

# 직사각단면을 갖는 180°곡관내의 난류 유동 및 열전달에 관한 수치해석적 연구

## Numerical Analysis of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Rectangular Duct with a 180° Bend Degree

최 영 돈\*, 문 찬\*\*  
Y. D. Choi, C. Moon

**Key words :** Algebraic Stress Model(대수응력 모형), Turbulent Flow(난류유동), Algebraic Heat Flux Model  
(대수열 유속 모형), Turbulent Prandtl Number(난류프란틀수)

### Abstract

A numerical simulation of velocity and temperature fields and Nusselt number distributions is performed by using the algebraic stress model(ASM) for the velocity profiles and low Reynolds number  $k-\epsilon$  model and the algebraic heat flux model(AHFM) for turbulent heat transfer in a 180° bend with a constant wall heat flux.

In the low Reynolds number  $k-\epsilon$  model, turbulent Prandtl number is modified by considering the streamline curvature effect and the non-equilibrium effect between turbulent kinetic energy production and dissipation rate.

Every heat flux term presented in the transport equation of turbulent heat flux is reduced to algebraic expressions in a way similar to algebraic stress model. Also, in the wall region, low Reynolds number algebraic heat flux model(AHFM) is applied.

### 기호설명

|  |               |
|--|---------------|
| $C_1, C_2, C_{14}, C_{24}, C_{15}, C_{25}, C_{16}, C_{26}, C_{17}, C_3, C_4, C_{20}$ | : 모형상수        |
| $C_p$  | : 정압비열        |
| $D_H$  | : 수력직경        |
| $k$  | : 난류운동에너지     |
| $n$  | : 벽에 수직한 단위벡터 |
| $N_u$  | : 누셀트수        |
| $P$  | : 난류운동에너지 생성율 |
| $p$  | : 요동압력        |

\* 정회원, 고려대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 순천대학교 기계공학과

|                      |                                |
|----------------------|--------------------------------|
| $Pr, Pr_l$           | : 층류 및 난류프란틀수                  |
| $q_w$                | : 벽면 열유속                       |
| $R$                  | : 유선의 곡률반경                     |
| $Rc$                 | : 곡관의 평균변경                     |
| $Re$                 | : 레이놀즈수                        |
| $R_t$                | : 난류레이놀즈수, $k^2/\nu\epsilon$   |
| $T, Tw$              | : 공기 평균온도 및 벽면의 온도             |
| $T_c$                | : 벽마찰온도, $q_w/\rho C_p u_r$    |
| $U, u$               | : x방향 국부평균 및 요동속도              |
| $U_s$                | : 유선방향속도                       |
| $u_r$                | : 벽마찰속도, $(\tau_w/\rho)^{1/2}$ |
| $\overline{u_i u_j}$ | : 레이놀즈응력 텐서                    |

|                  |  |
|------------------|--|
| $\bar{u}_\theta$ | : 난류열유속 벡터                                   |
| $\bar{u}_T$      | : x방향 무차원 열유속, $\bar{u}_\theta / u_\infty T$ |
| $\bar{w}$        | : y방향 무차원 열유속, $\bar{w} / u_\infty T$        |
| $V, v$           | : y방향 평균 및 요동속도                              |
| $W, w$           | : z방향 평균 및 요동속도                              |
| $X_i$            | : 직교좌표                                       |
| $y$              | : 벽면에서 수직방향으로의 좌표                            |
| $y^+$            | : 벽면으로부터의 무차원거리                              |
| :                |  |

### 그리스 문자

|                    |                 |
|--------------------|-----------------|
| $\epsilon$         | : 난류운동에너지 소멸율   |
| $\kappa$           | : Von Karman 상수 |
| $\Gamma$           | : 확산계수          |
| $\theta$           | : 요동온도          |
| $\nu$              | : 점성계수          |
| $\rho$             | : 유체의 밀도        |
| $\tau_w$           | : 벽면 전단응력       |
| $\sigma, \sigma_t$ | : 층류 및 난류프란틀수   |

## 1. 서 론

열유체 기계의 성능은 기계와 작업유체와의 상호작용에 의해 큰 영향을 받게 되므로 기계의 성능을 개선하거나 효과적인 설계를 위해서는 열유체 기계내의 복잡한 난류운동을 정확히 해석하는 것이 필수적이다. 그러나 실제의 열유체 기계는 복잡한 단면형상을 가지는 곡관으로 이루어져 있어 이러한 곡관내의 유동 특성을 전산해석적 연구나 실험적으로 규명하기는 대단히 어려워서 기본특성들의 규명을 위해서 원형단면이나 사각단면을 갖는 180° 곡관유동이나 90°곡관유동이 사용되었다.<sup>1~2)</sup>

일반적으로 열유체 기계내의 유동에는 유선의 곡률이 큰 3차원 유동이 많이 발생한다. 예를 들면 터보 기계의 사이의 유동, 열교환기 내의 곡관유동, 공기조화 시스템에서의 덱트내 유동등이 있다. 이와같은 열유체 기계들의 성능이 향상되도록 설계하기 위해서는 관로 곡률이 유동특성과 난류특성에 미치는 영향을 알아야 한다. 또한 곡관의 형태를 갖는 열유체 기계들이 열교환기로 사용되므로 곡관내 열전달 특성에 관한 연구가 필수적으로 요

구되어지게 되었다. 그러나 현재까지의 곡관내 열전달 특성에 대한 수치 해석적 연구를 살펴보면 곡률에 의한 효과와 이차유동에 의한 효과가 함께 내재된 열전달 특성을 구별없이 함께 다루어져서 정확한 열전달 특성에 관한 수치해석이 이루어지지 않았다. 그러므로 수치해석을 통해 보다 정확한 열전달 특성을 예측하기 위해서는 난류운동특성에 관한 수치해석과 마찬가지로 곡률이 열전달 특성에 미치는 영향을 고려해야 할 것이다.<sup>3)</sup>

단면의 폭에 대한 높이의 비가 커지면 곡관내에서 발생하는 이차유동이 난류운동에 미치는 영향은 줄어들고 주로 곡률효과에 의한 영향이 지배적으로 작용하게 되므로 본 연구에서는 폭에 대한 높이의 비가 5인 직사각단면의 곡관을 택하여 수치해석하였으며 이러한 형상에 대한 실험<sup>3)</sup>과도 비교하였다.

수치해석에 사용한 난류모형으로 속도랑들은 김<sup>4)</sup>에 의한 저레이놀즈수 대수응력모형(ASM)을 적용하였으며 열전달에 대하여는 난류 프란틀수를 수정한 저레이놀즈수  $k-\epsilon$ 모형과 대수열유속모형(AHFM)을 사용하였으며 이 두 난류열유속 모형에 의한 결과를 비교하였다.

Fig.1과 Fig.2에 곡관의 형상과 계산에 사용된 단면의 개략도를 나타내었다.

