

수학교육에서 스프레드시트의 활용

김 용 대(한국고원대 대학원)

김 원 경(한국고원대학교)

I. 서론

수학교육은 문제를 해결하기 위해 노력을 필요로 하는 문제 상황에 학생들을 참여시켜야 한다. 그 문제는 학생들에게 이용 가능한 기술 공학을 사용하며, 협동적인 문제해결과 토의에 참여하도록 하는 집단 프로젝트 일 수 있다. 빠르게 계산하는 능력, 관계성을 순간적으로 그래프로 나타내는 능력, 그리고 한 변인을 체계적으로 변화시키고 다른 변인에서 무엇이 일어나는지를 관찰하는 능력등은 학생들이 독립적으로 수학을 행하는데 도움을 준다.

NCTM(1987)은 “수학 교수 학습에서 컴퓨터의 사용”이라는 공식 입장에서 『컴퓨터 공학은 우리의 수학학습 방법을 변화시키고 있다. 결과적으로 수학 프로그램의 내용과 수학이 학교에서 가르쳐지는 방법이 변하고 있다. 따라서 학생들은 적절한 수학 내용의 학습을 꾸준히 해야 한다. 그리고 그들은 수학을 하는데 있어서 컴퓨터를 언제 어떻게 사용해야 하는가를 알아야 한다. 수학 교사들은 수학 교실에서 프로그래밍 언어와 스프레드시트와 같은 다양한 컴퓨터 도구를 적절하게 사용할 수 있어야 한다. 예를 들어, 교사는 컴퓨터 프로그램으로써 알고리즘을 표현하는 것이 학생들의 통찰을 깊게 한다는 것을 알아야 한다. 그리고 그들은 학급 전체나 학생 개개인의 필요에 따라 프로그램을 개발하거나 수정할 수 있어야 한다. 공학의 발달과 보조를 같이 하는것은 수학 교사가 가장 능률적이고 효과적인 도구를 사용하게 한다.』와 같이 주장한다.

또한 “학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준(1989)”에서 『수업에서 기술공학의 사용은 수학의 학습과 지도 방법 모두를 변화시킬 것이다. 컴퓨터 소프트웨어는 교실 시범에 효과적으로 사용될 수 있으며, 학생들이 추가적인 예를 탐구하거나, 독립적인 탐구를 수행하거나, 프로젝트나 숙제를 하는데 있어서 자료를 생성시키거나 요약하는데 도움을 줄 수 있다. 계산기와 적절한 소프트웨어를 가진 컴퓨터는 많은 수학교실을 탐구하고 가설을 세우고 발견을 검증하는 과학 실험실과 같은 환경으로 만들 것이다. 이러한 환경에서 교사는 실험을 촉진시키며, 학생들로 하여금 아이디어를 정리하고 앞에서 학습한 내용과 관련시키는 기회를 제공할 수 있을 것이다. 기술공학이 잘 갖추어진 교실 환경이 수업 형태에 미치는 가장 근본적인 결과는 교사와 학생이 수학적 아이디어를 발전시키고, 수학 문제를 해결하는 가장 자연스러운 파트너가 되는 역동적인 교실이 생겨날 수 있다는 점이다.』와 같이 주장한다.

계산을 수행하기 위해서 적당한 방법을 사용하는 것은 과거보다 훨씬 중요해졌다. 예를 들어, 우리는 식당에 가서 비용을 계산하기 위해서 암산을 해야 하며, 세금 계산을 위해서 계산기를 사용하고, 언제까지 신용카드 대금을 지불하면 되는지를 계산하기 위해서 컴퓨터를 사용할 것이다. 학생들은 언제 어느 방법을 사용하고, 어떻게 계산해야 하는가를 알 필요가 있다. 학생들은 다양한 계산 도구로부터 나온 결과를 특정 문제나 상황에 적합한 답으로 고칠 줄 알아야 한다.

스프레드시트는 수학 수업을 위하여 유용하고 흥미있는 도구가 된다. 이것은 또한 수학 자

체에서 효과적이고 창조적으로 사용될 수 있다. 반복적이고 순환적인 알고리즘은 스프레드시트를 통하여 쉽게 실행 된다. 그리고 또한 사용자가 초기값과 변수를 변화시킬 수 있고 그 결과를 즉시 확인 할 수 있는 도구이다. 게다가 많은 수학적 문장제 문제들도 스프레드시트를 통하여 작성되고 분석되고 해결된다. 스프레드시트는 알고리즘의 실행 뿐만 아니라 수학적 모델링과 문제해결을 가르치는 도구가 된다.

