

LOGO를 통한 수학 학습: 그 내용과 방법

류 회 찬 (한국교원대학교)

I. 서론¹⁾

컴퓨터를 활용하여 수학교육을 개선하려는 많은 움직임 중에서 LOGO는 독특한 한 영역을 차지하고 있다. LOGO는 기본적으로 수학교육을 위해 개발된 컴퓨터 언어이다. 추상적인 수학적 개념을 구체적인 활동을 통해 이해시킬 수 있을 뿐 아니라, 그 활동의 결과는 나중의 추상적인 수학교육을 위한 모태가 된다는 아이디어를 바탕으로 한다. 즉, LOGO의 기본 아이디어는 추상과 구체의 만남이다. 또한 LOGO는 사고력을 신장시키기 위한 언어이다. LOGO 프로그래밍 과제는 유치원 아동에 어른들에게 까지 다양한 수준에서, 사고력을 향상시킬 수 있는 폭넓은 사고과정을 요구한다.

최근의 수학교육은 대체적으로 다음과 같은 다섯가지 원리에 의해 뒷받침되고 있다. 첫째, 구성주의로서, 수학 학습은 교사에 의한 일방적인 지식의 전수로 이루어 질 수 없으며 학생들 자신의 자발적인 구성을 통해 이루어 진다고 보는 입장이다. 여기서 구성이란 교사나 상황이 제공하는 여러가지 학습 정보를 자신의 입장에서 재해석하는 과정이며 학습은 그 재해석의 정도 만큼만 이루어진다고 본다.

둘째, 사회적 상호주의로서 수학 학습은 교사와 학생, 학생과 학생의 상호 접촉을 통해 증진된다고 보는 입장이다. 이 입장에 따르면, 자신의 아이디어를 다른 사람에게 설명하고 남의 아이디어를 합리적으로 비판하는데 있어서 언

어의 역할이 새롭게 부각된다. 언어는 전달적인 기능 이외에 자신의 사고를 반성하고 조절해주는 기능을 가지고 있다고 본다.

세째, 수학적화로서 다음의 세 단계를 통해 수업이 이루어져야 한다는 입장이다: (1) 인위적이 아닌 학생들에게 매우 자연스러운 장면에서 수학적 탐구 활동을 통해 수학적 도구 (구체화된 개념, 법칙)를 획득하며, (2) 학습자 자신의 활동을 반성함으로써 이들 지식을 추상화하며, (3) 조작적 연습을 통해 학습을 공고화 시킴으로써 다음의 문제해결을 위한 초석이 되게 한다.

네째, 사회 구조가 산업 사회에서 정보화 사회로 바뀌짐에 따라 학생들에게 지도해야 할 수학적 소양 (mathematical literacy)이 달라져야 한다는 입장이다.

다섯째, 앞으로의 사회 구조는 보다 폭넓은 수학적 지식을 요구하며 적절한 수학적 소양을 갖추지 못하는 경우 사회 구조내에서 능동적인 역할을 수행하지 못하기 때문에 소수의 학생에게만이 아니라 모든 학생에게 가능한 많은 종류의 수학을 가르쳐야 한다는 입장이다.

LOGO는 이러한 다섯가지 원리에 충실한 수학교육을 가능하게 해주는 교육 매체이다. 학생들로 하여금 다양한 종류의 수학적 지식을 자신의 입장에서 구성할 수 있도록 해주며, 과제에 대하여 동료 학생과 토론을 하므로써 사회적 상호작용을 경험하게 하며, 자신의 사고과정을 반성하고 이를 내면화 할 수 있게 하는 좋은 환경을 제공한다. 뿐만 아니라, 어느 수준의 학생이나 재미있게 컴퓨터와 대화를 할 수 있게 됨으로써 자연스럽게 정보화 사회에 동화시킬 수 있다.

본고는 2장에서 수학교육에서 이용가능한 LOGO의 기본 특성을 살펴보고, 3장에서는

1) 본고는 1994년 8월 19일 한국교원대학교에서 개최된 전국학교컴퓨터교육연구회 주최 제 6회 컴퓨터교육세미나에서 발표된 내용을 수정보완한 것이다.

LOGO가 수학교육에 어떤 영향을 줄 수 있는지를 정리하고, 4장에서는 LOGO를 활용한 수학수업의 수업모형과 그 모형에 따른 수학수업의 예를 제시하고, 5장에서는 LOGO를 활용한 수학수업의 평가 방법을 생각해 보기로 한다.

II. LOGO의 기본 특성과 철학

수학교육에서 이용가능한 LOGO의 특징을 간추리면 다음과 같다.

첫째, LOGO는 학생들의 행동과 밀접히 관련된다. 즉 신체 동조적이다. LOGO 명령에 따르는 거북의 움직임은 사고 수준에서 학생들의 행동과 쉽게 일치된다. 예를 들어 다음 명령이 주어 질때, 컴퓨터에 익숙치 않은 학생도 그 결과가 정사각형임을 쉽게 알 수 있다.

FD 50 RT 90

FD 50 RT 90

FD 50 RT 90

FD 50 RT 90

역으로, 스크린 상에 한 변의 길이가 50인 정사각형을 그리고자 할 때, 위와 같이 쉽게 프로그래밍 할 수 있다.