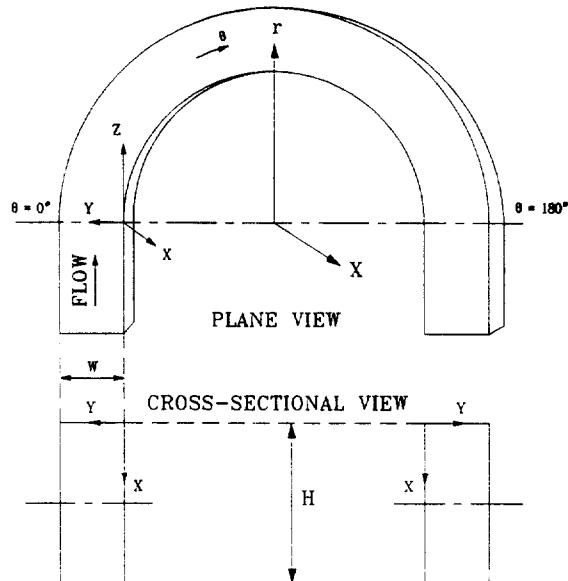


Fig.1 Schematic showing the bend and tangents the two coordinate systems and the velocity component of the flow.

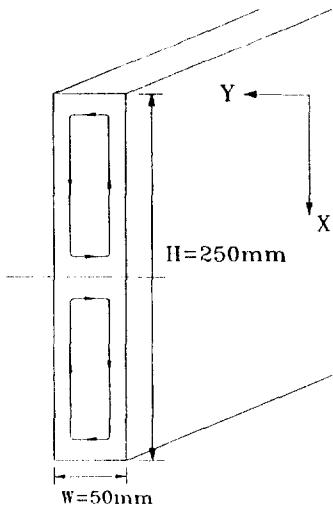


Fig.2 General flow pattern of secondary flow in a curved square duct.

## 2. 수치해석

### 2.1 지배방정식

유동을 해석하기 위한 지배방정식으로 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식이 있으며 이 방정식들을 난류유동에 적용하기 위하여 시간평균하면 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}$$

$$\left[ \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

$$U_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\nu}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{u_i \tau} \right] \quad (3)$$

레이놀즈응력( $-\overline{u_i u_j}$ )과 난류열유속( $-\overline{u_i \tau}$ )은 다음 절에 설명하였다.

### 2.2 난류모형

#### 2.2.1 대수응력모형(ASM)

일반적으로 대수응력 모형은 3차원 유동의 해석

에서 비교적 정확한 해를 주는 것으로 알려져 있다. 본 연구에서는 속도장의 해석에 대수응력 모형을 사용하였으며 그 유도 과정은 김<sup>4)</sup>과 같다. 레이놀즈수응력에 대한 지배방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} - \epsilon_{ij} + \phi_{ij}^1 + \phi_{ij}^2 + \phi_{ijw}^1 + \phi_{ijw}^2 + D_{ij} \quad (4)$$

여기서  $P_{ij}$ 는 생성항,  $D_{ij}$ 는 확산항으로 3차 상관관계에 의한 난류확산항, 압력확산항 그리고 점성확산항을 포함하는 항이고 난류모형화가 필요한 압력변화항  $\phi_{ij}^1$ ,  $\phi_{ij}^2$ ,  $\phi_{ijw}^1$ 과  $\phi_{ijw}^2$  및 소멸항  $\epsilon_{ij}$  그리고 난류확산항에 대한 모형으로는 다음과 같은식을 사용하였다.

$$\phi_{ij}^1 = -C_1 \frac{\epsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) \quad (5)$$

$$\phi_{ij}^2 = -C_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) \quad (6)$$

$$\phi_{ijw}^1 = C_1 \frac{\epsilon}{k} \left( \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_i \right)$$

$$- \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_i ) f \left( \frac{l}{kx_n} \right) \quad (7)$$

$$\phi_{ijw}^2 = C_2 \left( \phi_{km}^2 n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik}^2 n_k n_i \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \phi_{ik}^2 n_k n_i \right) f \left( \frac{l}{kx_n} \right) \quad (8)$$

김<sup>4)</sup>은 식(4)의  $\epsilon_{ij}$ 에 대한 모형으로

$$\epsilon_{ij} = (1-f_s) \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon + f_s \epsilon_{ijw} \quad (9 \text{ a})$$

$$f_s = \frac{1}{1 + \frac{1}{10} R_i} \quad (9 \text{ b})$$

을 사용하였다.

여기서  $\epsilon_{ijw}$ 은 Launder와 Tselepidakis<sup>5)</sup>가 제안한

식을 사용하였는데 다음과 같다.

$$A_{22} = \frac{\bar{v}^2}{k} - \frac{2}{3} \quad (16 \text{ b})$$

$$\varepsilon_{ijk} = \frac{\varepsilon}{k} \left[ \frac{\bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_j \bar{u}_k + \bar{u}_k \bar{u}_i}{1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{u}_i \bar{u}_k}{k}} \bar{n}_k \bar{n}_i + \delta_{ij} \frac{\bar{u}_i \bar{u}_k}{k} \bar{n}_k \bar{n}_l \right] \quad (10)$$

$$E_{12} = \frac{2}{1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{v}^2}{k}} \quad (17 \text{ a})$$

난류확산항에 대한 모형은 Daly와 Harlow<sup>6)</sup>가 제안한 평균구배가정  $\frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} \bar{u}_i \bar{u}_l - \frac{\partial u_i u_l}{\partial x_l} \right)$ 을 사용하였다.

또한 김<sup>4)</sup>은 2차원 평형평판유동으로 부터 압력변형율항의 모형상수에 대한 식을 이론적으로 유도하여 다음과 같이 사용하였다.

$$C_1 = \beta \left( 1 - \alpha + \frac{2\alpha}{g_1 - g_3} + \frac{f_s \frac{\bar{v}^2}{k}}{1 + 1.5 \frac{\bar{v}^2}{k}} \right) \quad (11)$$

$$C_2 = \frac{g_1 - g_3}{2\alpha} \frac{1 - \beta}{\beta} C_1 \quad (12)$$

$$C_1 = \frac{\frac{3}{2} A_{22} g_2 (1 - \alpha - E_{22} f_s - C_1) - \frac{1}{3} g_d \alpha (C_2 - 1)}{(3g_2^2 + 2A_{12}^2 f)} \quad (13)$$

$$+ \frac{\frac{4}{3} A_{12}^2 (1 - \alpha - E_{12} f_s - C_1) + f_s g_2 (1 - E_{22})}{(3g_2^2 + 2A_{12}^2 f)} \quad (13)$$

$$C_2 = \frac{\frac{3}{2} A_{22}^2 A_{22} (1 - \alpha - E_{22} f_s - C_1) - 2g_2 A_{12}^2 (1 - \alpha - E_{12} f_s - C_1)}{(3g_2^2 + 2A_{12}^2 f) \alpha f C_2}$$

$$+ \frac{\alpha (C_2 - 1) (A_{12}^2 + 2g_2^2) + f_s (1 - E_{22}) A_{12}^2}{(3g_2^2 + 2A_{12}^2 f) \alpha f C_2} \quad (14)$$

이며, 여기서

$$\beta = \beta_z + (1 - \beta_z) \exp(-0.008R_t) \quad (15 \text{ a})$$

$$\beta_z = 0.4 \quad (15 \text{ b})$$

$$A_{12} = \frac{\bar{u} \bar{v}}{k} \quad (16 \text{ a})$$

$$E_{22} = \frac{4}{1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{v}^2}{k}} \quad (17 \text{ b})$$

를 나타내며  $\alpha = \frac{P}{\varepsilon}$ 이고,  $g_1, g_2, g_3$ 는 각각  $\bar{u}^2/k$ ,  $\bar{v}^2/k$ ,  $\bar{w}^2/k$ 으로 원관유동에 대한 실험결과를 보관하여 사용하였다.

