

波群에 따른 長週期波의 舉動特性 Characteristics of the Group-Bounded Long Wave

李哲應* · 李吉成*

Cheol Eung Lee* and Kil Seong Lee*

要 旨 : 2次 非線形 理論과 剩餘應力 理論으로는 해석이 곤란한 실측된 不規則波群에 따른 長週期波를 유도할 수 있는 식을 제시하였다. Longuet-Higgins와 Stewart(1965)가 제안한 식을 수정하여 보다 쉽게 파군속에 내재된 장주기파를 유도할 수 있게 하였다. 제시된 방법의 결과는 2次 非線形 理論으로 계산한 規則 波群 및 不規則 波群의 結果와 매우 잘 일치하였다. 특히 淺水域에서는 2次 非線形 理論 및 剩餘應力 理論의 理論式과 동일하게 됨을 알았다.

Abstract □ A modified method obtained by expanding Longuet-Higgins and Stewart's method (1964) is proposed, which can easily derive the group-bounded long wave due to the irregular wave group as well as the regular wave group. The results of the proposed method agree well with those of both second order nonlinear theory and radiation stress theory. Particularly in the shallow water region, three equations from the proposed method, the second order nonlinear theory and the radiation stress theory become identical.

1. 緒 論

천해역에서 볼 수 있는 장주기의 水面變動에 대해서는 그 동동이 부체의 長週期 動搖나 항만의 진동뿐만 아니라 漂砂問題와도 깊이 관련되어 있다는 것이 지적되어, 최근 연구가 활발히 진행되고 있는 분야이다. 이와 같은 長週期波의 발생원인 중 하나가 波群現象(wave grouping)이다. 항만이나 선박의 振動과 관련된 주기는 일반적으로 20초에서 2~3분 정도로 파군에 의하여 유발되는 長週期波의 주기가 이 범위에 속하게 된다. 비록 이와 같이 파군에 의하여 유발된 長週期波의 振幅이 파군의 진폭과 비교하여 작지만, 선박이나 항만의 에너지 減衰(energy damping) 효과가 적은 경우에는 선박이나 항만의 제반 기능에 역효과를 주는 共振現象이 발생할 수 있다.

短週期 波群에 의하여 발생하는 長週期波를 나타내는 용어로 surf-beats, edge波 그리고 平均水位 降下(set-down 또는 group-bounded long wave) 등이 사용되어지고 있다. 따라서 이들의 발생기구에 대한

물리적 특성을 먼저 파악하여야 한다. surf-beats와 edge波는 일반적으로 淺海域에서 발생하는 非線形 干涉(碎波特性) 및 海岸線の 反射性和 강하게 관련있는 반면, 平均水位 降下는 단지 단주기파에 의하여 형성된 波群의 특성과 관련을 갖게 된다. 따라서 平均水位 降下는 반사의 영향이 전혀없는 深海波浪에서도 파군의 특성과 관련되어 일정한 크기로 발생된다.

파군과 관련되어 나타나는 장주기파의 존재를 처음으로 알아낸 Tucker(1950)가 해안가에서 발생하는 분단위의 長週期 動搖를 언급한 이후로 많은 연구자들이 이와 같은 장주기 동요에 대하여 관심을 가지게 되었다. 특히 Tucker는 관측자료로부터 해안가에서 발생하는 장주기 동요가 입사파랑의 波群性和 강한 相關關係가 있다고 언급하였다. 그후 Longuet-Higgins와 Stewart(1962, 1964)는 이와 같은 장주기 동요를 설명하기 위하여 平均水位 降下와 surf-beats라는 용어를 사용하였다. 이들은 規則 波群에 의하여 발생한 剩餘應力(radiation stress)의 공간상의 변화가

*서울대학교 土木工學科 (Department of Civil Engineering, Seoul National University, Seoul, 151-742, Korea)

平均水面의 변화를 유발한다는 이론을 제시하였다. 즉 剩餘應力이 파고의 제곱에 비례하는 내부압력을 유발시키며, 이 작용력에 의하여 고파군 아래에서 평균수면이 강해되고 저파군 아래에서는 평균수면이 상승되는 파군에 따른 長週期波가 발생하게 된다. 이와 같은 장주기파는 주기가 波群의 주기와 동일하며 群速度로 이동하게 되고, 振幅은 단주기 파랑에 의하여 형성된 파군의 진폭의 제곱에 비례하게 된다.

반면 Gallagher(1971)는 入射波群의 非線形 干涉에 의한 surf-beats의 발생과정을 이론적으로 입증하였다. 이와 같은 surf-beats 현상은 해안의 반사성과 강하게 관련되어 있어, 일정한 에너지로 전파되던 파랑이 천해역으로 진입하게 되면 비선형 간섭에 의하여 에너지가 집중되게 된다. 이때 집중된 에너지가 다시 반사되면 surf-beats와 같은 장주기파가 발생하게 되는 데 이 장주기파는 自由波처럼 외해로 진행하게 된다. 이와 같은 surf-beats에 대하여 Bowen과 Inman(1971), Guza와 Bowen(1975), Guza와 Inman(1975), Huntley(1976) 그리고 Huntley 등(1981)이 연구하였다. 이들은 해안선에 비스듬히 입사하는 파랑에 의하여 발생하는 長週期波를 edge波라고 하였다. 일반적으로 edge波는 해안선 방향의 定常 edge波(trapped mode)와 해안선에 직각인 방향으로 자유파랑처럼 감소하여 외해로 진행하는 進行 edge波(leaky mode)가 있는데 여기서 언급하는 edge波는 후자를 의미한다. 한편 Symonds 등(1982)은 surf-zone내에서 入射波의 波群性과 관련하여 발생하는 碎波点이 시간에 따라 변화한다는 개념을 사용하여 surf-beats 現象을 해석하였다. 후에 이 이론이 surf-beats 현상을 해석하는데 비교적 넓게 받아들여지고 있다.

또한 최근에 Bowen과 Holman(1989), Oltman-Shay 등(1989)은 FIG波(Far Infragravity wave; shear wave)에 대하여 언급하였는데, 이 파랑은 일반적으로 周波數帶가 edge波보다 低周波數 영역에 속하지만 대응되는 주파수보다 파장이 매우 짧다는 특성을 가지고 있다. 특히 Bowen과 Holman(1989)은 FIG波가 平均 沿岸流(mean longshore current)의 剪斷力의 불안정성에 의하여 발생된다고 가정후, 흐름函數(stream function)를 도입하여 해석하였다. 이와 같은 surf-beats는 파군에 직접적으로 관련되지 않은 반면 平均水位 降下에 의한 장주기파는 직접적으로 파군에 관련되어 발생된다는 차이점이 있다.

