

다른 기술수준을 갖는 동적장비교체에 관한 연구

Dynamic Replacement Models with Different Technology Levels

고 현 우*

Abstract

In this paper, we study the timing and equipment of replacement. Those affect both available possibility and technological levels of new equipments in the future. These problems are classified according to technological levels and in consequence generated four circumstance. Models are formulated in this research. These are able to make us decision which we replace equipment at the first time. A method is suggested to find the optimal age for replacement at given each circumstance. A solution procedure and numerical example are given.

1. 서론

시스템 구축시 도입된 장비들은 설비종합효율 향상을 위해 TPM과 같은 활동에 의해 수명이 연장되기는 하지만 시간이 지남에 따라 장비교체는 필연적이다. 장비교체에 대한 필요성은 생산활동에 아직 더 사용될 수 있다 하더라도 개량된 신기술 장비의 출현이나, 생산활동의 변화로 장비에 대한 요구 조건의 변화, 노후화된 장비 자체의 변질, 고객의 요구변화, 사고등 장비와 관련된 내적·외적인 환경변화에 영향을 받게 되기 때문이며 그 결과 기능적 수명을 다하지 못하고 퇴역하게 된다.

장비교체문제는 고전적인 문제로서 오랫동안 여러 분야에서 연구되어 왔다. 1949년 이전의 연구에서는 교체후보장비가 현장비와 동일한 장비로 계속 반복되는 문제였으나 이후

Terborgh[16]에 의해 교체후보장비의 반복성을 배제한 기술이 진보하는 환경하에서 장비교체 문제를 다루는 신기원을 이룩했다. 이와같이 기술진보하의 장비교체문제를 동적장비교체(dynamic equipment replacement)라 한다. 최근의 연구를 중심으로 고찰한다.

Sethi와 Chand[13]는 무한계획기간 장비교체 문제에 대해 현시점에서 운용비용이 최소가 되도록 최적의사결정을 구하는 DP 알고리즘을 제시했다. 이들은 대안이 하나일 때 어떤 예측기간에 대해 현시점에서의 첫번째 교체에 대한 의사결정이 예측기간이 길어지더라도 계속 최적으로 남게되는 예측기간을 구하였다. Chand와 Sethi[7]은 무한계획기간 장비교체 문제에 대해 현시점에서 운용비용이 최소가 되도록 최적의사결정을 구하는 DP알고리즘을 제시했다. 이들은 대안들이 여럿일 때의 의사결정방법을 다루었으며 어떤 예측기간에 대해 현 시점에서의 첫번째 교체에 대한 의사결정이 예측된 기간이 길어지더라도 계속 최적으로 남게되는 예측기간을 구하였다. Chand, McClurg and Ward[6]는 장비교체시에 이에 관련된 setup비용이 존재하고 setup비용은 학습효과로 인해 장비교체 횟수의 비증가 함수라는 것을 가정해서 무한 계획기간을 대상으로 예측계획기간에 대한 의사결정 기간을 구할 수 있는 DP알고리즘을 개발

* 한양대학교 대학원 산업공학과

하였다. Bean과 Lohmann, Smith[2]은 무한계획기간 교체문제를 유한계획기간 문제로 절단하는 것이 보다 실용적인 것으로 고려했으며, 계획기간을 절단함으로써 발생하는 오차의 한계를 구하고 이 한계에 수익과 비용요소를 포함시켰다.

기술진보(technological advance)에서의 장비교체 문제는 무한기간에 대해 기술진보에 대한 예측이 불가능하므로 장비교체에 대한 순서를 합리적으로 결정하기가 어렵다. 그래서 의사결정자들은 현장비에 대한 첫번째 장비교체에 더 많은 관심을 갖게된다[13]. 또한 기술진보수준에 대한 정의가 명확치 않아서 다른 기술수준들이 동일하게 취급되어져 왔다. 그래서 기술진보수준을 구분하는 것이 보다 현실적이며 장비교체 의사결정시에 현존장비간의 우열뿐만 아니라 신장비의 출현가능성도 의사결정에 영향을 미친다는 것에 대해 고려할 필요가 있다. 본 연구는 기술진보수준을 구분한 동적장비교체문제에서 신장비의 출현가능성을 고려하여 교체비용을 최소로 하는 현장비의 교체에 대한 연구를 하고자 한다.

2. 동적장비교체 모형전개

본 연구에서 사용되는 가정과 용어에 대해 설명한다.

2.1 가 정

- 1) 운용비용은 장비사용기간에 종속되며 비감소이다.
- 2) 소기술진보가 대기술진보 보다 확률적으로 빠르다.
- 3) 소기술진보와 대기술진보의 과정은 서로 독립이다.
- 4) 기술진보 환경은 시간에 대해 정상적이다.
- 5) 모든 비용요소는 알려진다.
- 6) 장비교체의 결정과 동시에 신장비가 구매된다.