식(7), (8) 그리고 식(13), (14)에서 사용한 벽함수  $f$ 는 김<sup>4)</sup>이 제안한 와점성계수(eddy viscosity coefficient)의 수정계수

$$f_s = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{47.4}{R_t}} \right) \quad (18)$$

를 이용하여 벽함수를

$$f = \frac{f_s C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{K_y \varepsilon} \quad (19)$$

로 사용하였다.

## 2.2.2 대수열유속 모형

Gibson과 Launder<sup>7)</sup>는  $\bar{u}_{i;\theta}$ 에 대한 식을 나타내었는데,  $\bar{u}_{i;\theta}$ 는 속도와 온도요동 두 성분에 의해 영향을 받으므로 다음과 같이 표현하였다.

$$\frac{D\bar{u}_{i;\theta}}{Dt} - \text{Diff}(\bar{u}_{i;\theta}) = \frac{\bar{u}_{i;\theta}}{2k} (P - \varepsilon) + \frac{\bar{u}_{i;\theta}}{2\theta} (P_o - \varepsilon_o) \quad (20)$$

여기서  $P_o$ 와  $\varepsilon_o$ 는 각각 온도요동 방정식에서의 생성항과 소멸항이다. Gibson과 Launder는  $\bar{P}$ 과  $\bar{u}$  사이에서 단지 약한 연관(coupling)만이 있어서  $P_o = \varepsilon_o$ 라는 가정은 충분히 정확하다고 주장하고 식(20)의 두 번째 부분을 무시하였다. 따라서 본 해석에서도 이들을 따라 최종적으로

$$\frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt} - \text{Diff}(\overline{u_i\theta}) = \frac{\overline{u_i\theta}}{2k} (P - \epsilon) \quad (21)$$

로 사용하였다. 최종식은 다음에

$$\overline{u_i\theta} = -\frac{2k}{\epsilon} \frac{\overline{u_i u_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} + \phi_1 (\overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k})}{\frac{P}{\epsilon} - 1 + \frac{2k}{\epsilon} \phi_1 \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + 2\phi_2} \quad (22)$$

같이 얻어진다. 여기서

$$\phi_1 = 1 - C_{2i} \quad (23)$$

$$\phi_2 = C_u + C_{u'} f \left( \frac{L}{x_n} \right) \quad (24)$$

이 되며  $f\left(\frac{L}{x_n}\right)$ 은 벽함수를 나타내는데, 본 연구에서는 앞서 기술한 바와 같이 김<sup>4)</sup>이 저레이놀즈수  $k-\epsilon$ 모형 개선에서 사용한 와점성계수(eddy viscosity coefficient)의 수정계수를 이용하여 벽함수를 구하였다.

식(22)에서  $\frac{\partial U_i}{\partial x_i}$  항은 텐서법칙에 따르는 성분이 아니고 단지 방향만을 지시한다. 그러나 이러한 모형은 고레이놀즈수 유동장에 대한 것이므로 벽면부근의 저레이놀즈수 구역에 적용할 수 있는 모형이 필요하게 된다. 본 연구에서는 신 등<sup>8)</sup>의 모형을 사용하였다. 신 등<sup>8)</sup>에 의하면

$$\widetilde{C}_u = \beta \left[ \frac{\alpha}{g\theta} (1 + P_r) - \frac{1}{2} (\alpha - 1) \right] \quad (25)$$

$$\widetilde{C}_{2i} = (1 - \beta) \beta \left[ 1 + P_r - \frac{1}{2} (\alpha - 1) \frac{g\theta}{\alpha} \right] \quad (26)$$

가 되고 여기서  $\beta$ 는

$$\beta = \beta_\infty + (1 - \beta_\infty) (\exp(-0.008R_t)) \quad (27)$$

$$\beta = 0.822 \quad (28)$$

로 나타내었으며, 또  $C_{u'}$ 는

$$C_{u'} = \frac{1}{f} \left[ \frac{g_1}{g_{12}^2} \alpha P_r - \frac{1}{2} (\alpha - 1) - C_u \right] \quad (29)$$

와 같이 되고 여기서

$$g_1 = \frac{\overline{v^{+2}}}{k^+} \quad (30)$$

$$g_{12} = \frac{\overline{u v^+}}{k^+} \quad (31)$$

이 되며 이 값들은 신 등<sup>8)</sup>의 연구와 같이 보간식을 사용하였다. 또 식(26)의 난류프란틀수는  $K_{sys}$  와 Crawford<sup>9)</sup>가 제안한 다음 식을 모형상수 계산에 사용하였다.

$$P_r = \left[ \frac{\gamma^2}{2} + \gamma c P_d - (c P_d)^2 (1 - \exp(-\gamma/(P_{dc}))) \right]^{-1} \quad (32)$$

여기서

$$P_d = \left( \frac{\nu_t}{\nu} \right) P_r \quad (33)$$

$$\gamma = \sqrt{1/0.86} \quad (34)$$

$$c = 0.2 \quad (35)$$

이다. 이러한 저레이놀즈수 모형은  $R_t$ 가 400( $y^+ \approx 80$ ) 이하인 벽면 부근에서만 타당하므로 이 영역을 벗어나는 영역에서는 일반 난류모형상수를 사용하였다.

