

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 31 卷 第 2 號 1994年 5月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 31, No. 2, May 1994

## Auto-Pilot 시스템에 적용되는 제어 알고리즘에 대하여

서상현\*, 송용규\*\*

### Study on the Control Algorithms for the Auto-Pilot System

by

Sang Hyun Suh\* and Yong Gyu Song\*\*

#### 요 약

1960년대 Auto-Pilot 시스템이 대양을 항해하는 선박에 장착되면서 운항경제성 및 선원 승선감의 견지에서 Auto-Pilot 시스템의 제어 알고리즘이 연구되기 시작하였다. 초기에는 PD제어로 시작하였으나 잦은 타동작으로 인한 기구 마모를 줄이기 위해 실제 선수각과 설정선수방위 차가 어느 상한치 이상에서만 타각을 조작하는 on-off 제어를 도입하였다. 본 논문에서는 Auto-Pilot 시스템의 제어 알고리즘에 optimal제어, adaptive제어 등을 적용하여 제어기법간의 비교를 cost function을 통하여 수행함으로써 Auto-Pilot 시스템에 대한 최적의 제어기법을 조사하였다. Adaptive 제어를 위한 선박 조종운동방정식의 parameterization 과정을 검토하였고 adaptive 알고리즘의 장점이 파라미터 추정이 잘못된 경우의 수치시뮬레이션 결과로부터 분명히 알 수 있었다.

#### Abstract

Control Algorithms of the Auto-Pilot system have been studied for the navigational economics and crew's comfortability since 1960's, when Auto-Pilot system was installed on the trans-ocean ships. At the beginning the PD control algorithm was used with the weather adjust function introduced to reduce the response of the auto-pilot system to the high frequency wave excitation in rough sea.

In this study, the optimal and adaptive control theories are applied for the auto-pilot control algorithm. And those two algorithms are compared through the pre-defined cost function to obtain the most effective control technique for the Auto-Pilot system. The pa-

---

발 표 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회(93. 11. 12)

접수일자 : 1993년 11월 29일, 재접수일자: 1994년 3월 11일

\* 정회원, 선박해양공학연구센터

\*\* 한국항공대학교

parameterization of the ship maneuvering equation for the adaptive control algorithm design procedure was examined and the advantage of the adaptive control was found through the simulation result with the wrong initial parameter value.

### 1. 서 언

1949년 I. Schiff and M. Gimprich[1]가 비례제어에 의한 자동조타 연구로부터 선박용 자동조타장치에 대한 제어이론의 응용이 시작되었다. 그러나 이 때의 제어방식은 실제로는 gear에 의한 기계적인 장치로써 항천상태에서는 파도에 의한 교란에 일일이 반응하게 되어 기계적 마모손실이 크게 대두되었다. 그래서 back-lash를 이용한 기후조절장치를 첨가하여 이를 보완하였으나 이 lost motion이 전체의 전달함수에 시간지연 효과를 나타내어 자동제어되는 시스템이 불안정해지는 결과를 초래하였다. 그 후 60년대부터 전자기술의 발달로 기계식 제어가 전자식으로 바뀌어감에 따라 그동안 정립된 여러가지 제어이론들이 실제로 선박의 자동조타에 이용되게 되었다.

본 연구에서는 확정계를 가정한 선박 자동조타시스템을 모형화하여 optimal, adaptive제어기를 설계하여 수치 실험함으로써 그 성능을 비교하여 보았다. 좌우동요, 선수동요 연성 조종운동 방정식으로부터 자동조타의 제어기 설계를 위해 도출된 yaw motion 2차 미분방정식을 사용하였다. 여기에 최적제어를 위한 Cost Function을 정의하고 이를 최소화하기 위한 최적 제어기를 구성하여 그 기능을 살펴보았다. 그리고 최근 강성제어기를 구성하기 위해 도입된 적응제어기에 대한 이론을 소개하고 그 적응제어기를 적용한 자동조타기를 구성하여 수치 계산을 통한 기능 파악을 하였다. 이렇게 구성된 제어기의 성능을 비교하여 자동조타장치에의 최적성을 검토하였다.