2.2 용어설명

n : 의사결정기간 ($n=0,1, \dots$)

E_k : 적용된 기술에 따른 장비유형 ($k=0,1,2$)

i : 현장비의 사용기간 ($n \geq 1$ 에 대해)

i_0 : $n=0$ 기말에 현장비의 사용기간

a : 기간별 할인율

t_k : 장비 $E_k(k=1,2)$ 가 출현할 시기를 나타내는 확률변수

p' : 장비 E_1 의 출현확률

p'' : 장비 E_2 의 출현확률

P_k : 장비 $E_k(k=0,1,2)$ 의 구매비용

$S_k(i)$: i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,1,2)$ 의 잔존가치

$M_k(i)$: i 번째 기간의 장비 $E_k(k=0,1,2)$ 의 보전비용

$\overline{F}_k(i)$: n 기초에 i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,1,2)$ 를 보유하고 있는

FAP문제의 최적교체비용

$\overline{I}_k(i)$: n 기초에 i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,1)$ 를 보유하고 있는 IAP

문제의 최적교체 기대비용

$\overline{A}_k(i)$: n 기초에 i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,2)$ 를 보유하고 있는 AAP

문제의 최적교체 기대비용

$\bar{N}(i)$: n 기초에 i 기간 사용한 장비 E_0 를 보유하고 있는 NAP 문제의

최적교체 기대비용

$O_k(i)$: 운용 i 번째 기간에서의 장비 E_k 의 운용할인비용

j_k^* : FAP문제에서 $E_k(k=0,1,2)$ 를 교체하기 위한 최적사용기간

i_k^* : IAP문제에서 장비 $E_k(k=0,1)$ 를 교체하기 위한 최적사용기간

m_k^* : AAP문제에서 장비 $E_k(k=0,2)$ 를 교체하기 위한 최적사용기간

n^* : NAP문제에서 장비 E_0 를 교체하기 위한 최적사용기간

2.3 기술진보의 수준에 따른 상황 분류

제품이나 공정에 있어서의 기술진보의 수준은 특허권을 얻을 수 있는 신제품 또는 공정과, 특허권을 취득할 수 없는 개량형 제품 및 공정으로 구분한다[1]. 이것을 장비의 경우로 고려해 볼 때 전자는 기술개발정도가 현장비에 적용된 기술보다는 획기적이고 진보적인 경우를 말하며, 후자는 기술개발정도가 현장비의 개선이나 모델변경등 사소한 경우를 말한다. 본 연구에서는 각각을 대기기술진보(major technological advance)와 소기술진보(minor technological advance)로 부른다. 한편, 현장비를 E_0 , 소기술진보가 적용된 장비를 E_1 , 대기기술진보가 적용된 장비를 E_2 라 하면, 현재 장비 E_0 를 보유하고 있을 때 어느 의사결정기간 초기의 상황은 E_1 , E_2 의 존재 유무에 따라 다음과 같이 구분할 수 있다.

- (i) 장비 E_1 과 E_2 가 동시에 존재하는 경우(Full-Available Problem: FAP)
- (ii) 장비 E_1 만 존재하는 경우(Minor only Available Problem : IAP)
- (iii) 장비 E_2 만 존재하는 경우(Major only Available Problem : AAP)
- (iv) 어느 장비도 존재하지 않은 경우(Non-Available Problem : NAP)

2.4 상황에 따른 모델설명

일반적으로 장비교체에 대한 의사결정은 현장비를 다음 의사결정시점까지 그대로 보유, 사용하는 것("keep")과 새장비로 교체하는 것("replace")이다. 그래서 기술진보수준이 다른 장비의 출현여부에 의해 구분된 상황에 따라 의사결정대안을 구분할 수 있다. 구매비용, 보전비용 그리고 장비의 잔존가치에 의해 평가된다. n 기초에 i 기간 사용한 장비를 갖고 있는 IAP, AAP, NAP 문제를 고려하자. 이들 세가지의 문제는 n 기초에는 각각의 문제에서의 대안들이 고려되지만 그 다음 $n+1$ 기초에는 장비의 출현유무에 따라 상황이 달라질 수 있다. 즉, IAP 문제는 장비 E_2 가 출현함에 따라 FAP 문제가 될 수있고 AAP 문제는 장비 E_1 이 출현함에 따라 FAP 문제가 될 수있다. 또한 NAP 문제는 장비 E_1 이 출현함에 따라 IAP, E_2 가 출현함에 따라 AAP, E_1 과 E_2 가 동시에 출현함에 따라 FAP 문제로 바뀔 수 있다. 그런데 이들 장비가 개발에 성공해서 시장에 확실히 출현한다는 보장은 없다. 그래서 t_k ($k=1,2$)를 E_k ($k=1,2$)가 출현할 시기를 나타내는 확률변수라면 $n+1$ 기초에 상황이 바뀔 조건부 확률은 각각

$$P_{IAP \rightarrow FAP} = \Pr(t_2 = n+1 | t \geq n+1)$$

$$\begin{aligned}
P_{AAP \rightarrow FAP} &= \Pr(t_1 = n+1 | t \geq n+1) \\
P_{NAP \rightarrow IAP} &= \Pr(t_1 = n+1 | t \geq n+1) \\
P_{NAP \rightarrow AAP} &= \Pr(t_2 = n+1 | t \geq n+1) \\
P_{NAP \rightarrow FAP} &= \Pr(t_1 = n+1 | t \geq n+1) \cdot \Pr(t_2 = n+1 | t \geq n+1)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

로 나타낼 수 있다.