### 2.2.3 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형과 난류프란틀수의 곡률수정

식(3)에서 Boussinesq의 와점성/와확산 계수모형을 사용하면 난류열유속은

$$-\overline{u_i} \tau = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (36)$$

으로 계산하는데, 본 연구에서는 난류프란틀수에 대하여 곡률효과와 생성율과 소멸을 사이의 비평형성 효과를 비교한  $k-\epsilon$ 모형을 열전달의 해석에서 또한 사용하였는데 이의 유도과정은 양<sup>10)</sup>과 같은 방법으로 수행하였다. 수치해석에 사용된 최종식은

$$\sigma_i = \sigma_{i,0} \left[ \frac{1 + k_3^2 R_i}{1 + (4k_1^2 + \frac{(2k_1+k_3)C_{i,0}}{k_2})R_i - \frac{2k_1+k_3}{k_2} C_{i,0} \left( \frac{k}{\epsilon} \right)^2 \left( \frac{U_s}{R} \right)^2} \right] \quad (37)$$

이고, 여기서

$$R_i = \left( \frac{k}{\epsilon} \right)^2 \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R} \quad (38)$$

$$k_1 = \frac{1 - C_2}{P/\epsilon - 1 + C_1} \quad (39)$$

$$k_2 = \frac{2}{3} \frac{(1 - C_1 - C_2)}{C_1} \quad (40)$$

$$k_3 = \frac{(1 - C_{2\phi})}{C_{1\phi}} \quad (41)$$

$$\sigma_{i,0} = \frac{C_{i,0} (1 - C_2)}{-\frac{2}{3} \frac{(1 - C_1 - C_2)}{C_1}} \quad (42)$$

이고,  $C_1 = 1.5$ ,  $C_2 = 0.6$ ,  $C_{i,0} = 0.09$ ,  $C_{1\phi} = 3.0$ ,  $C_{2\phi} = 0.33$ 이며 식(37)에서  $R$ 은 유선곡률의 회전반경이다.

### 2.3 사용해법

본 연구에서 사용한 해법은 준포물선형해법<sup>11)</sup>과 완전미세격자법, 각 단면에 대하여 SIMPLER 해법 등을 사용하였으며 사용된 대류항 처리법으로는 QUICK(Quadratic Upstream Interpolation Kinematics) 해법을 사용하여 수치해석을 수행하였다. 또 계산에 사용된 격자수로  $26 \times 40 \times 140$ 을 사용하였다. 준 포물선형 해법은 재순환유동이 없는 3차원 유동의 경우에 사용되는 해법으로 그 과정은 다음과 같다.

- 1) 주유동방향의 속도방정식(W)을 푼다.
- 2) 주유동방향의 전체 연속성에 의해 속도와 하류에 압력을 수정을 한다.
- 3) 주유동방향에 수직한 단면의 속도방정식을 푸나.(U, V)
- 4) 그 단면에서 압력 수정방정식을 풀어 단면의 속도(U, V)와 압력을 수정한다.
- 5) 압력방정식에 대해 상류의 압력을 수정한다.
- 6) 난류운동에너지와 난류운동에너지 소멸율을 방

정식을 푸나.

1~6까지의 과정을 입구에서 출구까지 전진법으로 계산하고 이어서 수정된 압력을 3차원 배열에 기억시킨다. 이 과정이 끝나면 다시 입구로 돌아가 이러한 과정을 되풀이 한다. 이러한 속도장의 계산이 끝나면 에너지방정식을 풀어 온도장을 구한다.

속도의 해석에서 대수응력모형(ASM)을 사용한 것은 기존의 여러 연구에서 일반적으로 사용되는 k-ε모형보다 대수응력모형이 보다 정확하게 유동장으로 예측할 수 있기 때문에 수치해석에 의한 열전달의 해석에서 정확한 속도분포는 열전달의 예측에 큰 영향을 미치기 때문이다. 해의 수렴조건으로는 이완인자를 0.4에서부터 0.02씩 증가시키며 계산하였고 이 값이 1이 되었을 때 수렴되었다고 판정하였다.

### 2.4 경계조건

계산 영역은 Fig.2에서 곡관의 상하가 대칭이므로 곡관의 반만을 계산영역으로 취하였다. 벽면에서는 착벽조건을, 대칭면에서는 Neumann조건을 사용하였다. 입출구 조건은 곡관의 상류쪽  $1.0 \times D_H$ 로부터 시작하여 곡관이 끝난 후  $5.0 \times D_H$ 가 되는 지점까지 해석하였다. 유입평균 속도는 Melling과 Whitelaw<sup>12)</sup>가,  $36.8 \times D_H$ 의 완전확립된 유동에서 측정된 값을 사용하였다. 난류운동에너지는 Melling과 Whitelaw에 의해 보고된 주레이놀즈응력을 합산하여 2로 나누어 구하였으며 난류운동에너지소멸율은 다음식으로 계산하였다.

$$\varepsilon_m = \frac{k_m^{3/2}}{L_D} \quad (43)$$

여기서

$$L_D = \text{Min} \left( \frac{x_y}{C_\mu^{3/4}}, 0.375D_H \right) \quad (44)$$

이다.

본 연구에서 출구조건은 유선방향의 압력구배분포가 최종직선 격자면에서의 조건과 같다고 가정하였다.

곡관벽면에서의 누셀트 수는

$$Nu = \frac{q_i D_H}{k(T_w - T_b)} \quad (45)$$

으로 나타내어지며 여기서  $T_b$ 는 임의 단면에서의 유체 평균온도를 그리고  $k$ 는 열전달 계수를 나타낸다. 유입유동의 레이놀즈수와 공급열량을 곡관에 대한 열전달실험<sup>3)</sup>과 비교할 수 있도록 레이놀즈 수는 40000으로 고정하고 공급열량은 500W/m<sup>2</sup>과 700W/m<sup>2</sup>에 대하여 수행하였으나 여기서는 700W/m<sup>2</sup>은 실험과 비교할 수 있는 것만 수록하였고, 대부분의 결과들은 공급열량 500W/m<sup>2</sup>에 대한 것들이다.

### 3. 결과 및 고찰

수치해석에 사용된 곡관의 수력직경은 0.083m이며 작업유체는 공기로 하여 비압축성, 일정한 비열값을 사용하였다. 수치해석은 486PC로 수행하였으며 사용된 해법이 준포물선형으로 이완인자를 사용하여 수렴조건을 얻었다.

Fig.3은 곡관부 각 단면에서의 주유동방향 속도를 나타낸 것으로  $\theta=0^\circ$ 의 곡관유입부의 분포를 살펴보면 단면의 전체적으로 최대 속도의 위치가 내벽면 쪽으로 치우쳐 있는 것을 알 수 있는데 이러한 현상은 유동이 하류의 압력, 즉 곡관의 하류 압력이

상류로 전달되어 일어나는 현상으로 생각되어진다. 이후의 각도 (b), (c), (d)를 보면 최대 속도의 위치와 크기가 점차적으로 외벽면 쪽으로 이동하면서 증가하고 있어서 곡관의 출구부까지 확립되어 가는 과정중임을 알 수 있다. 이러한 현상은 종횡비가 작은 경우의 기존의 연구결과<sup>1, 4, 13)</sup>와 대체적으로 같은 경향이지만 속도분포가 대체적으로 완만하게

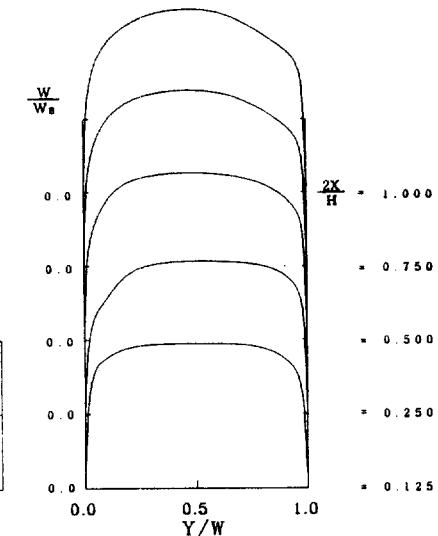


Fig.3 (b) Normalized mean streamwise velocity profile at  $\theta$  equal to 45 deg.