### 2. 제어 대상 시스템의 정식화

선체의 조종운동을 표현하기 위해서는 적합한 수학적 모형이 필요하다. 대표적인 수학적 모형은 선체에 작용하는 유체력을 Taylor 전개하여 표시한 Abkowitz[10] 모형이다. 수학적 모형이 복잡해질수록 보다 물리적 현상을 자세히 기술할 수 있지만 수학적모형을 구성하는 파라미터를 구하기 위해 훨씬 많은 시스템에 관한 정보를 필요로 하게 된다. 이러한 관점에서 Nomoto[3]가 제안한 응답모형은 타의 변화에 대한 선수각의 응답을 표시한 수학적모형으로서 비교적 간단하며 선체의 조종

운동을 유체력의 관점이 아니라 주어진 힘(타각의 변화)에 대한 선체의 응답(회전운동)의 관계로서 나타낸 모형으로 선형항들만으로 표시되므로 Auto-Pilot구성 등에 적용하기 편리하다.

#### 2. 1 조종 운동방정식

조종운동 방정식의 경우 선체운동을 수평선 내로 국한하고, 전후동요에 관한 식은 나머지 선수동요 및 좌우동요와 비연성되었다고 가정하여 연성된 횡방향 운동만을 기술하기로 한다. 타에 의해 작용하는 유체력을 타의 각도에 비례한다고 생각하고 선체길이 L과 속도  $U_0$ 로 무차원화하여 표시하면

$$\begin{aligned} (Y_v' - m)\ddot{v}' + Y_v' v' + (Y_r' - m' x_G')\dot{r}' + (Y_r - m')r' + Y_\delta' \delta &= 0 \\ (N\ddot{v}' - m' x_G)\ddot{v}' + N_v v' + (N_r - I_z)\dot{r}' + (N_r - m' x_G')r' + N_\delta' \delta &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)은 2계 1차연립 미분방정식인데 이를 좌우동요  $v$ 와 선수요  $r$ 를 분리하여 선수요에 대한 2차 상미분 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$T_1' T_2' \ddot{r}' + (T_1' + T_2')\dot{r}' + r' = K' \delta + K' T_3' \dot{\delta} \quad (2)$$

여기서  $T_1', T_2', T_3', K'$  은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_1' T_2' &= \frac{(Y_v' - m') + (N_r' - I_z') - (Y_r' - m' x_G')}{Y_v'(N_r' - m' x_G') - N_v'(Y_r' - m')} \\ T_1' + T_2' &= \frac{(Y_v' - m') + (N_r' - m' x_G') + (N_r' - I_z')Y_v'}{Y_v'(N_r' - m' x_G') - N_v'(Y_r' - m')} \\ &\quad - \frac{(Y_r' - m' x_G')N_v' + (N_v' - m' x_G') - (Y_r' - m')}{Y_v'(N_r' - m' x_G') - N_v'(Y_r' - m')} \\ T_3' &= \frac{(N_v' - m' x_G')Y_\delta' - (Y_v' - m')N_\delta'}{N_v'Y_\delta' - Y_v' - N_\delta'} \end{aligned} \quad (3)$$

이와 같이 선수요와 타각사이의 운동방정식을 도출한 것은 실제로 Auto-Pilot 시스템을 구성할 때 선수각의 계측이 용이하며 이를 바탕으로 타각 명령을 제

어하기 때문이다.

식(2)의 일반해는 다음과 같다.

$$r'(t) = C_1 \exp[-t/T_1'] + C_2 \exp[-t/T_2'] \quad (4)$$

윗 식으로부터  $T_1'$  과  $T_2'$  은 선박의 직진 안정성과 정상상태에 도달하는 시간의 빠른 정도를 나타내는 지수임을 알 수 있다. 즉  $T_1'$ ,  $T_2'$  가 양의 값을 가지면 직진 안정성을 갖고  $T_1'$ ,  $T_2'$  이 작을수록 정상상태에 빨리 도달하게 된다. 또한 식(2)로부터  $K'$  은 선회능력의 척도를,  $T_3'$  은 선회운동을 시작하는데 조타 속도가 미치는 영향을 나타냄을 알 수 있다. 식(2)를 Laplace 변환하면 다음과 같고,

$$Y_s(S) = \frac{K'(1+T_3's)}{(1+T_1's)(1+T_2's)} \quad (5)$$

은 조타에 대한 선체의 응답 특성을 나타내는 함수로 전달함수(Transfer function)라고 부른다.