平均水位 降下에 대한 연구로서 Bowers(1977), Ottesen-Hansen(1978)은 일정수심이라는 가정하에서 攝動法(perturbation method)을 사용, 波動方程式을 2차까지 전개하여 波群에 의하여 발생하는 장주기파를 유도하였다. 특히 Bowers(1977)는 항만입구에서 발생하는 水位降下 차이에 의하여 발생될 수 있는 항만의 공진에 대하여 언급하였다. 또한 Ottesen-Hansen(1978)은 規則 波群에서 유발되는 장주기파를 유도하기 위하여 傳達函數(transfer function)를 사용하였다. 그후, Bowers(1980), Ottesen-Hansen 등(1980), Flick과 Guza(1980) 그리고 Sand(1982a) 등이 平均水位 降下를 유발하는 파군을 실험실에서 재현하기 위한 여러 조건들에 대하여 연구하였다. 이들에 의하면 실험수로내에서 平均水位 降下에 의하여 발생한 장주기파와 성격이 다른 여러 장주기파가 발생될 수 있어 이에 주의하여야 한다. 이상의 연구자들이 해석한 平均水位 降下는 한방향으로 진행되는 파군에 따른다는 제약성을 가지고 있다. 따라서 Sand(1982b)는 Ottesen-Hansen(1978)의 傳達函數에 파군의 방향 효과를 고려하여 해석하였다. 또한 앞의 연구자들이 제안한 방법을 이용하여 Barthel 등(1983)이 平均水位 降下에 대한 실험적, 이론적 연구를 하였다. 이들에 의하면 순수한 波群에 의한 平均水位 降下에 영향을 줄 수 있는 疑似 長週期波(pseudo long wave)는 모두 세 가지로, 이들 각각의 疑似 長週期波가 平均水位 降下에 미치는 영향에 대하여 조사하였다. 이들파 유사하게 Kostense(1984)도 파군에 의하여 유발되는 장주기파의 특성을 실험적으로 연구하였다.

한편, Mei와 Benmoussa(1984)는 급격한 수심변화가 있는 곳에서는 파군에 의한 장주기파 뿐만 아니라 수심변화에 따른 다른 장주기파가 발생할 수 있다고 하였으며 Liu(1989)가 이들 이론을 보완하였다. List(1986)는 천수역에서 발생하는 장주기파의 원인을 波群의 관점에서 연구하였다. 최근 Bowers(1988)는 항만에서 관측된 여러 자료를 기초로 파군성과 관련된 가장 큰 동요는 平均水位 降下라고 결론짓고 그에 따른 여러 현상에 대하여 언급하였으며, Battjes(1988)도 파군에 의하여 발생하는 平均水位 降下가 쇄파대 내에 있는 長週期波의 80%를 차지한다고 하였다. Nelson 등(1988)은 관측자료를 이용하여 심해의 단주기 파의 특성이 천해의 長週期波의 특성에 미치는 영향을 언급하였으며, Brevik(1979)은 여러 물리적 현상에서

발생되는 장주기파에 대하여 언급하였다. 또한 Ouellet와 Theriault(1989)도 관측자료에서 나타나는 항만의 不規則 振動에 대한 파군의 영향을 검토하였다. 반면, Smallman과 Cooper(1989)는 Boussinesq 方程式을 이용하여 파군의 平均水位 降下에 의한 長週期波가 항내로 진입할때의 효과를 고려하기 위한 기초적 작업을 수행하였다.

이상에서 살펴본 바와 같이 波群에 따라 발생하는 長週期波는 항만의 共振이나 船體運動과 밀접하게 관련되어, 진동의 에너지源으로 중요한 역할을 한다고 판단된다. 그러나 短週期波에 의하여 형성된 波群속에 내재된 長週期波를 이끌어 낸다는 것은 용이한 일이 아니다. 왜냐하면 이와 같은 長週期波는 실제 우리가 인식할 수 있는 파랑이 아니라 파군 내부의 相互 非線形 干涉에 의하여 발생되기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 2차 비선형 이론 및 잉여응력 이론의 두 가지 방법으로 규칙파군에 따른 장주기파의 특성을 해석한 후, 이들 이론에서 나타나는 특성을 근간으로 잉여응력 이론과 에너지 履歷概念을 함께 이용하여 불규칙 파군속에 내재된 長週期波를 유도할 수 있는 방법을 제시하였다.

2. 2次 非線形 理論

平均水位 降下の 발생원인은 일정수심에서 마찰이나 기타의 에너지 손실이 없다면, 파랑운동에 따른 고주파군의 진행속도는 저주파군(파군과 파군사이)의 진행속도보다 크게 된다. Bernoulli 方程式에 따라 이것은 수압자 속도의 자승에 비례하는 壓力降下를 유발하여 고파군 아래에서 수압이 낮아지게 된다. 만약 일정 대기압을 가정한다면, 平均水面은 파군아래에서 降下되고 그에 대응하는 평균수면의 상승은 波群사이에서 일어나게 된다. 이와 같은 水面變動은 수면 아래에서 파랑과 같은 흐름을 유발할 것이고 이에 따라 장주기 교란이 형성된다.

유체가 비압축성이고 유체운동이 비회전성이라는 가정하에서, 2次元 波浪特性을 해석하기 위하여 사용되는 支配方程式 및 境界條件들은 아래 식 (1)~(4)와 같다.

$$\nabla^2\Phi=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right] + g\eta = 0, z = \eta \tag{2}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\Phi}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0, z = \eta \tag{3}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0, z = -h \tag{4}$$

여기서 $\Phi(x, z, t)$ 는 速度 포텐셜, $\eta(x, t)$ 는 水面變位, h 는 水深이며 t 는 時間이다. 위의 방정식으로부터 2次 非線形의 영향을 찾아내기 위하여, 다음 식 (5), (6)과 같은 해를 가정한다.

$$\Phi = \varepsilon\Phi^{(1)} + \varepsilon^2\Phi^{(2)} + \dots \tag{5}$$

$$\eta = \varepsilon\eta^{(1)} + \varepsilon^2\eta^{(2)} + \dots \tag{6}$$

式 (5)와 (6)을 식 (1)~(4)에 대입하면 ε 의 크기에 따라 각각의 支配方程式 및 境界條件을 얻을 수 있다.