만약 교사가 스프레드시트를 학생들에게 가르치기를 원한다면 수학상황내에서 그것을 하는 것이 좋다. 교사는 학생들에게 “여기에 많은 계산을 요구하는 문제가 있다. 그러면 컴퓨터가 이러한 계산을 어떻게 하는지를 알아 보자”라고 말하지 않고 “여기에 스프레드시트가 있다. 이것은 어떤 계산을 하는데 사용되는가?” 라고 말해야 한다. 스프레드시트는 수학에 대한 새로운 세계를 열 수 있다. 스프레드시트를 사용하면 학습자가 수학적 아이디어를 개발하고 표현 하는데 많은 도움을 준다. 이상적인 스프레드시트는 문제해결 과정에서 학습자에게 도움을 주는 특징을 가지고 있다. 또한 스프레드시트를 통한 활동은 학생들이 대수적 사고를 개발하는데 도움을 주고 그것은 컴퓨터 환경이 아닌 종이 환경에서도 가능하다. 스프레드시트에서 대수적 기호화로의 전환은 많은 사람들이 생각하는 것 만큼 어려운 것은 아니다. 스프레드시트는 수학의 학습과 실행을 위한 풍부한 환경을 제공할 수 있다. 특히 이것은 교실에서 사용되는 여러가지 수학적 활동을 제시한다. 스프레드시트는 다음과 같은 내용의 학습을 용이하게 만든다.

- 방정식 풀기
- 정수해 찾기
- 통계적 자료저장
- 대수적 동치 조사
- 최적화
- 프로젝트
- 수학적 모델링
- 수의 패턴과 수여 찾기

- 문제해결
- 알고리즘

본 고에서는 수학교육에서 스프레드시트를 활용하는 방법에 대하여 알아보려고 한다.

II. 수학교육에서 스프레드시트의 활용

A. 수학교육과정에 나타난 스프레드시트 분야

1. 국민학교

- 1) 숫자의 계산
- 2) 평균의 계산: 간단한 자료의 입력을 통해 평균 계산하기 및 평균 원리를 통해 한 분야의 점수 찾아내기
- 3) 수의 계산에서 근사값: 반올림, 올림, 버림
- 4) 간단한 표와 띠 그래프: 일정한 자료를 조사하여 사용하기
- 5) 간단한 표와 막대 그래프: 일정한 자료를 조사하여 사용하기, 그래프는 가로형과 세로형 둘다임
- 6) 간단한 표와 격은선 그래프: 일정한 자료를 조사하여 사용하기 및 변화의 차이가 미세한 부분은 범위를 집중된 곳에서 세분하기
- 7) 모눈종이형 그래프 그리기: 관계식의 대응표를 보고 그래프 그리기
- 8) 간단한 표와 그림 그래프: 일정한 자료를 조사하여 사용하기
- 9) 간단한 표와 사각형 그래프: 일정한 자료를 조사하여 사용하기
- 10) 간단한 표와 원 그래프: 일정한 자료를 조사하여 사용하기
- 11) 한 셀에 대해 일정한 비율로 곱하거나 나누고 그래프로 나타내기
- 12) 연비계산: 세가지 비율에서 하나만이 기준이 되는 것에서 세 비율의 관계 계산하기
- 13) 도수 분포표: 도수 분포표 만들기
- 14) 간단한 표와 히스토그램: 일정한 자료를 조사하여 그래프로 나타내기

15) 경우의 수 나타내기: 동전이나 주사위, 가위, 바위, 보를 통해 나올 수 있는 경우의 수를 보여 주기

스프레드시트는 순서쌍을 통해 그래프의 위치를 나타내는데에서 그 기본 개념을 가질 수 있다. 수학에서 계산을 위해 사용할 수 있으며, 그래픽 분야에서 많이 요구된다. 예를 들어, 국민학교에서 나오는 그래프는 막대 그래프, 꺾은선 그래프, 그림 그래프, 비율 그래프, 원 그래프 등 기존의 LOTUS가 갖고 있는 그래프보다 좀 더 많이 요구되어진다. 또한 수 계산에 있어서 소수와 분수의 계산이 있으며 나눗셈에 있어서 나머지 처리 문제 등이 있다.