## 2.2 상태방정식

Auto-Pilot의 자동제어기 알고리즘 설계시 선형 시스템 이론을 바탕으로한 modern control theory를 적용하기 위해 선박 조종 운동 방정식을 상태 변수 방정식(state space representation)으로 기술한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 A는 system matrix, B는 control distribution matrix, C는 measurement matrix이며, x는 상태변수벡터, y는 출력변수벡터이다.

우선 식(6)으로 선형화된 시스템을 제어하기 위해서는 표현된 시스템 model이 제어가능한지 여부를 판단해야 한다. 이는 실제로 제어가능할지라도 시스템의 model이 잘못 표현될 때 제어불가능한 시스템 모형으로부터 제어를 설계하는 잘못을 저지를 수 있기 때문이다. 이 시스템의 제어가능성을 판단하는 방법으로는 선형제어이론[8]으로부터, controllability matrix를 다음과 같이 쓸 때,

$$\theta = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1} B] \quad (7)$$

가 full rank 즉, system matrix A의 rank와 같을 경우 제어가능하다. 그래서 식(9)에서 구한  $\theta$ 의 rank를 조사해 보면 full rank 3이므로 본 표현식의

제어가능성을 확인할 수 있다.

## 3. Regulator 설계

일반적인 확률적 시스템(stochastic system)에서는 최적제어 알고리즘과 확률 최적 상태 추정기는 Separation Theorem에 의해 따로 구성될 수 있다. 본 고에서는 최적제어기의 성능검토를 우선으로 생각하여, 상태변수가 추정가능한 것으로 가정하고 시스템을 reference position 주위에 머무르도록 regulator를 설계한다. 이를 위해 성능 지표(performance index: cost function)는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \int_0^T (X^T(t)QX(t) + u(t)^T Ru(t))dt \quad (8)$$

여기서 Q는 positive semidefinite, R는 positive definite의 가중행렬이다. 이 성능지표를 최소화하는 최적제어는 Riccati eq.의 해로부터 얻어진다. 일반 상태변수 방정식이 (6)으로 주어질 때  $P = -PA - A^T P + PBR^{-1}B^T P - Q$ 의 해를 P(t)라 하면 최적제어  $u^*(t) = -R^{-1}B^T P(t)x(t)$ 로 주어진다. 최적제어기를 설계할 때 가중행렬 Q, R의 선택이 중요하다. 보통은 이를 위해 이 가중행렬들을 normalization하여 상태변수 및 입력파라미터의 상대가중치를 설계자의 임의에 맡길 수 있도록 한다. Bryson and Ho(1969)[6]에서 보는 바와 같이 무차원화는 다음과 같이 시킬 수 있다. Q의 diagonal요소를  $a_{ii}$ , R의 diagonal요소를  $b_{jj}$ 라 할 때

$$a_{ii} = \frac{1}{x_{i0}^2}, \quad b_{jj} = \frac{1}{x_{j0}^2} \quad (9)$$

여기서  $x_{i0}$ 는 상태변수 오차의 허용범위이며,  $u_{j0}$ 는 입력변수의 허용한계이다. 무차원화된 상태변수와 입력변수의 상대치를 같게 놓으면,  $Q = \text{diag} [1, 1, 1]$ ,  $R = 1$ 이다.

## 4. 출력궤환 적응제어기 설계

실제의 선수요 운동방정식에서 파라미터  $T_1'$ ,  $T_2'$ ,  $T_3'$ ,  $K'$ 의 정확한 값을 아는 것은 쉽지 않을 뿐만 아니라 또 운항조건에 따라 다른 값을 갖게 된다. 이러한 경우에 부정확한 파라미터 값을 근거로 하여 설계된 고정된 이득 값을 갖는 궤환제어기는 적절한 성능을 발휘하지 못하고 때로는 불안정한 시스템이 되게 하기

도 한다. 이렇게 미지 파라미터를 갖는 시스템에 대해서 제어제를 설계할 수 있는 한 가지 방법이 적응제어 기법이다. 이 절에서는 이산화(Discretization)시킨 선수요 운동에 대해서 모델기준 적응제어기법(Model Reference Adaptive Control)을 적용해 보고자 한다.