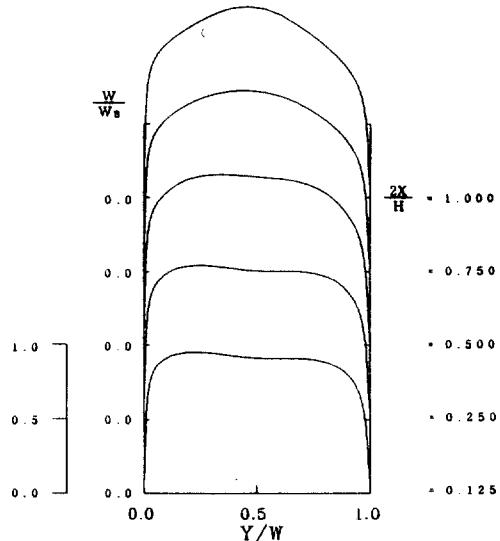


Fig.3 (a) Normalized mean streamwise velocity profile at  $\theta$  equal to 0 deg.

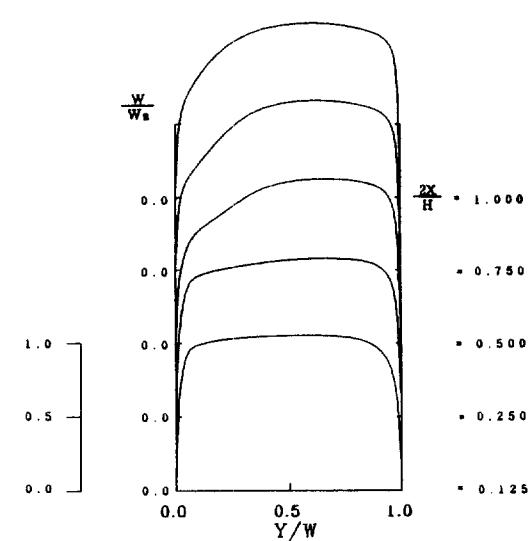


Fig.3 (c) Normalized mean streamwise velocity profile at  $\theta$  equal to 90 deg.

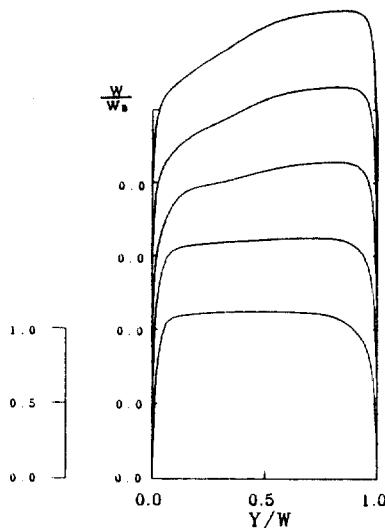


Fig.3 (d) Normalized mean streamwise velocity profile at  $\theta$  equal to 135 deg.

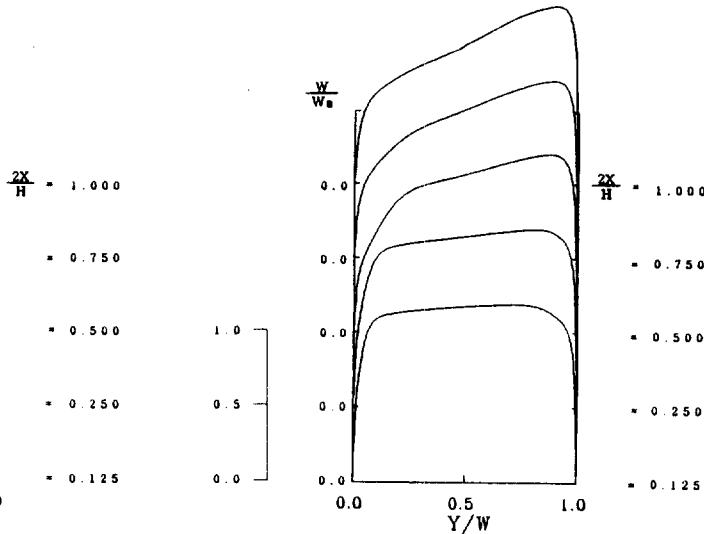


Fig.3 (e) Normalized mean streamwise velocity profile at  $\theta$  equal to 180 deg.

나타나고 있어 이러한 결과는 기존의 곡관에 대한 연구결과<sup>1, 4, 13)</sup>에서 밝혀진 것과는 차이를 보이고 있다. 기존의 연구결과는 정사각 단면이나 적은 종횡비를 갖는 사각 곡관에서는 속도의 분포가 이중극대현상을 분명하게 보이는데 반하여 본 연구의 결과는 이러한 현상을 보이지 않는 것이다. 박 등<sup>13)</sup>에 의하면 이러한 현상은 곡률에 의해 발생하는 2차유동이 내벽면과 외벽면 쪽으로 2개의 와류(vortex)가 발생하여 나타나는 것이라 하였다. 그러므로 본 연구의 결과는 단면내에서 내외벽으로 나뉘어지는 2개의 와류가 발생하지 않은 것으로 볼 수 있으며, 이러한 현상은 Fig.5의 속도벡터선도로부터 확인할 수 있다.

Fig.4는  $\theta=90^\circ$ 에서의 이차유동의 속도를 나타낸 것으로 (a)의  $V/W_b$ 는  $Y/W=0.5$ 부근에서 최대 값을 가지며 (b)의  $U/W_b$ 는 내벽과 외벽부근에서 방향이 다른 최대 속도를 보이고 있으며 내벽면에서  $U$ 의 구배가 크게 나타나고 있다. 이것은 발생한 이차유동의 중심이 내벽면, 상벽면쪽으로 치우쳐 있음을 나타내는 것이다.