먼저 ε 의 1차 크기에 대한 支配方程式 및 境界條件들은 다음 식 (7)~(9)와 같다.

$$\nabla^2\Phi^{(1)}=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial t^2} + g\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial z} = 0, z = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial z} = 0, z = -h \tag{9}$$

또한 ε 의 2차 크기에 대한 支配方程式 및 境界條件들은 다음 식 (10)~(13)과 같다.

$$\nabla^2\Phi^{(2)}=0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial z}\right)^2\right] + g\eta^{(2)} = 0, z = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial\eta^{(2)}}{\partial t} + \frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial z} = 0, z = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial z} = 0, z = -h \tag{13}$$

이때 식 (12)에 의하여 주어진 2차 수위를 식 (11)에 대입하고, $z=0$ 에서 Taylor 級數를 취하면 다음 식

(14)를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} = -\eta^{(1)} \left(\frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial z \partial t^2} + g \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial z^2} \right) - 2 \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial x \partial t} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial z \partial t} \right), z=0 \quad (14)$$

式 (14)를 式 (8)과 비교하면 1차 이론에서 나타나지 않는 항들이 우변에 존재한다. 이들은 1차 이론의 결과들의 곱으로 표시된 2차 非線形 效果를 주는 強制力이 된다. 따라서 2차 이론의 해를 구하기 위하여는 먼저 1차 이론의 해를 구해야 한다.

먼저 단일 正弦波浪에 대해서는 1차 理論의 해가 線形 微小振幅波 理論과 동일한 지배방정식과 경계 조건을 가지고 있으므로 다음 式 (15)~(17)과 같이 해를 쉽게 구할 수 있다.

$$\Phi^{(1)} = \frac{a\sigma \cosh[k(z+h)]}{k \sinh(kh)} \sin(kx - \sigma t) \quad (15)$$

$$\eta^{(1)} = a \cos(kx - \sigma t) \quad (16)$$

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh) \quad (17)$$

여기서 a 는 振幅, σ 는 角周波數 그리고 k 는 波數이다.

앞에서 언급했듯이 2차 이론에 해당하는 支配方程式 및 境界條件을 만족하는 해를 구하기 위하여는 먼저 式 (14)의 우변을 式 (15)~(17)을 이용하여 다음 式 (18)과 같이 구해야 한다.

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} = -\frac{3a^2 \sigma^3}{2 \sinh^2(kh)} \sin[2(kx - \sigma t)], z=0 \quad (18)$$

따라서 式 (10), (13) 그리고 式 (18)을 만족하는 2차 이론의 해를 다음 式 (19)와 같이 구할 수 있다.

$$\Phi^{(2)} = \frac{3a^2 \sigma}{8 \sinh^4(kh)} \cosh[2k(z+h)] \sin[2(kx - \sigma t)] + \frac{1}{2h} a^2 \sigma \coth(kh) x - \frac{a^2 \sigma^2}{4 \sinh^2(kh)} t \quad (19)$$

따라서 水面變位 $\eta^{(2)}$ 는 다음 式 (20)과 같이 구할 수 있다.

$$\eta^{(2)} = a^2 k \frac{[2 + \cosh(2kh)] \cosh(kh)}{4 \sinh^3(kh)} \cos[2(kx - \sigma t)] \quad (20)$$

이상의 단일 정현파랑에 대한 이론적 전개과정과 동일하게 波群에 따른 長週期波의 特性을 해석하기 위하여 파군을 형성하는 수면변위를 線形理論의 重疊原理를 이용하여 아래 式 (21)과 같이 여러 성분 파랑의 합으로 생각할 수 있다.

$$\eta^{(1)} = \sum_n a_n \cos(k_n x - \sigma_n t + \chi_n) \quad (21)$$

여기서 a_n , χ_n 은 각각 성분파랑의 振幅과 位相이다. 또한 각 성분파랑의 角周波數는 다음 式 (22)를 만족한다.

$$\sigma_n^2 = g k_n \tanh(k_n h) \quad (22)$$

따라서 式 (21)에 대응하는 $\Phi^{(1)}$ 은 다음 式 (23)과 같이 나타내어 진다.

$$\Phi^{(1)} = \sum_n \frac{a_n \sigma_n \cosh[k_n(z+h)]}{k_n \sinh(k_n h)} \sin(k_n x - \sigma_n t + \chi_n) \quad (23)$$

앞에서 언급한 것처럼 式 (14)의 우변은 $\eta^{(1)}$ 과 $\Phi^{(1)}$ 의 곱의 형태로 나타나 있기 때문에 $(k_n + k_m)$ 과 $(k_n - k_m)$ 을 가지는 항들의 곱으로 나타나게 된다. 그러나 式 (21)로 주어진 파군에 의하여 발생하는 長週期波를 해석하는데 있어서 合周波數는 초단위의 동요를 주리라 기대되므로 그 물리적 의미를 상실하게 된다. 따라서 이하에서는 差周波數만을 고려하여 해석하기로 한다.

단일 정현파랑에서의 동일하게 式 (21)~(23)을 式 (14)에 대입하여 정리하면 다음 式 (24)를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} = - \sum_{n,m} (K a_n a_m \Delta \sigma) \sin(\Delta k x - \Delta \sigma t + \Delta \chi), z=0 \quad (24)$$

여기서

$$\Delta \sigma = \sigma_n - \sigma_m$$

$$\Delta k = k_n - k_m$$

$$\Delta \chi = \chi_n - \chi_m$$

$$K = \frac{\sigma^2}{4\sinh^2(kh)} \frac{\sinh(4kh) + 3\sinh(2kh) + 2kh}{\sinh(2kh) + 2kh}$$

따라서 式 (10), (13) 및 式 (24)를 만족하는 $\Phi^{(2)}$ 를 다음 式 (25)와 같이 구할 수 있다.

$$\Phi^{(2)} = - \sum_{n \neq m} \frac{Ka_n a_m \Delta \sigma \cosh[\Delta k(z+h)]}{g \Delta k \sinh(\Delta kh) - \Delta \sigma^2 \cosh(\Delta kh)} \cdot \sin(\Delta kx - \Delta \sigma t + \Delta \chi) + Cx + Dt \quad (25)$$

여기서 $Cx + Dt$ 는 $m=n(\Delta k \rightarrow 0)$ 인 경우에 해를 갖도록 하기 위하여 다음 式 (26)과 같이 정의하였다(Lounguet-Higgins와 Stewart, 1962).

$$Cx + Dt = -K \sum_n \frac{a_n^2 C_g}{gh - C_g^2} (x - C_g t) \quad (26)$$

式 (25)를 다시 정리하면 아래의 式 (27)을 얻을 수 있다.

$$\Phi^{(2)} = -K \sum_{n,m} \frac{a_n a_m C_g}{gh\theta - C_g^2} \frac{\cosh[\Delta k(z+h)]}{\cosh(\Delta kh)} \cdot \frac{\sin(\Delta kx - \Delta \sigma t + \Delta \chi)}{\Delta k} \quad (27)$$

여기서 $\theta = \tanh(\Delta kh) / \Delta kh$ 이다. 그러므로 長週期波의 水面變位는 다음 式 (28)과 같이 구할 수 있다.

