論文94-31B-8-21

융통성있는 퍼지 초월분해 원리

(Adaptable Fuzzy Hyper-Resolution Principle)

金 昌 錫*, 朴 淳 哲**, 金 大 洙***, 李 相 祚****

(Chang Suk Kim, Soon Cheol Park, Dae Su Kim and Sang Jo Lee)

要 約

본 논문에서는 불명확한 지식을 다룰 수 있고 다양한 추론 범위를 조정할 수 있는 융통성있는 퍼지 초월분해 원리(adaptable fuzzy hyper-resolution principle)를 제안한다. 융통성있는 퍼지 초월분해는 추론 영역을 가변적으로 설정하여, 원하는 범위의 추론을 할 수 있으므로 추론의 효율성을 기할 수 있고, 진리값을 다양한 언어적 표현(linguistic expression)으로 할 수 있어 편리하다. 본 논문에서는 무의미 영역, 진리값을 표현하기 위한 레벨(b), 분해 엄격도 등의 새로운 개념을 도입하여 융통성있는 퍼지 초월분해를 소개하고, 기존의 퍼지 분해와의 차이점과 효율성을 보인다. 마지막으로 융통성있는 퍼지 초월분해의 완전성을 증명한다.

Abstract

We propose so-called **AFHR** (adaptable fuzzy hyper-resolution principle) that can manipulate uncertain knowledge and tune the range of resolution. The **AFHR** can make a rangable resolution to execute an efficient resolution and can represent linguistic truth values. In this paper, we introduce new concepts of law of contrary, meaningless range, level for truth values and strict degree of adaptable resolution. We show that the differences of **AFHR** and existing fuzzy resolution. Finally, we prove completeness of **AFHR**.

*正會員, 韓國電子通信硏究所, 데이타베이스硏究室
(ETRI, Database Section.)
**正會員, 全州大學校 情報通信工學科
(Dept. of Information and Telecommunmications Chonbuk Nat'l Univ.)
***正會員, 한신大學校 電子計算學科
(Dept. of Computer Science, Hanshin Univ.)
****正會員, 慶北大學校 컴퓨터工學科
(Dept. of Computer Eng., Kyunpook Nat'l Univ.)

接受日字 : 1993年 8月 17日

Ⅰ. 서 론

1965년 Robinson에 의해 제안된 추론 규칙인 분해(resolution priciple)는 당시 문제 해결 시스템과 게임 이론이 주된 연구분야였던 인공지능 분야에 큰 기여를 하였다. 분해는 이진 논리(binary logic)로 표현된 절(clause)의 집합에서 공절[ ]을 연역함으로써 주어진 절의 유효성을 증명하는 반증(refutation) 방법을 이용한 추론 규칙이다. 같은 해 Zadeh 는 실세계에는 불확실한 사실이나 상황이 항상 존재한다는 사실에 착안하여, 기존의 집합과 논리에 불확실함을 표현할 수 있는 퍼지 집합(fuzzy set) 과 퍼지 논리(fuzzy logic) 를 처음으로 발표했다. 1965년 이후로 퍼지 논리에 적합한 추론 방법에 대한 연구가 많이 수행되었다. 즉, 이진 논리에서의 분해와 같은 우수한 추론 규칙을 퍼지 논리에서 찾는 것이었다.[1, 2, 3, 4, 5]

Lee[2] 는 {0, 1} (0 또는 1인 정수) 값을 가지는 이진 논리와 [0, 1] (0과 1사이의 실수) 을 가지는 퍼지 논리 사이의 관계를 설명하고, 이진 논리의 1 (참) 대신 '반 진리(half-truth)' 개념 (진리값 0.5를 기준으로 참, 거짓을 구분함)을 도입하여 절의 진리값이 0.5 이상이면 분해 결과로 얻어진 분해형(resolvent)도 0.5 이상임을 증명했다.

Shen[5] 은 퍼지 모순(fuzzy contradictory), 퍼지 분해형(fuzzy resolvent), 추론 확신도(confidence of resolvent: cr) 등의 개념을 이진 논리와 기존의 분해에 도입하여 퍼지 분해(fuzzy resolution principle) 를 정의하고 이것의 완전성(completeness)을 증명하였다.

Kim[7] 은 기존의 퍼지분해가 AND, OR 연산을 할때 기존 퍼지 집합 모델의 MIN/MAX 연산자를 사용하여 발생되는 최소값/최대값 종속현상을 지적하고 보상연산자를 사용하여 좀 더 의미적인 추론을 할 수 있음을 보였다.

지금까지 분해가 퍼지 논리에 적용되지 못한 이유는 분해는 보수 법칙 (complementary law)에 입각한 귀류법 (reductio as absurdum)에 기반을 두고 있는데 비해, 퍼지 논리에서는 보수 법칙이 존재하지 않는다. 이런 관점에서 Shen이 제시한 추론 확신도는 매우 중요한 의의를 갖는다. 추론 확신도는 어느 정도의 상반성을 가지고 분해가 일어났는가를 나타내어 주는 지표가 된다.

그러나 Shen이 제안한 퍼지 도출은 다음과 같은 문제점을 가진다.

(1) 무의미 점 (meaningless point) 이 진리값이 0.5 인 점으로 고정되어 있다. 이것은 진리값이 0.5 이상은 모두 참(true)이고, 0.5 이하는 모두 거짓(false)으로 인식하기 때문에 추론시 고려대상이 되는 절의 범위가 넓다는 것이다. 즉, '매우 참'인 진리값만 고려한 분해나 '다소 참' 인 진리값만 고려한 분해 등은 수행할 수 없다. 결국 진리값이 0.5 이상인 모든 해당 절은 분해의 후보가 되어 추론시 효율이 떨어진다.

