

적응 필터를 위한 가변 길이 최적 수렴 인자 알고리즘

Variable Length Optimum Convergence Factor Algorithm for Adaptive Filters

夫人亨*, 姜哲豪*

(In-Hyoung Boo*, Chul-Ho Kang*)

요약

본 연구에서는 필터의 차수가 적절한 수준으로 자동적으로 조정되는, 최적 수렴 인자를 갖는 최대 경사(steepest descent) 방식의 적응 알고리즘을 제안한다. 지금까지 적응 신호 처리의 여러 응용 분야에 적응 필터를 사용할 때, 사전 지식이나 경험에 비추어 필터 차수를 고정하여 이용하여 왔다. 하지만 실제 실행시 필요한 필터 차수를 알기는 어렵고 되도록 큰 차수의 필터를 실행해야만 한다. 이로 인하여 필터 차수가 너무 큰 경우 필요없는 계산량이 증가하게 된다. 제안한 가변 길이 최적 수렴 인자 알고리즘은 주어진 차수 한도 내에서 자동적으로 적절한 필터 차수를 찾아 동작하므로, 불필요한 계산량의 증가를 줄여서 결과적으로 수렴 속도의 향상과 정상 상태에서의 수렴 오차를 줄일 수 있다. 제안한 알고리즘의 타당성은 시스템 식별에 대한 컴퓨터 모의 실험으로 입증하였다.

ABSTRACT

In this study an adaptive algorithm with optimum convergence factor for steepest descent method is proposed, which controls automatically the filter order to take the appropriate level. So far, fixed order filters have been used when adaptive filter is employed according to the priori knowledge or experience in various adaptive signal processing applications. But, it is so difficult to know the filter order needed in real implementations that high order filters have to be performed. As a result, redundant calculations are increased in the case of high order filters. The proposed variable length optimum convergence factor(VLOCF) algorithm takes the appropriated filter order within the given one so that the redundant calculation is decreased to get the enhancement of convergence speed and smaller convergence error during the steady state. The proposed algorithm is evaluated to prove the validity by computer simulation for system identification.

I. 서론

적응 신호 처리는 시스템 식별, 신호 예측, 잡음과

에코 제거, 시스템 제어, 지질 탐사, 레이더 추적 등 매우 다양한 응용 분야에서 성공적으로 이용되고 있다.^[1,2] 이러한 적응 신호 처리 분야에서 LMS 알고리즘은 그 수식의 간편함과 구현의 용이함으로 널리 쓰이고 있다. 그러나, LMS 알고리즘은 다른 알고리즘에 비해 이러한 장점이 있는 반면에 수렴 속도가

*광운대학교 전자통신공학과
Dept. of Electronic Comm. Engineering, Kwang-
woon Univ.
접수일자: 1994년 7월 11일

느리다는 단점이 있다. 그 결과 LMS 알고리즘의 기본적인 장점인 수식의 간편함을 유지하면서 수렴 속도를 향상시키기 위한 많은 연구가 있어 왔다.^[3,8] 그런데 이러한 향상된 여러 알고리즘도 실제 적용 신호 처리 응용분야에 사용될 때 항상 고정된 차수의 필터를 이용하였다. 그림 1과 같은 시스템 식별의 경우 필터 차수의 크고 작음에 의해 수렴 성능에 큰 차이를 보이게 된다. 즉, 식 (1)과 같이 정의한 완화 자승 오차(Smoothed Square Error)의 dB로써 필터 차수에 따른 수렴 성능을 비교한 그림 2에서 보듯이 미지의 시스템을 적응 필터로 식별할 때 적응 필터 차수가 미지 시스템을 식별하기에 충분하지 않은 경우 수렴 속도는 빠른 반면 최종 수렴 오차는 커지며, 필터 차수가 큰 경우에는 수렴 오차는 작으나 불필요한 가중치 증가로 인한 계산량이 많아져 수렴 속도가 늦어진다. 또한 어느 정도 이상의 차수에서는 수렴 속도만이 늦어질뿐 수렴 오차는 더 이상 줄어들지 않음을 알 수 있으며 이러한 현상들은 잡음 제거와 같은 다른 응용 분야에서도 발견된다.

$$SSE = \sum_{i=0}^M \{d(n-i) - y(n-i)\}^2 / (M+1),$$

$$n = M, M+1, \dots \quad (1)$$

여기서, d는 바라는 신호(desired signal), y는 적응 필터 출력, M은 필터 차수이다. 한편, 이러한 특성을 이용하여 필터 차수를 작은 차수에서 주어진 차수까지 증가시키며 수렴 속도의 향상과 수렴 오차의 감소를 꾀하는 연구가 있었다.^[9] 그러나 이것은 각 필터 차수에서의 최소 평균 자승 오차를 미리 정해 놓은 후 이 값에 이르렀을 때 필터 차수를 증가시키는 방식으로, 사전 지식의 유무에 의해 성능이 결정되며, 필터 차수의 증가 시점을 미리 계산해야 하는 부담이 있었다. 본 연구에서는 주어진 필터 차수내에서 적은 차수로부터 시작하여 수렴 속도의 향상을 유지하면서 수렴 오차를 줄이기 위해 사전 지식이 필요 없이 적절한 차수까지 필터 차수를 자동적으로 증가시키는 가변길이 최적 수렴 인자 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘을 시스템 식별에 적용하여 주어진 필터 차수가 적절할 때는 기존의 최적 수렴 인자 알고리즘과 동일한 성능을 보이고, 주어진 필터 차수가 클 경우 적절한 수준의 차수만 이용하도록 하여 불필요한 계산량을 감소시킴으로써 수렴 속도를

향상시키고 수렴 오차를 줄이는 방식임을 확인하였다.