그리고 $n+1$ 기초에 현재상황 그대로 남아있을 조건부확률은 각각

$$\begin{aligned}
P_{IAP} &= \Pr(t_2 > n+1 | t \geq n+1) \\
P_{AAP} &= \Pr(t_1 > n+1 | t \geq n+1) \\
P_{NAP} &= \Pr(t_1 > n+1 | t \geq n+1) \cdot \Pr(t_2 > n+1 | t \geq n+1)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

로 나타낼 수 있다.

여기서 소기술진보와 대기술진보가 독립적으로 계속 진행될 때 각각의 연구개발이 성공해서 그 기술이 적용된 장비가 시장에 출현하게 되는 E_1 의 출현확률을 p' , E_2 의 출현확률을 p'' 라 하면 위 식(2.1)은 $P_{IAP \rightarrow FAP} = p''$, $P_{AAP \rightarrow FAP} = p'$, $P_{NAP \rightarrow IAP} = p'$, $P_{NAP \rightarrow AAP} = p''$, $P_{NAP \rightarrow FAP} = p' \cdot p''$ 로 나타낼수 있으며, 그리고 식(2.2)는 $P_{IAP} = 1-p''$, $P_{AAP} = 1-p'$, $P_{NAP} = (1-p') \cdot (1-p'')$ 로 나타낼 수 있다. 단, 가정에서 소기술진보가 대기술진보보다 확률적으로 빠르다고 했으므로 $p' > p''$ 이다.

3. 각 상황에서의 모형화

$\overline{F}_k(i)$ 를 n 기초에 i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,1,2)$ 를 보유하고 있는 FAP 상황의 최적교체비용이라 하면 의사결정에 따른 FAP 상황의 순환관계식은 다음과 같다.

$$\overline{F}_k(i) = \min \begin{cases} a[M_k(i+1) + \overline{F}_k(i+1)] & \text{for } d_1 \\ \min_{s=0,1,2} [P_s + \alpha \{ M_s(1) + \overline{F}_s(1) \}] - S_k(i) & \text{for } d_2, d_3, d_4 \\ & \text{for } i \geq 1, k=0,1,2 \end{cases} \tag{3.1}$$

$\overline{I}_k(i)$ 를 n 기초에 i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,1)$ 를 보유하고 있는 IAP 상황의 최적교체기대비용이라 하면 의사결정에 따른 IAP 상황의 순환관계식은 다음과 같다.

$$\overline{I}_k(i) = \min \begin{cases} a[M_k(i+1) + p' \overline{F}_k(i+1) + (1-p'') \overline{I}_k(i+1)] & \text{for } d_1 \\ \min_{s=0,1} [P_s + \alpha \{ M_s(1) + p' \overline{F}_s(1) + (1-p'') \overline{I}_s(1) \}] - S_k(i) & \text{for } d_2, d_3 \\ & \text{for } i \geq 1, k=0,1 \end{cases} \tag{3.2}$$

$\overline{A}_k(i)$ 를 n 기초에 i 기간 사용한 장비 $E_k(k=0,2)$ 를 보유하고 있는 AAP 상황의 최적교체기대비용이라 하면 의사결정에 따른 AAP 상황의 순환관계식은 다음과 같다.

$$\bar{A}_k(i) = \min \begin{cases} \alpha [M_k(i+1) + p' \bar{F}_k(i+1) + (1-p') \bar{A}_k(i+1)] & \text{for } d_1 \\ \min_{s=0,2} [P_s + \alpha \{ M_s(1) + p' \bar{F}_s(1) + (1-p') \bar{A}_s(1) \}] - S_k(i) & \text{for } d_2, d_3 \\ & \text{for } i \geq 1, k=0,2 \end{cases} \quad (3.3)$$

$\bar{N}_k(i)$ 를 n 기초에 i 기간 사용한 장비 E_0 를 보유하고 있는 NAP 상황의 최적교체 기대비용이라 하면 의사결정에 따른 NAP 상황의 순환관계식은 다음과 같다.

$$\bar{N}(i) = \min \begin{cases} \alpha [M_0(i+1) + p' \bar{T}_0(i+1) + p'' \bar{A}_0(i+1) + p' p'' \bar{F}_0(i+1) + (1-p')(1-p'') \bar{N}(i+1)] & \text{for } d_1 \\ \alpha [M_0(1) + p' \bar{T}_0(1) + p'' \bar{A}_0(1) + p' p'' \bar{F}_0(1) + (1-p')(1-p'') \bar{N}(1)] - S_0(i) + P_0 & \text{for } d_2 \\ & \text{for } i \geq 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

위식들을 $F_k(i) = \bar{F}_k(i) + S_k(i)$, $I_k(i) = \bar{T}_k(i) + S_k(i)$, $A_k(i) = \bar{A}_k(i) + S_k(i)$, $N(i) = \bar{N}(i) + S_0(i)$ 와 같이 정의하고, 또 $O_k(i)$ 를 i 번째 사용기간에서의 장비 E_k 의 운용할인비용이라 하면 다음과 같이 표기할수 있다.