둘째, LOGO는 절차적 (procedural) 언어이다. 즉, 작성된 프로그램을 하나의 절차(procedure)로 만들어 놓고 이를 기본 명령어와 똑 같이 사용할 수 있다. 또한, 다른 절차 안에서 그 절차를 구성하는 명령어로 쓰여 새로운 모양을 만드는 데 이용할 수도 있다. 아동들이 구조화된 프로그래밍을 작성할 수 있는 것은 바로 절차를 사용하는 특성 때문이다. 과제를 수행하기 위해 일렬로 된 긴 프로그래밍을 짜기 보다 과제를 기능 단위로 나누어 프로그래밍한 다음 이를 모두 결합하는 것이 쉬울 것이다. 또한, 각 절차는 독립적으로 실행되고 완전한 프로그래밍으로 다루어지기 때문에 각 절차를 테스트해 봄으로써 오류를 쉽게 찾을 수 있다.

셋째, LOGO는 재귀적(recursive) 언어이다. 재귀적이란 어떤 절차가 그 절차 내의 부분이

될 수 있다는 것이다. 재귀절차(recursion)는 “영원히 진행된다”는 것과 관련된다. Papert (1980)의 주장대로, 영원히 진행된다는 생각은 모든 아동들의 환상과 관련되기 때문에 아동들에게 활발한 반응을 불러 일으킬 수 있다. 또한, 재귀절차는 무한의 놀이를 위한 풍부한 기회를 제공해 주며 아동들이 수학자가 된 것 같은 무엇인가 느끼게 해준다. FORTRAN은 절차적이지만 재귀적이지 않으며, BASIC은 절차적이지만 재귀적이지도 않다.

여기서 주목할 것은 아동의 반성적 사고를 유발 시키는 도구로서의 LOGO의 역할이다. LOGO는 신체 동조적이며, 절차적이며, 재귀적이기 때문에, 학생들로 하여금, 자신의 행동을 의식화 시키며, 자신의 행동을 분석하게 하며, 앞에서 수행된 행동을 종합하게 하며, 그 결과를 새로운 상황으로 일반화 하게 하며, 사고의 흐름을 통제하게 한다. 즉, 자신의 사고를 반성하게 해 준다. 자신의 사고를 반성한다는 것은 Piaget에 의해 규명된 반영적 추상화 (reflective abstraction)의 과정과 유사하다. Piaget (1973)는 두가지 종류의 추상화를 구별한다. 하나는 물리적 추상화이며 다른 하나는 반영적 추상화이다. 물리적 추상화는 물체의 속성으로부터의 추상화이며 반영적 추상화는 물체에 대한 행동의 결과로부터의 추상화이다. 예를 들어, 자연수의 집합은 교환 법칙이 성립한다는 판단은 임의의 두 수 각각에 대해 교환성이 성립함을 확인하는 행동의 조정으로부터 온다. 이 판단에는 행동의 의식화와 분석 및 일반화가 내재되어 있다. Piaget에 따르면 인지 발달은 이 반영적 추상화의 연속적 과정이다. 따라서, 수학교육의 가장 중요한 문제는 반영적 추상화를 유발 시키는 학습환경을 어떻게 구축하느냐의 문제이다.

Papert는 지식의 성장과 관계되는 Piaget의 발생적 인식론을 받아들인다. 이 개념의 본질은 기존의 Scheme에 의한 새로운 정보의 동화이다. 동화는 일방적인 설명식 주입을 통해서가

아니라 주체와 환경과의 상호 작용을 통해 일어난다. 그것은, 활동을 통한 학습이며 자기 생성과정이다. Papert는 수학 학습이 가장 잘 이루어 지기 위해서는 마치 모국어를 배우듯 자연스럽게 활동적인 학습 환경이 필요하다고 믿는다. 그것이 바로 “수학나라 (mathland)”라 불리는 마이크로 세계 (micro-world)이다. Papert는 기존의 학교 수업에서 학생들의 참여가 부족하며 실생활과 거리가 멀기 때문에 동기화가 제대로 이루어지지 않고 있으며, 자신들이 학습하는 내용에 대해 통찰할 수 없게 되었음을 지적하면서 LOGO 활동을 통해 아동들이 매우 만족스럽게 수학을 학습할 수 있다고 주장한다.

III. LOGO와 수학 학습

결국 LOGO의 교육적 핵심요소는 자기의 사고를 의식화 시킬 수 있는 자연스러운 학습환경을 제공한다는 점이다. 이를 바탕으로 LOGO가 수학교육에 미치는 영향은 다음과 같이 정리될 수 있다.

첫째, 거북 기하(turtle geometry)로서의 위치이다. Papert는 그의 구성주의 교육관과 자연스러운 컴퓨터 보조 학습환경 (mathland)을 구체화하기 위해 거북기하를 설계했다. 거북기하에서는 몇 가지 명령어 (FD, BK, RT, LT, PU, PD, REPEAT, HT, ST)를 사용하여 거북이로 하여금 여러가지 기하학적 도형을 그리게 할 수 있다. 이 때, 중요한 것은 프로그래밍의 주체로서의 아동들이 거북이와 똑같이 행동할 수 있다는 점이다. 즉 신체 동조적이다. 거북기하는 행동기하이므로, 개인적(personal)이며, 구체적이며 어린 아동에게 이해되기 쉽다.