Fig.5는 하단경계가 곡관의 내벽면, 상단경계가 외벽면을 나타낸 것이며 그림의 우측경계가 대칭축을 나타낸 것인데 그림에서 알 수 있는 바와 같이 유동이 곡관을 따라 가면서  $\theta=0^\circ$ 인 단면에서의

속도는 하류쪽의 유동에 비하여 작은 값을 가지고 있으며  $\theta=45^\circ$ 에서부터 그림의 내벽면쪽으로 약간 치우친 이차유동이 발생하고 있다. 이러한 이차유동은  $\theta=90^\circ$ 에서 세기가 증가하였으며 그 영역도 대칭축쪽으로 확장되어 있음을 알 수 있다. (d)의  $\theta=135^\circ$ 의 경우에는  $\theta=90^\circ$ 의 경우와 거의 같은 모양을 하고 있으나 이차유동의 중심이 대칭축쪽으로 약간 더 이동되어 있음을 알 수 있으며 (e)의  $\theta=180^\circ$ 의 경우 즉, 곡관의 출구에서도 상류에서 대칭축까지 확장되었던 이차유동이 다시 상층부의 벽면쪽으로 축소되었으며 특이한 것은 대칭축 부근의 내벽면에서 유동이 곡관내벽면에서 박리되어 이 위치에서 강도는 작지만 또 다른 와류장을 형성하고 있다. 이러한 현상은 앞서 언급한 바와 같이 종횡비가 큼으로 인해서 생기는 현상으로 생각된다. 그러나 아직 본 연구와 같이 종횡비가 큰 경우의 곡관에 대한 실험자료가 없기 때문에 이에 대한 연구가 필요하다.

Fig.6과 Fig.7은 각각 공급열량  $700W/m^2$ 을 갖는 직사각 단면  $180^\circ$  곡관에 대한 열전달실험<sup>3)</sup>과 본 연구의 수치해석적 연구를 비교한 것으로 여기서  $T_w$ 는 곡관 벽면의 온도이고  $T_{in}$ 은 유입온도를 나타낸다. Fig.6에서 보는바와 같이 난류 프란틀수의 수정에 의한  $k-\varepsilon$ 모형에 의한 결과는 외벽면에서

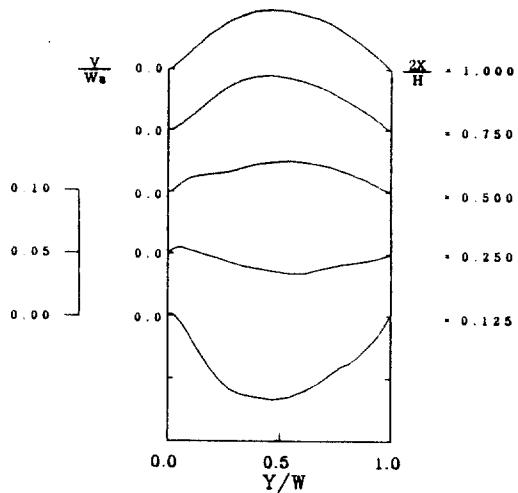


Fig.4 (a) Normalized y directional velocity profile at  $\theta$  equal to 90 deg.

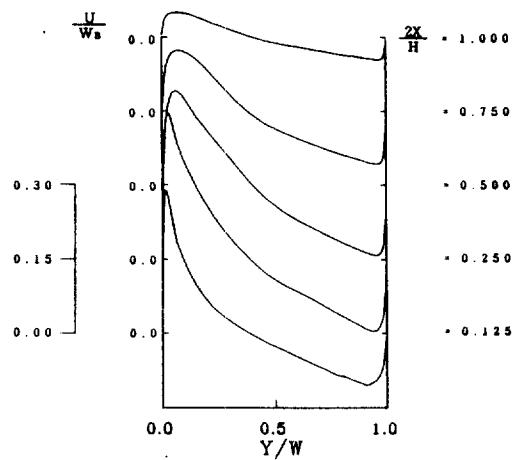


Fig.4 (b) Normalized x directional velocity profile at  $\theta$  equal to 90 deg.

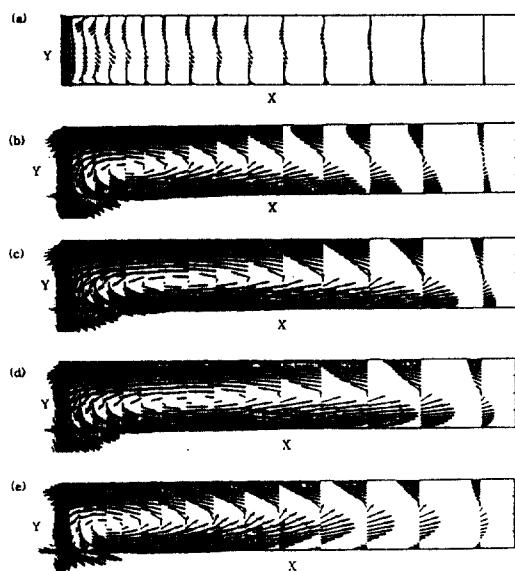


Fig.5 Velocity vectors at  $\theta$  equal to  
(a) 0 deg. (b) 45 deg. (c) 90 deg. (d) 135  
deg. (e) 180 deg.

$T_w - T_r$ 이 실험치와 2배정도 차이가 나고 있는데 이는 외벽면에서의 열전달을 실제보다 작게 예측하는 것을 나타낸다. 내벽면에서는 실험치와 비슷한 경향을 나타내고 있으나 곡관의 유입부에서는 실험치보다 크게, 곡관의 중간부에서 곡관의 출구에

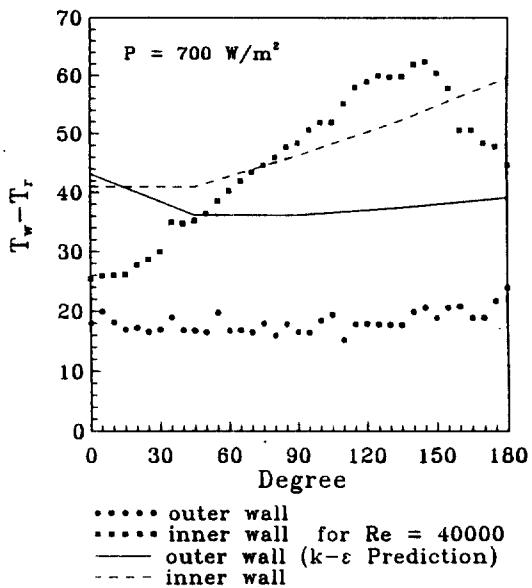


Fig.6 Distribution of wall temperature measureme-  
nts and predictions for  $k-\epsilon$  model.

가까운 곳까지는 낮게 예측하고 있다. 또 실험에 의한 결과는 곡관의 출구 부근에서 온도차( $T_w - T_r$ )이 감소하는데 반하여 수치해석 결과는 계속 증가하는 것으로 나타나고 있다.