(2) 퍼지 논리의 특징인 진리값의 언어적인 표현(linguistic value)이 가능하지 않다. 진리값으로 [0, 1] 사이의 값은 나타낼 수 있으나, 절대적 참, 매우 참, 어느 정도 참 등은 나타낼 수 없다.

본 논문에서는 이진 논리 기반 분해중에서 연역 기능이 우수하고 if-then 규칙과 유사한 형태인 초월분해(hyper-resolution)에 위의 Shen의 문제점을 보완하고 확장한 융통성있는 퍼지 초월분해 원리(Adaptable Fuzzy Hyper-Resolution principle :**AFHR**) 를 제안하고 완전성을 증명한다. 제안된 **AFHR**은 퍼지값 논리(Fuzzy Valued Logic : FVL)와 퍼지 언어적 논리(Fuzzy Linguistic Valued Logic : FLVL)를 모두 수용하며, 기존 퍼지분해에서 0.5로 고정되었던 무의미 점(meaningless point)을 가변적으로 조정할 수 있는 무의미(meaningless range) 영역개념을 새롭게 도입하여 필요한 절만 대상으로 분해할 수 있게 하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. Ⅱ장에서는 융통성 있는 퍼지 초월분해를 소개하기 위한 퍼지논리 이론에 대하여 서술하고, Ⅲ장에서는 **AFHR**에 사용되는 함수와 **AFHR** 의 정의, α, β 수준 절단, 분해 엄격도 및 예제에 대하여 서술하고 **AFHR**의 완전성을 증명한다. 마지막 Ⅳ장에서는 결론과 향후 연구 과제에 대하여 서술한다.

Ⅱ. 이론적 배경

퍼지 논리는 퍼지값 논리와 퍼지 언어적 논리로 나눌 수 있다. FVL이란 진리값을 이진 논리의 {0, 1} 대신에 [0, 1] 로 표현한 것이다. FVL은 { [0, 1] , T, F, meaningless-range, ∧, ∨, ￢}로 정의된다. [0, 1] 은 0과 1 사이의 실수값을 가진 진리값을 나타내는 것이고, T∈[β , 1]는 참 값의 정도, F∈[0, 1 - β]는 거짓값의 정도를 나타낸다. 무의미영역(meaningless-range)은 참도 아니고, 거짓도 아닌 의미 없는 값의 영역을 나타낸다(그림 1).

이것은 기존의 퍼지논리에서는 0.5로 고정되어 있어, 참과 거짓의 범위가 넓고 융통성이 없었다. 여기서는 그 영역을 가변적으로 확장하거나 축소할 수 있어 주어진 (관심있는) 술어들만 추론 대상으로 삼는다. 즉, 관심밖의 술어들은 추론 대상에서 제외되도록 무의미 영역에 들게하여 추론의 효율성을 기할 수 있게 하였다.

AND (∧), OR (∨), NOT(—) 은 아래와 같이 정의된다.

$P \wedge Q = C_{and}\ (P, Q)$,

$P \vee Q = C_{or}\ (P, Q)$,

$\overline{P}$ (not P) = 1 - P (P, Q ∈ [0, 1]).

여기서 C_{and}와 C_{or}는 'compensatory and'와 'compensatory or' 를 나타내며, 기존의 MIN, MAX 연산자를 포함하는 보상 연산자를 의미한다. 이것에 대해서는[7] 에서 자세히 다루므로 더 이상 언급하지 않는다.

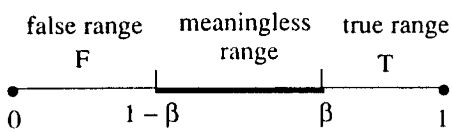


그림 1. 무의미영역

Fig. 1. Meaningless range.

FLVL이란 진리값을 이진 논리의 {0, 1} 대신에 '다소 참(more-or-less true)', '참(true)', '매우 참 (very true)', '절대적 참(absolutely true)', '다소 거짓(more-or-less false)', '거짓(false)', '매우 거짓 (very false)', '절대적 거짓(absolutely false)' 등 언어적 표현을 사용한 것이다. FLVL은 { τ, $\mu_p(\tau)$, **T**, **F**, **meaningless-range**, ∧, ∨, — }로 정의된다. τ 는 진리값 [0, 1] 이고, $\mu_p(t)$ 는 어떤 임의의 변수 P의 소속척도를 나타낸 것이다. **T** 는 참 값의 정도, **F** 는 거짓값의 정도를 나타내는 퍼지 부분 집합이다. meaningless-range는 참도 아니고, 거짓도 아닌 의미 없는 값의 영역을 나타내며 $\int 0/\tau$ 으로 표현한다. **T**, **F**, **meaningless-range**는 퍼지집합으로 표현되므로 굵은체로 표시했다. 즉 어떤 진리값 P ∈ {T, F}는 $\mu_p(\tau)/\tau$ 로 표현된다. ∧ (논리곱), ∨ (논리합), —(not) 은 아래와 같이 정의된다.

$$P \wedge Q = \int C_{and}((\mu_p(\tau), \mu_Q(\tau))/\tau,$$

$$P \vee Q = \int C_{or}((\mu_p(\tau), \mu_Q(\tau))/\tau,$$

$$\overline{P}(\text{not } P) = \int (1-(\mu_p(\tau))/\tau$$

여기서 $\int$ 는 $\mu(\tau)$)와 τ 의 union이며, P, Q는 {F, T}이고, $\tau \in [0, 1]$, $\mu_p(\tau)$, $\mu_Q(\tau) \in [0, 1]$ 이다.