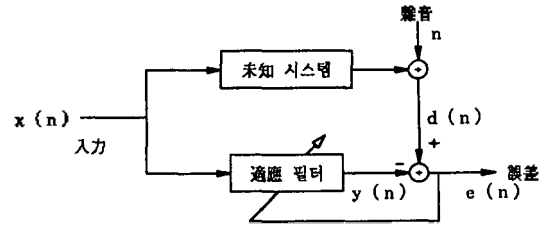


그림 1. 시스템 식별 구조
Fig 1. Construction of system identification

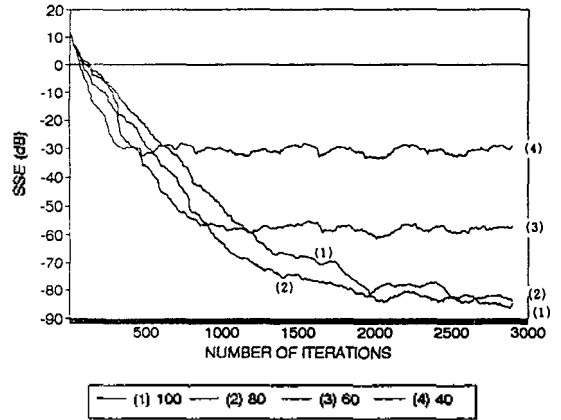


그림 2. 필터 차수에 따른 수렴 성능.
Fig 2. Convergence performance according to filter order.

II. 최적 수렴 인자 알고리즘

최적 수렴 인자 알고리즘은 최대 경사(steepest descent) 방식의 적응 알고리즘으로서 LMS 알고리즘의 수렴 인자 μ 를 기존의 알고리즘에서처럼 사전 지식을 가지고 임의로 선택하지 않으며 환경 변화에 뛰어난 적응력을 갖는 알고리즘이다.^[8] 우선 수렴 인자 μ 를 시변(time-varying)이라 가정하여 LMS 알고리즘을 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu_i(n)e(n)x_i(n), \quad 0 \leq i \leq M \quad (2)$$

이때, $x_i(n)$ 은 i번째 가중치에 입력되는 입력값, e

(n)은 오차 출력, $\mu_i(n)$ 은 i번째 가중치의 수렴 인자, M은 필터 차수, $w_i(n)$ 은 알고리즘에 의해 조절되는 i번째 가중치이다. 오차 e(n)가 큰 경우는 μ_i 값을 크게 잡아 빠른 수렴을 하고 점차 오차가 줄어들어 따라 μ_i 값을 작게 하여 평균 자승 오차를 줄이게 된다. 그러나, 평균 자승 오차(MSE)의 가중치에 따른 기울기를 기준으로 μ 값을 변하게 하면 그림 3에서 보듯이 일차 함수적으로 기울기가 변하므로 수렴 인자 μ 가 너무 빨리 감소하여 빠른 수렴 속도를 얻기 어렵다. 또한, 기울기의 범위가 무한이므로 수렴 인자를 조절할 때 기울기만을 기준으로 하는 것은 불안정하다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 식 (3)의 수렴 범위내에서 정규화된 수렴 인자의 변화를 얻기 위해 MSE 기울기의 각도 성분을 이용한다.

$$0 < \mu < 1/\text{tr}[R] \quad (3)$$

여기서 R은 입력 자기 상관 행렬($E\{X^T(n)X(n)\}$), tr는 행렬 주 대각선 성분의 합을 나타낸다. 즉, $\arctan[-2e(n)X(n)]$ 을 취하면 그림 4에서 보듯이 기울기가 작을수록 변화가 크고, 기울기가 클수록 절대치가 90°에 가까우면서 변화가 없는 형태의 변환을 얻는다. 수렴 속도의 향상을 위해 이러한 각도 성분을 지수(exponential) 함수에 적용하던 그림 5에서 보듯이

