left[1 - \frac{J_0(jr\sqrt{s/\nu_0})}{J_0(jr_0\sqrt{s/\nu_0})} \right] \quad (10)$$

분포 매개변수에 의한 관로의 압력 전파 특성을 수학적으로 분포 매개변수 모델(distributed parameter model)이라 하여 다음과 같이 표현 수가 있다.

$$P_1 = P_2 \cosh \Gamma + Q_2 Z_c \sinh \Gamma \quad (11)$$

$$Q_1 = \frac{P_2}{Z_c} \sinh \Gamma + Q_2 \cosh \Gamma \quad (12)$$

이때, Γ 는 전파상수(propagation constant)이며 Z_c 는 특성 임피던스(characteristic impedance)를 의미한다.

첫째, 전파상수 Γ 는 무차원의 Laplace 연산자 \bar{s} 에 의해 다음과 같이 유도된다.⁸⁾

$$\Gamma = D_c \left\{ \frac{1 + 2(\gamma-1)B_r(\sigma\bar{s})}{1 - B_r(\bar{s})} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

단, $\bar{s} = \frac{s}{\omega_c}$ 이다.

여기서 ω_c 는 점성주파수(viscous frequency)로서 관로의 특성 자기유도(L_c)에 대한 관로의 특성 저항(R_c)의 비를 의미하고, ω_c 는 관로의 특성 주파수(characteristic frequency)로서 이 경우에 다음과 같은 관계를 가지고 있다.

$$\omega_c = \frac{R_c}{L_c} = 2\zeta\omega_c = \frac{8\nu_0}{r_0^2} \quad (14)$$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{L_c C_c}} = \frac{c_0}{l} \quad (15)$$

$$\zeta = \frac{R_c}{2Z_0} = \frac{4\nu d}{c_0 r_0^2} \quad (16)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_c}{C_c}} = \frac{\rho_0 c_0}{\pi r_0^2} \quad (17)$$

또한, ζ 는 관로의 길이(l)와 반경(r_0) 및 음속(c_0)에 의해 결정되는 감쇠비(damping ratio)를 나타내며 Z_0 는 관로의 임피던스 상수(line impedance constant)로서 관로의 특성 용량(C_c)에 대한 관로의 특성 자기유도(L_c)의 제곱근의 비로 표시된다.

그리고 Bessel 함수의 비는 다음과 같이 주어진다.

$$B_r(s) = \frac{2J_1(jr_0 \sqrt{s/\nu_0})}{jr_0 \sqrt{s/\nu_0} J_0(jr_0 \sqrt{s/\nu_0})} \quad (18)$$

$$B_r(\bar{s}) = \frac{2J_1(j\sqrt{8\bar{s}})}{j\sqrt{8\bar{s}} J_0(j\sqrt{8\bar{s}})} \quad (19)$$

둘째, 관로의 특성 임피던스⁸⁾는

$$Z_c = Z_0 \left\{ \frac{1}{(1+(\gamma-1)B_r(\sigma_0 s))(1-B_r(s))} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

로 주어진다.

3. 부하 임피던스를 갖는 전달 관로의 주파수 응답

기체 전달 관로에 부하가 연결된 경우는 Fig.1과 같이 부하용량(C_L)과 부하저항(R_L)으로 구분하여 주파수 응답특성을 해석할 수 있다. 부하가 연결된 관로의 특성으로서 전파상수 Γ 와 특성임피던스 Z_c 에 있어서, 그속에 포함된 Bessel함수비의 정확한 값을 구하는 것이 관로의 압력 전파 특성을 정확하게 해석하는데 있어 중요한 문제가 되고 있다.