초월분해의 개념을 살펴보면, 양의 절(A_1, ..., A_m)과 음의 절(negative clause) 혹은 혼합절 B (mixed clause)를 가지고 연역을 하며, 중간 결과를 발생시키지 않고 분해형을 만드는 것이다.

$\bar{P} \vee \bar{Q} \vee R \vee S$ (if P and Q R or S 와 동일한 의미임) : B

$P \vee T$:A_1

$Q \vee W$:A_2

$T \vee W \vee R \vee S$:C

위와 같이 초월분해는 B의 if 절에 있는 모든 조건을 A_1, A_2와 같은 양의 절과 상쇄(clash)가 일어나야 분해형 C가 만들어 진다.

Ⅲ. 융통성있는 퍼지 초월분해

1. 융통성있는 퍼지 초월분해의 정의

퍼지 논리는 고전 논리와 달리 모든 식의 진리값이 [0, 1] 로 표현된다. 예를 들면 어떤 사람의 키를 표현할 때'키가 아주 큰 (very tall)', '키가 큰 (tall)', '보통 키 (medium)', '키가 작은 (short)', '키가 아주 작은 (very short)' 등으로 표현 가능하다. 이때 very tall 의 모순(contradictory)은 very tall 으로 표현하고 다음과 같은 값을 가진다.

very tall (x) = {tall (x), medium (x), short (x), very short (x) } (키가 아주 크지 않은)

그러나 $\overline{\text{very tall}}$ 의 반대 (contrary)는 ~very tall로 표현하고 같은 값을 가진다.

very tall (x) = { very short (x) } (키가 아주 큰의 반대 개념)

기존의 이진분해에서는 진리값이 $\overline{T}$, F 밖에 없었기 때문에 T = F가 당연했지만, 퍼지분해에서는 진리값이 범위내의 값으로 표현 가능하므로 $\overline{T}$ 의 값이 다양하게 생길 수 있다. 본 논문의 기본 개념은 진리값의 범위를 가능한 좁혀서 추론 대상 절의 수를 가능한 적게 하자는데 있다. 그래서 **AFHR** 은 추론 확신도를 반대율 (law of contrary) 에 기반을 둔다.

P(x) 를 *x is very tall* 이라 둘때 ~P(x)와 P(x) 관계는 다음과 같다.

[정의 1] $\sim P(x) = \overline{P}(x)\beta$ 이다. $\sim P$는진리값 레벨 (threshold)이 β 이상인 P와 상쇄 (clash) 가능한 리터럴이다. 즉, $\overline{P}(x) \supseteq \sim P(x)$ 이다.

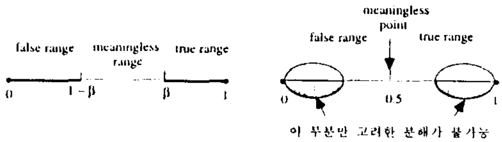


그림 2. AFHR과 일반 퍼지 논리를 위한 진리값 영역 비교 (a) AFHR을 위한 진리값 영역(FVL) (b) 일반 퍼지 논리를 위한 진리값 영역 비교

Fig. 2. Comparision of truth value for AFHR and fuzzy logic (a) Truth value range for AFHR(FVL) (b) Truth value range for fuzzy logic(FVL).

AFHR은 진리값의 영역을 세 영역으로 구분한다. 그림 2의 (a) 에서 진리값이 $[\beta, 1]$ 사이에 있으면 참인 영역으로 분해를 위한 관심의 대상이 최소한 β 이상이라는 뜻이다. 이때 β 는 [0.5, 1] 사이에 주어지는 값이다. $[0, 1-\beta]$ 는 진리값이 거짓인 영역으로 참인 영역과는 대칭된다. $[1-\beta, \beta]$ 는 의미없는 영역으로 참도 아니고 거짓도 아닌 무의미 영역이다. 즉, 추론시 고려 대상에 두지 않겠다는 뜻이다. 이진 논리에서는 {0, 1} 만 존재하므로 필요없는 개념이다.

그림 2의 (b) 는 일반적인 퍼지 논리에서의 진리값의 영역을 나타낸 것이다. 여기서 진리값이 참인 영역은 (0.5, 1] 이며, 진리값이 거짓인 영역은 [0, 0.5)로 고정되어 있다. 무의미 점(meaningless point)은 0.5 이다. 그래서 동그라미 부분만 고려한 분해는 할 수 없다. 왜냐하면 진리값이 [0.5, 1] 이면 모두 참이기 때문에 이 영역에 속하는 모든 절을 고려해야 하기 때문이다. 이런 경우 분해의 스텝이 길어지고 대상 절의 갯수가 많을 경우 분해의 효율을 떨어뜨리는 원인이 된다. 다음은 융통성있는 퍼지 초월분해를 정의하는데 필요한 용어를 정의한 것이다.

[정의 2] 변수 Pi (i = 1, 2, ... , n) 혹은 그것의 반대, $\sim P_i$ 를 리터럴이라 하고, P_i 와 $\sim$Pi 를 서로 반대 (contrary) 관계라고 한다.

[정의 3] 주어진 해석하의 반대 리터럴 P_i와 $\sim P_i$가 주어졌을 때, $P_i \wedge \sim P_i$를 반대라 한다. 만약 $T_I(P_i \wedge \sim P_i) = 0$ 이면 완전반대(complete contrary) 라 하고, $T_I(P_i \wedge \sim P_i) = [1-\beta, \beta]$ 이면 무의미(non-contrary 또는 meaningless) 라고 한다. $T_I(P_i \wedge \sim P_i) \in (0, \beta)$ (0과 β 는 미포함) 이면 불완전반대 (incom - plete contrary)라고 한다. 여기서 β 는 추론을 원하는 진리값의 레벨 (thresh- old) 이다.