2. 중학교

1) 숫자의 계산: 가감승제(수학 전과정)와 간단한 수학적 계산(제곱, 제곱근, 삼각비의 값)

2) 평균, 산포도 구하기: 간단한 자료 입력을 통해 평균, 분산, 산포도 구하기

3) 수 계산에서의 근사값: 올림, 버림, 반올림, 근사값의 사칙 연산

4) 간단한 표 작성과 그래프 형식 지정: 자료를 조사하여 표 만들기과 그래프 그리기(원 그래프, 막대 그래프, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형)

5) 행렬의 곱: 약수와 배수 찾기

6) 자료의 순서 배열: 자료를 크기 순으로 나열하여 중앙값 및 누적도수분포다각형 그리기와 임의의 크기는 몇번째 자료인가? 를 다루는 문제

7) 모눈종이 형식의 그래프 그리기: 순서쌍을 좌표평면에 표시하기

8) 삼각비의 값 계산: 간단한 삼각비 계산

스프레드시트는 부분적으로 워드프로세스의 일부 기능을 포함하며 그래픽의 일부 기능을 효과적으로 가지고 있을 뿐 아니라 데이터베이스의 대용으로도 사용될 수 있다.

반복적으로 정의된 수열은 스프레드시트를

통하여 쉽게 만들어진다. 이러한 예는 계승, 피보나치 수열, 이항계수, 최대공약수를 구하는 유클리드의 알고리즘 등이다.

(예 1) 피보나치 수열

피보나치 수열은 다음과 같이 순환적으로 정의된다.

$$a(1)=1; a(2)=1; a(i)=a(i-1)+a(i-2), i>2$$

A		
1	FIB NO	
2	1	[1]
3	1	[1]
4	A2+A3	[2]
5	A3+A4	[3]
6	A4+A5	[5]
...		
19	A17+A18	[2584]
20	A18+A19	[4181]

위의 스프레드시트에서 이 수열의 처음 두 항은 A2셀과 A3셀에 입력된다. 그리고 세번째 항은 A2+A3의 형태로 A4셀에 입력된다. 이와 같은 방법이 반복적으로 계속된다.

(예 2) 계승

자연수 n에 대하여 n!은 다음과 같이 반복적으로 정의된다.

아래의 표는 n!을 계산하는 스프레드시트를 나타낸다. B2=1!, B3=2!, B4=3!, B5=4!, B6=5! 등등이 된다.

$$1!=1; n!=n \times (n-1)!, n>1$$

	A	B
1	N	N!
2	1	[1] A2
3	1+A2	[2] A3×B2
4	1+A3	[3] A4×B3
5	1+A4	[4] A5×B4
6	1+A5	[5] A6×B5

스프레드시트는 다음과 같은 몇가지 장점을 가지고 있다.

① 스프레드시트는 반복적이고 순환적이며 개념 체계를 표로 나타낼 수 있는 문제를 쉽게 다룰 수 있으며, 교사와 학생들이 변수, 상수, 단계의 크기를 고칠 수 있게 되어 “만약에 무엇이면?”과 같은 탐구활동을 할 수 있다.

② 스프레드시트는 알고리즘이나 모델링을 창출하는데 따른 직관력을 키울 수 있다.

③ 스프레드시트는 학생들이 수를 계산하거나 조작하는데 방해받지 않음으로써 수학기초 해결 과정에 초점을 맞출 수 있다. 이것은 수학의 본질을 드러내기 위한 가능한 복잡한 계산을 하지 않고 의미있는 수학적 적용에 대한 깊은 탐구를 가능하게 한다.

④ 스프레드시트는 생생한 계산 과정을 스크린 위에서 보도록 함으로써 한 변수가 바뀔 때마다 그 계산의 전체 양상이 어떻게 변화되는가를 한 눈에 파악할 수 있다.

스프레드시트는 컴퓨터를 통하여 접근할 수 있는 수학적인 환경이다. 스프레드시트 프로그램은 열을 나타내는 문자와 행을 나타내는 숫자로 구성되어 있다. 예를 들어, 아래 그림에서 25가 있는 셀은 A열 3행을 나타낸다.

	A	B	C	D
1				
2				
3	25			
4				

스프레드시트의 힘은 각 셀이 숫자의 직접적인 대입이나 정보를 사용한 수학적 공식에 의하여 결정된 수치적인 값을 포함하는 것이다.