그러므로 Bessel 함수비를 무한급수로 전개한 경우와 Brown이 제시한 근사방법 및 Woods가 제시한 근사방법등의 세가지로 구분하여 Bessel 한

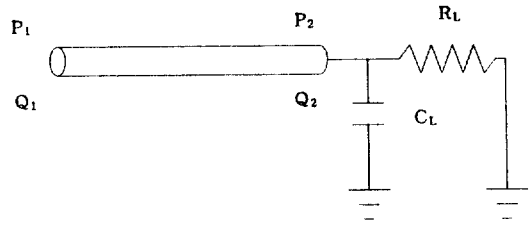


Fig.1 Pneumatic transmission line parameter

수비의 특성을 검토해 볼 필요가 있다.

첫째, 무한 급수로 전개한 경우

$$B_r(s) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{2^i}{(i!)^2 (i+1)} s^i}{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{2^i}{(i!)^2} s^i} \quad (21)$$

으로 주어진다.

둘째, Brown의 근사 방법의 경우는

$$B_r(s) = \frac{2}{(8s)^{1/2}} - \frac{1}{8s} - \frac{1}{4(8s)^{3/2}} \quad (22)$$

으로 주어지며

셋째, Woods의 근사 방법의 경우에는

$$B_r(s) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{s}{0.50}}} \quad (23)$$

로 주어진다.

따라서 본 논문은 수치해석에 의한 세종류의 근사방법으로 Bessel 함수비의 특성을 비교해본 후 폐쇄된 기체의 전달관로의 전달함수가 다음과 같이 간단히 주어지므로

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\cosh \Gamma} \quad (24)$$

Bessel 함수비를 세가지 경우에 대해 식(24)에 대입하므로써 주파수 응답 특성으로서 진폭과 위상 지연에 대해 비교 검토할 필요가 있었다. 그리고 부하 임피던스를 갖는 경우에는 무한급수로 전개한 Bessel 함수비를 부하 임피던스를 갖는 전달함수에

적용하여 기체 전달 관로의 주파수 응답 특성을 해석할 수가 있었다.

3.1 부하용량을 갖는 전달관로

기체 전달 관로 끝에 저장탱크, 벨로우즈 혹은 특정 형식의 작동기를 부착한 경우에는 부하용량을 갖는 경우로서 다음과 같이 수학적으로 표현할 수가 있다.

$$P_2 = \frac{1}{C_L s} Q_2 \quad (25)$$

따라서 식(25)을 식(11)에 대입하면 다음과 같은 전달함수를 구할 수가 있다.

$$G_1 = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\cosh \Gamma + \frac{Z_c}{Z_o} \frac{C_L}{C_c} D_c \sinh \Gamma} \quad (26)$$

여기서 부하용량 $C_L = V_L/K$ 이고 관로의 특성 용량 $C_c = \pi r_o^2 L/K$ 로 주어지며 V_L 은 부하의 체적을 나타낸다.

식(13)과 식(20)을 윗식에 대입하면 전달함수는

$$G_1 = \frac{1}{\cosh \Gamma + \frac{C_L}{C_c} \left[\frac{\Gamma}{1 + (\gamma - 1) B_r(\sigma \delta)} \right] \sinh \Gamma} \quad (27)$$

으로 주어진다.

그러므로 이 경우는 주어진 점성 감쇠비 ζ 에 따라 관로의 특성용량과 부하용량의 비인 C_L/C_c 의 값의 변화에 대한 주파수 응답 특성을 살펴볼 수가 있었다.

3.2 부하저항을 갖는 전달관로

기체 전달 관로 끝에 부하저항이 설정되는 경우는 오리피스(orifice)를 설치한 체적 부하를 갖거나 체적부하의 길이가 전달관로의 길이에 비해 매우 짧은 경우등으로서 전달관로의 부하저항은 주파수 전범위에 걸쳐 압력 신호의 감쇠뿐만 아니라 공진주파수(resonance frequency)의 천이의 결과를 가져온다.