[정의 4] 주어진 해석하의 $P_i \wedge \sim P_i$ 의 반대정도 (con° : contrary degree)는 다음과 같다.

$$con^{\circ}(P_i) = | T_I(P_i) - T_I(\sim P_i) |$$

여기서 $con^{\circ}(P_i) \in [0,1]$ 이다.

[정의 5] 두 절 $C_1 = P_i \vee L_1$, $C_2 = \sim P_i \vee L_2$ 가 주어졌을 때 $L_1 \vee L_2$를 C_1과 C_2의 융통성있는 분해형 (adaptable resol- vent) 이라 하고 $R(C_1, C_2)$로 표현한다. con° (P_i)를 가진 $R(C_1, C_2)_{con^{\circ}}$ 융통성있는 퍼지 분해형(adaptable fuzzy resolvent) 이라 한다. 여기서 con° = con° (P_i) 는 Pi 의 반대정도 또는 R (C_1, C_2)의 융통성있는 분해형의 확신도 (confidence of adaptable resolvent) 라고 한다.

[정의 6] 만약 $T_I(S) \geq \beta$ ($\beta \in [0, 5]$)이면 S는 어떤 해석 I 를 만족한다(satisfiy). 만약 $T_I(S) \leq -1\beta$ 이면 S는 어떤 해석 I 에 대해 허위이다(falsify). 여기서 S 는 임의의 절의 집합이다.

위의 정의에 따르면 $T_I(S) \in [1-\beta, \beta]$ 이면 I 는 만족하기도 하고, 허위이기도 하다. 즉, 퍼지 추론에서 진리 값 $[1-\beta, \beta]$ 는 의미없는 값이다.

그림 3은 FLVL에서 무의미의 값이 0.5 로 고정되었을때 언어적 진리값의 정도를 나타낸 것이다. 즉 언어적 표현 '참' 혹은 '거짓'의 정도를 퍼지집합으로 표현한 것이다. 델타 T 혹은 델타 F의 크기가 그 정도를 나타낸다고 할 수 있다. 이것은 진리값이 0.5 이외에는 모두 의미를 가진다. 다만 진리값이 0과 1 에 가까울수록 소속척도는 커짐을 알 수 있다.

그림 3에서 두 가지 제약 사항을 발견할 수 있다. 하나는 진리값이 0.5에서 1사이의 모든 값을 고려해야 하므로 불필요한 것들도 추론의 대상이 된다는 것이다. 예를 들면, '키가 아주 큰 사람 (진리값(t)이 0.9 이상인 사람)'만 고려한 추론을 하고 싶어도 진리값이 0.5 에서 0.8 까지도 참 (true) 이기 때문에

'키가 큰 사람 (진리값이 0.7)'도 사람도 추론 고려 대상이 된다. 이런 현상은 분해 깊이가 긴 추론시 추론 시간을 길게하는 원인이 된다. 다른 하나는 퍼지 집합을 나타내는 함수가 1차 방정식으로 단순하다는 것이다. 실제 현실세계의 응용을 고려하면 다양한 함수로 정의할 수 있어야 한다.

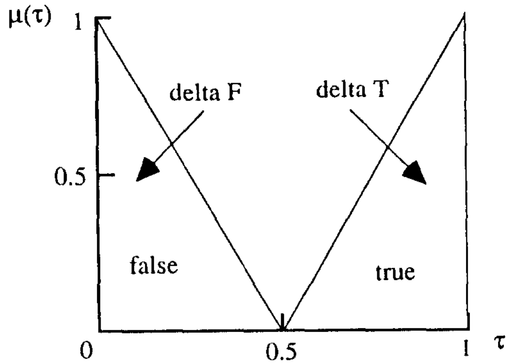


그림 3. meaningless가 0.5일때 FLVL의 진리값
Fig. 3. Truth value of FLVL with 0.5 meaningless.

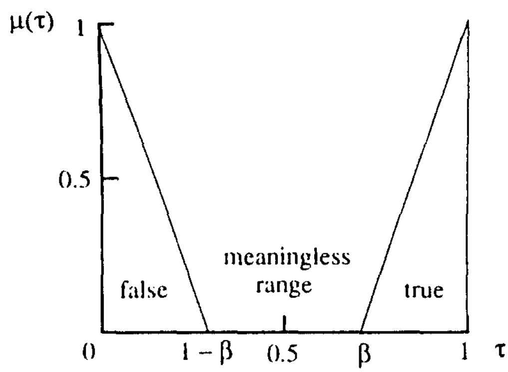


그림 4. meaningless가 [1-β ,β] 일때 FLVL의 진리값
Fig. 4. Truth value of FLVL with [1-β , β] meaningless.

그림 4는 무의미의 값이 [1-β ,β] 일때 FLVL의 진리값을 나타낸 것이다. 이것은 진리값(t)이 b 이상만 참 (true) 이고, 1 - β 이하만 거짓 (false) 라는 의미이다. 즉, '키가 아주 큰 사람' 에 대한 분해를 할 때는 '키가 큰 사람' 은 무의미로 취급하여 관심있는 대상인 '키가 아주 큰 사람' 과 '키가 아주 작은 사람' 만 분해의 대상이 된다.

이런 방법은 추론 수행시 고려해야 할 절의 범위가 줄어들어 분해의 횟수를 줄이는 역할을 한다. 현실적으로도 무의미 (0.5) 가까이에 있는 절은 참의 가능성이 약해 유용한 정보로 별로 사용되지 않는다.