B. 수학교실을 위한 이상적인 스프레드시트

1. 스프레드시트 종류

교사들이 가장 쉽게 사용할 수 있는 스프레드시트는 Grasshopper, Viewsheet, Logistix, Multiplan, Excel 등이다. 예를 들어 가장 많이 사용하는 Excel은 마우스를 사용한다. 이상적인 스프레드시트는 많은 수의 행과 열을 가지고 있다. 여기에 가장 가까운 것이 Logistix(2048행과 1024열)와 Excel (16348행과 256열) 이다. 모든 스프레드시트 패키지에서 자료(숫자)와 공식(문장)은 셀 속에 입력된다. 자료를 입력하는 것은 대부분 직접적이다. 스프레드시트에서 문장을 입력하는 절차는 숫자를 입력하는 절차와 다르다.

2. 공식의 입력

수학 학습에서 모든 스프레드시트의 중요한 특징은 공식의 사용이다. 이러한 공식의 표현은 스프레드시트의 셀 형태에 따라 다르다. 보통 두가지 셀 형태가 있다. A1 스타일과 R1C1 스타일의 두가지가 있다. 예를 들어, A1 스타일에서 각 셀은 다음과 같이 식으로 나타난다.

	A	B	C
1			
2	1		
3	=A2+1		
4			
5			

A1 스타일을 사용하는 스프레드시트에서 상대적인 관련성을 갖는 공식이 복사될 때 공식은 자동적으로 변하게 된다. A1 스타일의 스프레드시트는 공식이 더 친근해 보이고 대수적 규칙과 더 가깝게 닮았고 학습자가 스프레드시트 형식에 대한 경험을 대수적 상황으로 전이하는데 더 쉽다.

	A	B	C
1			
2	1		
3	=A2+1		
4	=A3+1		
5	=A4+1		
6	=A5+1		
7	=A6+1		

스프레드시트를 효과적으로 사용하기 위하여 학습자가 겪는 가장 큰 어려움은 공식을 정하고 그것을 이해하는 것이다. 많은 학습자들(교사와 학생 모두)은 공식을 입력하기 전에 상당한 양의 시간을 필요로 한다.

컴퓨터에 기초한 활동을 할 때 디버깅(debugging)은 아주 중요한 문제해결 전략이다. 스프레드시트 환경에서 디버깅의 가장 중요한 측면은 기대하지 않았던 결과를 산출하는 공식을 다루는 것이다. 학습자가 특수한 공식의 산출에 초점을 맞추도록 도와주기 위하여 그것은 접근 가능할 때 언제든지 제시되는 것이 중요하다. 또한 스프레드시트에서 편집하는 것(editing)은 무의미한 키들의 조합들을 기억하는 것이 아닌 직접적인 과정이다. 공식을 편집하는 것은 Excel과 Logistix 모두에 해당된다. 또한 Excel 패키지에서는 그래프를 그릴 때 그래프가 스프레드시트와 동시에 나타난다.

III. 인간 스프레드시트

스프레드시트는 수의 패턴을 탐구하는 데 용이하게 해준다. 수학교실에서 간단하게 할 수 있는 스프레드시트의 활동은 다음과 같다.

A. 의자 스프레드시트

교실의 의자를 4×4 형태로 배열한 다음 각각의 의자에 한 사람씩 앉힌다. 각 열을 A, B, C, D라 하고 각 행을 1, 2, 3, 4라 한다. 의자에

앉은 각 학생은 하나의 셀이 된다. 이제 학생들은 다음의 규칙에 따른다.

① A열은 5를 더한다. 즉, A열의 각 학생의 숫자는 앞 학생의 숫자에 5를 더한 수이다.

② B열은 3을 곱한다. 즉, B열의 각 학생의 숫자는 앞 학생의 숫자에 3를 곱한 수이다.

③ C열은 A와 B를 더한다. 즉, C열의 각 학생의 숫자는 같은 행의 A열과 B열의 숫자를 더한 수이다.

④ D열은 3A와 2B를 더한다. 즉 D열의 각 학생의 숫자는 같은 행의 A열의 3배와 B열의 2배를 더한 수이다.

이것을 표로 만들면 다음과 같다.

	A	B	C	D
	+5	×3	A+B	3A+2B
1				
2				
3				
+4				

교사는 A1셀과 B1셀에 숫자를 지정해주고 나머지 셀의 값을 학생들이 위의 규칙에 따라 계산을 하게 한다. 이것은 학생들로 하여금 가치있는 토의와 협동을 이끌 수 있게 한다. 예를 들어 A1에 2를 B1에 1을 정해주면 각 셀의 값은 다음과 같아진다.