먼저 선수요 방정식(5)에서 선수동요속도  $r'$ 의 적분치인 선수각  $\Psi$ 를 출력으로 간주하고 ZOH를 이용하여 이산화시키면 다음과 같은 입출력 방정식을 얻는다.

$$\frac{Y(Z)}{U(Z)} = \frac{b_1 Z^2 + b_2 Z + b_3}{z^3 + a_1 Z^2 + a_2 Z + a_3} \quad (10)$$

여기서  $y = \Psi$ 이고,  $u = \delta_r$ 이다. 시간의 함수로 나타내면

$$\begin{aligned} & (1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + a_3^{-3})y(k) \\ & = (b_1 + b_2 q^{-1} + b_3 q^{-2})u(k) \end{aligned} \quad (11)$$

또는

$$\begin{aligned} & y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + a_3 y(k-3) \\ & = b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + b_3 u(k-3) \end{aligned} \quad (12)$$

가 된다. 따라서 적절한 응답을 위하여 기준 모델을 1차 시스템으로 다음과 같이 택할 수 있다.

$$y^*(k) = e_d y^*(k-1) = (1 + e_d)w(k-1) \quad (13)$$

여기서  $e_d$ 는 기준모델 시상수이며,  $w$ 는 기준입력치이다.

Goodwin & Sin[4]의 방법에 의해 다음과 같이 파라미터 추정을 위한 parameterization을 할 수 있다.

$$\begin{aligned} & y(k+1) + e_d y(k) \\ & = [y(k) \ y(k-1) \ y(k-2) \ u(k) \ u(k-1) \ u(k-2)] \begin{bmatrix} e_d - a_1 \\ -a_2 \\ -a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \\ & \triangleq \phi(k)^T \theta \end{aligned} \quad (14)$$

파라미터 추정을 위해서는 다음과 같이 최소자승법(Least-Squares Method)을 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) & = \hat{\theta}(k-1) \\ & + \frac{P(k-2)\phi(k-1)}{1 + \phi(k-1)^T P(k-2)\phi(k-1)} [y(k) + e_d y(k-1) - \phi(k-1)^T \hat{\theta}(k-1)] \end{aligned} \quad (15)$$

$$P(k-1) = P(k-2) - \frac{P(k-2)\phi(k-1)\phi(k-1)^T P(k-2)}{1 + \phi(k-1)^T P(k-2)\phi(k-1)} \quad (16)$$

이때  $\hat{\theta}(0)$ 는 초기파라미터 추정치로 주어지며  $P(0)$ 은 설계변수이다. 제어법칙으로는 파라미터 추정치  $\hat{\theta}(k)$ 가 실제 값인 것으로 가정하여 구성하는 방법인 Certainty Equivalence Control기법으로 다음과 같이 설계한다. 즉,

$$\begin{aligned} y(k+1) & = e_d y(k) = \phi(k)^T \hat{\theta}(k) \\ & = y^*(k+1) + e_d y^*(k) \\ & = (1 + e_d)W(k) \end{aligned} \quad (17)$$

설계된 적응제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(k) & = [(1 + e_d)W(k) - \hat{\theta}_1(k)y(k) - \\ & \hat{\theta}_2(k)y(k-1) - \hat{\theta}_3(k)y(k-2) - \hat{\theta}_5(k)u(k-1) \\ & - \hat{\theta}_6(k)u(k-2)] / \hat{\theta}_4(k) \end{aligned} \quad (18)$$

### 5. 수치해석

시뮬레이션을 위해서  $T_1' = 29.29$ ,  $T_2' = 0.445$ ,  $T_3' = 0.918$ ,  $K' = 19.8$ 인 선수요 운동에 대해서 Sampling Time을 0.5로 하였다. 3절에서 설계한 최적제어기로 페루프를 구성하고 상태변수궤환제어를 시뮬레이션하였다. 성능지표의 Q, R의 상대변화에 따른 initial value response, step response, pulse response 등이 Fig.1에 보여진다. R값이 Q에 대해 상대적으로 커질 때 control을 가능한 한 적게 사용하겠다는 제어기준이므로 응답특성이 늦은 것을 볼 수 있다. 또한, 기준의  $T_1'$ ,  $T_2'$ ,  $T_3'$ ,  $K'$  값으로 부터 설계한 최적제어 이득을 시스템의 기준 파라미터를  $\pm 30\%$  변화시켰을 때의 결과가 Fig.2에 나타난다. 즉, 최적제어기를 설계할때 가정인 참값의 시스템 파라미터가 잘못 추정되었을때 상태변수 궤환에 의한 제어기는 적응성이 떨어짐을 알 수 있다.