부하저항에 연결된 기체 전달 관로는 수학적으로 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$P_2 = R_L Q_2 \quad (28)$$

식(28)을 식(11)에 대입하면 다음과 같은 전달함수를 구할 수가 있다.

$$G_2 = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\cosh \Gamma + \frac{Z_c}{R_L} \sinh \Gamma} \quad (29)$$

여기에서 R_L 은 부하저항을 의미하며, 특성임피던스 Z_c 와 동일한 차원을 갖고 있다. 폐쇄관로의 경우에는 $R_L = \infty$ 로 표현된다. 따라서 전달함수는 $\cosh \Gamma$ 의 향으로 감소되며 R_L 이 유한한 값으로 감소됨에 따라 $\sinh \Gamma$ 의 향이 점점 더 중요해지며, 공진 주파수의 변천을 가져오게 된다.

식(20)을 윗식에 대입하면

$$G_2 = \frac{1}{\cosh \Gamma + \frac{Z_o}{R_L} \left[\frac{1}{(1 + (\gamma - 1) B_r(\sigma \delta))(1 - B_r(\delta))} \right]^{1/2} \sinh \Gamma} \quad (30)$$

으로 주어진다.

따라서 이 경우에는 주어진 점성감쇠비 ζ 에 따라 부하저항과 특성임피던스의 비인 Z_o/R_L 의 값의 변화에 따른 주파수 응답 특성을 살펴볼 수가 있었다.

그리고 주파수 전달 함수는 다음과 같이 표시할 수가 있으므로

$$G(j\omega) = \frac{1}{A + jB} = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} e^{-j \tan^{-1}(B/A)} \quad (31)$$

진폭비 $|G(j\omega)|$ 와 위상지연 $\angle G(j\omega)$ 는 각각

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1} \frac{B}{A}$$

로 주어진다.

4. 결과 및 검토

기체 전달 관로의 주파수 응답 특성에 대한 전달 매체는 T=26°C의 공기를 설정함에 따라 시험제원으로서 비열비 $\gamma=1.4$, 동점성계수 $\nu_0=1.684 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{sec}$, 음속 $c_0=360\text{m/sec}$, 그리고 Prandtl 수 $\sigma_0=0.708$ 의 값을 가지고 수치 해석하였다. 관로의 제원은 반경 $r_0=2.4\text{mm}$, 길이 $l=10\text{m}$ 인 경우, 점성 감쇠비 $\zeta=0.3$ 으로서 감쇠진동 조건을 기준으로 $\zeta=1.0$ 인 임계 감쇠조건과 $\zeta=3.0$ 인 과감쇠 조건을 설정하여 해석하였으며 이 경우 특성 주파수 $\omega_c=36\text{Hz}$ 로 주어진다.

주파수 응답의 Bode선도에서 횡축은 무차원 주파수 ω/ω_c 를 대수눈금으로 선정하고 종축의 게인

(gain)을 대수량 $20\log_{10} |G(j\omega)|$ 로 취한 다음, 위상차도 같이 종축을 취해서 나타낸 한조의 곡선으로 주파수 특성을 나타내었다.

Fig.2는 Bessel 함수비의 무한 급수에 의한 근사 방법과 Brown의 근사 방법 및 Woods의 근사 방법에 의한 함수 특성을 비교한 도표로서, 주파수 응답의 진폭곡선과 위상곡선에 있어서 무한급수 근사식과 Brown의 근사식이 주파수 전범위에 걸쳐 거의 일치하고 있으며 높은 주파수($\omega/\omega_c > 1$)의 경우, 세가지 근사식이 거의 일치함을 알 수 있었다.

이와 같은 결과를 검토함에 있어서 Woods의 근사식은 Woods의 실험연구⁹⁾에서 실험값과 거의 일치한다고 제시되었으나 Brown의 근사식에 비해 정확도가 부족함을 알 수 있었다. 그 이유는 지금까지 많은 이론과 실험적인 연구^{5, 6, 9)}에서 Brown 근사식의 정확도가 입증되어 왔으며 무한급수 근사식이 Bessel함수의 완전급수 근사로부터 유도된 근사식으로서 수치결과상 Brown 근사식과 무한급수 근사식이 거의 일치되고 있기 때문이다.

