

다중루프 공정을 위한 일반형 예측 제어

(Generalized Predictive Control for Multiloop Processes)

金聖雨*, 金炳國*

(Seong Woo Kim and Byung Kook Kim)

要約

본 논문에서는 알려진 외란이 있는 플랜트에 대한 새로운 일반형 예측 제어 알고리즘을 제안한다. 또한, 이 알고리즘을 기반으로 부시스템간에 입력 결합이 있는 플랜트에 관해 단방향, 양방향 예측 제어기들을 제안한다. 이 예측 제어 알고리즘들은 다중루프 제어기로서 많은 산업 공정에 적용가능하다. 시뮬레이션 결과는 제안 한 알고리즘이 기존의 GPC 알고리즘에 비해 성능뿐만 아니라 수행시간에 있어서도 향상된 성능을 보여준다.

Abstract

In this paper, we present a new GPC algorithm for plants with known disturbances. Also, based on the above algorithm, unidirectional and bidirectional predictive controllers have been proposed, concerning plants with input couplings between subprocesses. These predictive control algorithms can be applied to many industrial processes as a multiloop controllers. Simulation results show that the proposed algorithm has improved performance and computing time compared to conventional GPC algorithm.

1. 서론

수십년 전부터 반도체 및 컴퓨터 기술의 발달로 많은 양의 연산을 빠르게 수행할 수 있는 값이 싼 마이크로 컴퓨터 등이 상용화되었다. 그 결과, 컴퓨터의 논리판단과 실시간 제어를 조합하여 복잡한 연산을 고속으로 수행할 수 있게 되었고, 이러한 연산 알고리즘을 용이하게 하는 현대 제어 이론이 발달하였다. 실제

산업 공정에서는 공정 제어 시스템의 자동화, 시스템 화에로의 발달이 가속되어, 80년대에 들어서면 분산 제어 시스템 (Distributed Control System)이 출현하게 되었다. 그 당시 여기에 적용한 알고리즘은 비교적 간단하고 고전적인 PID 제어가 대부분이었다. 하지만, 상당수의 산업 공정은 시스템 모델로 만들기 어렵기 때문에 종래의 고전적인 제어기로는 아직까지도 원하는 성능을 나타내지 못하고 있으며, 사람이 손으로 조작하는 작업이 필요한 실정이다.

결국, 보다 현대적인 공정 제어 시스템의 구현을 위해서 크게 세 가지가 요구된다. 첫째로는 우수한 제어 성능을 위해서 PID 제어기를 대체할 수 있는 진보된 제어 알고리즘을 들 수 있다. 진보된 제어 알고리즘의

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Korea Advanced Institute of Science and Technology, Electrical Engineering and Electronics)
接受日字 : 1993年 10月 20日

으로는 적응 제어, 퍼지 제어, 신경회로망, 예측 제어 등을 들 수 있으며, 60년대부터 꾸준히 발전되어 온 현대 제어 이론의 소산물이다. 둘째, 진보된 제어 알고리즘의 실시간 제어를 가능케 하는 고속 프로세서이다. 마지막으로, 가장 중요한 것은 앞에서 설명한 진보된 제어 알고리즘(소프트웨어)과 실시간 처리가 가능한 고속 프로세서(하드웨어)의 통합이다. 이렇게 통합, 구성되려면, 전체 시스템을 관리, 제어, 진단 기능 등을 모두 갖춘 진보된 지능 제어 시스템 (Advanced Intelligent Control System)의 구현이 필연적이다.

진보된 지능 제어 알고리즘으로써 요즘 산업 공정에서 가장 각광을 받고 있는 것이 일반형 예측 제어 (GPC, Generalized Predictive Control)이다. [1] 일반형 예측 제어는 미래의 어떤 구간 내에서의 공정 출력을 예측함으로써 원하는 공정 출력 오차와 제어입력을 최소화하는 이동 구간 제어(Receding Horizon Control) 방식이다. [2,3,4] 이미 알고 있는 미래의 시스템 정보를 이용하는 모델 예측 제어 알고리즘들의 장점만을 취한 일반형 예측 제어는 선형화된 모델 계수가 충분히 인식되었다는 가정 하에 비최소위상 공정, 불안정한 공정, 시간 지연을 갖는 공정 등에 모두 적합한 보편적인 제어 방식으로 알려져 있다. 또한, 시스템 인식 루틴으로 인하여 프로세스 정보를 별로 필요로 하지 않으며, 다변수 시스템의 경우 MIMO GPC나 다중루프 GPC 둘 다 구현 가능하다는 장점을 갖는다. 반면, 제어 알고리즘은 비교적 복잡하게 구성된 단점이 있으나, 이 문제는 현대의 고속 프로세서에 의한 실시간 제어로 충분히 해결할 수 있고, 실제로 많은 산업용 제어 부문에서 사용되고 있다.

그러나, 이러한 우수성에도 불구하고 산업용 제어 시스템의 다중루프 제어기로서의 역할을 담당할 때, 일반형 예측 제어기에는 문제점이 있다. 발전소 시스템 같은 대부분의 공정제어 형태는 여러 local loop의 복합적 구성으로 이루어져 있고, 다중루프 제어 (multiloop control)를 하게 된다. [1,5] 시스템 제어기를 다중루프 제어기로 구성할 경우, 전체 시스템을 하나의 제어기로 구성하는 MIMO 제어기에 비해 해석하기가 쉽고, 구성이 용이하며, 종래의 PID 제어기 등의 대체가 간편하다는 장점을 가지므로 더욱 적용 타당성이 크다. 기존의 SISO GPC 제어기로 다중루프 제어기를 구성하였을 때도 위와같은 장점을 가지게 되나, 하나의 부시스템의 입장에서 볼 때, 다른 부시스템의 영향으로 인한 외란 등을 부하외란으로 취급하므로, 부하외란에 비해 그 크기가 작을 때는 큰 성능 차이를 가지지 않으나, 크기가 클 경우 심각한 불안정성을 나타내게 된다. 이 문제의 해결책

으로는 원래의 시스템 모델에서 다른 부시스템으로 인한 외란을 적절히 제거하여 주어야 한다.