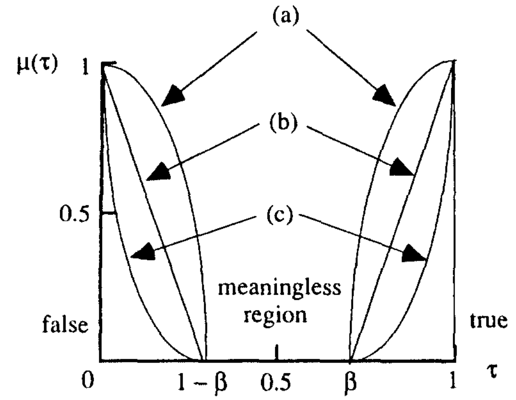


그림 5. meaningless가 [1-β ,β] 이고, 진리값을 강조, 축약한 겨우 FLVL의 진리값
Fig. 5. Truth value of FLVL with [1-β , β] meaningless range and emphasis, reduction function.

그림 5는 무의미의 값이 [β ,1-β] 이고 원하는 영역의 진리값을 강조 또는 축약한 것이다. (a) 는 [β ,1] 사이의 소속척도 의미를 축약한 것이다. 즉, '어느 정도 참'을 나타내며, 0.90 이나 0.95, 1.00 등을 별로 구별할 필요가 없는 응용을 위한 것이다. (b) 선형 증가형인 일반형이다. 소속척도의 정도가 진리값에 비례하는 응용을 위한 것이다. (c)는 [β , 1] 사이의 분해 확신도 의미를 강조한 것이다. 즉, 기존 이진 논리 만큼 '절대적인 참'은 아니지만 그것에 가까운 소속척도를 필요로 하는 응용에 사용하는 형태이다. 위의 형태외에도 원하는 응용에 적합한 함수를 정의하면 여러 형태의 참값을 얻을 수 있다.

융통성있는 퍼지 초월분해의 개념을 설명하고 정의를 한다. **AFHR** 이란 기존의 모순율에 의해 추론하는 것 대신에 반대율에 기반을 두어 추론을 하는 것을 의미한다.

[정의 7] 융통성있는 퍼지 초월분해 (**AFHR**: *adaptable fuzzy hyper-resolution principle*) 란 반대절(contrary clause)이나 반대혼합절(contrary mixed clause) N과 con° 를 가지는 양의 절의 집합 A_i를 동시에 고려하여 con° 를 가

지는 양의 절 B를 발생시 추론규칙이다.

$$\begin{array}{ll} \sim P \vee \sim Q \vee R \vee S & :N(\bar{P} \vee \bar{Q} \vee R \vee S_{\beta} \text{ 와 동일한 의미임)} \\ P(0.90) \vee T & :S_1 \\ Q(0.85) \vee W & :S_2 \\ \hline T \vee W \vee R \vee S_{con''=0.70} & :B \end{array}$$

위와 같이 **AFHR**는 N의 if 절에 있는 모든 조건을 S_1, S_2와 같은 양의 절과 상쇄가 일어나서 퍼지 분해형 B를 만든다. 실제로 $\sim\bar{P}$ 나 $\sim Q$ 는 진리값을 보고 알수 있으므로, $\bar{P}$ 의 진리값이 기준치보다 높은 것이라고 생각하면 된다.

2. 소속척도 함수와 b 수준과의 관계

Ⅲ.1 절에서는 여러가지 형태의 소속척도 함수와 β 수준 , 각각에 대하여 설명했다. 여기서는 소속척도 함수 f 와 β 간의 관계를 보인다. 또한 진리값의 소속척도 정도를 나타내는 진리값의 엄격도의 의미를 설명하고 정의한다.

그림 6은 2차 방정식을 소속척도 함수로 사용한 것인데, (a)는 β = 0.5인 경우이며 (b) 는 β = 0.75 인 경우이다. 다음은 소속척도 함수 f 와 β 와의 관계를 구한 것이다.

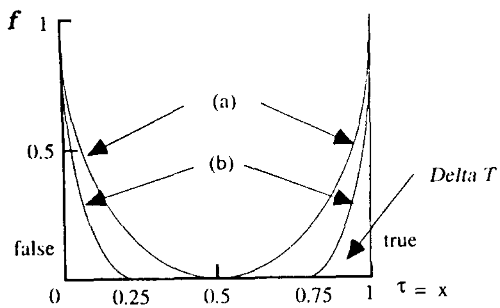


그림 6. 소속척도 함수들
Fig. 6. Membership functions.

위의 2차식들을 살펴보면 소속척도 f를 함수 를 구할 수 있다.

$$f_1 = 4(x-\beta)^2 \quad (\beta = 0.5 + 0 = 0.5) \tag{1}$$

$$f_2 = 4^2(x-\beta)^2 \quad (\beta = 0.5 + 0.5x1/2 = 0.75) \tag{2}$$

$$f_3 = 4^3(x-\beta)^2 \quad (\beta = 0.5 + 0.5x3/4 = 0.875) \tag{3}$$

$$\cdots$$

$$f_n = 4^n(x-\beta)^2 \tag{4}$$

그러므로 $f_i = 4^i(x-\beta)^2 \quad (i \geq 1)$ (5)

(1), (2), (3), (4) 에서

$$\beta = (0.5 + 0.5x(2^{i-1}-1))/2^{i-1} (i \geq 2) \tag{6}$$

$$\beta = 0.5 \quad (i = 1) \tag{7}$$

(6) 를 i 에 대하여 풀어쓰면 다음과 같다.

$$i = \log_2 (1/(1-\beta)) \tag{8}$$

(7) 을 (4)에 대입하면 소속척도 함수 f 를 구할 수 있다.

$$f = 4^{\log(1/(1-\beta))} (x-\beta)^2 \tag{9}$$

일반적인 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$f = c^{\log(1/(1-\beta))} (x-\beta)^2 \quad (c = 4) \tag{10}$$

[정의 8] (소속척도 함수 *f*와 레벨 β 와의 관계) 분해 확신도 함수 *f*와 레벨 β 와의 관계는 다음과 같다.

$$f = c^{\log(1/(1-\beta))} (x-\beta)^2$$

델타 -T (delta T)는 소속척도의 엄격한 정도(strict degree of membership value)를 나타내기 위한 한 요소이다. 델타 -T 의 모양이 수직으로 뾰족할 수록 엄격한 분해가 되며 굵을수록 덜 엄격한 분해가 된다. 예를 들어 이진논리에서의 분해는 델타 -T 가 0인 수직선 자체가 된다.