	A	B	C	D
	+5	×3	A+B	3A+2B
1	2	1	3	8
2	7	3	10	27
3	12	9	21	54
4	17	27	44	105

이와 같은 방법으로 처음의 수를 변화시키면서 활동을 계속할 수 있다. 점차적으로 처음에

주어지는 숫자를 더 깊은 셀에 제시할 수 있다.

+5	×3	A+B	3A+2B
13	18		

+5	×3	A+B	3A+2B
	27	43	

이와 같이 스프레드시트를 새롭게 하는 것은 학생들이 역연산, 간단한 방정식의 해, 연립방정식, 공식의 사용, 시행과 향상 전략을 통하여 흥미있는 일이 될 수 있다. 또한 때에 따라서는 처음에 제시하는 숫자를 음수로 택할 수 있다.

어느 단계에서는 각각의 의자에 앉아 있는 학생들의 위치를 바꿀 수 있다. 즉, 쉬운 위치에 있던 학생을 좀 더 어려운 위치에 옮기고 어려운 위치에 있던 학생을 좀 더 쉬운 위치로 옮길 수 있다. 또다른 변화는 각 열의 공식을 바꿀 수도 있다. 그래서 같은 숫자로 시작 했을 때 처음의 스프레드시트와 어떻게 다른지를 생각하게 한다.

위의 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫째는 먼저 각 열에 공식을 정하고 각 셀에 숫자를 채워나가는 방법이고 둘째는 먼저 모든 셀에 숫자를 채운 다음 각 열에 해당하는 올바른 공식을 찾는 방법이다. 예를 들면, 다음과 같이 각 열의 공식을 구하는 스프레드시트를 작성할 수 있다.

?	?	?	?
1	2	3	0
3	6	9	0
5	12	17	2
7	24	31	10

이러한 활동은 개방형 탐구(open-ended investigation)를 위한 기회를 제시한다. 위와 같은 스프레드시트의 아이디어는 초등학생들에

게 의미있고 재미있는 활동이 될 수 있다.

B. 스프레드시트 게임

Joe Murray(1990)는 인간 스프레드시트에 기초한 교실을 만들기 위하여 많은 아이디어를 제시하고 있다. 이것은 수의 패턴, 공식과 방정식의 해를 이용한다. 의자를 학급의 크기에 따라 배열한다. 여기서 4×3 배열을 이용하는데 행은 1, 2, 3, 4를 사용하고 열은 A, B, C를 사용한다. 12명의 학생이 배열된 각각의 의자에 앉는다. 교사는 스프레드시트에 대한 규칙을 만든다. 교사는 카드를 준비하고 게임을 하는 동안 답을 체크하면서 학생들을 돕는다. 그는 또한 어떤 셀이 자료셀인지를 정해준다.

1. 경기자

각각의 경기자는 특수한 셀을 위한 규칙이 적힌 카드를 갖는다. 예를 들어 A3셀에 있는 경기자는 "A2+1" 이라는 규칙이 적힌 카드를 가지게 된다. 그리고 A1셀에 있는 경기자는 "임의의 수를 선택하라"고 적힌 카드를 가지게 된다.

A3
A2+1

A1
임의의 수를 선택하라

경기자의 목적은 모든 규칙들이 성립하게 하는 것이다. 이것은 개별적으로 행해져야 한다. 즉, 각 경기자는 다른 경기자의 규칙을 물을 수 없다. 그러나 그들은 자신의 값을 다른 경기자에게 말할 수 있다. 자료 셀에 있는 경기자는 어떤 수를 선택하고 이것을 전달하여 각각의 경기자가 그들 자신의 값을 계산할 수 있도록 한다. 각 경기자는 스프레드시트를 나타내는 백지를 갖고 있는데 그것은 활동이 진행됨에 따라 채워지게 된다.

7	14	17
8	16	19
9	18	21
10	20	87

-10	-20	-17
-9	-18	-15
-8	-16	-13
-7	-14	-66

게임의 규칙은 다음과 같다.

- 다른 사람들이 자신의 공식을 보지 못하도록 하라.
- 공식을 사용하여 각 셀의 값을 계산하고 그것을 카드에 적어라. 다른 사람의 숫자가 무엇인지를 물어봐도 된다.
- 옆 사람에게 자신의 숫자를 알려 주어라. 해결자가 듣지 못하도록 하라.
- 다른 값을 사용하여 게임을 반복하면서 각 셀을 위한 규칙을 만들어 보아라.