본 논문에서는 다른 부시스템으로 인한 외란을 알고 있다는 가정하에서 일반형 예측 제어 알고리즘을 제시한다. 아울러 부시스템간에 결합(coupling)이 있는 일반적인 MIMO 플랜트에 대해 새로운 GPC 알고리즘을 제안하게 된다. 이 알고리즘들은 계수 추정기와 제어기가 각각의 부시스템마다 독립적으로 구성되므로, 다중루프 제어에 적합하다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 이미 알려진 외란을 적절히 제거하는 예측 제어 알고리즘을 제시한다. 3절에서는 부시스템간에 결합이 있는 일반적인 경우에 대해 새로운 GPC 알고리즘을 제안하게 된다. 4절에서는 시뮬레이션을 통해서 제안된 알고리즘들과 기존의 일반형 예측 제어 알고리즘과의 성능을 비교, 검토하고, 5절의 결론으로 끝맺는다.

II. 알려진 외란이 있는 플랜트의 일반형 예측 제어

알려진 외란이란 제어입력으로는 불가능하지만 측정가능하고, 미래의 어느 범위까지 예측 가능한 외부 신호를 말한다. 예를 들면, 어떠한 부동특성(subdynamics)이 다른 부 동특성의 영향을 받는 일반적인 경우에서, 이 영향은 다른 부 동특성의 입출력신호들에 의해 크게 좌우된다. 더구나, 그 정보를 알기가 용이하므로 제어기 구성에 이용하면 더욱 우수한 제어 성능을 가질 수 있다. 이러한 신호들을 일종의 알려진 외란으로 간주할 수 있고, 노이즈나 측정오차 등의 비구조적인 부하외란(unstructured load disturbance)이나 플랜트 불확정성(uncertainty)으로 인한 구조적인 외란(structured disturbance)과는 구별되어야 한다.

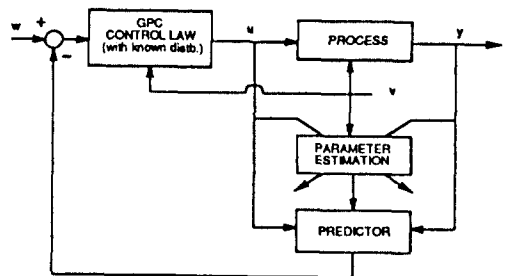


그림 1. 알려진 외란이 있을 때의 GPC 폐루프 시스템
Fig. 1. GPC closed-loop system with known disturbance.

어떤 플랜트에서 알려진 외란이 있는 경우에, 위의 GPC 페루프 시스템은 그림 1과 같이 표현할 수 있다. 여기서, 알려진 외란 v 에 대해서는 계수 추정 과정이 필요하고, 예측 제어 법칙에도 고려되어야 한다. 모델 파라미터들을 모두 알고 있고, 미래의 일정한 구간 내의 외란의 정보를 알고 있다는 가정하에서 알려진 외란을 고려한 SISO 일반형 예측 제어 법칙은 기존의 제어, 알고리즘과 크게 다르지 않다.

먼저 플랜트 모델은 CARIMA 모델로써, 그 식은 다음과 같다.^[2]

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})v(t-1) + \xi(t)/\Delta \quad (2.1)$$

여기서, $\Delta = 1 - q^{-1}$ 는 미분기에 해당한다. $v(t-1)$ 이 알려진 외란항이고 나머지 랜덤신호, 스텝신호 등의 부하외란은 $\xi(t)$ 로 표현된다. $C(q^{-1})$ 은 알려진 외란항에 대한 매개변수 벡터이다.^[2]

미래의 출력예측을 위해 도입되는 Diophantine equation은 다음과 같다.

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})D + F_j(q^{-1}) \quad j = 1, 2, \dots, N$$

여기서, $E_j(q^{-1})$ 와 $F_j(q^{-1})$ 는 $A(q^{-1})$ 다항식과 예측 구간 j 로부터 유일하게 정의되는 다항식이며, 순환 유도에 의해 구할 수 있다.^[2]

위 두 식으로부터 시간 t 까지의 출력 데이터, 임의의 주어진 제어 입력과 알려진 외란에 대한 최적 출력 예측기는 다음과 같이 된다.

$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + H_j(q^{-1})\Delta v(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (2.2)$$

여기서, $G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})$, $H_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})C(q^{-1})$ 이다.

미래의 기준입력 $w(t+k)$, $k=1, 2, \dots$ 가 주어지게 되면, GPC에서의 비용 함수는 다음과 같다.

$$J(l, N, N_u) = E \left\{ \sum_{k=1}^N (\hat{y}(t+k) - w(t+k))^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \lambda \Delta u(t+k-1)^2 \right\} \quad (2.3)$$

여기서, N 는 출력 예측 구간, N_u 는 제어 구간이며, λ 는 공정 출력 오차와 제어 입력 증분 간의 가중치이다.

N_u 이상의 예측구간에 대하여 제어 입력 증분이 0인 걸 고려하여, $1 \sim N$ 까지의 예측식을 벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y} &= G_1 \bar{u} + f \\ f &= D \Delta u(t) + H \Delta v + F y(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \hat{y} &= [\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+N)]^T \\ \bar{u} &= [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+N_u-1)]^T \\ f &= [f_1(t), f_2(t), \dots, f_N(t)]^T \\ \Delta u(t) &= [\Delta u(t-1), \Delta u(t-2), \dots, \Delta u(t-m-N+1)]^T \\ \Delta v &= [\Delta v(t), \Delta v(t+1), \dots, \Delta v(t+N-1)]^T \\ y(t) &= [y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n)]^T \\ D &= [D_1, D_2, \dots, D_N]^T \\ H &= [H_1, H_2, \dots, H_N]^T \\ F &= [F_1, F_2, \dots, F_N]^T \end{aligned}$$

이 된다. f 는 시간 t 까지의 출력, $t-1$ 까지의 제어 입력, 그리고 알려진 외란항들로 구성되므로 연산가능하다. 또한, 특히 G_1 은 $N_p \times N_u$ 차원의 lower triangle 형태를 가진다.

$$G_1 = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & g_0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-N_u} \end{bmatrix}$$

이제 위 (2.3)식 비용함수의 최소화에 상응하는 제어 법칙을 유도해 보자. (2.3)식을 \bar{u} 에 대해 미분하여 0이 되도록 하면 구해지는 \bar{u} 는 다음 식이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{u} &= (G_1^T G_1 + \lambda I)^{-1} G_1^T (w - f) \\ \bar{u}(t) &= [1 \ 0 \ 0 \ \dots] (G_1^T G_1 + \lambda I)^{-1} G_1^T (w - f) \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서, f 에 알려진 외란에 대한 예측항이 포함되는 걸 제외하면 기존의 GPC 알고리즘과 일치한다. 그리고, 실제 제어 입력으로는 미래 제어 입력 요소들 \bar{u} 중 현재 시점에서의 제어 입력인 첫째 요소 $\bar{u}(t) = u(t) - u(t-1)$ 만이 쓰이게 된다.