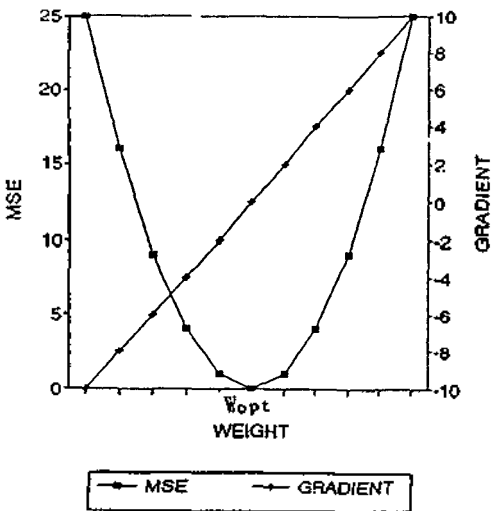


그림 3. MSE와 기울기
Fig 3. MSE & gradient

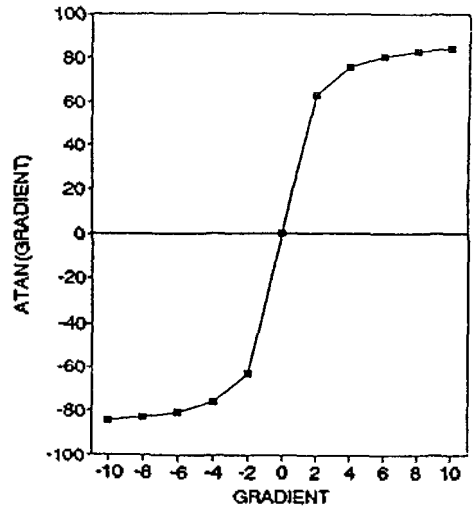


그림 4. 기울기의 각도 성분
Fig 4. Angle factor of gradient

기울기의 각도 성분이 약 $-6^\circ \sim 6^\circ$ 에서 0~1의 값을 얻을 수 있다. 그림 5에서 X값은 $\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))$ 을 나타낸다.

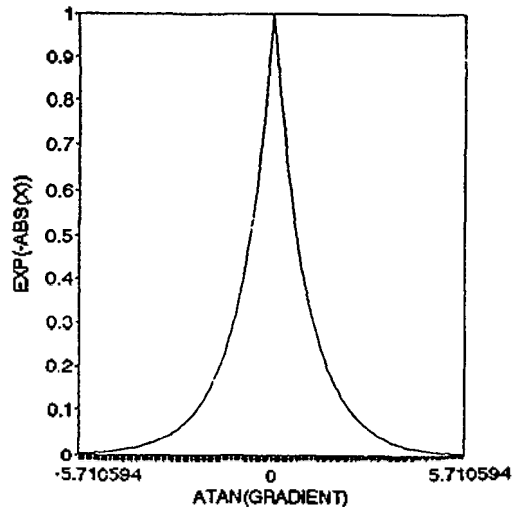


그림 5. 각도 성분에 따른 수렴 상수의 변화 정도
Fig 5. Variation scale of convergence factor according to angle factor

즉, 아주 작은 기울기에서만 수렴 인자 μ 값을 작게 변화 시키고, 기울기가 클 때 수렴 범위의 최대 μ 값을 갖도록 다음 관계식으로 표현할 수 있다.

$$\mu_i(n) = \mu_m [1 - \exp\{-|\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))|\}],$$

$$0 \leq i \leq M \quad (4)$$

여기서, $||$ 는 절대치이며, μ_m 은 $1/\text{tr}\{R\}$ 로 현재 필터에 입력되어 있는 신호로 구성된 자기 상관 행렬의 주 대각선 성분의 합의 역수이다. 식 (4)에서 알 수 있듯이 최적 수렴 인자 알고리즘은 기존의 LMS 알고리즘에 비해 복잡한 형태를 이루고 있지만 $\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))$ 의 절대치가 6이상 일 때는 식 (4)의 지수 함수항이 0에 가까움으로 $\mu_i(n)$ 값은 μ_m 값을 유지한다. 그러므로, $\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))$ 의 절대치가 6이상 일 때, 즉 기울기 $-2e(n)x_i(n)$ 의 크기가 $-0.1 \sim 0.1$ 범위 밖의 값을 갖을 때에는 식 (4)의 지수 함수항의 계산이 불필요함을 알 수 있다. 이러한 최적 수렴 인자 알고리즘은 각 반복 수행(iteration)마다 각 가중치에 대해 개별적으로 수렴 상수 $\mu_i(n)$ 값이 주어지며, 지수 함수의 지수 범위가 한정되어 있어 입력 신호의 전력(power)이나 오차의 대소에 관계없이 항상 안정된 수렴을 한다. 기존의 가변 step size 알고리즘에 비해 다른 수렴 인자의 도입이 없고, 기울기의 ATAN 에 의한 정규화로 입력변화에 따른 수렴 성능의 변동이 최소화됨을 알 수 있다.