2. 해결자

해결자들은 공식이 적힌 모든 스프레드시트를 가진 카드를 가질 수 있다. 그들의 임무는 자료 셀을 위한 가능한 값을 만드는 것이고 C4에 해당하는 값을 만든다. 이 값은 그들이 경기자에게서 얻을 수 있는 유일한 정보이다.

경기자들이 자신의 값을 바쁘게 계산하는 동안, 해결자들은 C4에 있는 값에서 부터 뒤쪽의 것을 작성하는 방법을 고안해야 한다. 대부분의 해결자들은 마지막 셀을 위한 방정식을 만들기 위하여 대수를 사용한다. 경기자들은 공식을 만

	A	B	C
1	?	$A1 \times 2$	$B1 + 3$
2	$A1 + 1$	$A2 \times 2$	$B2 + 3$
3	$A2 + 1$	$A3 \times 2$	$B3 + 3$
4	$A3 + 1$	$A4 \times 2$	$C1 + C2 + C3 + A4 + B4$

들기 전에 여러가지 실행을 하는데 큰 수, 소수, 분수, 음수 등을 입력자료로 사용한다.

	A	B	C
1	?	?	$A4 + A1 + B1$
2	$A1 + 1$	$B1 + 2$	$A1 + A2 + B2$
3	$A2 + 1$	$B2 + 2$	$A2 + A3 + B3$
4	$A3 + 1$	$B3 + 2$	$A3 + A4 + B4$

이것은 두개의 자료셀 A1과 A2를 차례로 대수적으로 표현한다. 이러한 셀에 있는 값들은 x와 y이다.

x	y	$2x + y + 3$
$x + 1$	$y + 2$	$2x + y + 3$
$x + 2$	$y + 4$	$2x + y + 7$
$x + 3$	$y + 6$	$2x + y + 11$

만약 C4 셀의 값을 38로 하면 $2x + y + 11 = 38$ 이 된다. 이것은 유일한 해를 가지지는 않는다. 그리고 우리는 해결자가 모든 가능성을 자연수에 제한되어 찾았다고 결정했다. 해결자들은 그들의 스프레드시트를 대수적 용어로 바쁘게 해석하는 것으로 나타났고, 반면에 경기자들은 패턴을 사용하여 계산하고 공식을 추측하는 것으로 나타났다.

C. 스프레드시트를 통한 기호화

스프레드시트 활동은 함수와 대수이야기 문제에 많이 이용된다(특히 함수, 역함수, 동치식). 학생들은 스프레드시트를 통하여

- 규칙을 입력하기
- 규칙을 찾기
- 함수와 역함수
- 일반적인 규칙을 기호화 하기
- 소수와 음수
- 대수적 통치식(예를 들어 $5n$ 와 $2n + 3n$)

에 대한 아이디어를 배운다.

우리는 다음 예에서처럼 스프레드시트 공식

의 작성에 강조점을 둔다.

(예) 다음 숫자들의 표를 작성하는데 도움을 주기 위해서 스프레드시트를 사용하라.

#1. x에서부터 y를 구하는 규칙을 써 보아라.

$$y =$$

#2. y에서부터 x를 구하는 규칙을 써 보아라.

$$x =$$

x	y	x
1	0.5	1
2	1	2
3	1.5	3
4	2	4
5	2.5	5

1. 대수이야기 문제

학생들은 다음과 같은 방법에 의해서 대수이야기 문제를 해결하기 위하여 스프레드시트를 사용한다.

- 스프레드시트 셀을 통하여 미지수를 표상하는 것

- 미지수를 사용하여 문제 내에서의 관계를 표현하는 것

- 미지수를 다양하게 하여 스프레드시트 셀의 값을 변화시킴으로써 해를 구하기

이것은 다음의 예를 통해서 설명된다.

(예 1) 직사각형 모양의 토지의 둘레의 길이가 102m이다. 토지의 세로의 길이는 가로의 길이의 2배이다. 토지의 세로와 가로의 길이를 구하기 위하여 스프레드시트를 사용하라.

	A	B	C	D
1		가로	세로	둘레
2		8		
3				
4				

예를들어, 8과 같이 가로의 길이를 넣어라.

가로의 길이에서 부터 세로의 길이를 계산하는 규칙을 넣어라.