이 제어기는 플랜트에서 외란이 알려진 경우에 대해서 효과적인 제어 목적을 달성할 수 있게 설계되었다. 또한, 대규모 플랜트에서 각 부시스템들이 이러한 예측 제어 알고리즘으로 제어된다면, 각 부시스템에서 다른 부시스템으로부터의 영향을 알려진 외란으로 간주하여 성능이 우수한 다중루프 제어기로써 구성 가능하다.

또한, 이와 같은 알려진 외란을 고려한 예측 제어

알고리즘은 다변수 (MIMO) 시스템으로의 확장이 가능하다.

Ⅲ. 결합이 있는 플랜트의 일반형 예측 제어

입력 간에 결합이 있는 플랜트는, 크게 두 가지 종류로 나눌 수 있다. 전체 플랜트가 제어 입력 집합 $u=u_1Uu_2$ 과 출력 집합 $y=y_1Uy_2$ 로 구성된다라고 할 때, 첫째는 그림 2에서 보는 바와 같이 하나의 부시스템만이 결합이 존재하는 경우이고, 또다른 하나는 그림 3과 같이 양쪽 모두 결합이 존재하는 경우이다. 이 두 종류의 플랜트를 각각 단방향 결합이 있는 플랜트(Plant with unidirectional coupling), 양방향 결합이 있는 플랜트(Plant with bidirectional coupling) 라고 정의할 수 있다. 특히, 출력들 간에도 결합이 있는 일반적인 경우도 결국 위와 같이 출

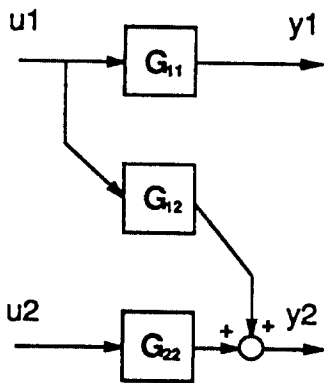


그림 2. 단방향 결합이 있는 플랜트
Fig. 2. The Plant with unidirectional coupling.

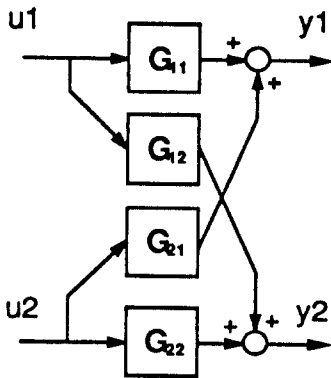


그림 3. 양방향 결합이 있는 플랜트
Fig. 3. The Plant with bidirectional coupling.

력 결합이 없는 양방향 결합 플랜트로 표현가능하다. 본 장에서는 입출력 부시스템이 각각 2개씩 있는 경우에 대해서만 전개해 나가며, 여러개가 있는 경우는 쉽게 유추가 가능하다.

3.1 단방향 결합이 있는 플랜트

단방향 결합이 있는 플랜트의 일반형 예측 제어 방법으로는 다음과 같이 두 가지를 생각할 수가 있다. 하나는, 전체 시스템을 고려하여 기존의 다변수 일반형 예측 제어 알고리즘을 적용하는 것이다. 이 경우, 각 출력 부집합의 기준 입력 추종 특성을 모두 좋게 하기 위한 최적해를 구하므로, 결국 출력 특성 자체도 서로의 부집합에 영향을 받게 된다.

또 하나의 방법은, 독립된 특성을 갖는 입력-출력 부집합에 대한 예측 제어 알고리즘을 적용한 후 나머지 결합이 있는 부시스템에 대해 2장에서 구현된 외란이 알려진 경우의 일반형 예측 제어 알고리즘을 구성하는 방법이다. 여기서, 알려진 외란은 그림 2에서의 u_1 이 되며, 이 방법은 각각의 부시스템을 독립적으로 제어하는 다중 루프 제어기로서의 역할을 수행하게 된다. 본 절에서 제안한 알고리즘은 두번째 방법이다.

먼저 그림 2의 단방향 결합이 있는 플랜트를 고려하자. 단방향 예측 제어 알고리즘

- 1) u_1 에 대한 일반형 예측 제어 법칙을 적용한다.
- 2) u_2 에 대하여 1)에서 구한 u_1 을 알려진 외란으로 간주하여 2장에서 구한 일반형 예측 제어 법칙을 적용한다.
- 3) 1)과 2)에서 구한 u_1, u_2 를 플랜트에 입력하고 다음 샘플링 시간이 될 때까지 기다린다.

다음 그림 4는 위의 단방향 예측 제어 알고리즘의 일반화된 간단한 흐름도이다.

위와 같이 단방향으로만 결합이 있을 때는, 결합되지 않은 부시스템의 제어 입력을 먼저 [단계 1]에서 계산한 후, 이 제어 입력을 알려진 외란으로 간주하여 결합된 부시스템의 제어 입력을 [단계 2]에서 계산할 때 이용한다.

제안한 알고리즘은 기존의 MIMO 알고리즘에 비해 몇가지 장점을 가지고 있다. 먼저, 독립적인 제어 방식으로 인한 다중루프 제어기로서의 효과적인 역할을 수행한다. 서론에서도 서술하였듯이 기존의 방법에 비해 다중루프 제어기로서의 장점을 가지며, 각각의 부시스템들의 상호 결합을 최소화하는 방향으로 제어가 이루어지므로 성능 향상을 가져오게 된다.