Fig.3과 Fig.4 및 Fig.5는 각각, 폐쇄된 기체 전달 관로에 있어서, $\zeta=0.3$ 인 감쇠진동조건과 $\zeta=1.0$ 인 임계감쇠 조건 및 $\zeta=3.0$ 인 과감쇠 조건에 있어서의 근사 방법에 따른 전달 함수의 특성을 비교한 도표로서, 점성 감쇠비 ζ 의 특성에 따른 전달함수의 주파수 응답경향을 정확히 보여주고 있으며, ζ 값이 1을 넘어선 다음에는 주파수의 감쇠(frequency attenuation)가 비진동 형태로 두드러지게 감소됨을 알 수 있었다. 그리고 비교적 높은 주파수($\omega/\omega_c > 1$)의 경우, 무한 급수의 근사방법과 Brown의 근사 방법이 거의 일치함을 보여주고 있다.

이와 같은 결과는 Fig.2의 응답특성과 연관이 된 결과이며 특히 무한급수 근사식은 다음과 같은 n 차의 제1종 Bessel함수의 완전급수 근사식으로 부터 유도된 식으로서

$$J_n(s) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i (s/2)^{n+2i}}{i! \Gamma(n+i+1)} \quad (32)$$

분포마찰 모델을 전달관로에 적용하여 압력전파 특성을 해석하는데 무한급수 근사식을 활용하는 것이 보다 더 정확한 응답특성을 예측할 수 있다고 보았다.

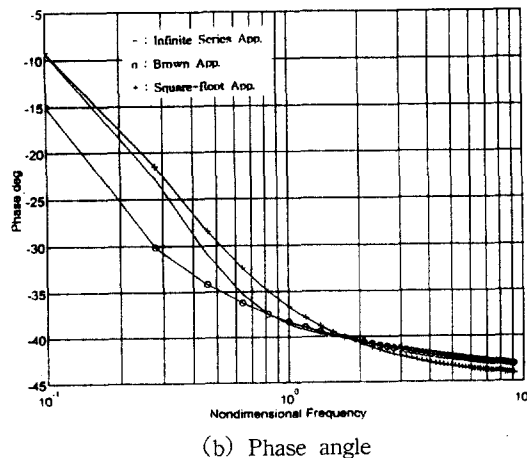
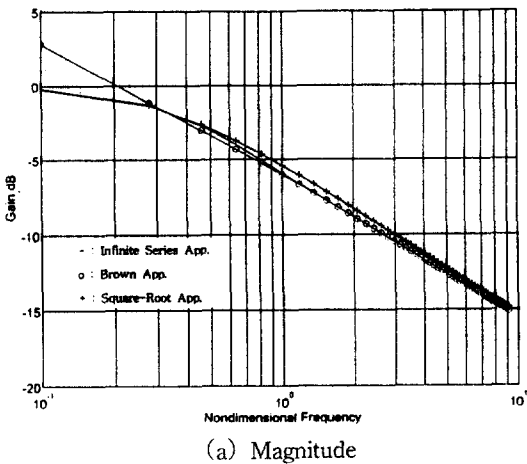
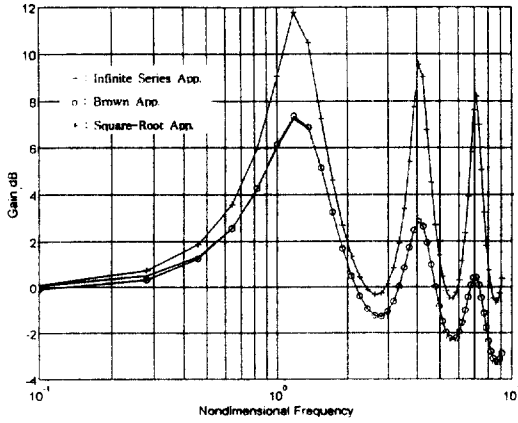
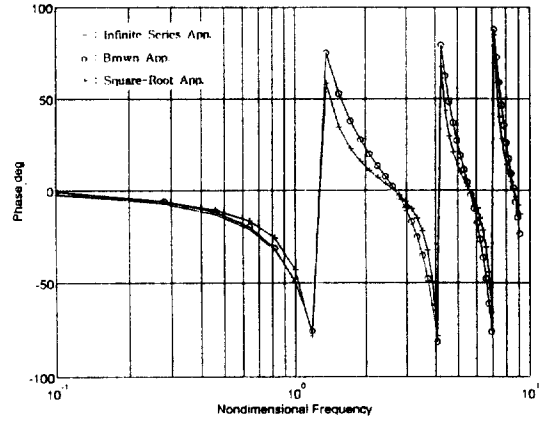