세로의 길이와 가로의 길이에서 둘레를 계산하는 규칙을 넣어라.

당신이 질문에 대답할 수 있을때까지 가로에 해당하는 숫자를 변화시켜라.

가로의 길이= 세로의 길이=

다음 예는 스프레드시트와 대수적 기호에서 공식을 표현하는 것을 나타낸다.

(예 2) 만약 당신이 x의 값을 안다면 y의 값을 말해주는 표이다.

x	y
0	3
1	4
2	5
3	6

x의 값에 y의 값을 연결시키는 규칙이 있다.

- 값은 얼마인가?
- 당신은 $y =$ 으로 시작하는 공식을 사용하여 규칙을 표현할 수 있는가?
- 만약 x의 값이 50이면 y의 값은 얼마인가?
- 스프레드시트 언어로 규칙을 써라.
- 스프레드시트 언어로 실행되지 않는 규칙을 써넣어라.

스프레드시트의 대수적 기호는 비교적 큰 노력을 들이지 않고 학습되어진다. 왜냐하면 이것은 컴퓨터를 가지고 의사소통을 할 수 있는 언어이기 때문이다.

위의 예는 대수적 기호로 표현된 간단한 함수의 역함수를 구하는 스프레드시트 경험을 하게 만든다. 예를들어 $B=A \div 3$ 라는 식이 주어지고 B에 관한 식으로 A를 나타내어라고 물으면 $A=B \times 3$ 으로 쓸 수 있다.

2. 원리함계의 문제

다음의 예는 수학의 소비자 응용에 관한 것이다.

한 학생이 6%의 연리로 100달러를 저축했다. 10년 후에 예금 총액은 얼마나 되겠는가?

수준 1: 계산기를 사용하여 다음 관계를 계속해서 적용함으로써 매년 돈의 액수를 계산할 수 있을 것이다.

매년 말의 액수=(매년 초의 액수)+0.06(매년 초의 액수)

이 관계를 적용하면 다음이 된다.

원금=100
 1년후: 예금총액=100+0.06(100)=106
 2년후: 예금총액=106+0.06(106)=112.36
 3년후: 예금총액=112.36+0.06(112.36)
 =119.10
 .
 .
 10년후: 예금총액=168.95+0.06(168.95)
 =179.08

컴퓨터 스프레드시트의 사용은 이 활동의 자연스러운 확장이며 이 수준의 학생들에게 후속 학습을 위한 강력한 도구를 제공한다.

이 수준의 학생들은 또한 계산 처리를 위해 규칙성을 사용할 수 있다.

1년후: 예금총액= 100(1.06)¹
 2년후: 예금총액= 100(1.06)²
 3년후: 예금총액= 100(1.06)³
 .
 .
 10년후: 예금총액= 100(1.06)¹⁰

이들은 직접적인 계산에 의해 획득된 값과 그 결과를 비교함으로써 이 규칙성을 검증할 수 있다. 이 규칙성이 다른 초기값에 따라 어떻게 변화될 수 있는지의 논의는 학생들에게 추가적인 수학적 위력을 느끼게 해준다.

예를 들어,

기간이 20년이면, 예금총액 = 100(1.06)²⁰
 원금이 200달러이면, 예금총액 = 200(1.06)¹⁰
 연이율이 12%이면, 예금총액 = 100(1.12)¹⁰

수준 2: 수준 1을 마친 후 학생들은 한해한 해 계산한 결과를 일반화할 수 있으며 이 과정

에서 적절한 기호를 사용할 수 있을 것이다. 계산 과정에서 공학이 사용된 것 이외에는 아래 설명된 것은 전통적인 방법이다.

원래의 한해한해 계산하는 것을 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$A_0 = 100$
 $A_1 = 100 + 100(0.06) = 100(1.06)$
 $\therefore A_1 = A_0 + A_0(0.06) = A_0(1.06)$
 비슷하게
 $A_2 = A_1 + A_1(0.06) = A_1(1.06)$
 $A_3 = A_2 + A_2(0.06) = A_2(1.06)$
 .
 .
 $A_{10} = A_9(1.06)$

이 된다.

3. 초콜릿 문제

100개의 초콜릿이 세 집단의 아이들에게 분배되었다. 두번째 집단은 첫번째 집단의 4배를 받았다. 세번째 집단은 두번째 집단보다 10개를 더 받았다. 이 때, 첫번째, 두번째, 세번째 집단이 받은 초콜릿은 각각 몇개인가?