두번째로, 알고리즘 수행 속도에 있어서 기존의 MIMO GPC에 비해 적은 양의 계산을 요구하므로,

수행속도도 빠르다. 계산량이 줄어드는 이유는 크게 두 가지 이유에 기인한다. 예를 들면, 플랜트의 입출력이 각각 n 개, 각 부시스템의 출력 추정 계수의 갯수가 k 개, 입력 추정계수의 갯수가 1개이고, 예측 제어기에서 모든 부시스템의 제어 범위는 N_u , 예측 범위는 N 이라고 하자.

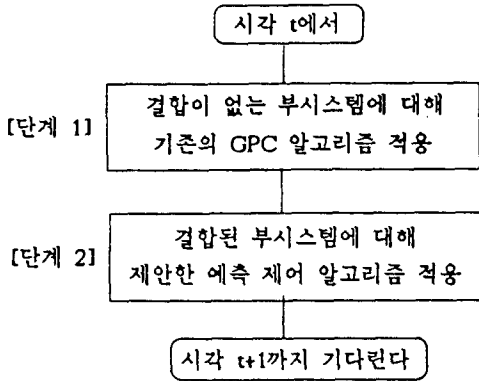


그림 4. 단방향 예측 제어 알고리즘 흐름도
Fig. 4. Unidirectional predictive control algorithm.

첫째, 시스템의 매개변수를 추정하는 적응 제어의 경우, 일반적인 RLS(Recursive Least-Square) 방법을 사용한다고 할 때, 기존의 방법에서는 매개변수 벡터, regression 벡터의 크기가 $n \times (k+1)$ 가 되므로 covariance 행렬은 $(n \times (k+1)) \times (n \times (k+1))$ 크기를 갖는 반면, 제안한 방법은 각각의 부시스템을 독립적으로 취급하므로, 부시스템마다 매개변수 벡터와 covariance 행렬의 크기는 각각 $k+n \times 1$, $(k+n \times 1) \times (k+n \times 1)$ 이 된다. 그러므로, 일반적인 경우 제안한 방법이 추정 속도가 훨씬 빠르다.

둘째, 예측 제어기에서 기존의 방법은 모든 연산 행렬들의 크기가 $n \times N$ 에 의존하는 반면, 제안한 단방향 예측 제어기에서는 연산 행렬들의 차원이 N 에 의존하기 때문이다. 단방향 예측 제어기에서 계수 추정 루틴과 마찬가지로, 각각의 부시스템마다 따로 계산이 필요하므로, n 배만큼 계산량이 늘어날지라도, 기존의 MIMO GPC보다는 빠르다. 이것은 일반적으로 $N \times N$ 행렬을 n 번 계산하는 것이 $(n \times N) \times (n \times N)$ 을 한번 하는 것보다 빠르다는 것을 생각하면 쉽게 이해할 수 있다. 또, 각 부시스템의 출력 예측 범위(일반적으로 시스템의 상승시간으로 잡는다) N_1, N_2, \dots 를 다르게 설정할 수 있으므로, 최고 상승 시간을 갖는 부 시스템을 출력 예측 범위로 잡는 기존의 방법과는 다르다. 그러므로, 각 부시스템의 응답 특

성이 상당히 다를 경우, 출력 예측 범위에 의존하는 행렬들의 계산에 있어서 더욱 효율적이다.

3.2 양방향 결합이 있는 플랜트의 일반형 예측 제어
그림 3의 양방향으로 입력 결합이 된 일반적인 플랜트의 경우에는 기존의 MIMO GPC를 쓰는 것이 일반적이다. 본 논문에서는 앞에서 설명한 내용을 토대로 기존의 일반형 예측 제어 알고리즘과는 다른 알고리즘을 제안하고자 한다.

이 예측 제어 알고리즘에서 사용하는 모델은 CARIMA 모델을 그대로 사용하며, 2개의 부시스템을 독립적으로 취급하기 때문에 모델식도 2개가 된다. 아울러, 앞으로 계속 이러한 방법으로 전개해 나간다.

$$A_1(q^{-1})y_1(t) = B_1(q^{-1})u_1(t-1) + C_1(q^{-1})u_2(t-1) + \xi_1(t)/\Delta \quad (3.1)$$

$$A_2(q^{-1})y_2(t) = B_2(q^{-1})u_2(t-1) + C_2(q^{-1})u_1(t-1) + \xi_2(t)/\Delta \quad (3.2)$$

이러한 모델식 (3.1), (3.2)을 정했으면, 미래의 출력 예측기를 만들기 위해서 각각 독립된 Dio-phantine식이 필요하게 된다. 그 식들은 다음과 같다.

$$1 = E_{1j}(q^{-1})A_1(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_{1j}(q^{-1}) \quad j=1,2,\dots,N_1 \quad (3.3)$$

$$1 = E_{2j}(q^{-1})A_2(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_{2j}(q^{-1}) \quad j=1,2,\dots,N_2 \quad (3.4)$$

여기서, N_1, N_2 는 부시스템 각각의 출력 예측 범위이다. 따라서, 앞 2장에서와 같은 과정으로 구한 최적 출력 예측기들은 위 식으로부터 다음 식이 된다.

$$\hat{y}_1(t+j) = G_{1j}(q^{-1})\Delta u_1(t+j-1) + H_{1j}(q^{-1})\Delta u_2(t+j-1) + F_{1j}(q^{-1})y_1(t) \quad (3.5)$$

$$\hat{y}_2(t+j) = G_{2j}(q^{-1})\Delta u_2(t+j-1) + H_{2j}(q^{-1})\Delta u_1(t+j-1) + F_{2j}(q^{-1})y_2(t) \quad (3.6)$$

여기서, $G_{1j}(q^{-1}) = E_{1j}(q^{-1})B_1(q^{-1})$, $G_{2j}(q^{-1}) = E_{2j}(q^{-1})B_2(q^{-1})$ 이고, $H_{1j}(q^{-1}) = E_{1j}(q^{-1})C_1(q^{-1})$, $H_{2j}(q^{-1}) = E_{2j}(q^{-1})C_2(q^{-1})$ 이다. 위 식에서 보면 각각 결합 방향으로 작용한 제어 입력 부분이 알려진 외란으로 간주된다.