$$O_k(i) = \begin{cases} \alpha M_k(i) + S_k(i-1) - \alpha S_k(i) & \text{for } i > 1 \\ \alpha M_k(1) + P_k - \alpha S_k(1) & \text{for } i = 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

$O_k(i)$ 함수는 장비 E_k 를 한 기간 더 사용함에 따른 가치손실을 포함하며 다음과 같은 특성을 갖고 있다. (i) 장비사용기간이 오래되면 될수록 그만큼 더 보전이 많이 필요하게 되고 장비의 잔존가치는 떨어지게 되므로 $O_k(i+1) \geq O_k(i)$ 의 관계가 성립한다. (ii) 첫번째 사용기간에 대해서는 (i)의 관계가 성립하지 않는다. 왜냐하면 장비의 감가상각은 사용 첫 기간에서 상당히 크기 때문이다. 즉, $O_k(1) \geq O_k(2)$ 이다. (iii) 장비 E_1 는 E_0 보다 E_2 는 E_1 보다 성능이 개선된다는 가정에서 $O_0(i) \geq O_1(i) \geq O_2(i)$ 이다. (iv) 첫번째 사용기간에서 각 장비 E_k ($k=0,1,2$)의 감가상각은 최신의 장비가 더 크다는 점때문에 $O_2(1) \geq O_1(1) \geq O_0(1)$ 이다. 이들을 이용해서 앞의 식을 간단히 하면 다음과 같다.

$$F_k(i) = \min \begin{cases} O_k(i+1) + \alpha F_k(i+1) & i \geq 1 \\ O_0(1) + \alpha F_0(1) & k=0,1,2 \\ O_1(1) + \alpha F_1(1) & \\ O_2(1) + \alpha F_2(1) & \end{cases} \quad (3.6)$$

$$I_k(i) = \min \begin{cases} O_k(i+1) + \alpha [p' F_k(i+1) + (1-p'') I_k(i+1)] & i \geq 1 \\ \min_{s=0,1} [O_s(1) + \alpha \{ p' F_s(1) + (1-p'') I_s(1) \}] & k=0,1 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$A_k(i) = \min \begin{cases} O_k(i+1) + \alpha [p' F_k(i+1) + (1-p') A_k(i+1)] & i \geq 1 \\ \min_{s=0,2} [O_s(1) + \alpha \{ p' F_s(1) + (1-p') A_s(1) \}] & k=0,2 \end{cases} \quad (3.8)$$

$$N(i) = \min \begin{cases} O_0(i+1) + a[p'I_0(i+1) + p''A_0(i+1) \\ + p'p''F_0(i+1) + (1-p')(1-p'')N(i+1)] \\ O_0(1) + a[p'I_0(1) + p''A_0(1) + p'p''F_0(1) \\ + (1-p')(1-p'')N(1)] \end{cases} \quad i \geq 1 \quad (3.9)$$

이 된다.

위의 수식들의 형태는 현장비를 계속 사용하는 “keep”할 때의 비용이 현장비를 교체하는 “replace”할 때의 교체비용보다 커지는 시점에서 “keep”하는 의사결정이 “replace”하는 의사결정으로 바뀌는 성질을 직관적으로 알 수 있으며 그 시점이 바로 교체시점이 된다.

4. 상황에 따른 모델의 해법

4.1 각 상황에서의 최적교체비용 계산

신장비 출현가능성을 고려한 동적교체모형 즉 IAP, AAP, NAP의 해는 FAP 문제에서 모든 가능한 $F_k(i)$ 를 계산하는 것이 필요하다. 즉, FAP에서 E_k 를 교체하기 위한 최적사용 기간 j_k^* 를 구해야 한다. 그래서 E_0 에 대해 첫번째 최적장비교체의 장비형태를 모르는 상황에서 $F_0(i)$, $F_1(i)$, $F_2(i)$ 를 동시에 계산해야 하므로, j_k^* 를 구하기 위해 순환식을 사용할 때 많은 노력이 필요하다. 따라서, 여러 가용한 장비가 존재할 때 동적교체문제를 해결하는데 사용된 계획구간 알고리즘[7]과 단일장비의 동적교체문제에 사용된 계획구간 알고리즘[18]을 이용한다. 그래서 $j_0^* = i_0 + PH$ 가 된다. 또한 첫번째 교체로 결정된 장비가 E_1 또는 E_2 이면 j_1^* 와 j_2^* 가 구해져야 하므로 이것은 E_1 과 E_2 가 지금 막 구입되었다는 조건에서 사용 기간이 각각 $j_1 = 1$, $j_2 = 1$ 인 $F_1(i)$, $F_2(i)$ 의 j_1^* 와 j_2^* 를 구하는 것이다. 그래서 $j_1^* = 1 + PH$, $j_2^* = 1 + PH$ 가 된다.