Ⅲ. 가변 길이 최적 수렴 인자 알고리즘

앞 절에서 논의한 최적 수렴 인자 알고리즘은 기존의 다른 알고리즘에 비해 수렴 속도와 수렴 오차 그리고 시변 환경에 대한 적응력이 뛰어난 결과를 보여 주었지만, 다른 알고리즘과 마찬가지로 필터 차수에 대한 정보를 알고 있다는 가정하에 여러 분야에 이용되고 있다. 그러나, 설정된 필터 차수가 충분하지 않을 때 수렴 오차는 비례하여 커질 수밖에 없으며, 설정된 차수가 너무 큰 경우 불필요한 가중치마저도 적응 알고리즘에 의해 변화시키게 되므로 계산량이 증가하고 수렴 속도도 감소하게 된다. 실제적으로 미지 시스템에 대한 사전 지식이 없을 때 되도록 적응 필터 차수를 크게 설정할 수밖에 없으므로 수렴 속도의 감소와 계산량의 증가가 문제로 대두된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 초기에 주어진 적응 필터 차수중 일부만으로 동작시키고 점차 적절한 차수까지 자동적으로 차수를 증가시킴으로써 수렴 속도의 향상과 수렴 오차의 감소를 가져오는 방식

을 제안한다. 우선 적응 알고리즘의 차수를 증가시키는 시점을 정하기 위해 다음과 같이 완화 절대 오차(Smoothed Absolute Error)를 정의한다.

$$\text{SAE}(n) = \sum_{i=1}^{kn} |e(n-i)|/k(n) \quad (5)$$

여기서, $e(n)$ 은 n 번째 반복 실행후 바라는 값과 적응 필터 출력과의 오차, $k(n)$ 은 적응 필터의 n 번째 반복 실행시의 차수를 나타낸다. 식 (5)로 정의한 $\text{SAE}(n)$ 를 각 반복 수행(iteration)마다 구하여 그 값이 줄어들지 않을 때를 차수의 증가 시점으로 삼는다. 이는 적응 필터가 구동되면서 오차가 점차로 줄어드는 특성을 이용한 것으로 현재의 적응 필터 차수에 따라 오차를 완화함으로써 각 반복 수행시의 오차의 불안정한 진동을 제거한 방식이다. SAE 값이 증가하거나 불안정한 진동을 보일 때, 즉 과거 오차보다 현재 오차가 커서 식 (6)의 값이 ‘-’ 값을 갖는 경우는 현재 적응 필터 차수가 미지 시스템을 식별하기에 부족한 경우로 보고 차수를 증가시켜 수렴 오차를 줄이게 된다.

$$S(n) = \text{SAE}(n-1) - \text{SAE}(n) \quad (6)$$

또한 적응 필터의 차수는 주어진 필터 차수까지 증가시키지 않고 최적 수렴 인자 알고리즘에 의해 수렴 인자 μ 가 조절 되는 시점까지 증가시킨다. 즉, MSE 에 대한 기울기 $-2e(n)x_i(n)$ 의 평균이 $-0.1 \sim 0.1$ 의 범위에 들어 갈 때까지만 적응 필터 차수를 증가시켜 불필요한 필터 차수의 증가를 방지한다. 서론에서 언급하였듯이 필터 차수가 작으면 수렴 속도가 향상되거나 수렴 오차는 커지고 필터 차수가 크면 수렴 속도는 늦어지나 수렴오차는 작아지게 된다. 이와 유사한 특성을 수렴 인자 μ 의 크기에 따라서도 찾아볼 수 있는데 식 (3)으로 주어지는 수렴 범위 내에서 수렴 인자 μ 값을 크게 잡으면 수렴 속도는 향상되나 수렴 오차는 커지고 μ 값을 작게 잡으면 수렴 속도는 늦어지나 수렴 오차는 줄어든다. 제안한 가변 길이 최적 수렴 인자 알고리즘을 출력 오차가 클 때는 그림 2에서 보듯이 필터 차수가 그 주 원인으로 보며 식 (6)의 $S(n)$ 이 ‘-’ 값을 갖을 때에 필터 차수를 증가시켜서 수렴 오차를 줄인다. 이러한 필터 차수 증가 과정은 다음 식 (7)로 정의한 MSE 의 각 가중치에 대한 기울

기의 절대치 평균이 0.1 이상일 때까지 행한다.

$$T = \sum_{i=0}^{k(n)} |-2e(n)x_i(n)| / (k(n) + 1) \quad (7)$$

여기서, $x_i(n)$ 은 n 반복 실행시 i 번째 가중치의 입력값이고 $k(n)$ 은 n 번째 반복 실행시의 적용 필터 차수이다. 식 (7)의 T 값이 0.1 이하일 때는 출력 오차가 작은 경우로 이 이하의 출력 오차에서는 수렴 인자 μ 가 식 (4)에 의해 μ_m 으로 부터 서서히 작은 값으로 조절되는 지점으로 최적 수렴 인자 알고리즘에 의해 안정 상태에 들어가는 시점이다. 또한 T 값이 0.1 이하에서는 식 (5)의 $SAE(n)$ 이 진동하는 현상이 나타나므로 필터 차수를 불필요하게 증가시키지 않기 위해 수렴 인자 μ 만을 조절하여 수렴 오차를 줄인다. 이와 같은 방식으로 적용 필터 차수를 적절히 선정하고 최적 수렴 인자를 갖도록 하여 수렴 속도와 수렴 오차 그리고 계산량 면에서 향상을 꾀할 수 있다.