둘째, 문제해결을 향상 시키는 도구로서의 위치이다. LOGO는 국민학교 저학년에서부터 이용될 수 있는 프로그래밍 언어이다. 이 때 프로그래밍 과정은 그 자체가 문제 해결의 과정이다. 프로그래밍을 하기 위해서는 (1) 목표가

인식되어야 한다. LOGO의 경우 대개 도형을 그리려는 인식이다. (2) 프로그래밍을 하기 위해 설계를 해야 한다. 마치 자기 자신이 화면상의 거북이가 된 것처럼 행동을 하고 그 행동을 의식적으로 분석한다. (3) 프로그래밍을 작성하고 실행에 옮기는 것이다. (4) 이 프로그래밍의 결과를 오류수정(debugging) 한다. 즉 자기 자신의 행동과 결과를 비교하고 수정한다.

이러한 단계는 폴리아가 말하는 문제 해결의 단계 즉, 문제의 이해, 계획, 실행, 반성의 단계와 유사하다. 폴리아는 이러한 단계를 거치면서 각각의 단계에 적절한 발견술 (Heuristics)을 제공해야 한다고 주장한다. 발견술의 대표적인 예가 “이 문제는 더 단순한 문제로 쪼개질 수 있는가?” “이 문제는 앞에서 내가 풀었던 문제와 관련되는가?” 등등이다. 거북기하는 과제를 더 단순한 과제로 분할하여 해결하는 훈련을 시키는데 아주 우수한 장을 제공한다. 따라서, 폴리아가 의도하는 발견술의 자연스러운 의식화가 쉽게 일어날 수 있게 된다. 뿐만 아니라 LOGO의 학습환경에서는 아동 자신의 행동과 신체에 의존하기 때문에 유사한 상황의 의식화가 매우 자연스럽게 일어난다. 따라서, 거북기하와 폭넓게 활동한 사람들은 폴리아의 발견술 중의 하나인 “유사한 어떤 것을 생각하라”의 전략적 가치를 확신하게 된다.

세째, 직관력을 향상 시킬 수 있다는 점이다. 현재 학교 교육의 가장 큰 결점 중에 하나는 학생들의 직관을 교육적 대상에서 제외시키고 있다는 것이다. 직관은 아주 뛰어난 수학자만이 가지는 고유 능력이거나 즉흥적이고 우연적인 사고를 인식되고 있다, Papert는 LOGO를 통해 아동의 직관력을 향상시킬 수 있다고 주장한다. 흔히, 교사는 어떤 사실이 틀렸음을 보여주기 위해 방정식 등을 통해 학생들이 논리적으로 반론의 여지가 없게 만든다. 그러나, 그것은 학생이 원하거나 학생에게 필요한 것이 아니다. 여전히 그의 직관과 올바른 답 사이의 간격이 좁혀지지 않을 가능성이 높다. 그는 왜 그

의 직관이 틀렸는지를 알기를 원한다. 직접적인 “눈”으로 확인하지 못하면 교사에 의해 제시된 “논리”는 실제로 도움이 되지 못한다. 이를 위해서는 학생들이 오류수정 활동을 통해 점진적으로 자신의 잘못된 직관을 고쳐나가는 수밖에 없다. LOGO는 아동의 행동과 프로그래밍이 직접 연결되기 때문에 아동 자신의 직관적 기대를 외면화하기 쉽고 그 결과를 손쉽게 확인, 수정할 수 있다.

네째, 흥미유발이나 학습에 대한 태도를 개선시키는데 도움이 될 수 있다. 프로그래밍은 컴퓨터와 “이야기” 하는 것이다. 프로그래밍 언어는 컴퓨터와 대화가 가능하도록 만들어진 언어이다. 이 때, 컴퓨터 내에 이 프로그램을 읽고 그 프로그램의 명령어를 수행하며 우리가 필요한 경우 언제든지 도움을 청할 수 있는 사람이 있다고 생각하는 의인화는 학생들로 하여금 바람직한 학습 태도를 길러 주게 하는데 도움을 줄 수 있다.

LOGO의 교육적 장점은 학생들이 이러한 컴퓨터 내의 가상적 대상인 거북이에게 어떤 것을 지도한다는 개념이다. LOGO는 컴퓨터가 학생에게 무엇을 지도한다는 CPS (Computer programs student) 형태의 CAI 환경과는 달리 SPC (Student programs computer) 형태를 지닌다. 즉, 학생이 컴퓨터 내의 거북이에게 여러 가지 도형을 그리는 “절차(procedure)”를 가르친다. 이러한 과정은 확장되어 새로운 보다 큰 “절차”를 만들게 된다. 결국 컴퓨터에게 지식의 확장과정을 가르치는 셈이며 따라서, 지식이란 “우리가 만들어 간다”라는 인식을 분명히 할 수 있게 된다. 또한, 능동적으로 수학적 도형이나 수학적 지식을 구성해 감으로써, 또, 그 지식이 자신의 행동이나 사고와 밀접한 관계를 가지는 즉, 수학적 지식이 개인적임을 인식하게 되어 수학 학습에 흥미를 가지게 할 수 있다.