$$\eta^{(2)} = -\frac{1}{g} K \sum_{n,m} \frac{a_n a_m C_g^2}{gh\theta - C_g^2} \cos(\Delta kx - \Delta \sigma t + \Delta \chi) - \frac{1}{g} \sum_{n,m} \frac{a_n a_m \sigma^2}{4\sinh^2(kh)} \cos(\Delta kx - \Delta \sigma t + \Delta \chi) \quad (28)$$

만약 波群의 波長이 수심 h 보다 길다고 가정하면 ($\Delta kh \ll 1$), 式 (28)은 다음 式 (29)와 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\eta^{(2)} = -\frac{1}{g} \left(\frac{KC_g^2}{gh - C_g^2} + \frac{\sigma^2}{4\sinh^2(kh)} \right) \cdot \sum_{n,m} a_n a_m \cos(\Delta kx - \Delta \sigma t + \Delta \chi) \quad (29)$$

실제 계산을 위해 式 (21)에서 $n=4, a_1=a_p, a_2=b_p, a_3=a_q, a_4=b_q, \sigma_1=\sigma_2=\omega_p, \sigma_3=\sigma_4=\omega_q, k_1=k_2=k_p, k_3=k_4=k_q, \chi_1=\chi_3=0, \chi_2=\chi_4=\pi/2$ 로 설정하여 정리하면 다음 式 (30)을 얻을 수 있다.

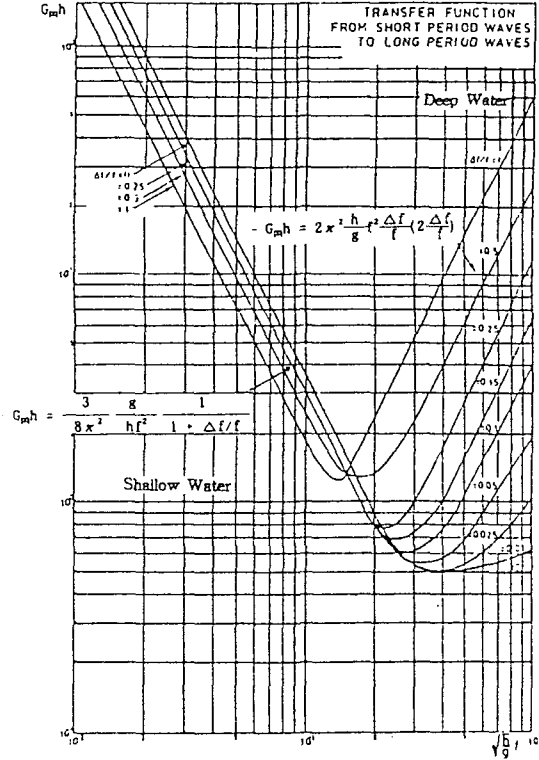


Fig. 1. Dimensionless Second-order Transfer Function for a Regular Group (Ottesen-Hansen, 1978).

$$\eta^{(1)} = a_p \cos(\omega_p t - k_p x) + b_p \sin(\omega_p t - k_p x) + a_q \cos(\omega_q t - k_q x) + b_q \sin(\omega_q t - k_q x) \quad (30)$$

式 (23)과 (30)을 사용하여 式 (14)의 우변을 구한 다음, 式 (10), (13)을 만족하는 $\Phi^{(2)}, \eta^{(2)}$ 를 다음 式 (31), (32)와 같이 구할 수 있다(Ottesen-Hansen, 1978; Sand, 1982a).

$$\Phi^{(2)} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} G_{pq} \frac{\cosh \Delta k(z+h)}{\sinh(\Delta kh)} \cdot [(a_q b_p + a_p b_q) \cos(\Delta \omega t - \Delta kx) - (a_p a_q - b_p b_q) \sin(\Delta \omega t - \Delta kx)] \quad (31)$$

$$\eta^{(2)} = G_{pq} [(a_p a_q + b_p b_q) \cos(\Delta \omega t - \Delta kx) + (a_q b_p - a_p b_q) \sin(\Delta \omega t - \Delta kx)] \quad (32)$$

여기서 G_{pq} 는 傳達函數(transfer function)로 정의되며 다음 式 (33)과 같다.

$$\begin{aligned}
G_{pq} &= \frac{A}{B} \\
A &= \frac{4\pi^2 D_p D_q \Delta k \cosh(\Delta kh)}{\cosh(k_p h + k_q h) - \cosh(\Delta kh)} \\
&\quad + \frac{\Delta kh (D_p - D_q) (k_p D_q + k_q D_p) \coth(\Delta kh)}{2D_p D_q} \\
&\quad - 2\pi^2 (D_p - D_q)^2 \Delta k \\
B &= 4\pi^2 (D_p - D_q)^2 \coth(\Delta kh) - \Delta kh \\
D_p &= \sqrt{\frac{h}{g}} f_p \\
D_q &= \sqrt{\frac{h}{g}} f_q
\end{aligned} \tag{38}$$

式 (33)에서 정의한 傳達函數는 파군에 따른 장주기파의 진폭 크기를 결정하여 주는 변수로, 그 특성을 알 수 있는 여러가지의 $\Delta f/f$ 에 대한 G_{pq} 의 값을 Fig. 1에서 알 수 있다. 즉, 短週期波에 대한 長週期波의 周波數比($\Delta f/f$)에 따라 傳達函數의 크기를 나타낸 것이다. 일반적으로 파군을 발생시킬 때 4~10개의 정현파를 이용하여 합성하기 때문에 $\Delta f/f$ 로 0.10~0.25 사이의 값을 많이 사용하고 있다(Sand, 1982a). 또한 Fig. 1에 의하면 淺水域에서의 長週期波의 振幅이 상당히 크게 나타나고 있는데 이는 長週期波와 短週期波의 位相速度差가 천수역으로 진행함에 따라 급격히 감소하기 때문이다.

3. 剩餘應力 理論

연직 물기둥에 작용하는 運動量 束(momentum flux), S 를 다음 式 (34)와 같이 정의하면,

$$S = \int_{-h}^{\eta} (\rho + \rho u^2) dz \tag{34}$$

Longuet-Higgins와 Stewart(1964)에 의하여 도입된 剩餘應力(radiation stress), S_{xx} 는 다음 式 (35)와 같다 (Fig. 2 참조).

$$\begin{aligned}
S_{xx} &= \int_{-h}^{\eta} (\rho + \rho u^2) dz - \int_{-h}^{\eta} \rho g (\bar{\eta} - z) dz \\
&= S - \frac{1}{2} \rho g (h + \bar{\eta})^2 \\
&\cong S - \rho g \left(\frac{1}{2} h^2 + h \bar{\eta} \right)
\end{aligned} \tag{35}$$

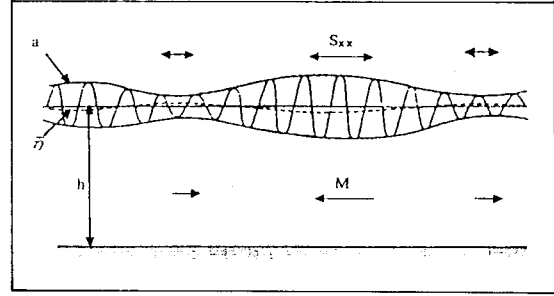


Fig. 2. Effect of Radiation Stress in Depressing the Mean Level in a Group of High Wave.