제안한 가변 길이 최적 수렴 인자 알고리즘은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 초기화
 - 1.1 주어진 가중치 0으로 설정 : $W=0$
 - 1.2 초기 필터 차수(= $k(0)$) 선정 : $1 \leq k(0) \leq M$
- 2) 반복수행
 - 2.1 $e(n) = d(n) - W^H(n)X(n)$
 - 2.2 $\mu(n) = \mu_m [1 - \exp(-|ATAN(-2e(n)X(n))|)]$
 - 2.3 $W(n+1) = W(n) + \mu(n)e(n)X(n)$
 - 2.4 $SAE(n) = \sum_{i=1}^{k(n)} |e(n-i)| / k(n)$
 - 2.5 $S(n) = SAE(n-1) - SAE(n)$
 - 2.6 if $T = \sum_{i=0}^{k(n)} |-2e(n)x_i(n)| / (k(n) + 1) < 0.1$
go to 2.1
 - 2.7 적용 필터 차수 증가 수행
 - 2.7.1 if $k(n) = M$ go to 2.1
 - 2.7.2 if $s(n) \geq 0$ go to 2.1
 - 2.7.3 $k(n) = k(n) + 1$
 - 2.7.4 go to 2.1

IV. 모의 실험 결과 및 검토

컴퓨터 모의 실험으로 그림 1의 시스템 식별을 수행하였다. 이때 미지 시스템이 두 종류 즉, FIR과 IIR 형태를 갖는 경우에, 미지 시스템 출력에 참가되는 잡음 성분은 없다고 가정하고 어느 한 시점에서

미지 시스템이 변하는 시변 환경에 대해 수행하였다. FIR과 IIR의 필터 계수와 전달 함수는 표1~표3에 보였다. 미지 시스템과 적용 필터에 입력되는 신호로는 power 20, 평균 0인 백색 가우시안 잡음을 사용하였다. 제안한 가변 길이 최적 수렴 인자(VLOCF) 알고리즘을 최적 수렴인자(OCF)알고리즘 그리고 적용 신호 처리에서 널리 쓰이는 정규화 LMS(Normalized Least Mean Square) 알고리즘(표 4), Least Square 방식의 RLS(Recursive Least Square) 알고리

표 1. FIR 필터 계수 I

Table 1. FIR filter coefficients I

$h(1) =$. 02572332	$= h(36)$
$h(2) =$	-. 02207183	$= h(35)$
$h(3) =$	-. 00897461	$= h(34)$
$h(4) =$	-. 00959357	$= h(33)$
$h(5) =$	-. 02697674	$= h(32)$
$h(6) =$. 03601264	$= h(31)$
$h(7) =$. 03166828	$= h(30)$
$h(8) =$	-. 01324821	$= h(29)$
$h(9) =$. 01464283	$= h(28)$
$h(10) =$	-. 04284536	$= h(27)$
$h(11) =$	-. 06002107	$= h(26)$
$h(12) =$. 05602852	$= h(25)$
$h(13) =$. 02529204	$= h(24)$
$h(14) =$. 03091255	$= h(23)$
$h(15) =$. 10405310	$= h(22)$
$h(16) =$	-. 18006320	$= h(21)$
$h(17) =$	-. 24279040	$= h(20)$
$h(18) =$. 27821300	$= h(19)$

표 2. FIR 필터 계수 II

Table 2. FIR filter coefficients II

$h(1) =$. 00532746	$= h(36)$
$h(2) =$	-. 01627368	$= h(35)$
$h(3) =$. 03883393	$= h(34)$
$h(4) =$	-. 00239266	$= h(33)$
$h(5) =$. 02726703	$= h(32)$
$h(6) =$	-. 04347110	$= h(31)$
$h(7) =$. 00034077	$= h(30)$
$h(8) =$	-. 04407808	$= h(29)$
$h(9) =$. 04871782	$= h(28)$
$h(10) =$	-. 00046105	$= h(27)$
$h(11) =$. 07245187	$= h(26)$
$h(12) =$	-. 05663143	$= h(25)$
$h(13) =$. 00630796	$= h(24)$
$h(14) =$	-. 13376140	$= h(23)$
$h(15) =$. 07671861	$= h(22)$
$h(16) =$	-. 03729235	$= h(21)$
$h(17) =$. 42180060	$= h(20)$
$h(18) =$	-. 34760040	$= h(19)$

표 3. IIR 필터 전달 함수

Table 3. The transfer function of IIR filter

$$H_1(Z) = \frac{1 + 1.6751 Z^{-1} + 1.6751 Z^{-2} + Z^{-3}}{1 - 0.5765 Z^{-1} + 0.781 Z^{-2} - 0.3821 Z^{-3}}$$

$$H_2(Z) = \frac{0.2066 - 0.4131 Z^{-2} + 0.2066 Z^{-4}}{1 + 0.3695 Z^{-2} + 0.1958 Z^{-4}}$$