Fig.2 Frequency response of Bessel function ratio

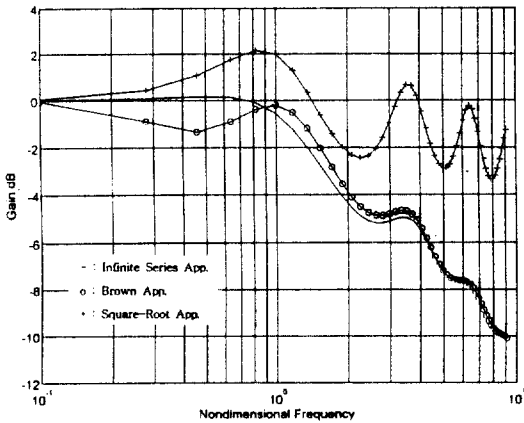


(a) Magnitude

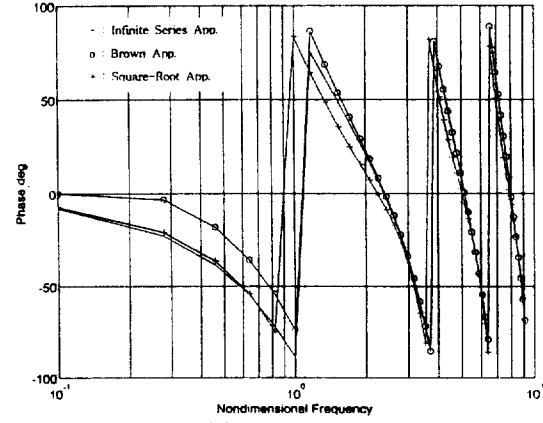


(b) Phase angle

Fig.3 Frequency response of a blocked line with approximations($\zeta=0.3$)

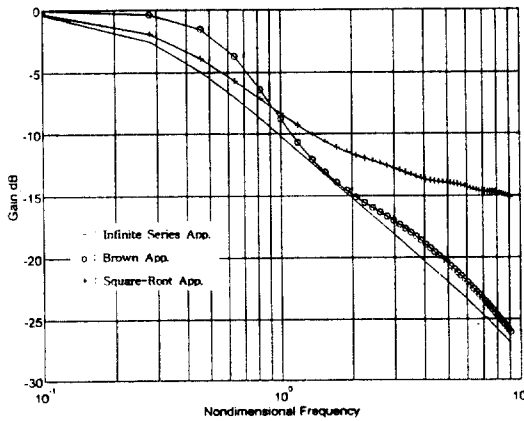


(a) Magnitude

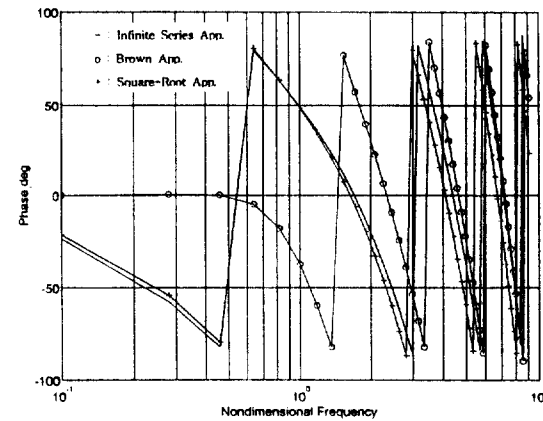


(b) Phase angle

Fig.4 Frequency response of a blocked line with approximations($\zeta=1.0$)