다섯째, 사고유발을 시킬 수 있다는 점이다. 앞에서 지적한 바와 같이 LOGO의 장점은 아동의 구체적인 행동과 프로그래밍이 직접 연결

되며 그 결과가 쉽게 시각화되기 때문에 오류 수정 하기가 용의하다는 점이다. 물론 LOGO 자체가 학생들에 의한 자발적인 프로그래밍 활동과 오류 수정 활동을 보장하는 것은 아니지만 다른 어떤 학습 환경에 비해 사고를 유발시키는 환경이라 할 수 있다. 특히, 오류(bug)을 찾는 것은 중요하다. 왜냐하면 그것을 학습하도록 도와주기 때문이다. 오류는 예상하지 못한 엉뚱한 곳에서 일어나기 때문에 학생들의 흥미를 끌 수 있다. 또한, 컴퓨터 환경에서는 오류를 제거하기 위해 반드시 무엇을 할 수 밖에 없기 때문에 LOGO는 학생 자신의 행동과 과정, 컴퓨터에 대한 새로운 통찰로 이끌 수 있다. 만약, 프로그래밍이나 오류수정이 단순히 가르쳐 지거나 지적되지 않는다면 LOGO는 수학 교육에서 구성주의를 실현시키는 현실적으로 가장 강력한 아이디어가 될 수 있다.

여섯째, 결과 뿐 아니라 과정에 대한 반성 활동을 통해 메타인지(metacognition)를 향상시킬 수 있다. 컴퓨터가 제공하는 교육 환경 특히 컴퓨터 프로그래밍을 통한 교육 환경은 다음 몇 가지 점에서 메타인지를 향상시키는데 대단히 효과적이라 할 수 있다. (1) 프로그래밍을 하기 위해서는 먼저 학생들은 프로그래밍의 과정을 해결하기 위한 설계를 해야 한다. 또, 프로그래밍을 작성하고 실행에 옮기며 그 프로그래밍의 결과를 수정 보완하게 된다. 이러한 프로그래밍 활동을 통해 자신의 사고를 의식하고 평가하는 능력이 향상될 수 있다. (2) 컴퓨터 프로그래밍 환경에서는 학생들이 컴퓨터를 통제 할 수 있기 때문에 컴퓨터와 학생 사이에는 대화할 수 있는 세계가 열리게 된다. 컴퓨터 학생들의 프로그래밍 결과에 대해 즉시 반응을 하기 때문에 자기 자신의 행위에 대해 스스로 평가하고 판단할 수 있는 자연스러운 환경을 제공하게 된다. (3) 컴퓨터 프로그래밍 환경에서는 오류 수정의 기회가 제공됨으로 해서 지식의 절대성이 부정된다는 점을 들 수 있다. 절대로 완벽한 지식이나 절대로 틀린 지식은 존

재하지 않는다는 점을 느끼게 함으로써 수학에 대한 잘못된 신념을 개선시킬 수 있다.

일곱째, LOGO는 시각화를 향상시킬 수 있는 좋은 환경을 제공할 수 있다. 시각화는 수학교육에서 대단히 중요하다. 많은 수학 문제에서 시각적인 능력은 직접적으로 관련되는데 8 - 10 세 이후 시각적 능력을 키우는 것은 대단히 어렵기 때문에 국민학교 초반에 시각적 능력을 키우는 활동이 대단히 중요하다. 기존의 학교 수학교육에서는 공간적 시각화를 키우기 위한 노력이 별로 이루어지지 못하고 있다.

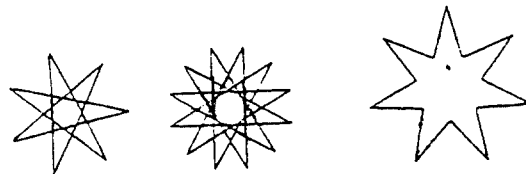
먼저, LOGO는 초·중·고등학교에서 제공되는 모든 종류의 그래프를 그릴 수 있다. 원래 Papert 등에 의해 개발된 언어에 여러가지 기능을 첨가함으로써 유클리트기하와 해석기하를 수행할 수 있다 (Lothe, 1992). POST라는 명령어는 특정 좌표에서의 그림이 아닌 일반적인 도형을 그릴 수 있다. 즉, 유클리트 기하를 다룰 수 있다. 또한, SETPOS, SETHEADING 등의 명령어를 통해 해석기하를 다룰 수 있다. 또, 입체도형을 그릴 수 있는 고급의 LOGO도 있다 (예, EXPER LOGO, LCN LOGO)

LOGO는 그래픽언어이다. 그러면서도 다른 그래픽 소프트웨어와는 달리 피드백이 용이하기 때문에 학생들로 하여금 시각적 대상에 대해 사고하고 탐구할 수 있는 환경을 쉽게 구축할 수 있게 해준다.

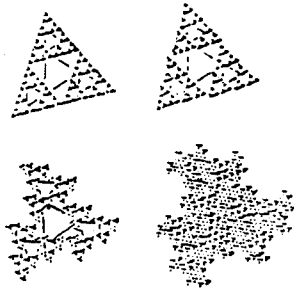
여덟째, LOGO는 형식적 수학수업을 위한 잠재력을 향상시킬 수 있는 환경을 제공한다. LOGO 마이크로 세계내에서의 활동은 다른 컴퓨터 환경에 비해 수학적 개념과 관련이 깊다. LOGO의 핵심은 추상적인 것을 구체화한다는 것이다. LOGO는 학생들이 어려움을 느끼는 수학적 개념 예를 들어 각이나 변수에 대한 직관적 모델을 제공함으로써 나중의 형식적 학습을 용의하게 할 수 있게 해준다. 특히 군(group)의 개념을 암암리에 학습시킬 수 있다. 물론, 군의 개념을 형식적으로 도입하는 것은 필요하지도 가능하지도 않지만 LOGO를 통해

평행이동(translation), 회전이동(rotation), 대칭이동(reflection), 확장(dilation) 등의 변환 활동을 하게 함으로써 장차 형식적인 수학활동을 하기 위한 잠재력을 키워 준다(류희찬, 이지요, 1992).