미래의 기준입력들 $w_1(t+i), w_2(t+j), i=1,2,\dots,N_1, j=1,2,\dots,N_2$ 가 미리 주어질 때 2장에서와 마찬가지로 예측 제어 법칙의 목적에 맞게 비용함수를 설정하면 다음과 같이 된다.

$$J_1(N_1, N_u) = E \left\{ \sum_{k=1}^{N_1} (\hat{y}_1(t+k) - w_1(t+k))^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \lambda_1 \Delta u_1(t+k-1)^2 \right\} \quad (3.7)$$

$$J_2(N_2, N_u) = E \left\{ \sum_{k=1}^{N_2} (\hat{y}_2(t+k) - w_2(t+k))^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \lambda_2 \Delta u_2(t+k-1)^2 \right\} \quad (3.8)$$

(3.7)식을 $j=1, \dots, N_1$ 까지, (3.8)식을 $j=1, \dots, N_2$ 까지 구하여 벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{y}_1 = G_1 \bar{u}_1 + f_1 \quad (3.9)$$

$$\hat{y}_2 = G_2 \bar{u}_2 + f_2 \quad (3.10)$$

$$f_1 = D_{11} \bar{u}'_1 + D_{12} \bar{u}'_2 + H_1 \bar{u}_2 + F_1 y'_1$$

$$f_2 = D_{21} \bar{u}'_2 + D_{22} \bar{u}'_1 + H_2 \bar{u}_1 + F_2 y'_2$$

여기서,

$$\hat{y}_i = [\hat{y}_i(t+1), \hat{y}_i(t+2), \dots, \hat{y}_i(t+N_i)]^T$$

$$\bar{u}_i = [\Delta u_i(t), \Delta u_i(t+1), \dots, \Delta u_i(t+N_u - 1)]^T$$

$$\bar{u}'_i = [\Delta u_i(t-1), \Delta u_i(t-2), \dots, \Delta u_i(t-m_i - N_i + 1)]^T$$

$$y'_i = [y_i(t-1), y_i(t-2), \dots, y_i(t-n_i)]^T$$

$$f_i = [f_{i1}(t), f_{i2}(t), \dots, f_{iN_i}(t)]^T$$

$$D_{ij} = [D_{ij1}, D_{ij2}, \dots, D_{ijN}]^T$$

$$G_i = [G_{i1}, G_{i2}, \dots, G_{iN_i}]^T$$

$$H_i = [H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{iN_i}]^T$$

$$F_i = [F_{i1}, F_{i2}, \dots, F_{iN_i}]^T$$

이 되며, 미래 예측값들을 이용하는 부분과 $t-1$ 까지의 값들을 이용하는 부분을 분리해 내기 위해서 $E_i(q^{-1})B_i(q^{-1})$, $E_i(q^{-1})C_i(q^{-1})$ 를 각각 G_i , D_{ii} 와 H_i , D_{i2} 로 정리하였다. 행렬 G_i , H_i 는 역시 lower triangular 형태를 취한다. G_1 , H_1 과 G_2 , H_2 의 차원은 각각의 부시스템에 맞게 $N_1 \times N_u$ 와 $N_2 \times N_u$ 가 된다.

각 비용함수들의 각각의 최소화에 상응하는 독립적인 제어 입력들은 2장에서와 같이 구하면 다음 식들이 된다.

$$\bar{u}_1 = (G_1^T G_1 + \lambda_1 I)^{-1} G_1^T (w_1 - f_1) \quad (3.11)$$

$$\bar{u}_2 = (G_2^T G_2 + \lambda_2 I)^{-1} G_2^T (w_2 - f_2) \quad (3.12)$$

식 (3.11)과 (3.12)을 다르게 정리하면 다음 식들로 표현된다.

$$(G_1^T G_1 + \lambda_1 I) \bar{u}_1 = G_1^T (w_1 - f_1) \quad (3.13)$$

$$(G_2^T G_2 + \lambda_2 I) \bar{u}_2 = G_2^T (w_2 - f_2) \quad (3.14)$$

앞 (3.13), (3.14)식에서 f_1 , f_2 의 요소 중 두 출력 예측기에서 결합된 외란의 미래 예측 요소들을 분리해 내면, 다음 식 (3.15), (3.16)로 전개된다.

$$(G_1^T G_1 + \lambda_1 I) \bar{u}_1 = G_1^T (w_1 - D_{11} \bar{u}'_1 - D_{12} \bar{u}'_2 - H_1 \bar{u}_2 - F_1 y'_1) \quad (3.15)$$

$$(G_2^T G_2 + \lambda_2 I) \bar{u}_2 = G_2^T (w_2 - D_{21} \bar{u}'_2 - D_{22} \bar{u}'_1 - H_2 \bar{u}_1 - F_2 y'_2) \quad (3.16)$$

다음 식 (3.17), (3.18)은 위 (3.15), (3.16)식에 서 미래 예측 항들을 왼쪽으로 넘긴 형태이다.

$$(G_1^T G_1 + \lambda_1 I) \bar{u}_1 + G_1^T H_1 \bar{u}_2 = G_1^T (w_1 - D_{11} \bar{u}'_1 - D_{12} \bar{u}'_2 - F_1 y'_1) = G_1^T e_1 \quad (3.17)$$

$$(G_2^T G_2 + \lambda_2 I) \bar{u}_2 + G_2^T H_2 \bar{u}_1 = G_2^T (w_2 - D_{21} \bar{u}'_2 - D_{22} \bar{u}'_1 - F_2 y'_2) = G_2^T e_2 \quad (3.18)$$

여기서,

$$e_1 = w_1 - D_{11} \bar{u}'_1 - D_{12} \bar{u}'_2 - F_1 y'_1$$

$$e_2 = w_2 - D_{21} \bar{u}'_2 - D_{22} \bar{u}'_1 - F_2 y'_2$$

이므로 구할 수 있는 값들이 된다.