(a) Magnitude



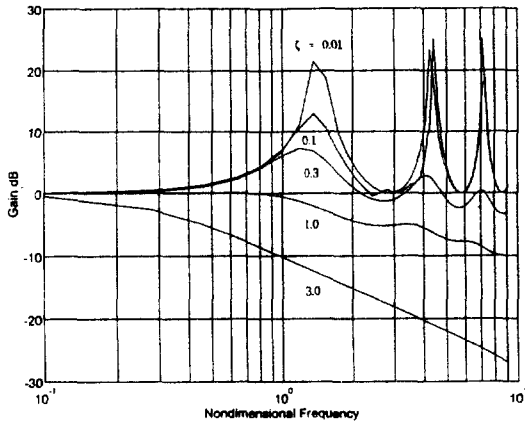
(b) Phase angle

Fig.5 Frequency response of a blocked line with approximations($\zeta=3.0$)

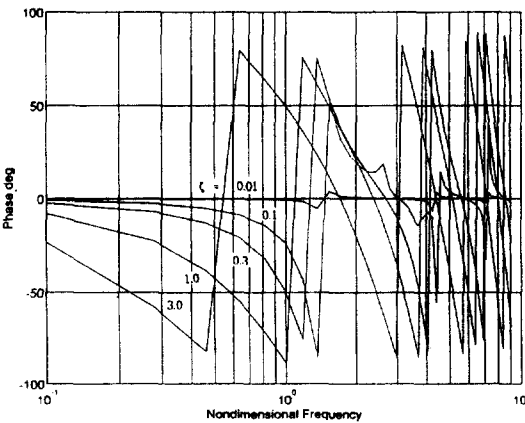
Fig6은 무한 급수의 근사 방법에 의한 주파수 응답으로서 점성 감쇠비에 따른 진폭과 위상차를 보여주는 도표로서, ζ 가 감소함에 따라 진폭이 감소하지만 공진 주파수(resonance frequency)가 $\pi/2$ 의 홀수배인 주파수에서 일어난다는 사실을 주목할 필요가 있으며, $\zeta > 1$ 인 경우에는 과감쇠의 형태를 정확하게 보여주고 있다. 이와 같은 결과의 이론적인 근거로서는 식(24)부터 공진 현상이 유발될 수 있는 조건이 $\cosh \Gamma = 0$ 이 된다. 따라서 마찰 손실이 없다고 가정하면, $\Gamma = j\omega/\omega_c$ 로 주어지기 때문에 윗식을 만족시키는 공진주파수가 $\omega/\omega_c = n\pi/2, n=1, 3, 5, \dots$ 로 주어지므로 이론적인 예측과 거의 일치된 결과라고 볼 수 있다.

Fig7과 Fig8은 부하용량 및 부하저항을 갖는 기체 전달 관로의 주파수 응답으로서 점성 감쇠비 $\zeta=0.3$ 인 감쇠진동 조건에서의 응답특성이다.

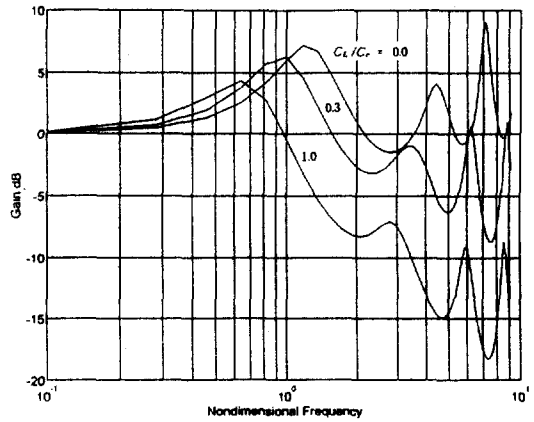
부하용량, $C_L=0$ 인 경우는 폐쇄관로의 조건으로서, 부하용량이 증가함에 따라 진동의 형태는 그대로 유지되지만 공진 주파수가 낮은 주파수로 천이됨을 알 수가 있었다. 그리고 부하저항 $R_L=\infty$ 인 경우도 폐쇄관로의 조건이며, Fig8에서 볼 때 부하저항 R_L 이 감소함에 따라 주파수 전 영역에 걸쳐 진폭의 감쇠를 초래하였다. 그리고, 보다 더 중요한 사실은 부하저항이 관로의 특성저항보다 작은 경우 ($R_L Z_0 < 1$), 공진 주파수가 $\pi/2$ 의 홀수배의 주파수에서 짝수배의 주파수로 변천되는 현상을 알 수