Fig.7에서는 같은 경우에 AHFM의 계산결과와

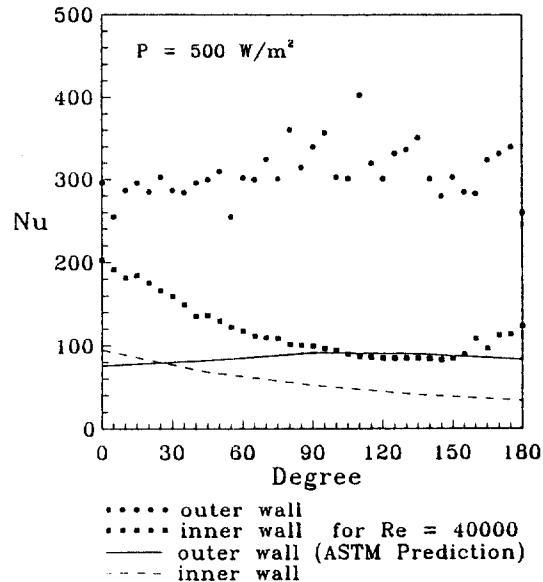
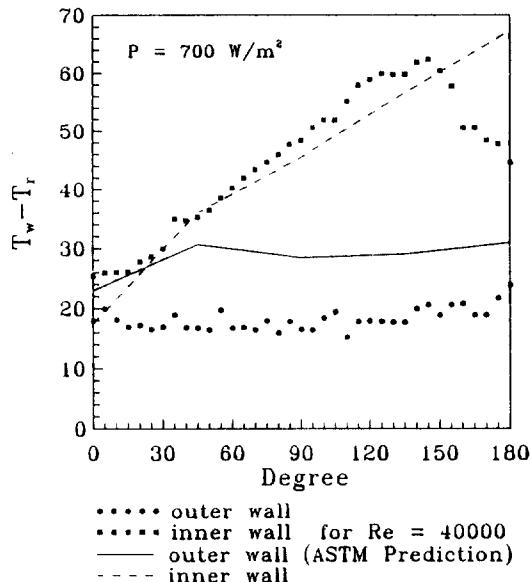


Fig. 7 Distribution of wall temperature measurements and predictions for AHFM.

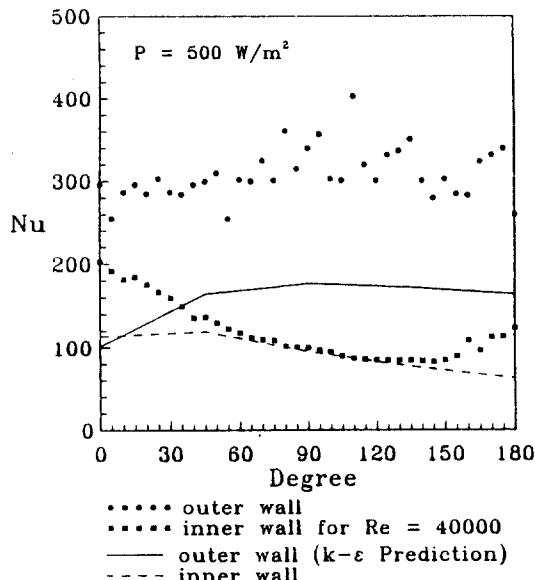


Fig. 8 Distribution of Nusselt number measurements and predictions for  $k-\epsilon$  model.

비교한 것으로 외벽면에서의 온도차는 Fig.6의 경우와 마찬가지로 실험치보다 크게 예측하고 있으나  $k-\epsilon$ 모형의 경우보다는 실험치에 접근하고 있으며 내벽면의 경우에도 전반적으로  $k-\epsilon$ 모형에 비해 실험치에 잘 일치하고 있는 경향을 보여주고 있다.

그러나 출구부근에서 온도차가 계속 증가하는 현상은  $k-\epsilon$ 모형과 같게 나타나고 있다.

Fig.8과 9는 공급열량  $500\text{W/m}^2$ 에 대해 곡관의 주유동방향에 따른 대류 열전달 계수를 나타낸 것이다. Fig.8은  $k-\epsilon$ 모형의 경우로 실험에 의한 결과가 내외벽면의 평균값이 200정도가 되는데 반하여 수치해석은 평균적으로 약 130~150정도의 값을 갖으므로서 실험과 수치해석에 의한 결과가 상당한 차이를 보이고 있다. 그러나 실험<sup>3)</sup>에 의한 누셀트 수를 McAdams<sup>14)</sup>에 의해 제안된 곡률을 가지는 원관에 대한 식으로 계산해 보면 다음의 식에서

$$Nu_{\text{curvature}} = Nu_{\text{straight}} \left[ 1 + 3.5 \frac{D_{\text{hydraulic}}}{D_{\text{curvature}}} \right] \quad (46)$$

$Nu_{\text{straight}}$ 는 본 연구에서  $Re=40,000$ 이고 작업유체로 공기를 택함으로  $P_r$ 을 0.7로 하여 Dittus-Boelter 식으로 계산하면 95의 값이 되고 본 연구의 곡률반경은 254mm이며 곡관의 수력직경은 83.3mm가 되어 결국  $Nu_{\text{curvature}}$ 는 약 150의 값이 나온다. 즉 사각덕트의 경우 내벽면과 외벽면의 평균적인 누셀트 수는 이와 비슷한 값이 되어야 한다. 그러므로 Fig.9의 실험결과, 따라서 Fig.8과 Fig.9에서 정량적인 값은 알 수 없으나 정성적인 비교는 가능할 것으로

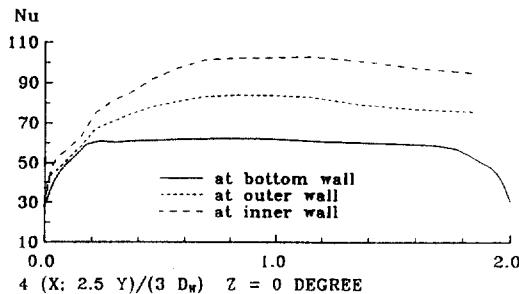


Fig.10 (a) Predicted Nusselt number for the AHFM at  $\theta$  equal to 0 deg.

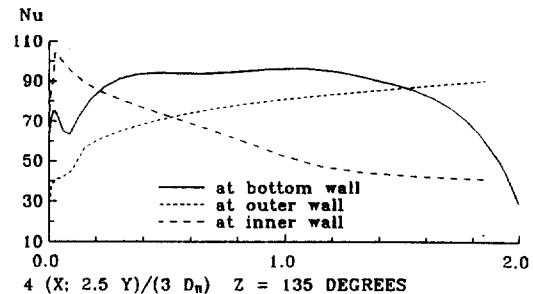


Fig.10 (d) Predicted Nusselt number for the AHFM at  $\theta$  equal to 135 deg.

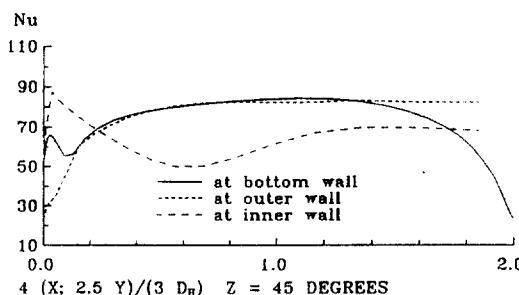


Fig.10 (b) Predicted Nusselt number for the AHFM at  $\theta$  equal to 45 deg.