4.2 FAP에서의 최적교체비용 계산

1) E_0 를 E_0 로 교체하는 경우

이때는 $F_0(i)$ 만 계산하면 된다.

$$\begin{cases} F_0(i) = O_0(i+1) + aF_0(i+1) & 1 \leq i \leq j_0^* - 1 \\ F_0(i) = O_0(1) + aF_0(1) & i = j_0^* \end{cases} \quad (4.1)$$

2) E_0 를 E_1 로 교체하는 경우

이때는 $F_0(i)$ 와 $F_1(i)$ 를 구해야 한다.

$$\begin{cases} F_0(i) = O_0(i+1) - aF_0(i+1) & 1 \leq i \leq j_0^* - 1 \\ F_0(i) = O_1(1) + aF_1(1) & i = j_0^* \end{cases} \quad (4.2)$$

이다. 위 식에서 $F_0(i)$ 을 구하려면 먼저 다음을 이용해서 $F_1(i)$ 를 구해야 한다.

$$\begin{cases} F_1(i) = O_1(i-1) - aF_1(i-1) & 1 \leq i \leq j_1^* - 1 \\ F_1(i) = O_1(1) - aF_1(1) & i = j_1^* \end{cases} \quad (4.3)$$

이다.

3) E_0 를 E_2 로 교체하는 경우

이때는 $F_0(i)$ 와 $F_2(i)$ 를 구해야 한다.

$$\begin{cases} F_0(i) = O_0(i+1) + \alpha F_0(i+1) & 1 \leq i \leq j_0^* - 1 \\ F_0(j_0^*) = O_2(1) + \alpha F_2(1) & i = j_0^* \end{cases} \quad (4.4)$$

위 식에서 $F_0(i)$ 을 구하려면 먼저 다음을 이용해서 $F_2(i)$ 를 구해야 한다.

$$\begin{cases} F_2(i) = O_2(i+1) + \alpha F_2(i+1) & 1 \leq i \leq j_2^* - 1 \\ F_2(i) = O_2(1) + \alpha F_2(1) & i = j_2^* \end{cases} \quad (4.5)$$

4.3 IAP에서 최적교체비용 계산

IAP에서 최적교체비용의 계산은 FAP문제에서 E_0 가 어떤 장비로 교체되는지에 따라서 다음과 같이 계산된다.

1) FAP에서 E_0 가 E_0 로 교체되는 경우

이때는 IAP에서도 E_0 가 선택된다. 즉,

$$\begin{cases} I_0(i) = O_0(i+1) + \alpha \{ p' F_0(i+1) + (1-p'') I_0(i+1) \} & 1 \leq i \leq l_0^* - 1 \\ I_0(i) = O_0(1) + \alpha \{ p' F_0(1) + (1-p'') I_0(1) \} & i = l_0^* \end{cases} \quad (4.6)$$

이다. $I_0(i)$ 를 계산하기 위해서는 다음 식에 의해 $I_0(l_0^*)$ 를 먼저 구하고

$$\begin{aligned} I_0(l_0^*) = & \frac{1}{1 - \{ \alpha(1-p'') \}^{l_0^*}} \left[\sum_{b=1}^{l_0^*} \{ \alpha(1-p'') \}^{b-1} O_0(b) \right. \\ & \left. + p' \sum_{b=1}^{l_0^*} \{ \alpha(1-p'') \}^{b-1} F_0(b) \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

식(4.6)에 차례로 대입하면 $I_0(i)$ 를 구할 수 있다.

2) FAP에서 E_0 가 E_1 로 교체되는 경우

이때는 IAP에서도 E_1 가 선택된다. 즉,

$$\begin{cases} I_0(i) = O_0(i-1) - \alpha \{ p' F_0(i-1) - (1-p'') I_0(i-1) \} & 1 \leq i \leq l_0^* - 1 \\ I_0(i) = O_1(1) - \alpha \{ p' F_1(1) - (1-p'') I_1(1) \} & i = l_0^* \end{cases} \quad (4.8)$$

이다. 다음 식에 의해 $I_1(l_1^*)$ 를 먼저 구하고

$$\begin{aligned} I_1(l_1^*) = & \frac{1}{1 - \{ \alpha(1-p'') \}^{l_1^*}} \left[\sum_{b=1}^{l_1^*} \{ \alpha(1-p'') \}^{b-1} O_1(b) \right. \\ & \left. + p' \sum_{b=1}^{l_1^*} \{ \alpha(1-p'') \}^{b-1} F_1(b) \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

$I_1(1)$ 을 구해 식(4.8)에 대입해서 $I_0(i)$ 를 계산한다.

3) FAP에서 E_0 가 E_2 로 교체되는 경우

이때는 IAP에서 E_0 과 E_1 둘 중에서 선택된다. 즉,

$$\begin{cases} I_0(i) = O_0(i+1) + \alpha\{p''F_0(i+1) + (1-p'')I_0(i+1)\} & 1 \leq i \leq l_0^* - 1 \\ I_0(i) = \min_{s=0,1} [O_s(1) + \alpha\{p''F_s(1) + (1-p'')I_s(1)\}] & i = l_0^* \end{cases} \quad (4.10)$$

이 경우는 1)과 2)에 의해 $I_0(i)$ 를 각각 구해 둘중 적은 값을 택한다.