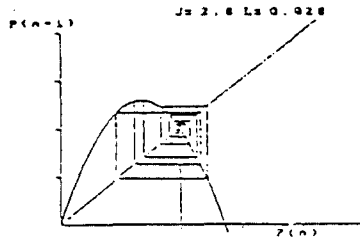
예를 들어, LOGO에서의 초보적인 경험만을 가지고 있어도 각과 다각형에 대해 탐구할 수 있게 된다. FD, RT, REPEAT 명령어만을 사용하여 다음과 같은 도형들을 컴퓨터로 그릴 수 있다. 이 과정에서 각과 다각형의 성질을 학습할 수 있다. 만약 회전각이 360 P/Q이면 아래의 왼쪽 두개의 그림과 같이 Q개의 빨을 가진 별다각형이 만들어진다. 이것은 원위에 Q개의 점을 등간격으로 찍었을 때 P번째 점을 연결시켜 만들어지는 다각형이다. 또한, 총 회전각의 합이 360도임을 알면 다음의 오른쪽 그림과 같이 다른 소프트웨어로 그리기 어려운 복잡한 별다각형을 그릴 수 있다.



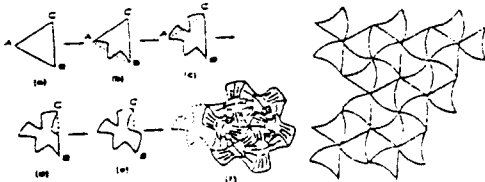
아홉째, LOGO는 학생들에게 시각적인 자료를 탐구하고 장차 여러가지 자연 현상이나 사회 현상을 분석하기 위한 모델을 많이 가지게 하는 좋은 교육 환경을 제공해준다. 그 대표적인 예가 프랙탈(fractal)이다. 1970년 중반 Mandelbrot에 의해 연구된 프랙탈 기하는 해안선의 변화에서 일상 생활용품의 가격 변동에 이르기까지의 다양한 현상을 분석하는데 유용한 모델이 되고 있다. 프랙탈 기하는 LOGO의 재귀잘차 기능을 써서 쉽게 프로그래밍할 수 있고 시각화 할 수 있다.



또한, Cobweb 그래프를 생각할 수 있다. 먹이 사슬에서의 생태계의 변화는 이산 수학에서 자주 등장하는 소재이다. LOGO를 사용하면 다른 그래픽에 비해 손쉽게 이들 현상을 탐구할 수 있다.



열번째, 심미안적인 안목을 키워줄 수 있다. 예를 들어, Esher-type 모자이크는 수학의 아름다움 뿐 아니라 패턴을 탐구하기 위한 좋은 환경을 제공해준다. LOGO는 이러한 모자이크를 직접 스크린을 통해 시각적으로 볼 수 있는 환상적인 분위기를 제공해준다.



IV. LOGO를 이용한 수학과 수업모형

이 때, 한 가지 중요한 문제가 제기된다. 그것은 바람직한 LOGO 학습 환경을 어떻게 구축할 것인가의 문제이다. 왜냐하면 LOGO의 언어적 측면을 지도하는 그 자체로는 Papert가 의도한 교육 목표를 달성하기 어렵기 때문이다. 즉, LOGO 언어 자체는 바람직한 수학교육 학습 환경을 보장해 주지 못하다.

많은 연구자들은 LOGO 언어 그 자체에만 초점을 맞추어 왔다 (Maddux, 1985). 그러나 Groen(1983)은 LOGO가 중요한 의미를 가지는 것은 기본적으로 프로그래밍 언어이기 때문이 아니라 탐구를 위한 마이크로 세계를 제공한다는 교육적 가치를 지니기 때문이라고 보았다. LOGO언어의 구문론을 강조하는 문법적 접근보다는 관련되는 문제해결의 예에 기초한 마이크로 세계의 구축이 필요하다.

한편, 프로그래밍 교수-학습에 대한 이론적 주장 및 연구의 추세는 다음과 같은 세 단계로 나누어 논의 된다 (Mayer, 1988). 첫 단계인, 1980년대 초반에는 발견학습 방법을 이용한 문제해결 능력의 신장에 대한 프로그래밍 지지자들의 강력한 주장들이 제시되었다. 둘째는 실망스러운 단계로 초기까지 제시되었던 프로그래밍에 대한 주장은 실제 수행되었던 수 많은 연구 결과에 의해 크게 뒷받침되지 못하였다. 세 번째 단계는 프로그래밍 학습효과에 대한 기존의 이론적 주장들이 뒷받침되지 못하는 이유를 교수 방법의 문제로 보고, 이론적 주장들을 뒷받침할만한 교수-학습조건을 모색하는데 노력을 기울이고 있다(조미현 (1994)에서 재인용).²⁾

이제 LOGO를 이용하여 수학적 사고력의 신장을 위해 실제 수학수업을 어떻게 구성할 것

2) 조미현 (1994)은 Mayer (1988)의 주장을 바탕으로 "프로그래밍의 교수 목적이 학습된 지식과 능력의 전이라면 학습자들이 요구되는 기본 기능이나 과정을 거쳐서 목적된 지식을 습득하고, 인지적 능력을 향상시킬 수 있도록 교수 방법 쪽에서 안내적 요소를 제공해야 한다"고 주장하고 있다 (p. 120-121).