[정의 9] 델타-T 의 밑변과 델타-T 의 면적을 곱한 것을 퍼지 분해의 엄격도 (*sd : strict degree of adaptable resolution*) 라고 한다.

델타-T 의 면적 = $\int c(x-\beta)^2$ [1-β]

델타-T 의 밑변 = $(1-\beta)$

$sd = (1-\beta)\int c(x-a)^2\, dx[\beta, 1]$

sd 의 값을 보면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$sd \begin{cases} = 0 & :\text{binary logic} \\ = [0, 1/4] & :\text{fuzzy logic} \\ >= 1/4 & :\text{meaningless} \end{cases}$$

[예 1] β = 0.50, β = 0.75, β = 1.00 일 때 각각의 sd 를 구하고 의미를 비교하라.

[풀이]

(a) β = 0.50 일 경우 :

$sd = (1-\beta) \int c\ (x-\beta)^2 dx$($\beta$ = 0.50 를 대입한다)

$= (1-0.5)c\ [(1-0.5)/3-(0.5-0.5)/3]$ (여기서 $c = 4^i$, $i = log_2\ (1/(1-\beta))$)

= 0.083

(b) β = 0.75 일 경우 :

$sd = (1-\beta) \int c\ (x-\beta)^2 dx$($\beta$ = 0.75 를 대입한다)

$= (1-0.75)c\ [(1-0.75)/3-(0.75-0.75)/3]$

(여기서 $c = 4^i$, $i = log_2\ (1/(1-\beta))$)

= 0.042

(c) β = 1.00 일 경우 :

$sd = (1-\beta) \int c\ (x-a)^2 dx$($\beta$ =1.00 를 대입한다)

= 0

β = 1.00 이면 sd = 0 이므로 이진 분해와 동일하여 '절대적 참 (absolute true)' 인 추론을 수행하고, β = 0.75 이면 sd = 0.042 이므로 '매우 참 (very true)' 인 추론을 수행하며, b = 0.50 이면 sd = 이므로 '다소 참 (more-or-less true)' 인 추론을 수행한다.

3. 융통성있는 퍼지 초월분해 수행 예

여기서는 AFHR의 예를 들어 편리성과 효율성을 보인다. 여기서는 추론을 원하는 레벨 을 β 로 표현함으로써 관심이 있는 영역만 추론할 수 있음을 알 수 있다.

[예 2] 다음과 같은 절의 집합이 주어질때 AFHR을 수행하여 농구를 잘하는 사람 ('참' 인 정도가 b = 0.80)을 찾아라.

1. $\overline{\text{키가크다}}$ (x)∨$\overline{\text{점프력이좋다}}$ (x)∨농구를잘한다 $(x)_{\beta=0.80}$
2. 키가크다 (철수), T(키가크다 (철수)) = 0.60
3. 키가크다 (기범), T(키가크다 (기범)) = 0.95
4. 키가크다 (유택), T(키가크다 (유택)) = 0.95
5. 키가크다 (동희), T(키가크다 (동희)) = 0.85
6. 키가크다 (현준), T(키가크다 (현준)) = 0.90
7. 키가크다 (원우), T(키가크다 (원우)) = 0.85
8. 점프력이좋다 (철수), T(점프력이좋다 (철수)) = 0.70
9. 점프력이좋다 (기범), T(점프력이좋다 (기범)) = 0.75
10. 점프력이좋다 (유택), T(점프력이좋다 (유택)) = 0.95
11. 점프력이좋다 (동희), T(점프력이좋다 (동희)) = 0.98
12. 점프력이좋다 (현준), T(점프력이좋다 (현준)) = 0.90
13. 점프력이좋다 (원우), T(점프력이좋다 (원우)) = 0.75

[풀이]

(**AFHR** 경우: (a))

(1, 4, 10 절에서)

14. 농구를잘한다 (유택)$_{con^\circ=0.75}$

(정의 3.5에 의해 con° = 0.50)

(1, 5, 11 절에서)

15. 농구를잘한다 (동희)$_{con^\circ=0.25}$

(1, 6, 12 절에서)

16. 농구를잘한다 (현준)$_{con^\circ=0.50}$

(기존의 퍼지 분해의 경우: (b))

(1, 2, 8 절에서)

14. 농구를잘한다 (철수)$_{con^\circ=0.20}$

(1, 3, 9 절에서)

15 농구를잘한다 (기범)$_{con^\circ=0.50}$

(1, 4, 10 절에서)

16 농구를잘한다 (유택)$_{con^\circ=0.90}$

(1, 5, 11 절에서)

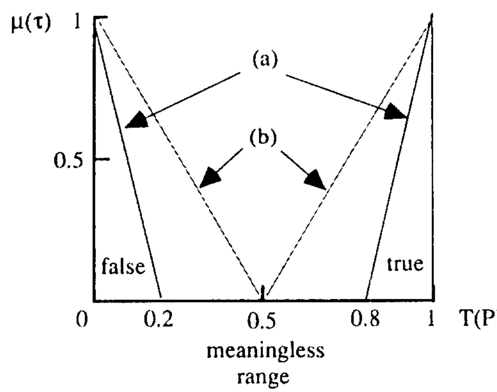
17. 농구를잘한다 (동희)$_{con^\circ=0.70}$

(1, 6, 12 절에서)

18. 농구를잘한다 (현준)$_{con^\circ=0.80}$

(1, 7, 13 절에서)

19. 농구를잘한다 (원우)$_{con^\circ=0.50}$



[분석] **AFHR** 경우 원하는 레벨인 β = 0.80 (농구를 잘하는 사람) 이상만 추론 대상으로 고려하므로 3명만 분해되어 결과로 나왔으나, 기존의 퍼지 분해인 경우 β = 0.80 를 정해줄 수없으므로 모든 절이 분해 대상이 되어 6개의 절이 분해되어 나왔다.