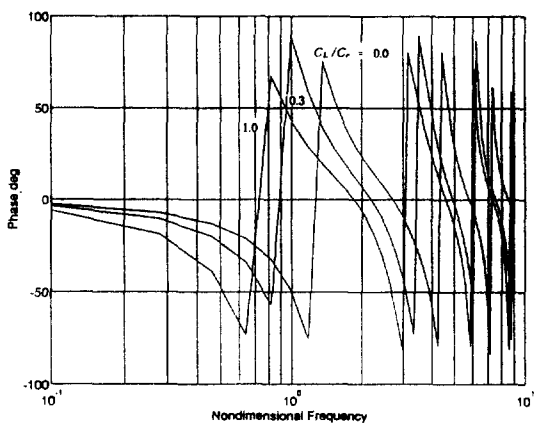
(a) Magnitude



(b) Phase angle



(a) Magnitude



(b) Phase angle

Fig.6 Frequency response of a blocked line with infinite series approximations

Fig.7 Frequency response of the line with load capacitance ($\zeta=0.3$)

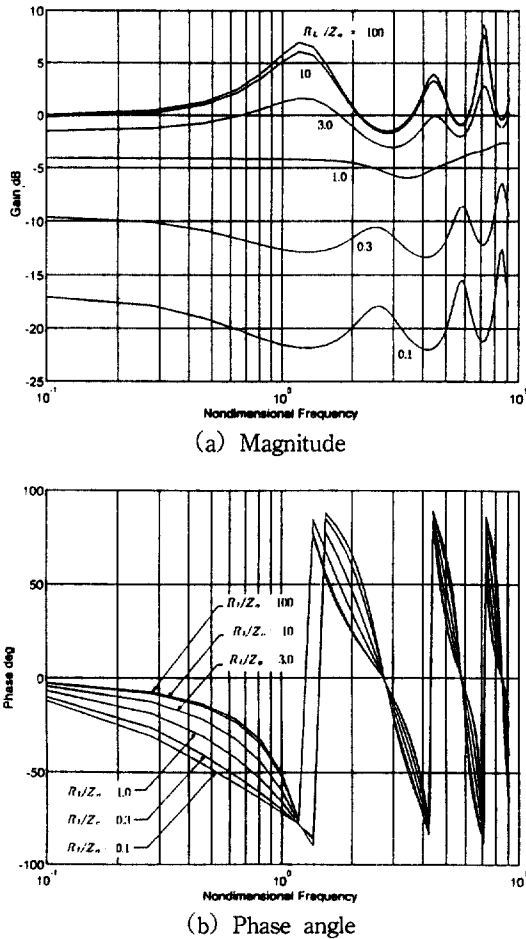


Fig.8 Frequency response of the line with load resistance($\zeta=0.3$)

있었다. 이와 같은 근거로서 식(29)로부터 공진 현상의 조건이 $\cosh \Gamma + (Z_0/R_L)\sinh \Gamma = 0$ 로 주어지므로 마찰손실을 무시한 변수조건을 $Z_c = Z_0$, $\Gamma = j\omega/\omega_c$ 로 설정하여 수식 전개를 하면 $[(R_L + Z_0)\cos 2\omega/\omega_c + (R_L - Z_0)] + j\sin \omega/\omega_c = 0$ 식을 구할 수 있다. 위 식을 만족시키기 위해 허수부와 실수부가 0이 되는 조건을 적용하면

$$R_L/Z_0 > 1.0 \text{ 일때 } \omega/\omega_c = n\pi/2, n=1, 3, 5, \dots$$

$$R_L/Z_0 < 1.0 \text{ 일때 } \omega/\omega_c = n\pi/2, n=2, 4, 6, \dots$$

이 되는 두가지의 공진 주파수의 조건을 예측할 수 있으므로 수치해석 결과도 거의 일치한 결과를

보여주고 있었다.