위의 문제에 대하여 어떤 학생의 해는 스프레드시트 기호가 그의 사고 과정에서 중요한 역할을 한다.

	A (첫번째 집단)	B (두번째 집단)	C (세번째 집단)	D (합계)
1	=B1÷4	=A1×4	=B1+10	100 =B1+A1+C1
2				
3				

어떤 학생은 백지에 스프레드시트를 그렸고 문제에 제시된 모든 규칙을 올바르게 써내려 갔다. 그는 미지수를 구체화하지 않았다. 교사는 그에게 다음과 같이 물었다. “만약 우리가

이 셀을 X라고 부르면 다른 집단의 초콜렛의 갯수를 어떻게 나타낼 수 있는가?" 이 때, 그는 다음과 같이 썼다.

$$=X \quad =X \times 4 \quad =X \times 4 + 10$$

이와 같은 문제는 수학을 잘하지 못하는 학생들조차도 대수 이야기 문제를 해결하는데 가장 어려운 것을 성공적으로 실행했다. 그것은 문제를 대수적 기호로 표상하는 것이다. 이것은 스프레드시트를 통한 활동이 학생들이 종이 환경에서도 사용할 수 있는 대수적 아이디어를 발달시키는데 도움을 준다는 것을 보여준다. 스프레드시트에서 전통적인 대수적 기호로의 전이는 많은 사람들이 예언했던 것처럼 어려운 것은 아니다. 또한 대수를 배울 필요가 있는 학생들과 모든 전통적인 지필방법에서 많은 어려움을 갖고 있는 학생들을 위한 새로운 방향을 제시해준다.

IV. 결론

스프레드시트는 학생들이 폭넓게 사용하는 도구로서 접근할 수 있게 한다. 배우기 쉽고 프로그래밍 지식을 요구하지도 않는다. 그것은 상호작용적인 실험과 모델링을 위하여 컴퓨터에 알고리즘을 실행하는 자연스러운 방법을 제공한다. 그것은 수학적 알고리즘을 시각화하기 위하여 직관적이고 구체적인 수단을 제공한다. 이것은 교사가 수업 시범을 위하여 사용할 수 있고 학생이 프로젝트나 과제를 해결하기 위하여 사용할 수 있다. 스프레드시트를 학생이 직접 만드는 것은 생산적인 활동이 될 수 있고 배우고 있는 개념을 강화시킬 수 있다.

학생들은 스프레드시트를 만들기 위하여 문제를 모델링하는 기법을 익힐 수 있게 된다. 스프레드시트를 사용하면 학습자가 수학적 아이디어를 개발하고 표현하는데 많은 용기를 준다. 이상적인 스프레드시트는 문제해결과정에서 학습자에게 용기를 주는 특징을 가지고 있다. 또

한 스프레드시트를 통한 활동은 학생들이 대수적 사고를 개발하는데 도움을 준다. 스프레드시트는 대수의 문장제 문제와 수열 등의 학습을 보충해 준다. 이런 문제들은 대수적 해를 유도하기 위하여 공통으로 채택된 형태를 사용하여 스프레드시트에서 이루어진다. 또한 스프레드시트의 "What if?" 능력은 시행착오의 실험을 가능하게 한다.

참 고 문 헌

- 구광조, 오병승, 류희찬(공역) (1992). 수학교육 과정과 평가의 새로운 방향. 서울. 경문사.
- Arganbright, D.E. (1984). Mathematical applications of an electronic spreadsheet. In V.P. Hansen & M.J. Zweng (Eds.), Computers in Mathematics Education. NCTM. 184-193.
- Murray, J. (1990). People spreadsheets. Micro Math, 6(3). Association of Teachers of Mathematics. 24-25.
- Healy, L. (1990). An ideal spreadsheet for the mathematics classroom. Micro Math, 6(3). Association of Teachers of Mathematics. 38-40.
- Goulding, M. (1992). People spreadsheets. Micro Math, 8(2). Association of Teachers of Mathematics. 5-6.
- Andrews, P. (1990). The power of spreadsheets. Micro Math, 6(3). Association of Teachers of Mathematics. 36-37.
- Sutherland, R. (1993). Symbolising through spreadsheets. Micro Math, 9(1). Association of Teachers of Mathematics. 20-22.
- Masalski, W.J. (1990). How to use the spreadsheet as a tool in the secondary school mathematics classroom. NCTM.