[예 3] 예 1에서 농구를 아주 잘하는 사람 ('참' 인 정도가 β = 0.90) 을 분해하고 추론 확신도를 구하라.

[풀이]

(**AFHR** 경우)

(1, 4, 10 절에서)

14. 농구를잘한다 (유택)$_{con^\circ=0.50}$

(기존의 퍼지 분해의 경우)

[예 1] 과 같이 6개의 절이 나온다.

[분석] **AFHR** 경우 원하는 레벨인 β = 0.90 (농구를 아주 잘하는 사람) 이상만 추론하므로 1명만 분해되어 결과로 나왔으나, 기존의 퍼지 분해인 경우 β = 0.90 를 정해줄 수 없으므로 모든 절이 분해 대상이 되어 6개의 절이 분해되어 나왔다.

4. 융통성 있는 퍼지 초월분해의 완전성

여기서는 융통성있는 퍼지 초월분해의 완전성을 증명한다. 우선 증명의 단순하기 위해 다음과 같은 가정을 한다.

[가정 1] FVL만 고려하고 FLVL은 고려하지 않는다.

[가정 2] and/or 연산시에 보상연산자의 가장 비관적인 연산인 MIN/MAX 연산자를 사용한다.

[보조정리 1] C_1과 C_2두 절이 있고, $R(C_1, C_2)$를 C_1과 C_2의 분해형이라 두자. 여기서 $MAX[T(C_1), T(C_2)] = \beta$ 라 두고 $MIN[T(C_1), T(C_2)] = \beta > 0.5$ 라 두자. 그러면 $\beta \le T(R(C_1, C_2)) \le \beta$ 이 성립한다. ($\beta \le b$)

[증명]

여기서 $C_1 = P \vee L_1$, $C_1 = P \vee L_1$ 라 고 두면 $R(C_1\ C_2) = L_1 \vee L_2$ 이 된다.

$T(C_1) = MAX[T(P), T(L_1)] = \beta$ (1)

$T(C_2) = MAX[T(P), T(L_2)] = b$ (2)

(1)과 (2)에서 $T(L_1) \le \beta$ 와 $T(L_2) \le b$를 얻을 수 있다.

경우 (a) : $T(L_1) \le \beta$ 라고 가정하자.

$$T(R(C_1\ C_2)) = T(L_1 \vee L_2) = MAX\ [T(L_1), T(L_2)] = MAX[\beta\ , T(L_2)].$$

$\beta \le T(R(C_1\ C_2)) \le b$ 이다.

경우 (b) : $T(L_1) < \beta$ 라고 가정하자. (1) 식과 T(P)는 β 여야 하고, $\beta > 0.5$ 이다. 그러므로

$T(P) = 1 - T(P) < 0.5 < \beta$ 이다.

그리고 (2) 식과 $T(L_2) = b \ge \beta$ 이다.

$$T(R(C_1\ C_2)) = T(L_1 \vee L_2) = MAX\ [T(L_1), T(L_2)]$$ 이다.

그러므로 $\beta \le T(R(C_1\ C_2)) \le b$이다.

[보조정리 2] 퍼지 절의 집합 S에서 임의의 절 C_1 C_2, ..., C_m이라 두자. 여기서 $max[T(C_1), T(C_2), ..., T(C_m)] = b$라 두고 $min[T(C_1), T(C2), ..., T(C_m)] = \beta$ 라 두자. 집합 Rn(S)의 어떤 임의의 절을 C^n이라 두면, $\beta \le T(C^n) \le b$ (for all $n \ge 0$)이다.

[증명]

[3]의 pp. 117 정리 2.9과 보조정리 3에 의함.

[정리 2] (융통성있는 퍼지 초월분해의 완전성) 만약 퍼지 절의 집합 S로 부터 $con^{\circ} \ne 0$ 인 공절 [ ] 이 초월 연역에 의해 연역되면 S는 불만족하며, 그 역도 성립한다.

[증명]

(a) (⇒)

퍼지 절의 집합 S가 불만족이라고 가정하자. 보조정리 1에 의하면 S가 퍼지 집합이면 이진 논리에서도 불만족하다고 할 수 있다. 보조정리 2에 의해 S로부터 공절 [ ] 을 연역할 수 있다. 정의 4 과 정의 6에 따르면 $con^{\circ} = 0$ 이거나 $T(\ [\ ]\ _{con^{\circ}}) = [1-\beta\ ,\ \beta\ ]$ 이면 무의미(meaningless) 이므로, $con^{\circ} \ne 0$ 이거나 $0 \le T(\ [\ ]\ _{con^{\circ}}) < 1-\beta$ 임을 알 수 있다.