5. 결 론

기체 전달 관로의 압력 전파에 따른 주파수 응답특성을 고찰하고자 Bessel 함수비에 의해 표현되는 분포 매개변수 모델을 설정하여 수치적으로 해석한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) Bessel 함수비를 근사하는 방법으로서 무한급수의 근사방법과 Brown의 근사 방법 및 Woods의 근사방법은 주파수 영역 전반에 걸쳐 거의 일치하였으며 특히 높은 주파수($\omega/\omega_c > 1$)에서 무한급수의 근사방법과 Brown의 근사방법은 매우 정확하게 일치하였다.

2) 폐쇄관로의 주파수 응답의 경우, 감쇠조건에 따라 세가지 근사방법에 의한 주파수 응답특성은 매우 정확한 경향을 보여주고 있으며, 무한급수의 근사방법에 의한 주파수 응답에서 공진 주파수가 $\pi/2$ 의 홀수배의 주파수에서 나타남을 알 수 있었다.

3) 부하용량과 부하저항을 갖는 기체 전달 관로에서의 주파수 응답은 부하용량이 증가함에 따라 공진 주파수가 낮은 주파수로 천이됨을 보여주고 있으며, 부하저항이 감소함에 따라 주파수 전영역에 걸쳐 진폭의 감쇠를 초래하고 관로의 특성저항보다 작은 경우($R_L/Z_0 < 1$), 공진주파수가 $\pi/2$ 홀수배의 주파수에서 짝수배의 주파수로 변천됨을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- Schuder, C. B., and Binder, R. C., 1959, "The Response of Pneumatic Transmission Lines to Step Inputs", *Journal of Basic engineering*, Trans. ASME, series D, Vol.81, No.4, pp.578-584.
- Nichols, N. B., 1962, "The Linear Properties of Pneumatic Transmission Lines", *Transactions of the Instruments Society of America*, Vol.1, No.1, pp.5-14.
- Katz, S., and Blach, W., 1976, "Transient Response of Rectangular Pneumatic Transmission Lines with Blank Chamber Terminations", *Fluidic Quarterly*, Vol.8, No.4, pp.83-103.

4. Kirshner, J. M and Katz, S., 1975, "Design Theory of Fluidic Components", Academic press, New York, pp.63-87.
5. Goodson, R. E., and Leonard, R. G., 1972, "A Survey of Modeling Techniques for Fluid Line Transients", Journal of Basic engineering, ASME, Vol. 94, No.2, pp.474-482.
6. Karam, J. T., and Franke, M. E., 1967, "The Frequency Response of Pneumatic Lines", Journal of Basic engineering, Trans. ASME series D, Vol. 90, No.2, pp.371-378.
7. Karam, J. T., 1972, "A Simple but Complete Solution for the Step Response of a Semi-infinite Circular Fluid Transmission Line", Journal of Basic engineering, ASME series D, Vol.94, No.2, pp.445-476.
8. Brown, F. T., 1962, "The Transient Response of Fluid Lines", Journal of Basic engineering, ASME, pp.547-553.
9. Woods, R. L., 1981, "A first order Square Root Approximation for Fluid Transmission Lines, "Fluid Transmission Line Dynamics, ASME special publication, New York, pp.37-50.
10. Woods, R. L., 1981, "The Effects of Source and Load Impedances connected to Fluid Transmission Lines, "Fluid Transmission Lines Dynamics, ASME special publication, New York, pp.73-93.