위의 두 연립 방정식 (3.17), (3.18)을 \bar{u}_1, \bar{u}_2 에 대하여 풀면 그 해를 구할 수 있다. 그 해는 다음 식들이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= \left[(G_1^T H_1)^{-1} (G_1^T G_1 + \lambda_1 I) - (G_2^T G_2 + \lambda_2 I)^{-1} (G_2^T H_2) \right]^{-1} \\ &\quad \left[(G_1^T H_1)^{-1} G_1^T e_1 - (G_2^T G_2 + \lambda_2 I)^{-1} G_2^T e_2 \right] \\ &= \left[(G_1^T G_1 + \lambda_1 I) - (G_1^T H_1) (G_2^T G_2 + \lambda_2 I)^{-1} (G_2^T H_2) \right]^{-1} \\ &\quad \left[G_1^T e_1 - (G_1^T H_1) (G_2^T G_2 + \lambda_2 I)^{-1} G_2^T e_2 \right] \quad (3.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_2 &= \left[(G_2^T H_2)^{-1} (G_2^T G_2 + \lambda_2 I) - (G_1^T G_1 + \lambda_1 I)^{-1} (G_1^T H_1) \right]^{-1} \\ &\quad \left[(G_2^T H_2)^{-1} G_2^T e_2 - (G_1^T G_1 + \lambda_1 I)^{-1} G_1^T e_1 \right] \\ &= \left[(G_2^T G_2 + \lambda_2 I) - (G_2^T H_2) (G_1^T G_1 + \lambda_1 I)^{-1} (G_1^T H_1) \right]^{-1} \\ &\quad \left[G_2^T e_2 - (G_2^T H_2) (G_1^T G_1 + \lambda_1 I)^{-1} G_1^T e_1 \right] \quad (3.20) \end{aligned}$$

이런 방법으로 각각 N 개의 입출력을 갖는 MIMO 시스템에 대해서도 일반적인 해를 구할 수 있다. 그러나, 3개 이상만 되도 수식이 아주 복잡하므로 자세한 전개는 생략한다.

위의 결과를 앞의 단방향 결합이 있는 플랜트 경우에 대해서 증명해보면, 다음 과정이 필요하다. 먼저 앞의 (3.1)식에서 $C_i=0$ 이므로, $H_i=0$ 이 되고, H_i 에 관련된 항들을 모두 소거시켜 나가면, 결국 위 두 식은 다음 식들로 간단히 변환된다.

$$\bar{u}_1 = (G_1^T G_1 + \lambda_1 I)^{-1} G_1^T e_1 \quad (3.21)$$

$$\bar{u}_2 = (G_2^T G_2 + \lambda_2 I)^{-1} G_2^T (e_2 - H_2 \bar{u}_1) \quad (3.22)$$

식 (3.21)은 y_1 에 대한 u_1 의 일반형 예측 제어의 해이고, 식 (3.22)는 (3.21)에서 구한 예측 제어 입력 u_1 을 알려진 외란으로 간주한 y_2 에 대한 제어 입

력 u_2 의 해이다. 결국, 양방향 일반형 예측 제어 알고리즘은 단방향 알고리즘을 확장한 것이라는 것을 알 수 있다.

제한한 양방향 예측 제어 알고리즘은 단방향 예측 제어 알고리즘의 장점을 그대로 가진다. 장점을 요약하면, 효과적인 다중루프 제어기로서의 역할, 계산량의 감소, 각 출력 부시스템의 독립적인 출력 예측 범위의 설정이다.

그러나, 출력 부시스템 간의 영향을 최소화시키는 방향으로 설계되어서 각각의 독립성이 보장되는 양방향 예측 제어기와 전체 시스템을 최적화(optimization)하는 기존의 MIMO GPC의 최적성(optimality), 강인성(robustness), 안정성(stability) 등은 아직 그 결과가 뚜렷하지 않다.

IV. 시뮬레이션 결과 및 검토

시뮬레이션은 크게 두 경우에 대해서 수행하였는데, 먼저, 알려진 외란이 있는 플랜트에 대해 제안한 방법과 기존의 방법간의 비교 시뮬레이션하였고, 간단한 단방향, 양방향 결합이 있는 플랜트에 대해 각각 기존의 MIMO GPC와 제안한 예측 제어 알고리즘들과의 비교 시뮬레이션하였다.

4.1 알려진 외란이 있는 플랜트의 비교 시뮬레이션 시뮬레이션에 사용된 플랜트는 다음과 같다.

$$y = \frac{1-0.5s}{1+5s}u + \frac{1}{1+2s}v \quad (4.1)$$

입력 u 에 대한 출력 y 의 전달함수는 비최소위상이며 안정하고, 알려진 외란 v 에 대한 출력의 전달함수는 안정하다.

모델 계수를 추정하는 적응 예측 제어에 대해서만 시뮬레이션하였으며, 알려진 외란의 형태는 램프형태로서 오프셋을 가지도록 하였다. 예측 제어 알고리즘의 $N=10, N_u=1, \lambda=20$ 으로 하였다. 이 값들은 플랜트 특성에 맞게 선택된 것이다. 또, 시뮬레이션에서 초기 계수 학습을 위해서 10스텝 이전까지의 제어입력을 20으로 주었다. 각 그림들은 두 개의 결과를 보이고 있으며, 첫째 결과와 둘째 결과는 각각 출력 y (실선), 기준입력 w (점선)와 제어입력 u (실선), v (점선)을 나타낸다.

계단 응답 특성의 시뮬레이션 결과, 기존의 방법에서는 알려진 외란이 일정한 정상상태 오차로 작용하는 반면, 제안한 방법은 이를 계속 줄이려는 특성을 나타낸다. 그 이유는, 제안한 방법에서는 알려진 외

란이 출력에 미치는 영향을 출력 예측 범위에서 적절히 예측하여 제거해 주기 때문이다. 결국, 알려진 외란이 존재할 경우 제안한 방법이 기존의 GPC 알고리즘에 비해 훨씬 더 나은 성능을 나타낸다.