(b) (⇐)

만약 $con^{\circ} \ne 0$인 공절 [ ] 을 연역하는 초월 연역이 존재하고 S 가 만족하다고 가정하자. 그러면 정의 7과 정의 4에 의해 $T(S) \ge \beta$ 이고 $1-\beta > T(\ [\ ]\ _{con^{\circ}})$ 인 관계가 생긴다. 그러나 보조정리3과 보조정리 4에 의하면 $0.5 < a \le T(C^n) \le b$ 이다. 그래서 $T(C^n)$과 같은 class인 $T(\ [\ ]\ _{cd})$로 표현하면 $0.5 < T(\ [\ ]\ _{cd})$을 얻을 수 있다. 이것은 앞의 $1-\beta > T(\ [\ ]\ _{con^{\circ}})$ 조건에 어긋난다. 그러므로 S는 불만족하다고 할 수 있다.

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 반대율, 무의미영역, 분해 엄격도 등 새로운 개념들을 도입하여 선택적인 분해를 할 수 있는 융통성있는 퍼지 초월분해을 제안하였다. 이것은 레벨(β)을 조정하여 이진분해처럼 엄격한 추론과 아주 퍼지한 추론을 할 수 있다. 또한 예를 통해 기존 분해와 **AFHR**의 수행과정을 비교하고, 분해된 결과 절의 갯수로 효율성을 보였다. **AFHR**의 특징은 다음과 같다.

(1) 무의미 영역이 진리값 0.5인 점으로 고정되지 않고, 레벨(β)를 사용하여 가변적인 범위를 정할 수 있다. 이것은 추론의 효율성을 높이는 역할을 한다.

(2) 분해 확신도 구하는 함수가 선형 함수 뿐만 아니라 여러 비선형 함수로 정의할 수 있으므로 원하는 범위의 분해 확신도를 강조 또는 축소할

수 있다.

(3) 분해 엄격도 *sd*로 추론의 엄격한 정도를 나타낼 수 있으므로 퍼지 논리의 특징인 언어적 표현이 가능하여 사용상의 편리함을 들 수 있다.

AFHR은 기존의 규칙 기반 시스템에 채용하여 사용하면 실제로 불확실한 정보를 추론할 수 있을 것으로 기대된다. 앞으로의 계획은[7] 에서 제안한 보상연산자를 포함하여 좀 더 일반적이고 체계적인 퍼지 분해를 정립하는 것이다.

參 考 文 獻

[1] C. L. Chang and R. C. T. Lee, *Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving*, Academic Press, New York and London, 1973.

[2] R. C. T. Lee, "Fuzzy Logic and the Resolution Principle," *Journal of ACM*, Vol. 19, No. 1, pp. 109-119, 1972.

[3] J. A. Robinson, "A Machine Oriented Logic Based on the Resolution Principle," *Journal of ACM*, Vol. 12, No. 1, pp. 23-41, 1965.

[4] J. A. Robinson, "Automatic Deduction with Hyper-resolution," *International Journal of Computer Mathmatics*, Vol,. 1, pp. 227-234, 1965.

[5] Zuliang Shen, Liya Ding and Masao Mukaidono, "Fuzzy Resolution Principle," *The 18th International Symposium on Multivalued Logic*, pp. 210-215, 1988.

[6] G. Klir and T. Folger, *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice-Hall International Editions, 1988.

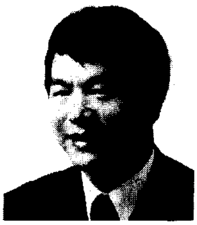
[7] 김창석, 박순철, 김대수, 이상조, "보상 연산자를 이용한 퍼지 초월분해," 한국정보과학회 논문지, 제 21권 제 9호, PP. 520-527, 1994년 3월

著 者 紹 介

金 昌 錫(正會員)
1983年 경북대학교 전자공학과 (전산 전공) (학사). 1990年 경북대학교 대학원 전자공학과 (전산 전공) (석사). 1994年 8月 경북대학교 대학원 컴퓨터공학과 (박사). 1983年 ~ 현재 한국전자통신연구소 데이타베이스 연구실 선임연구원. 주관심 분야는 멀티미디어 DB, 퍼지 및 지능형 DB, 주기억 상주 DB 등임.

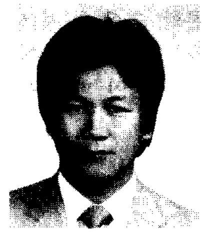
朴 淳 哲(正會員)
1979年 인하대학교 응용물리학과 (학사). 1982年 인하대학교 대학원 응용물리학과 (석사). 1991年 미국 Louisiana State Univ. 전산학과 (박사). 1991年 ~1993年 한국전자통신연구소 데이타베이스 연구실 선임연구원. 1993年 10月 ~ 현재 전북대학교 정보통신공학과 전임강사. 주관심 분야는 데이타 구조 및 알고리즘, 병렬 알고리즘, 퍼지 DB 등임.

著者紹介



金 大 洙(正會員)

1977年 서울대학교 사범대학 수학과 (학사). 1984年 서울대학교 대학원 수학과 (석사). 1986年 미국 Univ. of Mississippi 전산학과 (석사). 1990年 미국 Univ. of South Carolina 전산학과 (박사). 1986年 ~ 1990年 미국 Intelligent Systems Lab. 연구원. 1991年 ~ 1993年 2月 한국전자통신연구소 인공지능연구실 선임연구원. 1993年 3月 ~ 현재 한신대학교 전산학과 조교수. 주관심 분야는 뉴럴 네트워크, 퍼지 이론, 인공지능, 패턴인식 등임.



李 相 祚(正會員)

1974年 경북대학교 수학과 (학사). 1976年 한국과학기술원 전산학과 (석사). 1994年 서울대학교 대학원 컴퓨터공학과 (박사). 1991年 ~ 1993년 경북대학교 전자계산소 소장 역임. 1976年 ~ 현재 경북대학교 컴퓨터공학과 교수. 주관심 분야는 프로그래밍언어, 자연어 처리, 기계번역 등임.