인가를 논의해 보기로 한다.

먼저 아동들의 사고 내지 행동의 의식화를 강조하는 LOGO 수업을 위한 수업 모형을 구안해 보자. BASIC 이나 PASCAL과 비교할 때, LOGO의 장점은 반영적 추상화가 일어나기 쉬운 환경을 제공할 수 있다는 점이다. 따라서, LOGO 학습 환경에서는, 학생의 행동을 반성하고 흥미하게하며 계획을 세우고 수정하는 활동이 강조될 필요가 있다.

예를 들어, 원의 프로그램을

REPEAT 360 [FD 1 RT 1]

으로 말로 설명하는 언어적 학습은 LOGO의 장점을 살리는 수업이 될 수 없다. 그 보다는 LOGO의 구성적 특성이 반영되게 조직되어야 한다.

스크린 상에 원을 그리기를 원한다고 하자. 그 첫번째 단계는 직접 행동으로 원을 따라 걸어 보고 그 자신의 행동을 관찰하거나 흥미하게 한다. 그 후 원을 만들기 위해서는 “약간 앞으로 가며 동시에 방향을 바꾼다”는 행동을 반복하면 됨을 인식하게 한다. 다음, 그것을 말로써 표현해 보게 한다. 지금까지의 단계는 LOGO언어를 사용하지 않았지만 LOGO 학습환경에서는 대단히 중요한 단계이다. 다음 그것을 LOGO 언어로 번역하는 것이다.

FD 1 RT 1

거북이는 이명령에 복종하여 아주 작은 움직임을 하게 된다.

LOGO에서는 이러한 행동을 반복하거나 다음에 다시 사용하기 위해 절차로 만들어 놓을 수 있다.

TO CIR

FD 1 RT 1

END

이 CIR 라는 과정을 360 번 반복하면 거북이는 원을 그리게 된다. 따라서, 원의 프로그램은

REPEAT 360 CIR

이 과정을 통해, 아동은 원을 “구성”한 것이 된다. 여기서 중요한 것은 원이 무엇이며 (대

상), 원이 어떻게 만들어지며 (행동), 원에 대한 기술 (프로그래밍) 사이의 관계가 일관성이 있으며 밀접하게 관련된다는 점이다. 결국 원을 그리는데 자신의 신체를 사용하고 그 행동을 의식화하며 프로그래밍화 시킨 것이다.

LOGO의 특성을 반영하는 LOGO 학습 환경을 구조화하기 위해 다음과 같은 6 단계의 수업 모델을 생각해 볼 수 있다.

(1) 준비 단계: 수학 수업에서 사용되는 용어나 기본 개념을 지도하거나 같이 생각해 보는 단계

(2) 구체적 행동 및 행동의 토론: 학생들로 하여금 스크린 상의 거북이가 그럴 도형이나 형상대로 똑같이 행동해 보게 하며 자신의 행동을 관찰하고 흥미해 보게 하는 교사와 학생의 토론이 추가 된다.

(3) 행동의 표현: 전단계에서 흥미하고 토론한 내용을 말로써 표현해 보게하는 단계이다. 전 단계와 함께, 자신의 사고를 반성하고 명료화시킨다는 점에서 LOGO를 이용한 수업에서 중요한 단계이다.

(4) 프로그래밍 및 진행: 말로써 표현된 것을 LOGO 언어로 번역하며 그 프로그래밍을 직접 실행해 보는 단계.

(5) 오류 수정: 자기 자신이 직접 프로그래밍 상의 잘못된 점을 찾아냄으로써, 사고를 촉진하고 대상에 대한 직관력을 배양시키는 단계

(6) 확장 및 일반화: 수업 시간에 배운 내용을 보다 확장하고 일반화하는 단계.

위의 모델을 바탕으로, LOGO를 이용한 삼각형의 합동개념 지도의 실제 장면을 예시하면 <표 1>과 같다.