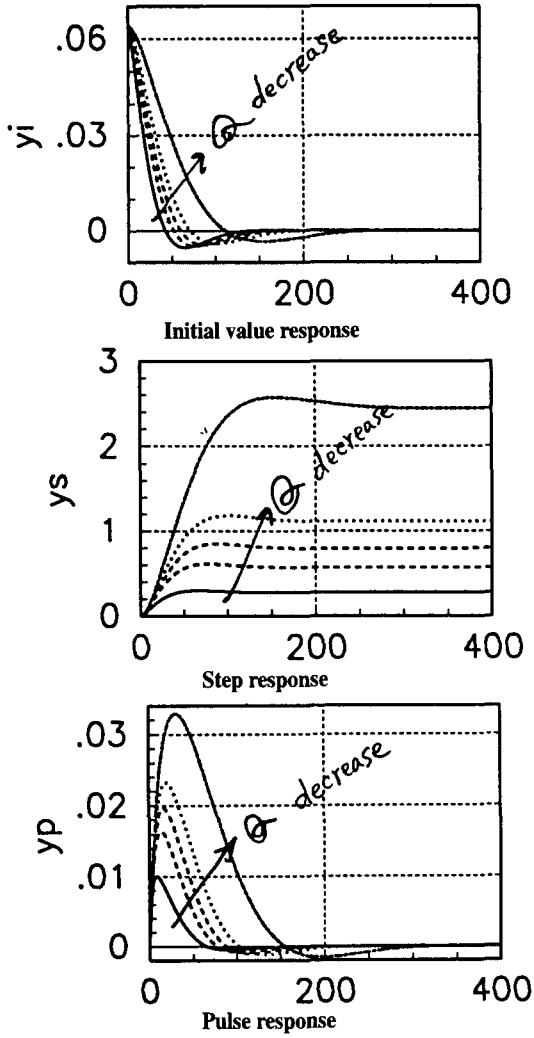


Fig. 1 System responses due to the performance index changes ( $Q/R=0.2, 0.5, 1, 1.5, 2$ )

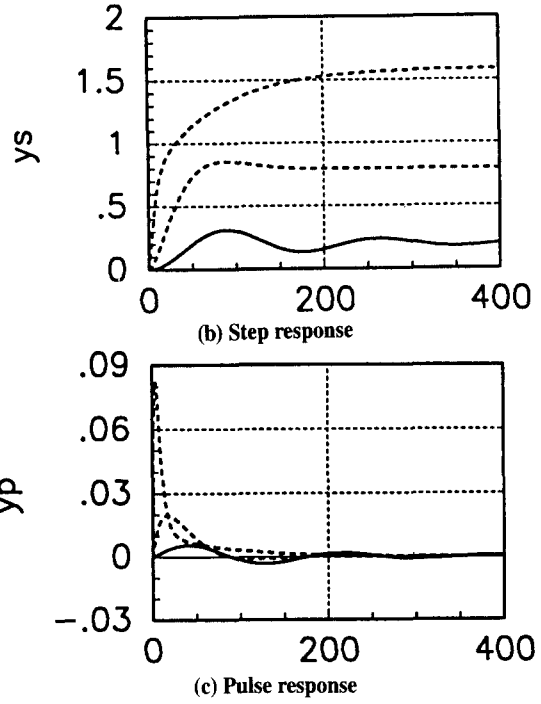
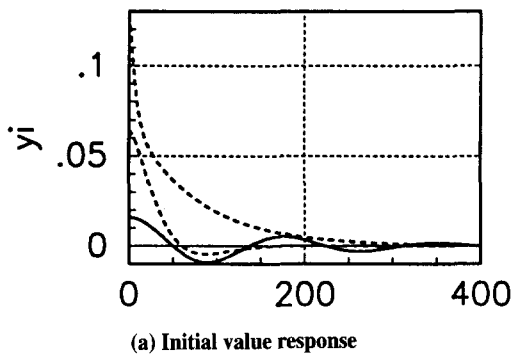


Fig. 2 System responses due to the parameter changes with optimal statefeedback gain ( $\pm 30\%$ )