이때 剩餘應力에서 鉛直加速度 成分을 무시하면 S_{xx} 는 다음 式 (36)처럼 나타내어 진다.

$$S_{xx} = E \left(\frac{2C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) \tag{36}$$

여기서 에너지 밀도, $E = \rho g a^2 / 2$ 이다.

또한 平均 水平運動量(mean horizontal momentum), M 을 아래 式 (37)과 같이 정의할 수 있다(Longuet-Higgins & Stewart, 1962).

$$M = \int_{-h}^{\eta} \rho u dz = m + \rho h \bar{u} \tag{37}$$

여기서 $m = E/C$ 이다.

따라서 위의 정의를 사용하면 다음의 連續方程式 (38)과 運動量方程式 (39)를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial(\rho \bar{\eta})}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \tag{38}$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \tag{39}$$

式 (39)에 式 (35)를 대입하여 다시 정리하면 다음 式 (40)이 된다.

$$\frac{\partial M}{\partial t} + gh \frac{\partial(\rho \bar{\eta})}{\partial x} = - \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} \tag{40}$$

S_{xx} 가 a^2 에 비례하기 때문에 작용력은 群速度 C_g 로 전달된다. 따라서 式 (38), (40)의 時間微分項($\partial/\partial t$)을 $-C_g \partial/\partial x$ 로 변환시킬 수 있으므로 式 (38), (40)은 다음 式 (41), (42)가 된다.

$$-\rho C_g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \tag{41}$$

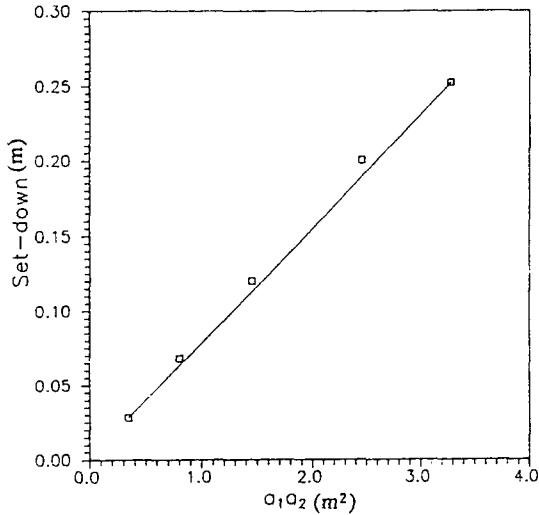


Fig. 3. Amount of Set-down as a Function of Wave Amplitude.

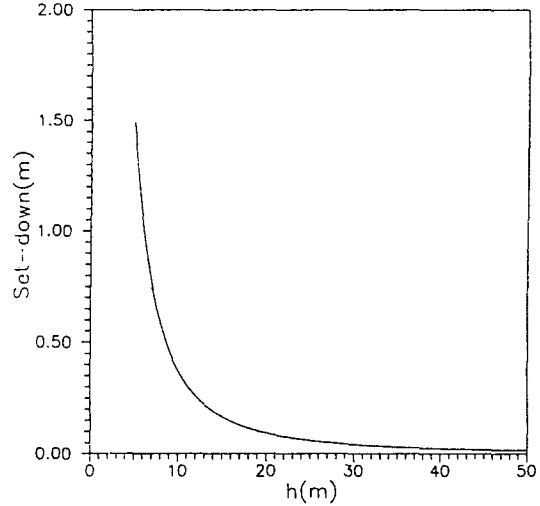


Fig. 4. Amount of Set-down as a Function of Water Depth.

$$\rho gh \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - C_g \frac{\partial M}{\partial x} = - \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} \quad (42)$$

그러므로 式 (41)과 (42)를 이용하여 해를 구하면 다음 式 (43) 및 (44)와 같이 된다.

$$\bar{\eta} = - \frac{1}{\rho} \frac{S_{xx}}{gh - C_g^2} \quad (43)$$

$$M = \rho C_g \bar{\eta} = - \frac{C_g S_{xx}}{gh - C_g^2} \quad (44)$$

또한 式 (37)로부터

$$\bar{u} = - \frac{C_g S_{xx}}{\rho h (gh - C_g^2)} - \frac{E}{\rho h C} \quad (45)$$

즉, Fig. 2에 나타난 것처럼 高波群 아래에서 \$S_{xx}\$와 \$E\$가 크게 되어 \$\bar{\eta}\$와 \$\bar{u}\$는 음수가 된다. 이것은 파랑의 진행방향과 반대방향을 갖는 흐름을 형성하여 平均水面의 강하가 발생한다는 것을 의미한다. 한편 저파군에서는 이에 대한 반사작용으로 흐름의 방향이 파랑의 진행방향과 동일하게 되어 平均水面이 上昇하게 된다.

이상의 理論的 考察에서 나타나는 平均水位 降下量의 특징을 알아보기 위하여 短週期波의 振幅變化와 수심변화에 따른 敏感度 分析을 행하였다. 먼저 Fig. 3은 \$h=25m\$, \$f_1=0.1\$ Hz, \$f_2=0.07\$ Hz에 대한, 短週期波

의 진폭의 크기변화에 따른 平均수위 강하량을 式 (43)으로부터 구한 것으로, 진폭이 커지면 平均水位 降下量도 커지고 있음을 쉽게 알 수 있다. 그러므로 이론적으로는 진폭이 무한대로 커지면 平均水位 降下量도 무한대로 커지게 된다. 그러나 碎波條件을 가미하면 이와 같은 현상은 물리적으로 발생하지 않게 되는데 이는 Bowers(1977)의 실험에 의하여도 입증되었다. 또한 파랑의 진폭이 무한대로 커지게 되는 이유 중의 하나가 수심의 감소를 들 수 있다. 따라서 수심의 감소에 따른 진폭의 증가와 그에 대응하는 平均水位 降下量을 연관지어 알아보기 위하여 Fig. 4에 수심의 변화에 따른 平均水位 降下量을 나타내었다. 이때 平均水位 降下量은 \$a=1m\$, \$f=0.1\$ Hz을 가지고 式 (43)으로부터 구하였다. Fig. 4에 의하면 수심의 감소에 따른 平均水位 降下量의 변화가 크게 나타나고 있다. 따라서 물리적인 의미에서 이를 종합하게 되면, 수심이 감소함에 따라 쇄파직전 파랑의 진폭은 최대가 되며 이때 平均水位 降下量도 최대가 된다. 그러나 불규칙 파랑의 방향성과 관련된 현상들은 고려하지 못하였다.