4.2 결합이 있는 플랜트의 비교 시뮬레이션

시뮬레이션에 사용된 간단한 단방향, 양방향 결합 플랜트들은 각각 다음과 같다.

$$y_1 = \frac{1}{1+s}u_1 + \frac{0.5}{1+2s}u_2 \quad (4.2)$$

$$y_2 = \frac{1-0.5s}{1+5s}u_2 + \frac{0.5}{1+2s}u_1$$

$$y_1 = \frac{1}{1+s}u_1 + \frac{0.5}{1+2s}u_2 \quad (4.3)$$

$$y_2 = \frac{1-0.5s}{1+5s}u_2 + \frac{0.5}{1+2s}u_1$$

위 식들에서 각각의 $(u_1, u_2) \Rightarrow (y_1, y_2)$ 전달함수는 안정하고, 특별히 $u_2 \Rightarrow y_2$ 전달 함수는 비최소위상이다. 각 그림들은 두 개의 결과를 보이고 있으며, 첫째 결과와 둘째 결과는 각 부시스템에 대한 출력 y_1, y_2 (실선)과 기준입력 w_1, w_2 (점선)을 나타내고, 2×2 MIMO GPC나 제안한 단방향, 양방향 예측 제어 알고리즘 모두 최대 출력 예측 범위 $N=10$, 제어 범위 $N_u=1, \lambda=20$ 으로 하였다.

시스템 계수들을 추정하는 적응 제어의 경우에 대해 시뮬레이션했으며, 계수 추정 알고리즘으로는 forgetting factor(=0.9)를 갖는 RLS 알고리즘을 이용하였다.

시뮬레이션 결과를 비교해 보면, 기존의 방법에 비해 제안한 방법들이 초기의 계수 추정 속도에 있어서 훨씬 빠름을 알 수 있고, 그 성능 면에서도 낫다는 것이다. 성능에 있어서 기존의 일반형 예측 제어에서는 전체 시스템을 고려하다 보니 w_1, w_2 의 기준 입력이 반대로 작용할 때 비최소위상 특성을 가진 u_2 의 역작용으로, 상승 시간이 크다. 이 결과가 u_1 에까지 영향을 미쳐 결국 y_1 마저 출력 추종 특성이 나쁘게 되었다. 반면에, 제안한 알고리즘에서는 출력 부시스템의 결합을 제거하기 때문에 각각의 특성에 독립적으로 제어 가능하게 되어서, 오히려 좋은 성능을 나타낸다. 산업 공정에서 다른 부시스템의 제어 입력 등을 알려진 외란으로 간주할 경우, 제안한 알고리즘들은 다중루프 제어기로서의 역할을 충분히 수행한다는 것을 보였다. 하지만, 시스템 계수들을 제대로 추정하지 못할 경우, 결합된 부분이 양쪽 제어입력에 모두 나쁜 영향을 미쳐, 시스템의 갑작스런 불안 정성을 보이게 된다.

V. 결론

본 논문에서는 다른 부시스템 등의 영향에 의한 알려진 외란을 적절히 제거하는 일반형 예측 제어 알고리즘을 제안하였고, 이를 이용하여 단방향 결합 플랜트에 대해서 기존의 방법에 비해 성능 향상, 계산량 감소 등의 장점을 가지는 알고리즘을 제안하였다. 그리고, 양방향 결합이 있는 일반적인 플랜트에 대해서도 간단한 방정식을 풀어 독립적인 제어 알고리즘을 제시하였다. 이것은 단방향 예측 제어 알고리즘과 그 맥을 같이 하므로, 특성에 있어서도 비슷하다. 또한, 제안한 예측 제어기들은 기존의 일반형 예측 제어기에 비해 계산량이 감소하는 등의 여러 장점을 갖는다. 결국, 이러한 제어기들은 제어기 자체의 독립성 때문에 다중루프 예측 제어에 유용하다.

제안한 알고리즘의 안정성이나 강인성에 대해 아직까지 자세히 고려되지 않아 이러한 연구가 남아 있다. 개선될 필요가 있는 부분은 부시스템 간 결합이 있는 다변수 입출력 시스템일 경우에 좀 더 간단한 다중루프 제어 알고리즘의 연구와 플랜트가 비선형이거나 시변일 경우 시스템 계수들이 동작점과 시간마다 계속 변하므로, 제안한 외란 제거 방식이 부적절하므로, 효과적인 방법이 필요하다. 또한, 실제 시스템의 다중루프 제어기에 제안한 알고리즘들을 적용할 문제가 남아 있다.

GPC Simulation(Nu=1, lam=2.00e+01)

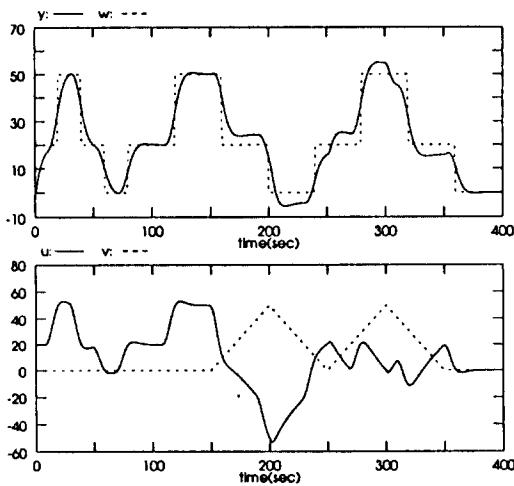


그림 5. 알려진 외란이 있을때의 GPC 결과
Fig. 5. GPC result with known disturbance.

GPC Simulation(known disturbance: Nu=1, lam=2.00e+01)

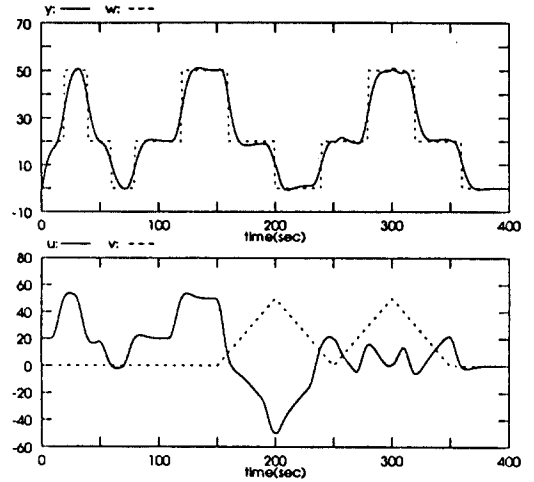


그림 6. 알려진 외란을 고려한 예측제어 결과
Fig. 6. Predictive control results considering with known disturbance.