표 4. NLMS 알고리즘

Table 4. NLMS algorithm

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n) / \{(M+1)\sigma^2(n)\}$$

$$\sigma^2(n) = \lambda x_0^2(n) + (1-\lambda)\sigma^2(n-1)$$

단) $X(n)$: 입력 벡터, $x_0(n)$: n번째 필터 입력값
 $\sigma^2(n)$: 입력 신호 power

표 5. RLS 알고리즘

Table 5. RLS algorithm

$$K(n) = \lambda^{-1}P(n-1)X(n) / \{1 + \lambda^{-1}X^T(n)P(n-1)X(n)\}$$

$$\alpha(n) = d(n) - W^T(n-1)X(n)$$

$$W(n) = W(n-1) + K(n)\alpha(n)$$

$$P(n) = \lambda^{-1}P(n-1) - \lambda^{-1}K(n)X^T(n)P(n-1)$$

단) $P(n)$: 입력 상관 행렬의 역행렬
 $X(n)$: 필터 입력 벡터
 $\alpha(n)$: priori 예측 오차

들(표 5)과 비교하였다. 오차는 식 (1)의 Smoothed Square Error의 dB 값으로 나타내었다. 이때, NLMS 알고리즘의 인자값은 $\mu=0.9$, $\lambda=0.09$ 이며 RLS의 망각 인자(forgetting factor) λ 는 0.998이다.

1. 미지 시스템이 FIR 형태인 경우

미지 시스템의 전달 함수가 FIR 형태일 경우의 실험이다. 350 iteration 시에 표 1의 필터 계수가 표 2의 필터 계수로 변화하는 환경에서 주어진 적응 필터 차수가 35차 일 때와 100차일 때에 대하여 VLOCF, OCF, NLMS, RLS 알고리즘을 비교하였다. VLOCF 알고리즘들은 모든 경우 10차 필터 차수부터 시작하였으며 적응 필터의 차수가 미지 시스템의 차수보다 작은 경우는 모든 알고리즘이 수렴 오차가 크며 수렴하지 않으므로 적응 필터 차수가 미지 시스템의 차수보다 크거나 같은 경우에 대하여 실험하였다.

(1) 적응 필터의 차수가 35차인 경우

주어진 차수가 미지 시스템의 차수와 같은 경우이

다. 그림 6의 실험 결과에서 보듯이 350 iteration 전까지 LS(Least Square) 방식의 RLS 알고리즘이 계산량이 매우 많음에 비례하여 뛰어난 성능을 발휘하지만 그 이후에는 미지 시스템의 변화에 빨리 적응하지 못하는 모습을 보였다. 이는 망각 계수(forgetting factor)가 0.998로 무한 메모리에 해당하는 역할을 하므로 초기 미지 시스템의 오차 정보가 환경 변화 이후에도 여전히 가중치 계수 갱신에 영향을 미치기 때문이다. 적은 망각 계수를 잡을 수도 있으나 그런 경우는 발산의 소지가 비례해서 커진다. 미지 시스템이 변화하고 사전 지식이 없는 경우 1에 가까운 망각 계수를 잡을 수밖에 없다. 또한 매번 망각 계수를 미지 시스템에 맞추어 임의로 선정한다는 것을 불합리하다. 정규화된 LMS 알고리즘들은 초기에는 수렴 속도가 가장 늦었으나 시변 이후에는 RLS 알고리즘보다는 빠른 수렴을 보였다. OCF 알고리즘들은 초기 RLS 알고리즘보다는 수렴 속도가 늦었으나 시변 이후 빠른 수렴 속도와 낮은 수렴 오차를 보여 주었다. 제안한 VLOCF 알고리즘들은 초기에 10차의 차수로 시작하여 OCF 알고리즘보다 수렴 속도가 조금 떨어졌으나 시변 이후 OCF 알고리즘과 같이 가장 빠른 수렴 성능을 보여주었으며, VLOCF 알고리즘에 의해 수렴 후 적응 필터 차수가 35차가 됨을 확인할 수 있었다. 즉, 제안한 알고리즘에 의해 주어진 차수가 미 시스템 차수와 동일할 경우에 초기의 낮은 차수의 필터에 대해 수렴 속도가 조금 떨어지나 곧 바로 미지 시스템 차수만큼 차수가 증가 되어 수렴 성능이 향상됨을 알 수 있다.

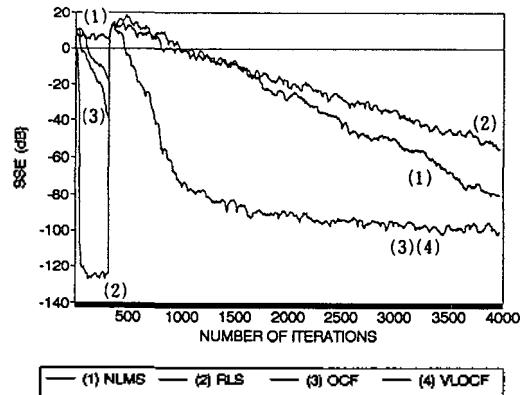


그림 6. 35차 필터로의 시변 FIR 시스템 식별.
 Fig 6. Time-varying FIR system identification by 35th-order filter.