4. SIWEH를 이용한 長週期波의 誘導

앞에서 설명한 이론들은 規則 波群에만 적용이 가능하다. 따라서 매우 불규칙한 短週期 波群으로부터

長週期波를 유도한다는 것은 매우 어렵다. 현재까지 제안된 방법들은 주로 2次 非線形 理論에 근거한 방법으로 다음과 같은 과정을 통하여 不規則 波群속에 내재된 長週期波를 유도하였다. 먼저 관측된 短週期波 資料로부터 스펙트럼을 구한 후, 스펙트럼 상에서 가장 에너지가 높은 임의의 주파수를 가지고 여러개의 規則 波群과 그에 따른 長週期波를 이론적으로 구한다 (Barthel 等, 1983). 이와 같이 구하여진 規則 波群과 長週期波를 합성하여 실측된 觀測資料와 유사한 형태의 短週期 波群과 그에 따른 長週期波를 얻게된다. 그러나 이와 같은 방법은 여러 과정을 거쳐야하는 번거로움이 있고, 또한 아무리 많은 規則 波群을 발생시켜 합성한다고 하여도 觀測資料와 동일한 자료를 얻을 수 없다는 問題點을 가지게 된다.

본 연구에서는 Funke와 Mansard(1980)가 제안한 에너지 履歷(SIWEH) 概念을 이용하여 해양에서 관측되는 不規則 波浪으로 형성된 파군속에 내재된 長週期波를 직접 유도할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 이 제안된 방법의 물리적 근거는 앞절에서 이론적으로 유도한 장주기파의 특성에 기초한다. 먼저 장주기파의 특성 중 가장 두드러지는 것은 長週期波의 진폭이 短週期波 振幅의 자승에 비례한다는 것이고, 短週期 波群의 포락선과 180°의 위상차이를 갖는다는 것이다(Longuet-Higgins와 Stewart, 1962; Bowers, 1977). 그러나 이와 같은 특성은 일정시간에 따른 국부적인 특성으로 연속적인 시간에 따른 파군의 특성과 관련된 長週期波를 구할 수 없다. 따라서 시간에 따른 연속적인 變化特性을 고려하기 위하여 에너지 履歷概念을 이용하였는데, 이것은 SIWEH가 진폭의 자승에 비례하는 에너지 변화를 시간에 따라 나타낸 것이기 때문에 SIWEH가 큰 부분에서는 高波群이 형성되어 平均水位降下가 발생하리라 예측할 수 있다. 이때 국부적인 특징, 장주기파의 진폭의 크기와 위상을 함께 고려하면 시간의 변화에 따른 長週期波를 유도할 수 있다. 그러나 SIWEH가 항상 영보다 크기 때문에 진폭의 크기와 위상을 함께 고려한다는 것이 쉽지가 않다.

本 研究에서는 剩餘應力 理論과 에너지 履歷概念을 이용하여 다음과 같이 해석하였다. 먼저 규칙 파군인 경우, SIWEH를 다음 式 (46)과 같이 정의할 수 있다.

$$E(x, t) = \bar{E}[1 + \cos\{\Delta k(x - C_g t)\}] \quad (46)$$

또한 $kh \ll 1$ 이라는 가정하에서 $C_g/C = 1$ 이므로, 式 (36)으로 부터 진행파의 잉여응력, $S_{xx} = 3\rho g a^2/4$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 $\rho g a^2 = 2E$ 인 관계를 이용하여 정리하면 다음 式 (47)을 얻을 수 있다.

$$S_{xx}(x, t) = \frac{3}{2} \rho g \bar{E} [1 + \cos\{\Delta k(x - C_g t)\}] \quad (47)$$

한편, 式 (41)과 式 (42)로 부터 다음 式 (48)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho(gh - C_g^2)} \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} \quad (48)$$

그러므로 式 (47)을 x 에 대하여 미분한 후, 式 (48)에 대입하면 다음 式 (49)가 된다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{3g}{2(gh - C_g^2)} \Delta k \bar{E} \sin[\Delta k(x - C_g t)] \quad (49)$$

마지막으로 式 (49)를 x 에 대하여 적분하면 다음 式 (50)을 얻을 수 있다.

$$\bar{\eta}(x, t) = -\frac{3g}{2(gh - C_g^2)} \bar{E} \cos[\Delta k(x - C_g t)] \quad (50)$$

또한 앞에서 언급한 $kh \ll 1$ 인 조건하에서 $C_g^2 \cong gh[1 - (kh)^2]$, $\omega^2 \cong gh^2h$ 와 式 (46)을 같이 사용하면, 다음의 式 (51)을 얻을 수 있다.

$$\bar{\eta}(x, t) = -\frac{3g}{2\omega^2 h^2} [E(x, t) - \bar{E}] \quad (51)$$

式 (51)은 SIWEH를 사용한 파군특성 해석에서 나타나는 물리적 특성에 기초를 두고, 剩餘應力 理論과 에너지 履歷概念을 이용하여 새롭게 유도된 식이다. 제안된 식은 2節의 淺水域에 대한 2차 비선형 이론의 결과 뿐만 아니라 3節의 잉여응력에 의한 결과, 式 (43)과도 일치하고 있다. 따라서 2次 非線形 理論과 剩餘應力 理論으로 계산할 수 있는 규칙파군 뿐만 아니라 불규칙파군에 내재된 長週期波도 직접 유도할 수 있다.

5. 規則 波群에 따른 長週期波

2節과 4節에서 유도한 長週期波의 특성을 해석하기 위하여 두개의 선형파를 합성하여 임의로 발생시킨

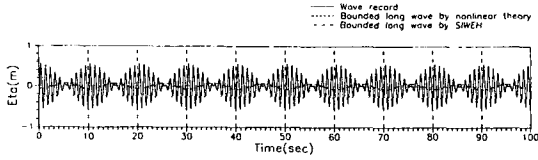


Fig. 5a. Group Bounded Long Wave of Regular Wave Group-A.

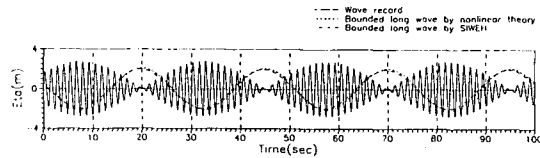


Fig. 5b. Group Bounded Long Wave of Regular Wave Group-B.