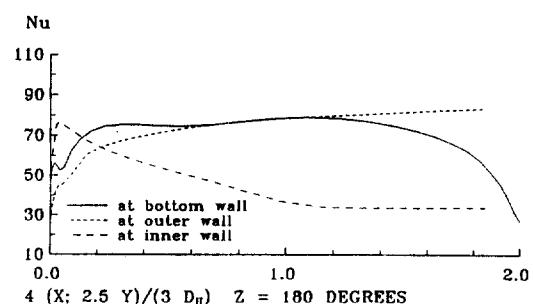


Fig.10 (e) Predicted Nusselt number for the AHFM at  $\theta$  equal to 180 deg.

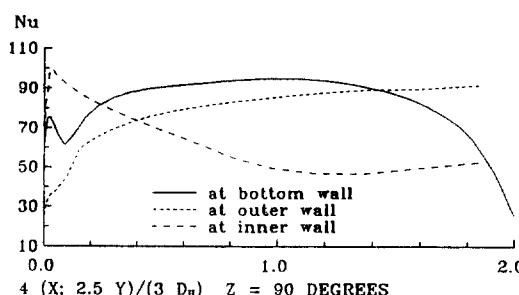


Fig.10 (c) Predicted Nusselt number for the AHFM at  $\theta$  equal to 90 deg.

생각된다.

Fig.10은 AHFM에 의한 각 단면에서의 대류열전달 계수를 나타낸 것으로 곡관유입부에서는 외벽면의 열전달 계수가 내벽면보다 작은 값을 가지다가 곡관에서는 외벽면의 열전달 계수가 내벽면보다 커짐을 알 수 있다. 각 벽면에서의 대류열전달 계수의 변화를 살펴보면 하벽면의 경우는 곡관의 유입부에서 평균적으로 60정도의 값을 가지다가

$\theta=45^\circ$ 에서 80,  $\theta=90^\circ$ ,  $135^\circ$ 에서 90로 증가하고  $\theta=180^\circ$ 에서 70로 감소하고 있다. 이에 반하여 외벽면은 곡관내에서 별다른 변화없이 80정도의 값이 유지된다. 외벽면의 경우에는  $\theta$ 방향에 따라 별다른 변화는 없으나 각 단면에서의 열전달계수의 분포가  $\theta=0^\circ$ 에서는 대칭쪽으로 갈수록 증가하는 경향을 보이다가  $\theta=45^\circ$ 에서부터는 하벽면쪽에서 최대값을 가지며 대칭쪽으로 감소하는 경향을 보인다.

#### 4. 결 론

직사각단면을 갖는 180°곡관에 대한 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 곡관내의 속도장은 유입부를 지나면서 바로 곡관의 하부벽면 부근에 하나의 큰 이차유동이 발생하여 곡관의 중간부를 지나면서 대칭축 쪽으로 확대되었다가 출구로 접근하면서 다시 하부 벽면 쪽으로 감소되는 현상을 보인다.
- 2) 주유동 방향의 분포는 정사각 단면의 경우와는

달리 이중극대 현상을 보이지 못하고 있는데 이는 곡관의 폭이 작기 때문에 와류가 내·외벽에서 분리되지 못하고 하나의 와류만 형성되기 때문이다. 그러나 전체적인 유동의 형태는 정사각 단면의 경우와 마찬가지로 유입부에서는 내벽면 쪽으로 약간 치우쳐 흐르다가 출구부로 가면서 외벽면 쪽으로 최대속도가 이동하는 것을 알 수 있다.

3) 곡관의 출구에서 대칭축 부근에서 또 다른 이차유동이 발생되고 있는데 이것은 종횡비가 큼으로해서 곡관의 상하로 와류가 분리되기 때문으로 생각되며 이에 대한 연구가 필요하다.

4) 곡관의 벽면온도와 유입온도의 차에 대한 실험과의 비교는  $k-\epsilon$ 모형과 대수 열유속 모형이 모두 정성적으로 유사한 결과를 보여주고 있으나  $k-\epsilon$ 모형보다는 대수 열유속 모형이 정량적으로 실험치에 근접하는 결과를 보이고 있다.

5) 그러나 유동의 속도나 온도 분포와 같은 실험자료가 아직 없기 때문에 이러한 실험적인 연구가 필요하며 이렇게 될 경우 난류모형과 열유속 모형에 대한 검증과 개발에 상당한 도움을 줄 것으로 생각된다.

### 참 고 문 헌

1. Johnson R. W. and Launder B. E., 1985, "Local Heat Transfer Behavior in Turbulent Flow around a 180° Bend of Square Cross Section" ASME paper, 85-GT-68, 30th International Gas Turbine Conference and Exhibit, Hauston
2. Johnson R. W. and Launder B. E., 1985, "Local Nusselt Number and Temperature Field in Turbulent Flow through a Heated Square Sectioned U-bend", Int. J. Heat and Fluid 5
3. 문찬, 이건희, 최영돈, 1992, "직사각형 단면을 갖는 180° 곡관에서의 열전달특성에 관한 실험적 연구" 대한기계학회 논문집, Vol.16, pp.290-301
4. 김명호, 1991, "저레이놀즈수 난류모형 개발에 관한 연구", 고려대학교 박사학위논문
5. Launder, B. E. and Tselepidakis, D. P., 1990, "Near-wall Turbulence", 818, Hemisphere.
6. Daly, B. J. and Harlow, F. H., 1970, "Transport equations in turbulence", Phys. Fluids, 13, pp. 2634-2649.
7. Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1976, "On the Calculation of Horizontal Turbulent Free Shear Flow under Gravitational Influence", J. Heat Transfer, 98C, pp.81-87.
8. 신종근, 최영돈, 이건희, 1993, "저레이놀즈수 2차모멘트 난류 열유속모형 개발에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제17권 제12호, pp.3196-3207.
9. Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1980, "Convection Heat and Mass Transfer", p.228, McGraw-Hill
10. 양선주, 1991, "정사각단면을 갖는 180° 곡관내의 열전달에 관한 난류모형 연구", 고려대학교 석사학위논문
11. Chang, S. M., Humphrey, J. A. C and Modavi, A., 1983, "Turbulent Flow in a strongly Curved U-bend and Downstream Tangent of Square Cross Section" PCH Physico Chemical Hydrodynamics, Vol.4., p.243.
12. Melling A. and Whitelaw, J. H., 1979, "Turbulent Flow in a Rectangular Duct", J. Fluid Mech. Vol. 78, p.289.
13. 박호영, 유석재, 최영돈, 1990, "열선유속계에 의한 180°곡관을 갖는 직사각 단면 덕트에서의 난류 유동특성의 측정", 대한기계학회 논문집, 제14권, 제3호, pp.734-746.
14. W. H. McAdams, 1954, "Heat Transmission", 3rd ed., McGraw-Hill, New York, pp.228.