(2) 적응 필터 차수가 100차인 경우

주어진 적응 필터 차수가 미지 시스템보다 큰 경우이다. 그림 7에서 보듯이, RLS 알고리즘은 미지 시스템이 변하기 전에 뛰어난 수렴 성능을 보이나 미지 시스템의 환경이 변한 이후 적응력이 현저히 떨어질 수 있다. NLMS 알고리즘은 시변 이전과 이후 모두 좋지 않은 수렴 성능을 보여 주었는데 이는 고정된 수렴 인자가 시변 이후 환경에 맞지 않는 인자값임을 알 수 있고, 매번 임의로 수렴 인자를 선정한다는 것은 불합리하다. 한편 OCF 알고리즘은 주어진 고정된 차수가 미지 시스템에 비해 큰 관계로 시변 이후에 수렴 속도가 35차인 경우에 비해 현저히 저하됨을 볼 수 있다. 반면, 제안한 VLOCF 알고리즘은 적절한 필터 차수의 유지로 OCF 알고리즘에 비해 우수한 수렴 성능을 발휘함을 알 수 있다. 이 경우 VLOCF 알고리즘의 차수는 58차가 되었다.

또한 수렴했을 때 OCF와 VLOCF 알고리즘의 수렴 오차가 같음을 확인할 수 있었는데 이는 그림 2에서 보듯이 일정 차수 이상에서는 아무리 차수를 늘려도 수렴 오차가 더 이상 감소하지 않는다는 내용과 일치한다.

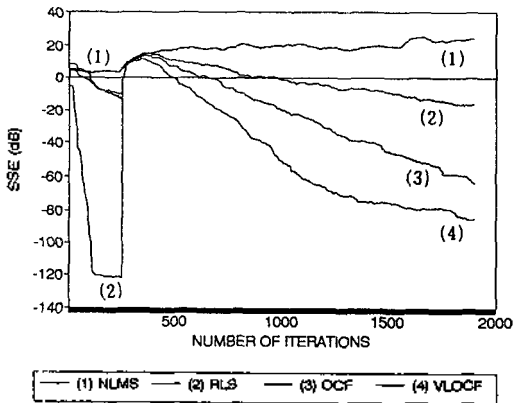


그림 7. 100차 필터로의 시변 FIR 시스템 식별.
Fig 7. Time-varying FIR system identification by 100th-order filter.

2. 미지 시스템이 IIR 형태인 경우

미지 시스템의 전달 함수가 IIR 형태를 갖는 경우이다. 500 iteration에서 표3의 $H_1(z)$ 에서 $H_2(z)$ 으로 전달 함수가 변하는 환경에서 주어진 적응 필터 차수

가 35차와 100차인 경우에 대해 VLOCF, OCF, NLMS, RLS 알고리즘을 비교하였다. VLOCF 알고리즘은 초기 필터 차수를 10으로 설정하고 수행하였다.

(1) 적응 필터의 차수가 35차인 경우

미지 시스템이 IIR 형태이므로 이와 등가적인 특성을 갖는 FIR 적응 필터의 차수는 미지 시스템의 차수보다 커야 한다. 그림 8에서 보듯이 RLS 알고리즘의 경우 필터 차수가 충분치 않아서 500 iteration 전에도 수렴 오차가 FIR 시스템 식별의 경우 보다 매우 컸으며 미지 시스템의 환경이 변한 이후에도 적응력이 가장 좋지 않았다. NLMS 알고리즘의 경우 500 iteration까지의 수렴 속도는 가장 좋지 않았으나 이후 RLS 알고리즘 보다 수렴 속도가 빠름을 알 수 있다. 한편 OCF 알고리즘과 VLOCF 알고리즘은 거의 동일한 수렴 결과를 보여 주었다. 수렴후 VLOCF 알고리즘의 차수는 35차이다.

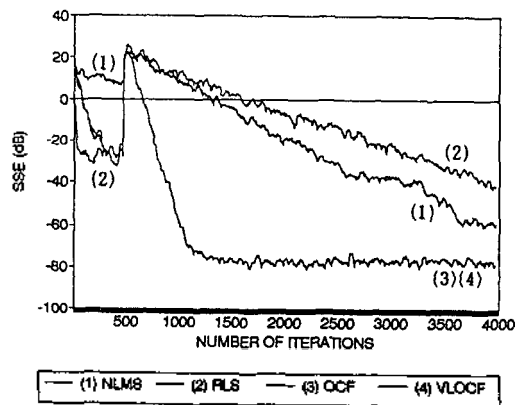


그림 8. 35차 필터로의 시변 IIR 시스템 식별.
Fig 8. Time-varying IIR system identification by 35th-order filter.

(2) 적응 필터의 차수가 100차인 경우

그림 9의 결과에서 보듯이 이 경우 주어진 차수가 충분한 까닭에 RLS 알고리즘은 500 iteration 이전에 빠른 수렴을 보이지만 그 후에는 환경 변화에 적응력이 떨어짐을 확인할 수 있고, NLMS 알고리즘의 경우 점차 오차가 증가함을 알 수 있다. OCF 알고리즘은 필터 차수가 큰 관계로 수렴 속도가 둔화된 모습을 보인다. 반면, VLOCF 알고리즘은 초기 RLS 알

고리듬보다 수렴 속도가 느리나 환경 변화에 관계없이 가장 좋은 적응력을 보여주었다. 수렴후 VLOCF 필터 차수는 68차이다.