波群에 대하여 계산하였다. 이의 결과를 Fig. 5(a)와 Fig. 5(b)에 나타내었다. 먼저 Fig. 5(a)의 波群特性은 $f_p = 1.10$ Hz, $f_q = 1.00$ Hz, $a_p = a_q = b_p = b_q = 0.2$ m이며, 式 (32)로부터 구한 2次 非線形 理論에 의한 결과와 4節의 式 (51)의 에너지 履歷概念을 사용하여 계산한 결과를 함께 제시하였다. Fig. 5(a)에서 볼수 있듯이 두 가지 방법이 함께 매우 잘 일치하고 있으며, 앞 절에서 언급한 여러가지 長週期波의 특성이 잘 나타나고 있다. 즉, 고파군 아래에서의 평균수위 강하, 평균수위 강하량의 크기, 長週期波의 주기 그리고 장주기파의 位相이 포락선의 위상과 180° 차이를 보이고 있다. 특히 에너지 履歷概念을 응용한 방법이 2次 非線形 理論의 解析解와 매우 잘 일치하고 있어 비교적 쉬운 방법으로 해양에서 관측된 不規則 波群 속에 내재된 長週期波를 쉽게 유도할 수 있다. Fig. 5(b)의 波群特性은 $f_p = 0.80$ Hz, $f_q = 0.76$ Hz, $a_p = a_q = b_p = b_q = 1.0$ m로 Fig. 5(a)보다 波群係數가 약간 큰 경우에 대한 결과로 Fig. 5(a)와 동일한 특성을 나타내고 있다.

6. 不規則 波群에 따른 長週期波

해양에서 관측된 파랑은 매우 불규칙한 특성을 가지고 있어 그에 따른 파군의 형성도 매우 복잡하고 그 성질도 다양하다. 그러므로 波群의 성질 자체도 해석하기가 곤란하며, 파군속에 내재된 長週期波를 유도한다는 것은 더욱 어렵다. 따라서 規則 波群에

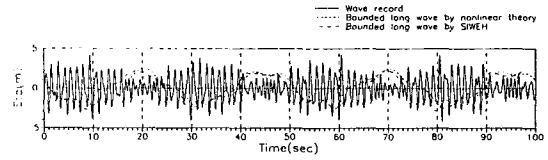


Fig. 6. Group Bounded Long Wave of a Synthesized Irregular Wave Group.

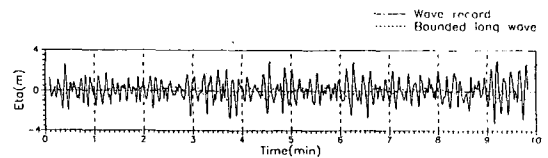


Fig. 7a. Group Bounded Long Wave of Observed Irregular Wave Group-A.

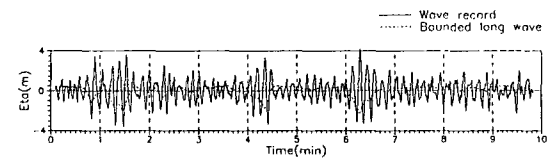


Fig. 7b. Group Bounded Long Wave of Observed Irregular Wave Group-B.

대한 이론적 배경과 에너지 履歷概念에 의한 波群特性을 이용하여 다음과 같이 不規則 波群에 대한 長週期波의 특성을 해석하였다.

먼저 Fig. 6에 나타난 不規則 波群은 Fig. 5(a)와 Fig. 5(b)의 規則 波群을 합성하여 얻은 결과이다. 이때 2차 비선형 이론에 의한 長週期波도 동일하게 합성하였다. Fig. 6을 보면 에너지 履歷概念을 응용하여 구한 결과가 비록 規則 波群을 합성하여 얻은 결과와 약간의 차이를 보이지만 비교적 잘 일치하고 있어 에너지 履歷概念을 이용하는 방법이 不規則 波群에도 무리없이 적용될 수 있다고 판단된다.

따라서 Fig. 7(a)와 Fig. 7(b)에 1992년 海洋研究所에서 관측한 동해안의 實測資料에 대한 결과를 나타내었다. 不規則 波浪에 의하여 형성된 파군에 따른 長週期波를 에너지 이력개념을 이용하여 계산된 것이다. Fig. 7(a)의 결과로부터 얻은 $T_{1/3}$ 은 약 1분 30초 정도이며, Fig. 7(b)로부터는 약 2분 15초 정도의 $T_{1/3}$ 이 나타나고 있어 Fig. 8(a), 8(b)에 나타난 동일 자료의 스펙트럼에서 알 수 있듯이 약 9초~10초 정도의 短週期波에 의하여 형성된 波群으로부터 분 단위의

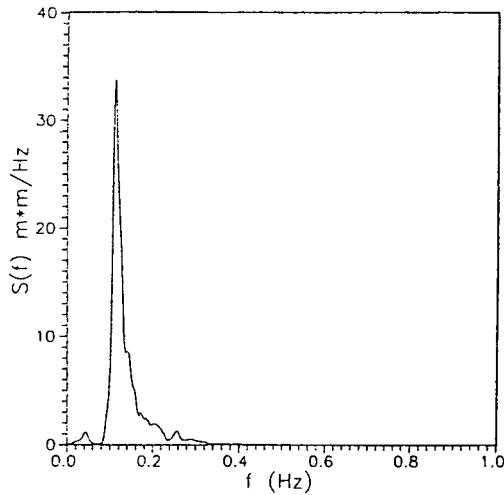


Fig. 8a. Spectrum of Observed Wave Record-A.

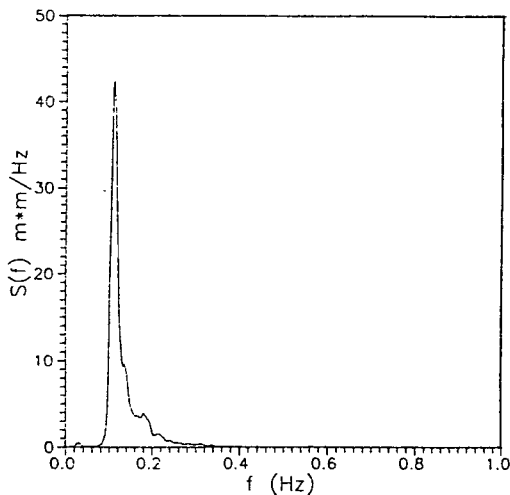


Fig. 8b. Spectrum of Observed Wave Record-B.

長週期波가 波群속에 내재되어 발생되고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 長週期波는 서두에서도 언급한 것처럼 순수한 波群效果에 의한 長週期波이기 때문에 실제와 약간의 차이가 있을 수 있지만 실측치를 구하지 못하여 비교하지 못하였다. 그러나 여러 研究者들이 언급하였듯이 대규모 地震海溢이나 暴風海溢을 제외하고는 관측된 長週期波가 파랑의 波群성과 가장 가깝게 연관되어 있기 때문에 그 차이는 크지 않으리라 판단된다.