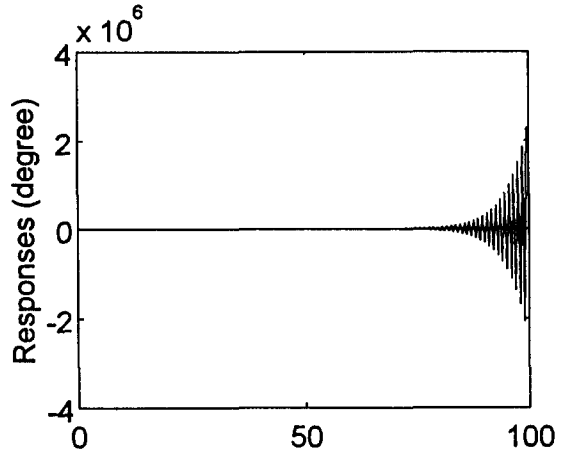
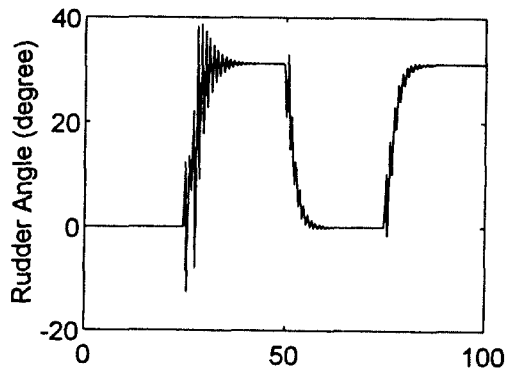
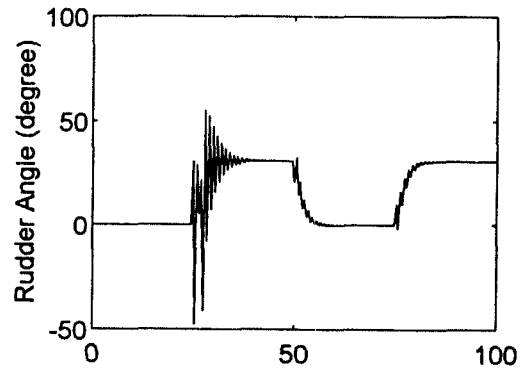


Fig. 3 Nonadaptive control

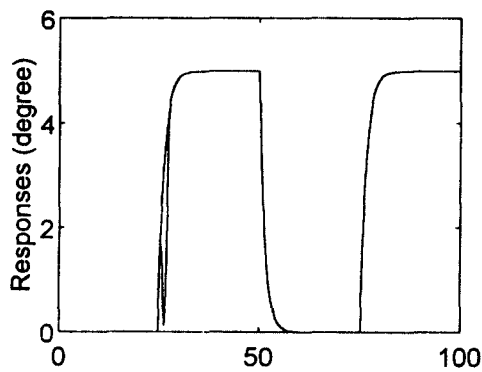
다음으로  $e_d = -0.7$ 로 택하고 명령  $w(k)$ 로는 무차원화된 시간 25초간씩  $0^\circ$ 와  $5^\circ$ 를 교대로 주었다. 먼저 상수들의 추정값이  $\hat{T}_1' = 1.05, \hat{T}_2' = 1.05T_2', \hat{T}_3' = 0.95T_3', \hat{K}' = 0.95K$ 와 같이 부정확한 값으로 추정되었을때 고정된 이득을 갖는 모델 기준제어기법을