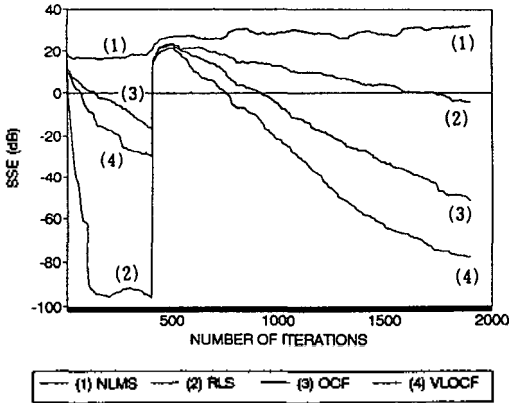


그림 9. 100차 필터로의 시변 IIR 시스템 식별.

Fig 9. Time-varying IIR system identification by 100th-order filter.

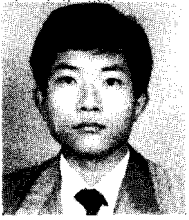
V. 결 론

지금까지 적응 신호 처리의 여러 응용시에 적응 필터 차수를 사전 지식이나 경험에 비추어 고정하여 실행하여 왔으며 이 경우 주어진 차수가 큰 경우 불필요한 계산량이 많아지고 수렴 속도도 저하된다. 본 연구에서는 주어진 필터 차수내에서 작은 차수로부터 점차 적절한 필터 차수를 설정하여 수렴 성능을 향상시킬 수 있는 가변 길이 최적 수렴 인자(VLOCF) 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘을 기존에 널리 쓰이는 NLMS, RLS, 그리고 고정된 필터 차수를 갖는 최적 수렴 인자(OCF) 알고리즘에 대해 시스템 식별 모의 실험으로 비교하였다. 그 결과 주어진 필터 차수가 미지 시스템과 일치할 경우 최적 수렴 인자(OCF) 알고리즘과 거의 같은 수렴 결과를 보여주었으며, 주어진 필터 차수가 미지 시스템 식별에 필요한 경우보다 큰 경우 자동적으로 적절한 필터 차수가 선정되어 시변 환경에서 가장 뛰어난 적응력을 보여 주었다. 제안한 알고리즘은 기존의 적응 신호 처리 응용 분야 전반에 이용 가능하리라 여기며, FIR 구조이외의 여러 형태의 적응 필터에서의 적용을 통해 더 작은 필터 차수에 의해 보다 나은 수렴 특성을 얻기 위한 연구가 필요하다고 본다.

참 고 문 헌

1. B. Widrow and S. D. Stearns, Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1985.
2. S. Haykin, Adaptive Filter Theory. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1991.
3. W. B. Mikhael et al., "Optimum adaptive algorithms with application to noise cancellation," IEEE Trans. Circuits Syst., vol.CAS-31, pp.312-315, Mar. 1984.
4. F. F. Yassa, "Optimality in the choice of convergence factor for gradient based adaptive algorithm," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.ASSP-35, pp.48-59, Jan. 1987.
5. S. Karni and G. Zeng, "A new convergence factor for adaptive filters," IEEE Trans. Circuits Syst., vol.36, pp.1011-1012, July 1989.
6. Paulo S. R. Diniz and Luiz W. P. Biscainho, "Optimal variable step size for the LMS/Newton algorithm with application to subband adaptive filtering," IEEE Trans. Signal Processing, vol.40, pp. 2825-2829, Nov. 1992.
7. R. H. Kwong and E. W. Johnston, "A variable step size LMS algorithm," IEEE Signal Processing, vol. 40, pp.1633-1642, July 1992.
8. —, "적용 필터를 위한 최적 수렴 인자에 관한 연구," 대한전자공학회 논문지, vol.31, no.7, pp.49-57, 1994.
9. Z. Pritzker and A. Feuer, "Variable length stochastic gradient algorithm," IEEE Trans. Signal Processing, vol.39, pp.997-1001, Apr. 1991.

▲夫人亨(In-Hyoung Boo) 1965년 4월 19일생



1988년 2월: 광운대학교 전자통신공학과 졸업(공학사)

1990년 2월: 광운대학교 대학원 전자통신공학과 졸업(공학석사)

1990년 9월~현재: 광운대학교 대학원 전자통신공학과 박사과정

※주관심분야: 적응 신호 처리, Neural Networks

▲姜哲豪(Chul-Ho Kang) 1952년 2월 5일생



1975년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1979년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1977년~1981년: 국방과학연구소(연구원)

1988년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과(공학박사)

1991년 1월~1992년 1월: 미국 일리노이 대학 객원교수

1983년 3월~현재: 광운대학교 전자통신공학과 교수

※주관심분야: 적응 신호 처리, Neural Networks, 음성 인식