V. LOGO 학습 평가 모델과 문항 예시

LOGO의 평가는 다음의 세 가지 영역에서 이루어 질 수 있다: 기본 명령, 절차, 재귀절차. 각 영역의 평가는 다음의 두 가지로 나뉘어

<표 1> LOGO학습 모형 및 수업 장면의 예

단계	하위 단계	지도 내용 및 유의점
준비 단계	도형의 관찰	거북이가 네 가지 삼각형을 그리는 활동을 보여 준다. 이는 거북이의 활동을 통해 삼각형의 구성 요소 (세 가지 변과 각)를 확인한다.
	도형의 개념	구성 요소에 대한 질문을 통해 삼각형의 개념을 지도한다. 삼각형은 세 변과 세 각으로 이루어진 도형임을 정리하여 제시한다.
구체적 행동 및 행동의 분석 단계	삼각형그리기	학생들로 하여금 일반 삼각형, 직각삼각형, 정삼각형 중에서 선택하게 한 후 거북이가 각각의 삼각형을 그리는 과정을 보여 준다. 이러한 시범을 통해 삼각형의 개념과 그 구성 요소를 다시 한 번 확인한다.
	삼각형 그리는 행동의 분석	거북이가 회전하는 모습을 통해 삼각형의 외각의 개념을 자연스럽게 도입한다. 또한, “앞으로 간다” “(오른쪽 또는 왼쪽으로) 회전 한다” 라는 행동을 학생들의 사고와 연결시켜 의식화 시킨다. 이러한 의식화는 나중의 명령어를 학습하는 기초가 된다.
	다양한 활동	일반삼각형, 정삼각형, 직각삼각형, 이등변 삼각형 등에서 위의 과정을 반복한다.
행동의 의식화 단계	삼각형 그리는 활동의 의미	삼각형을 그리는 세부적인 단계에 대한 질문에 답하는 가운데 삼각형을 그리는 데 필요한 자신의 사고를 의식화하고 명료화한다. 이는 LOGO를 이용하여 주어진 삼각형을 프로그래밍하는데 기초가 된다. 학생들이 이 단계에서 어려움을 느낄 때에는 적절한 feedback을 통해 충분히 이해 시켜야 하며 더 이상 진행해서는 안된다.
	다양한 활동	일반 삼각형, 정삼각형, 직각삼각형, 이등변 삼각형 등에서 위의 과정을 반복한다.
프로그래밍 및 실행의 단계	LOGO 명령어의 학습	LOGO를 사용하여 삼각형을 그리는 과정에서 앞으로 (숫자), 오른쪽 (숫자) 등의 명령어가 어떤 작용을 하는지 직접 확인해 본다. 또한, 지금까지의 삼각형 그리는 활동과 LOGO 명령어 사이의 관련성을 맺는다.
	주어진 삼각형 그리기	LOGO 명령어를 사용하여 한 변의 길이가 70 이고 한 각의 크기가 60인 정삼각형을 학생 스스로 그려 보게 한다. 이 단계에서 기본 LOGO 명령어인 “FD (숫자)”, “RT (숫자)”, “LT (숫자)” 등을 숙달시킨다.
	REPEAT 명령어의 도입	특정한 그림을 그릴 때 같은 명령어가 반복되고 있음을 인식하게 하여 REPEAT 명령어의 도입이 필요함을 느끼게 한다. REPEAT 명령어를 사용하는 예를 보여 준 다음 한 변의 길이가 30 인 정삼각형을 REPEAT 명령어를 사용하여 그려 보게 한다.
오류 수정 단계	오류 수정	프로그래밍 및 그 실행 단계에서 오류가 있는 경우 적절한 feedback을 제공한다.
일괄화 및 확장 단계	절차의 도입	절차에 대해 설명한다. 즉, 절차란 명령어들의 묶음에 이름을 붙여 그 이름만으로 그 명령어들의 기능을 수행하는 것임을 설명한다. 또, 삼각형을 그리는 절차의 예를 제시한다.
	절차 만들기	절차 만드는 법을 소개한다. 절차를 시작할 때의 기호와 마칠 때의 기호를 소개한다. 절차명은 아무 이름도 좋지만 그리려고 하는그림과 유사한 이름이 바람직함을 주시시킨다. 한 변의 길이가 55인 정삼각형을 그리는 절차를 REPEAT 명령어를 써서 만들어 보게 한다.
	절차의 활용	정삼각형에 대한 절차를 이용하여 여러가지 복잡한 도형을 그리는 예를 제시한다. 또, 직접 절차를 이용하여 복잡한 도형을 그려 보게 한다.
	오류 수정	절차를 이용하여 복잡한 그림을 그리는 과정에서 오류가 있을 때, 적절한 feedback을 주어 가능한 자신의 오류를 스스로 발견해 보도록 한다.

질 수 있다: 결과가 되는 그림을 제시한 후 대응되는 프로그램을 찾는 문제이고(FTP), 나머지는 제시된 프로그램의 결과를 찾는 문제(PTF)이다.

LOGO 학습의 평가 모델을 표로 나타내면 <표 2>와 같다.

<표 2> LOGO 학습 평가모델

	기본명령 (BAS)	절 차 (PRO)	재귀절차 (REC)
결과 → 프로그래밍 (FTP)			
프로그래밍 → 결과 (PTF)			

이 표의 각 cell에 해당되는 문항을 예시하면 다음과 같다.

A. BAS의 예시 문항:

(PTF)

다음 명령어를 입력하면 무슨 모양의 글자가 나오겠는가?

```
RT 90 FD 40 LT 90 BK 25 LT 90
FD 40 RT 90 BK 25 RT 90 FD 40
```

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)

(FTP)

다음 그림을 그리기 위한 명령어는 어느 것이겠는가?



- (1) FD 70
REPEAT 180 [FD 1 RT 1]
LT 135 FD 40
- (2) FD 70 LT 90
REPEAT 90 [FD 1 LT 2]
LT 135 FD 40
- (3) FD 70 RT 90
REPEAT 60 [FD 1 RT 3]
RT 45 BK 40
- (4) FD 70 LT 90
REPEAT 360 [BK 1 RT 1]
RT 45 BK 40

B. PRO의 예시 문항:

(FTP)

다음 그림의 절차로 알맞은 것은?