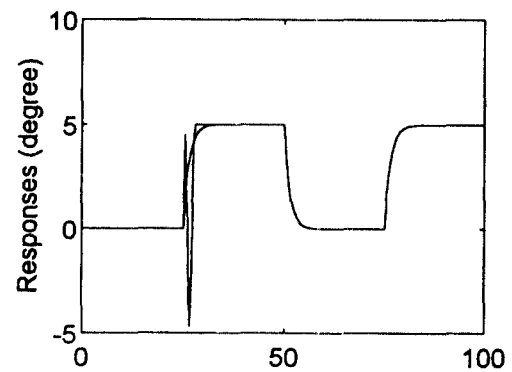
Control input



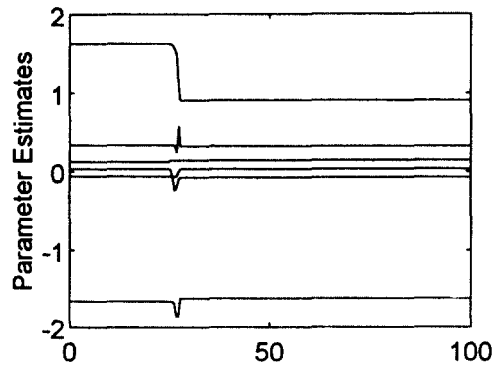
Control input



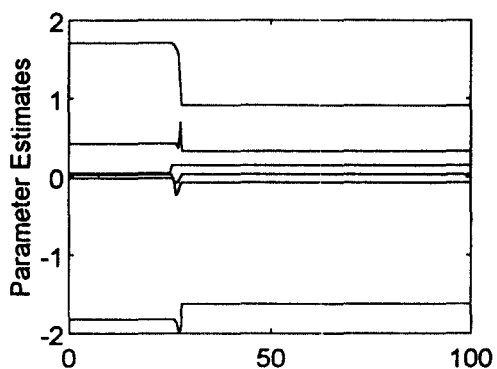
Reperence and output signals



Reperence and output signals



Parameter estimates



Parameter estimates

Fig. 4 Adaptive control (for 5% error)

Fig.5 Adaptive control (30% error)

이용하면 Fig.3과 같이 불안정한 시스템이 된다. 그러나, 모델기준 적응제어기법을 이용하면 Fig.4에서 보듯이 아주 만족스럽게 명령추종이 이루어진다. 제어 입력인 타각은 빠른 명령추종을 위하여 과도 응답시 진동하는 것을 볼 수 있다. 파라미터 값들이  $\hat{T}_1' = 1.3T_1'$ ,  $\hat{T}_2' = 1.3T_2'$ ,  $\hat{T}_3' = 0.7T_3'$ ,  $\hat{K}' = 0.7K$ 일 때도 Fig.5에서 보듯이 출력응답은 만족할 만하다. 그러나 제어입력인 타각이 다소 큰 폭으로 빠른 진동을 한다. 더 큰 오차를 갖는 추정치에 대해서도 출력응답은 만족스럽게 명령추종을 하나 제어입력은 타각이 매우 커지게 된다. 이상과 같이 파라미터 값들이 참값의 약 30% 이내로 추정될 경우에는 만족스러운 적응 Auto-Pilot을 구성할 수 있다.

## 6. 결 언

본 연구는 실제로 Auto-Pilot시스템의 제어알고리즘을 설계함에 있어서 선박의 운동특성을 나타내는 파라미터의 부정확한 추정 및 운항조건에 따른 변화를 고려할 때 최적의 제어알고리즘을 찾고자 함이 목적이었다. 앞서 본 바와 같이 상수 파라미터는 구성된 최적 제어기보다는 적응제어기의 성능이 Auto-Pilot시스템에서는 나은 것으로 보인다. 앞으로 확률적 시스템에서의 적응제어기에 대한 검토가 이루어져야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] M. Gimprich and I. Schiff, "Automatic Steering of Ships by Proportional Control", *Trans. SNAME*, 1949
- [2] Abkowitz, M.A., "Stability and Motion Control of Ocean Vehicle", *MIT Press*, 1969
- [3] Nomoto, K., "Analysis of Kempf's Standard Maneuver Test and Proposed Steering Quality Indices", *DTMB Report*, 1461, 1960
- [4] G.C. Godwin and K.S.Sin, "Adaptive Filtering, Prediction and Control", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.
- [5] Matsumoto, suemitsu, "Maneuvering Performance Test Analysis by Mathematical Response Model", *관서조선협회지* 제 180호, 1981
- [6] Bryson & Ho *Optimal Control*, 1969
- [7] 김선영외, 조종성능 추정기법 개발(1), 한국기계연구소 연구보고서 UCE 337-1082.D, MAR. 1988
- [8] Kailath, T., "Linear Systems", Prentice-Hall, 1980.
- [9] "MatrixX User's Guide(1987) Engineering Analysis and Control Design", Integrated System Inc, 1987
- [10] Franklin, Powell and Emami-Naeini, "Digital Control of Dynamic System", Prentice-Hall 1990

[1] M. Gimprich and I. Schiff, "Automatic S-