4. 4 AAP에서 최적교체비용 계산

AAP에서 최적교체비용의 계산은 FAP문제에서 E_0 가 어떤 장비로 교체되는지에 따라서 다음과 같이 계산된다.

1) FAP에서 E_0 가 E_0 로 교체되는 경우

이때는 AAP에서도 E_0 가 선택된다. 즉,

$$\begin{cases} A_0(i) = O_0(i+1) + \alpha\{p'F_0(i+1) + (1-p')A_0(i+1)\} & 1 \leq i \leq m_0^* - 1 \\ A_0(i) = O_0(1) + \alpha\{p'F_0(1) + (1-p')A_0(1)\} & i = m_0^* \end{cases} \quad (4.11)$$

이다. $A_0(i)$ 를 계산하기 위해서는 다음 식에 의해 $A_0(m_0^*)$ 를 먼저 구하고

$$\begin{aligned} A_0(m_0^*) = & \frac{1}{1 - \{\alpha(1-p')\}^{m_0^*}} \left[\sum_{b=1}^{m_0^*} \{\alpha(1-p')\}^{b-1} O_0(b) \right. \\ & \left. + p' \sum_{b=1}^{m_0^*} \{\alpha(1-p')\}^{b-1} F_0(b) \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

식(4.11)에 차례로 대입하면 순차적으로 대입하면 $A_0(i)$ 를 구할 수 있다.

2) FAP에서 E_0 가 E_2 로 교체되는 경우

이때는 AAP에서도 E_2 가 선택된다. 즉,

$$\begin{cases} A_0(i) = O_0(i+1) + \alpha\{p'F_0(i+1) + (1-p')A_0(i+1)\} & 1 \leq i \leq m_0^* - 1 \\ A_0(i) = O_2(1) + \alpha\{p'F_2(1) + (1-p')A_2(1)\} & i = m_0^* \end{cases} \quad (4.13)$$

이다.

다음식에 의해 $A_2(m_2^*)$ 를 먼저 구하고

$$\begin{aligned} A_2(m_2^*) = & \frac{1}{1 - \{\alpha(1-p')\}^{m_2^*}} \left[\sum_{b=1}^{m_2^*} \{\alpha(1-p')\}^{b-1} O_2(b) \right. \\ & \left. + p' \sum_{b=1}^{m_2^*} \{\alpha(1-p')\}^{b-1} F_2(b) \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

$A_2(1)$ 를 계산해서 식(4.13)에 대입해서 $A_0(i)$ 를 계산한다.

3) FAP에서 E_0 가 E_1 로 교체되는 경우

이때는 AAP에서 E_0 과 E_2 둘 중에서 선택된다. 즉,

$$\begin{cases} A_0(i) = O_0(i+1) + \alpha\{p'F_0(i+1) + (1-p')A_0(i+1)\} & 1 \leq i \leq m_0^* - 1 \\ A_0(i) = \min_{s=0,2} [O_s(1) + \alpha\{p'F_s(1) + (1-p')A_s(1)\}] & i = m_0^* \end{cases} \quad (4.15)$$

이다.

이 경우는 (1)과 (2)에 의해 $A_0(i)$ 를 따로 구해 둘중 적은 값을 택한다.

4.5 NAP에서 최적교체비용 계산

NAP에서의 최적교체비용의 계산은 FAP에서 장비 E_0 를 E_0 로 교체하는 경우만 해당되므로

$$\begin{cases} N(i) = O_0(i+1) + \alpha [p'I_0(i+1) + p''A_0(i+1) \\ \quad + p'p''F_0(i+1) + (1-p')(1-p'')N(i+1)] & 1 \leq i \leq n^* - 1 \\ N(i) = O_0(1) + \alpha [p'I_0(1) + p''A_0(1) \\ \quad + p'p''F_0(1) + (1-p')(1-p'')N(1)] & i = n^* \end{cases} \quad (4.16)$$

이다.

$N(i)$ 를 계산하기 위해서는 다음 식에 의해 $N(n^*)$ 를 먼저 구하고

$$\begin{aligned} N(n^*) = & \frac{1}{1 - \{\alpha(1-p')(1-p'')\}^{n^*}} \left[\sum_{b=1}^{n^*} \{\alpha(1-p')(1-p'')\}^{b-1} O_0(b) \right. \\ & + p' \sum_{b=0}^{n^*} \alpha^b \{(1-p')(1-p'')\}^{b-1} I_0(b) \\ & + p'' \sum_{b=0}^{n^*} \alpha^b \{(1-p')(1-p'')\}^{b-1} A_0(b) \\ & \left. + p'p'' \sum_{b=0}^{n^*} \alpha^b \{(1-p')(1-p'')\}^{b-1} F_0(b) \right] \end{aligned} \quad (4.17)$$

식(4.16)에 대입하면 $N(i)$ 를 구할 수 있다.