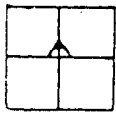
- (1) TO FLAG
FD 70
REPEAT 3 [FD 30 RT 90]
END
- (2) TO FLAG
FD 70
REPEAT 3 [FD 30 RT 120]
END
- (3) TO FLAG
FD 70
REPEAT 3 [FD 30 LT 120]
END
- (4) TO FLAG
FD 70
REPEAT 3 [FD 30 RT 72]
END

(PTF)

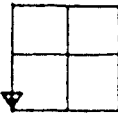
다음 절차를 실행시킨 결과는 어느 것인가?

```
TO SQU
REPEAT 4 [FD 50 RT 90]
END
TO 4SQU
REPEAT 4 [SQU RT 90]
END
```

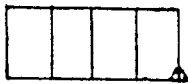
(1)



(2)



(3)



(4)



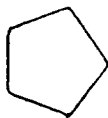
C. REC의 예시 문항:

(PTF)

다음 STAR 72를 쳤을 때 거북이가 그리는 그림은 어느 것인가?

```
TO STAR :A
  FD 20 RT :A
  STAR :A
END
```

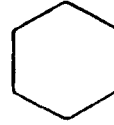
(1)



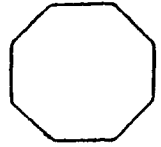
(2)



(3)

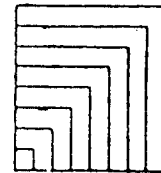


(4)



(FTP)

다음 그림을 그리기 위한 절차는 다음 중 어느 것인가?



- (1) TO NEMO :X
REPEAT 4 [FD :X LT 90]
NEMO :X+10
END
- (2) TO NEMO :X
REPEAT 4 [BK :X LT 90]
NEMO :X-10
END
- (3) TO NEMO :X
REPEAT 4 [BK:X RT 90]
NEMO :X+10
END
- (4) TO NEMO :X
REPEAT 4 [FD :X RT 90]
NEMO :X+10
END

VI. 결론

지금까지 LOGO가 수학교육에 미칠 수 있는 영향을 정리해 보고, LOGO의 기능과 철학에 충실한, LOGO 수학수업을 위한 수업 모형을 구안하고, 이를 바탕으로 구체적인 수업의 예를 살펴보았다.. 또한, 그 수학 수업의 평가방법을

생각해 보았다.

수업 모형은 다음의 6단계로 이루어졌다: (1) 준비 단계 (2) 구체적 행동 및 행동의 토론 (3) 행동의 표현 (4) 프로그래밍 및 실행 (5) 오류 수정 (6) 확장 및 일반화.

평가 모형으로는, 기본 명령, 절차, 재귀절차의 각각에 대해, 결과에서 프로그래밍을 찾는 것과 제시된 프로그래밍의 결과를 찾는 2가지 유형의 문제를 제시하는 방법을 생각해 보았다.

사고력 신장이나 문제해결력을 지향하는 최근의 수학교육계의 흐름에 비추어 볼 때, LOGO는 유용한 도구라 할 수 있다. 특히 LOGO는 국민학교 저학년에서 부터 도입될 수 있음을 감안할 때, 사고력 신장을 위한 체계적인 수업의 가능성을 제시해 주고 있다. 현재 우리나라 교육과정의 저학년에서 부터 지식이나 이해 및 기능 습득의 낮은 차원에 머물러 있는 실정에 비추어 LOGO의 도입은 이러한 시도에 대한 구체적인 방법론을 제시하고 있다고 볼 수 있다.

참 고 문 헌

- 김수환 (1991). 논리적 사고력 신장을 위한 LOGO프로그래밍 활동의 효과 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
- 류회찬, 이지요 (1994). 수학교육에서의 시각화의 중요성과 LOGO. 대한수학교육학회 논문집, 제 3권, 제 1호, 75-86.
- 류회찬 (1991).. LOGO를 이용한 수학과 수업모형에 대하여. 청람수학교육, 제 1집. 한국교원대학교 수학교육연구소.
- _____ (1991). 문제해결에서의 metacognition의 역할과 LOGO컴퓨터 언어. 수학교육논총, 제 9집. 대한수학회.
- 장혜원 (1991). LOGO언어의 수학교육적 고찰: van Hiele의 기하학습 수준과 장의존-장독립 인지양식이 LOGO학습에 미치는 영향을 중심으로. 서울대학교 대학원 석사학위 논문.
- Blackwelder, C.K. (1985). LOGO: A possible aid in development of Piagetian formal reasoning. Doctoral Dissertation of the Georgia State University.
- Cathcart, W.G. (1990). Effects of LOGO instruction on cognitive style. Journal of Educational Computing Research, 6(2) 231-242.
- Ginsburg, H.P. & Zelman, S. (1988). Understanding individual difference in the computer age. In G. Forman & P.B. Pufall (Eds.), Constructivism in the computer age. Lawrence Erlbaum Associates.
- Groen, G. & Kieran, C. (1983). In search of Piagetian mathematics. In H.P. Ginsburg, (Ed), The Dvelopment of mathematical thinking. Academic Press.
- Hoyles, C & Noss, R. (Eds.) (1992). Learning mathematics and LOGO. Cambridge, Mass: The MIT press.
- Lew, H.C. (1989). Interaction between Piagetian cognitive levels and teaching methods for problem solving in mathematics with Korean eighth graders. Doctoral Dissertation of the Temple University.
- Maddux, C.D. & Johnson, D.L (1988). LOGO: methods and curriculum for eachers. The Haworth Press.
- Papert, S.(1980). Mindstorms: children, computer, and powerful ideas. New York: Basic Books
- Piaget, J. (1973). Comments on mathematics education. In A. G. Howson (Ed.), Development in mathematics education (proceedings of 2nd ICME). Cambridge University Press.
- _____ (1977). The development of thought: Equilibrium of cognitive structures. New York: Viking Penguin.