7. 結論 및 앞으로의 研究課題

波群에 따른 長週期波의 거동특성을 해석하기 위하여 먼저 2次 非線形 理論과 剩餘應力 理論으로 임의로 발생시킨 規則波群에 따른 장주기파를 유도하였다. 그 결과 파군속에 내재된 장주기파의 振幅은 高波群에 비하여 작지만 週期는 길게 나타나며 位相이 波群 포락선과 逆位相을 보이고 있음을 알았다. 한편 2차 비선형 이론과 잉여응력 이론으로 해석이 곤란한 실측된 장주기파를 쉽게 유도할 수 있는 새로운 방법을 에너지 履歷概念과 剩餘應力 理論을 함께 사용하여 제시하였다. 제시된 방법은 淺水域에서 2차 비선형 이론과 잉여응력 이론의 理論式과 일치하며, 임의로 발생시킨 파군에 따른 解析解와 비교하여 고 파군 아래에서의 平均水位 降下, 평균수위 강하량의 크기, 장주기파의 週期, 位相 등이 매우 잘 일치하고 있음을 알았다. 따라서 제안된 방법을 이용하여 실측된 불규칙 파군에 따른 장주기파를 비교적 쉽게 유도할 수 있다.

본 연구에서 해석하지 못한 방향특성을 고려한 파군에 따른 장주기파와 구조물 및 연안에서 발생되는 여러현상과의 직접적인 관계, 예로 선체운동이나, 표사문제와의 관계 등이 계속 연구되어야 하겠다.

參考文獻

- Barthel, V., Mansard, E.P.D., Sand, S.E. and Vis, F.C., 1983. Group bounded long waves in physical models, *Ocean Eng.*, **10**(4), 261-294.
- Battjes, J.A., 1988. Surf-zone dynamics, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **20**, 257-293.
- Bowen, A.J. and Inman, D.L., 1971. Edge waves and crescentic bars, *J. Geophys. Res.*, **76**(36), 8662-8671.
- Bowen, A.J. and Holman, R.A., 1989. Shear instabilities of mean longshore current: 1. Theory, *J. Geophys. Res.*, **94**(C12), 18023-18030.
- Bowers, E.C., 1977. Harbor resonance due to set-down beneath wave groups, *J. Fluid Mech.*, Vol. 79, pp. 71-92.
- Bowers, E.C., 1980. Long period disturbances due to wave groups, *Proc. 17th ICCE*, pp. 610-623.
- Bowers, E.C., 1988. Wave grouping and harbor design, *Proc. Inst. Civil Eng. Maritime Eng. Groups*, pp. 237-258.
- Brevik, I., 1979. Remarks on set-down for wave groups and wave-current systems, *Coastal Eng.*, Vol. 2, pp. 313-326.
- Flick, R.E. and Guza, R.T., 1980. Paddle generated waves in laboratory channels, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Div.*, ASCE, Vol. 106, No. WW1, pp. 79-97.
- Funke, E.R. and Mansard, E.P.D., 1980. On the synthesis of realistic sea states, *Proc. 17th ICCE*, pp. 2974-2991.

- Gallagher, B., 1971. Generation of surf beat by non-linear wave interactions, *J. Fluid Mech.*, Vol. 49, pp. 1-20.
- Guza, R.T. and Bowen, A.J., 1975. The resonant instabilities of long waves obliquely incident on a beach, *J. Geophys. Res.*, **80**(33), pp. 4529-4534.
- Guza, R.T. and Inman, D.L., 1975. Edge waves and beach cusps, *J. Geophys. Res.*, Vol. 80, pp. 2997-3012.
- Huntley, D.A., 1976. Long-period waves on a natural beach, *J. Geophys. Res.*, **81**(36), pp. 6441-6449.
- Huntley, D.A., Guza, R.T. and Thornton, E.B., 1981. Field observation of surf beat, 1. Progressive edge waves, *J. Geophys. Res.*, **86**(C7), pp. 6451-6466.
- Kostense, J.K., 1984. Measurements of surf beat and set-down beneath wave groups, *Proc. 14th ICCE*, pp. 724-740.
- List, J.H., 1986. Wave groupiness as a source of nearshore long waves, *Proc. 20th ICCE*, pp. 497-511.
- Liu, P.L-F., 1989. A note on long waves induced by short-wave groups over a shelf, *J. Fluid Mech.*, Vol. 205, pp. 163-170.
- Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W., 1962. Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beat', *J. Fluid Mech.*, Vol. 13, pp. 481-504.
- Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W., 1964. Radiation stresses in water waves; A physical discussion, with applications, *Deep-Sea Res.*, Vol. 11, pp. 529-562.
- Mei, C.C. and Benmoussa, C., 1984. Long waves induced by short-wave groups over an uneven bottom, *J. Fluid Mech.*, Vol. 139, pp. 219-235.
- Nelson, R.C., Treloar, P.D. and Lawson, N.V., 1988. The dependency of inshore long waves on the characteristics of offshore short waves, *Coastal Eng.*, Vol. 12, pp. 213-231.
- Oltman-Shay, J., Howd, P.A. and Birkemeier, W.A., 1989. Shear instabilities of mean longshore current: 2. Field observations, *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, No. C12, pp. 18031-18042.
- Ottesen-Hansen, N.E., 1978. Long period waves in natural wave trains, Progress Report No.46, Inst. of Hydrodynamical and Hydraulic Eng., Tech. Univ. of Denmark, Denmark, pp. 13-24.
- Ottesen-Hansen, N.E., Sand, S.E., Lundgren, H., Sorensen, T. and Gravesen, H., 1980. Correct reproduction of group-induced long waves, *Proc. 17th ICCE*, pp. 784-800.
- Ouellet, Y. and Theriault, I., 1989. Wave grouping effect in irregular wave agitation in harbors, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, ASCE, **115**(3), pp. 363-383.
- Sand, S.E., 1982a. Long wave problems in laboratory models, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Div.*, ASCE, Vol. 108, No. WW4, pp. 492-503.
- Sand, S.E., 1982b. Long waves in directional seas, *Coastal Eng.*, Vol. 6, pp. 195-208.
- Smallman, J.V. and Cooper, A.J., 1989. A mathematical model for set down in harbors, *Coastal Eng.*, Vol. 13, pp. 247-261.
- Symonds, G., Huntley, D.A. and Bowen, A.J., 1982. Two-dimensional surf beat : Long wave generation by a time-varying breakpoint, *J. Geophys. Res.*, Vol. 87, No. C1, pp. 492-498.
- Tucker, M.J., 1950. Surf-beats: Sea waves of 1 to 5 minutes period, *Proc. Roy. Soc. A.*, Vol. 202, pp. 565-573.