4.5 각 상황의 최적사용기간 해법절차

본 절에서는 각 상황의 최적사용기간 l_0^*, m_0^*, n^* 를 효율적으로 구하기 위한 절차를 보인다.

각 문제에 따라 $l_0^* \in H, m_0^* \in H, n^* \in H$ 라 하면, 다음에 의해 l_0^*, m_0^*, n^* 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} I_0(i | l_0^*) &= \min I_0(i | H) \\ A_0(i | m_0^*) &= \min A_0(i | H) \\ N(i | n^*) &= \min N(i | H) \quad \text{for } H=1,2,3,\dots \end{aligned} \quad (4.18)$$

여기서 $I_0(i | H), A_0(i | H), N(i | H)$ 는 어떤 H 가 주어졌을 때 $I_0(i), m_0(i), N(i)$ 를 나타낸다.

또한 $D(H)$ 를 장비를 H 기간동안 유지 사용한 후 교체하는 의사결정정책이라 하자. 먼저 다음의 정리 2는 IAP, AAP, NAP에서 최적교체주기에 대한 의사결정정책은 현시점에서 현장비의 사용기간과는 무관하게 결정되며, 그래서 $D(H)$ 가 $D(H+1)$ 보다 나은 의사결정정책이라는 것을 나타낸다.

정리 1

IAP, AAP, NAP에서 i 기간 사용한 장비 E_0 를 $H+1$ 기간 후 보다는 H 기간 후에 교체하는 의사결정정책을 세운다면 IAP, AAP, NAP 각 상황에서 어떤 i' 에 대해 각각 $I_0(i'|H) < I_0(i'|H+1)$, $A_0(i'|H) < A_0(i'|H+1)$, $N_0(i'|H) < N_0(i'|H+1)$ 이면, 모든 $i(\geq 1)$ 에 대해 각각 $I_0(i|H) < I_0(i|H+1)$, $A_0(i|H) < A_0(i|H+1)$, $N_0(i|H) < N_0(i|H+1)$ 이다.

이것은 최적교체에 대한 의사결정정책은 현장비의 현시점에서의 사용기간에 무관하다는 것을 의미하며, 그래서 $D(H)$ 가 $D(H+1)$ 보다 나은 결정이다.

다음 정리 2은 l_0^*, m_0^*, n^* 를 탐색할 때의 정지규칙을 나타낸다.

정리 2

의사결정정책 $D(H)$ 가 $D(H+1)$ 보다 낮다면 즉, 정리 1가 주어지면 의사결정 $D(H+1)$ 은 $D(H+2)$ 보다 낮다 ($H \geq 1$).

마지막으로 다음의 정리 3에서는 직관적으로 신장비의 출현가능성이 장비교체에 대한 의사결정을 지연시킨다는 것을 설명하며 이것은 l_0^*, m_0^*, n^* 를 탐색할 때의 출발시점을 알 수 있게 한다.

정리 3

장비 E_0 에 대한 FAP의 최적 사용기간 j_0^* 와 IAP의 최적 사용기간 l_0^* , AAP의 최적 사용기간 m_0^* , NAP의 최적 사용기간 n_0^* 의 관계는 다음과 같다. 즉,

$$j_0^* \leq l_0^* \leq n^* \tag{4.19}$$

과

$$j_0^* \leq m_0^* \leq n^* \tag{4.20}$$

이다.

정리 1, 2, 3에 대한 증명은 [11]을 참조할 것.

위 정리 3의 결과는 l_0^*, m_0^*, n^* 를 구할 때 각각에서 계산의 시작을 $H=j_0^*$ 로 부터 한다는 것을 의미한다.

IAP, AAP, NAP상황이 각각 주어졌을 때, 정리 2과 정리 3에 의해 각각 l_0^*, m_0^*, n^* 를 구하기 위해서는 $H=j_0^*$ 에서 시작해서 $H+1, H+2, \dots$ 에 대해 각각 $I_0(i|H)$, $A_0(i|H)$, $N(i|H)$ 를 계산해서 그 값이 감소하다가 증가하는 시점을 찾으면 최적교체시기를 구할 수 있다.

5. 수치예

본 장에서는 파라미터의 값이 $i_0 = 2, p' = 0.7, p'' = 0.3, \alpha = 0.95$ 이고 운영할인비용이 <Table 5.1>에 주어졌을 때, 의사결정시점에서의 상황이 각각 IAP, AAP, NAP 이라 가정하고 현장비의 최적사용기간과 교체장비를 구하는 장비교체에 대한 의사결정을 수치예로 보인다.

<Table 5.1> Operating costs of equipment E_0 , E_1 and E_2

$i \backslash$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E_0	150	50	60	75	85	95	105	120	130
E_1	180	40	50	60	70	85	95	105	115
E_2	250	20	30	40	60	70	80	90	100

먼저 FAP를 풀어보면 장비 E_0 의 최적사용기간은 $j_0^* = 4$, 교체장비는 E_0 이다.

$F_0(i)$ 를 구하면 <Table 5.2>와 같다.