MIMO GPC Simulation(Nu=1, lam1=2.00e+01, lam2=2.00e+01)

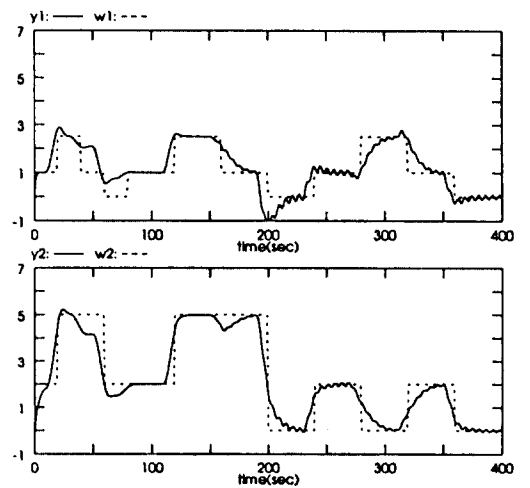


그림 7. 단방향 결합 플랜트의 MIMO GPC 결과
Fig. 7. MIMO GPC result of a plant with unidirectional coupling.

Uni. Dir GPC Simulation(Nu= 1, lam1=20.00, lam2=20.00)

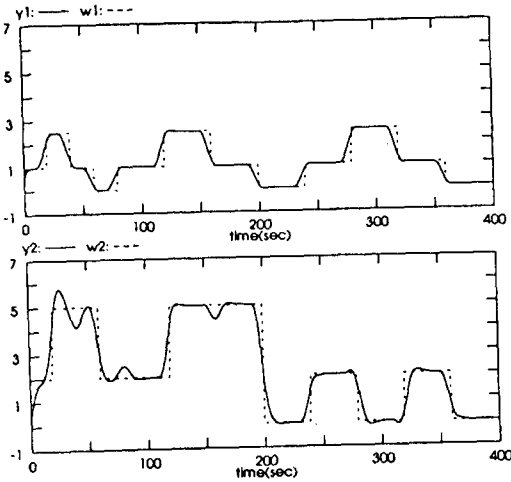


그림 8. 단방향 결합 플랜트의 단방향 예측 제어 결과

Fig. 8. Unidirectional predictive control result of a plant with unidirectional coupling.

Bi-Dir GPC Simul(Nu= 1, lam1=20.00, lam2=20.00)

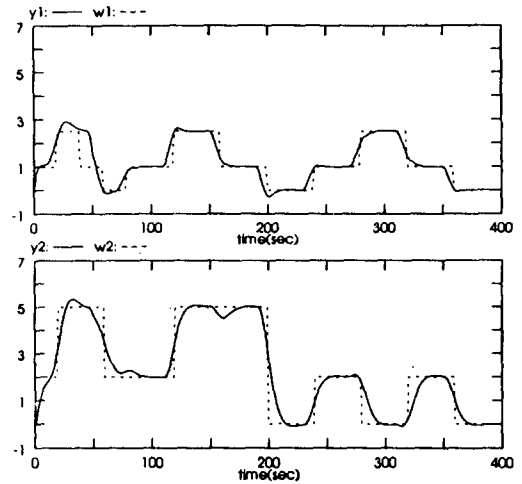


그림 10. 양방향 결합 플랜트의 단방향 예측 제어 결과

Fig. 10. Bidirectional predictive control result of a plant with bidirectional coupling.

參考文獻

MIMO GPC Simulation(Nu=1, lam1=2.00e+01, lam2=2.00e+01)

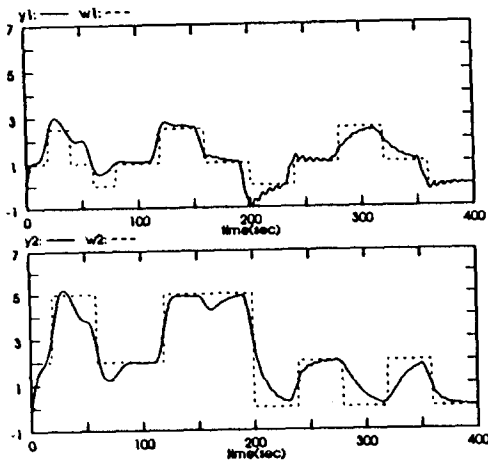


그림 9. 양방향 결합 플랜트의 MIMO GPC 결과
Fig. 9. MIMO GPC result of a plant with bidirectional coupling.

[1] D. W. Clarke, "Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes", *IEEE Contr. Sys. Magazine*, pp49-55, April, 1988.

[2] D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part I. The Basic Algorithm", *Automatica*, vol. 23, No. 2, pp 137-148, 1987.

[3] D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part II. Extensions and Interpretation", *Automatica*, vol. 23, No. 2, pp 147-160, 1987.

[4] D. W. Clarke and C. Mohtadi, "Properties of Generalized Predictive Control", *Automatica*, vol. 25, No. 6, 1989.

[5] J.A. Rossiter, B. Kouvaritakis and R. M. Dunnnett, "Application of gener-

alized predictive control to a boiler-turbine unit for electricity generation", *IEEE Proceedings-D*, vol. 138, No. 1, pp 59-67, Jan, 1991.

[6] M. Kinnaert. "Adaptive generalized predictive controller for MIMO systems", *Int. J. Control*, vol. 50, No.

1, 161-172, 1989.

[7] M. J. Grimble, M. Gevers and V. Wertz, *Adaptive Optimal Control*, Prentice-Hall, Australia Pty Ltd, 1990.

[8] 김 성 우, "알려진 외란이 있는 플랜트의 일반형 예측 제어", 한국 과학 기술원 전기 및 전자공학과, 석사

著 者 紹 介



金 聖 雨(正會員)

1969年 4月 29日生. 1991年 2月 한국과학기술대학 전자공학과 졸업. 1993年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사 취득. 1993年 3月 ~ 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

재학중. 주관심 분야는 Control Theory, Process Control Robotics 등임.

金 炳 國(正會員) 第 27卷 第 1號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수