<Table 5.2> Values of $F_0(i)$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F_0(i)$	907	954.3	975.6	994.3	994.3	994.3	994.3	994.3	994.3

IAP상황에 대하여 특정 i 에 대하여 ($i=3$ 이라하면) $I_0(i=3|H), (H=4, \dots, 9)$ 를 구하여 보면 $I_0(3|H=6) < I_0(3|H=7)$ 임을 알 수 있다. 그래서 최적사용기간은 $i_0^* = 6$ 이다. 다음으로 AAP상황에 대하여 특정 i 에 대하여 ($i=3$ 이라하면) $A_0(i=3|H), (H=4, \dots, 9)$ 를 구하여 보면 $A_0(3|H=6) < A_0(3|H=7)$ 임을 알 수 있다. 그래서 최적사용기간 $m_0^* = 6$ 이다. 또한 NAP상황에 대하여 특정 i 에 대하여 ($i=3$ 이라하면) $N(i=3|H), (H=4, \dots, 9)$ 를 구하여 보면 $N(3|H=7) < N(3|H=8)$ 임을 알 수 있다. 그래서 최적사용기간 $n^* = 7$ 이다.

6. 결 론

본 연구는 기술진보수준이 다른 신장비의 출현가능성을 고려해서 기존의 연구들에 비해 보다 더 현실에 가까운 동적장비교체 문제의 모형을 제시하는 것을 목적으로 하였다. 그래서 기술진보수준을 두가지로 구분하고 구분된 기술이 적용된 신장비의 출현가능성에 의해 발생할 수 있는 4가지 상황의 동적장비교체 문제의 모형을 개발하였다. 각 모형은 의사결정시점에서 장비교체비용을 최소화하는 현장비의 최적교체시점과 교체장비를 선택할 수 있는 의사결정이 가능한 모형으로 개발되었고 이의 해법을 제시하였다.

결국 현장비를 교체하기 위해 교체후보장비들이 모두 존재하는 모형(FAP)에서의 최적사용기간은 교체후보장비들이 출현할 가능성을 갖는 모형(IAP, AAP, NAP)보다 짧다는 것을 알 수 있었다. 이 결과는 수치예에서 볼 수 있다.

앞으로 계속되어야 할 연구과제는 기술진보수준이 다양한 경우에도 적용될 수 있는 모형개발이 요구되며, 비정상적인 기술환경에서 본 테마가 연구되어야 할 것이다. 또한 첫번째 장비교체문제 뿐 만이 아니라 순차적인 장비교체에 대한 연구도 향후 과제라 하겠다.

參 考 文 獻

- [1] 과학기술처, 과학기술백서, 서울, pp. 80-83, (1991).
- [2] Bean, J. C., Lohmann, J. R., and Smith, R. L., "Equipment Replacement under Technological Change," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 41, pp. 117-128, (1994).
- [3] Bean, J. C., Lohmann, J. R., and Smith, R. L., "A Dynamic Infinite Horizon Replacement Economy Decision Model," *The Engineering Economist*, Vol. 30, No. 2, pp. 99-120, (1985).
- [4] Bean, J. C., and Smith, R., "Conditions for the Existence of Planning Horizons," *Mathematics of Operations Research*, Vol. 9, pp. 391-401, (1984).
- [5] Bes, C., and Sethi, S., "Concept of forecast and Decision Horizons: Applications to Dynamic Stochastic Optimization Problems," *Mathematics of Operations Research*, Vol. 13, (1988).
- [6] Chand, S., MaClurg, T., and Ward, J., "A Single Machine Replacement Model with Learning," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 40, pp. 175-192, (1993).
- [7] Chand, S., and Sethi, S., "Planning Horizon Procedures for Machine Replacement Models with Several Possible Replacement Alternatives," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 29, pp. 483-493, (1982).
- [8] Cheng, T. C. E., "Optimal Replacement of Aging Equipment using Geometric Programming," *International Journal of Production Research*, Vol. 30, No. 9, pp. 2151-2159, (1992).
- [9] Dreyfus, S.E., and Law, A.M., *The Art and Theory of Dynamic Programming*, Academic Press, Inc., Orlando, (1988).
- [10] Fraser, J. M., and Posey, J. W., "A Framework for Replacement Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol. 40, pp. 43-57, (1989).
- [11] Goh, H. W., "Dynamic Replacement Models Considering Appearance of New Equipments with Different Technology levels," *A Preliminary Ph. D. Dissertation*, Hanyang University, Seoul, (1994)
- [12] Ross, S. M., *Applied Probability Models with Optimization Applications*, HoldenDay, San Francisco, (1970).
- [13] Sethi, S., and Chand, S., "Planning Horizon Procedures for Machine Replacement Models," *Management Science*, Vol. 25, pp. 140-151, (1979).
- [14] Sethi, S., and Morton, T., "A Mixed Optimization Technique for the Generalized Machine Replacement Problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 19, pp. 471-481, (1972).
- [15] Sherif, Y., and Smith, M., "Optimal Maintenance Models for Systems Subject to Failure-A Review," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 28, pp. 47-74, (1981).
- [16] Terborgh, G., *Dynamic Equipment Policy*, McGraw-Hill, New York, (1949).