論文94-31B-7-8

미지의 선형 MIMO 시스템에 대한 On-Line 모델링 알고리즘

(On-Line Identification Algorithm for Unknown Linear MIMO Systems)

崔 殊 馹, 金 炳 國

(Su Il Choi and Byung Kook Kim)

要 約

미지의 선형 MIMO 시스템에 대한 계수, 시간지연 및 차수추정을 위하여 회귀적인 형태의 직교 ARMA 모델링 알고리즘을 제안하였다. 기본함수에 대한 Gram-Schmidt 직교법을 기초로 하여 입출력 데이타에 대한 새로운 형태의 2차원의 자기상관함수와 상호상관함수를 도입함으로써 모델링 알고리즘은 차수나 계수가 천천히 변하는 시스템에 대해서도 on-line으로 모델링이 가능한 장점이 있다. 시뮬레이션을 통하여 성능을 입증하였다.

Abstract

A recursive on-line algorithm for orthogonal ARMA identification is proposed for linear MIMO systems with unknown parameters, time delay, and order. This algorithm is based on the Gram-Schmidt orthogonalization of basis functions, and extended to a recursiveform by using new functions of two dimensional autocorrelations and crosscorrelations of inputs and outputs. This proposed algorithm can also cope with slowly time-varying or order-varying systems. Various simulations reveal the performance of the algorithm.

I. 서 론

보다 진보된 제어기 설계를 위하여 대상 공정에 대한 모델을물리적 법칙을 이용하여 유도하거나, 실험을 통해 구하는 것이 필요불가결 하다. 플랜트의 차수를 알고 있고, 입력과 출력 데이타가 측정 가능한 경우 최소자승법등의 많은 알고리즘이 공정계수 추정에 좋은 성능을 보임이 알려져 있다. 그러나, 플랜트의 차수및 시간지연을 모르는 경우 모델링은 쉽지않다. 가장 전형적인 차수 추정 방법은 Akaike에[1] 의해 소개된 AIC(Akaike Information Criterion)와 평균자승법에 의해 구해진 일단 예측의 평균자승 에러를 이용하는 FPE(Final Prediction Error)일 것이다. 그 밖에도 여러가지 차수 추정 알고리즘들이 있다.[2]-[4]

Paarman과 Korenberg는[5] 신호 모델의 ARMA 계수를 추정하는 여러가지 알고리즘을 비교하였

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Korea Advanced Institute of Science and Technology, Elec. Eng., and Elec.)

接受日字 : 1993年 6月 26日

다. 여기에서 그들이 제안한 차수 추정을 겸비한 직교 ARMA 모델링(orthogonal ARMA identifier withinherent order estimation) 알고리즘이 다른 알고리즘보다 계수 추정의 정확도에서 우수한 성능을 나타냄을 보였다. 이 알고리즘은 모델의 정확도가 만족될때까지 AR 또는 MA 부분의 직교기본함수(orthogonal basis functions)를 회귀적으로 추가하는 방법을 사용하여 계수및 차수 추정을 수행한다. 절차는 Gram-Schmit 직교법을 이용한다. 또한, 직교함수를 만들지 않고도 간략화된 계산방법을 사용하여 공정에 대한 모델링을 할 수 있도록 알고리즘이 개선되었다.[6][7] 직교법에 의한 모델링은 노이즈나 외란에 영향을 심하게 받는데, 플랜트의 출력을 고차의 MA 모델로 모사를 한뒤에 입력과 MA 모델의 출력을 이용하여 ARMA 모델을 구하는 방법을 이용하면 노이즈의 영향을 줄일 수 있다.[8] 하지만, 위의 알고리즘은 차수 추정은 회귀적인 방법이지만, 플랜트의 입력과 출력 데이타는 이미 주어진 경우에 대하여 off-line으로 공정계수 추정을 수행하는 방법이다.

본 논문에서는 MIMO 시스템을 대상으로한 입력과 출력간의 새로운 형태의 2차원 자기상관함수(autocorrelations)와 상호상관함수(crosscorrelations)를 도입함으로써 공정의 계수, 시간지연 및 차수 추정시 함수들에 대한 평균값을 쉽게 구할 수 있도록 하였다. 또한, 매 샘플시간마다 상관함수의 갱신(update)규칙도 회귀적인 형태를이용하므로써, On-Line 모델링 알고리즘으로 변경하였다. 특히 시스템의 모델이 변하더라도 일정 시간이 경과한 후에는 변경된 플랜트에 대한 정보를 다시 얻을 수 있다. 개선된 알고리즘의 특징은 다음과 같다.

1)On-line 모델링에 적합하도록 알고리즘을 개선하여 계산량을 줄였다.

2)MIMO 시스템을 대상으로 알고리즘을 확대하였다.

3)공정의 계수및 차수가 천천히 변하는 경우에도 모델링 할 수 있다.

4)노이즈가 없는 시스템인 경우 모델링의 성능이 정확하며,노이즈가 있는 경우에도 사용 가능하다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. II장에서는 단일 입출력 시스템에 대한기본적인 알고리즘을 설명하고, III장에서는 시간지연이 있는 MIMO 시스템을 대상으로 on-line 모델링 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 입력과 출력에 대한 새로운 형태의 2차원의 자기상관함수와 상호상관함수를 이용한다. IV장에서는 시뮬레이션을 통해서 제안된 알고리즘의 성능을 입증하였으며, V장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 단일 입출력 시스템에 대한 모델링

선형, 시불변, 단일입력, 단일출력, 이산시스템을 대상으로할 경우 ARMA모델의 표현식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=0}^{L} a_i y(t-i) = \sum_{j=1}^{M} b_j u(t-d-j) + e(t) \tag{1}$$

여기에서 y(t)은 출력, u(t)은 입력, e(t)은 모델 에러, L은 AR(auto regressive)의 차수, M은 MA(moving average)의 차수, $\{a_i\}_{i=0}^{L}$ 은 AR계수, $\{b_j\}_{j=1}^{M}$ 은 MA계수들이다. 계수 a_0는 1로 가정하며 $|a_i| > 0$, $0 < i \le L$, $|b_j| > 0$, $1 \le j \le M$이라 하자. 샘플 시점 t = 0, 1, 2, 3,...을 나타내며, d는 측정된 시스템의 지연시간이다. 그리고, 항상 N개의 과거 데이타만을 이용함으로써 시변 시스템을 다룰 수 있도록 하였다. 위의 식(1)은 다음과 같이 함수의 조합으로 표현될 수 있다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{R} c_i p_i(t) + e(t) \tag{2}$$

$\{p_i(t)\}_{i=1}^{R}$ 은 과거의 출력 y(t)과 과거의 입력u(t)을 포함하는 기본함수들의 집합이며, R = L + M이다. 식(2)는 다음과 같이 직교함수를 이용한 표현식으로 변환될 수 있다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{R} g_i w_i(t) + e(t) \tag{3}$$

$\{w_i(t)\}_{i=1}^{R}$ 은 상호 직교인 기본 함수들의 집합이고, $\{gi\}_{i=1}^{R}$ 은 기본함수에 대한 가중치(weights)들의 집합이다. 실제 주어진 데이타들에 대한 직교함수는 다음과 같이 회귀적인 형태로 구해질 수 있다.

$$w_m(t) = p_m(t) - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr} w_r(t) \tag{4}$$

$$\lambda_{mr} = \frac{\overline{p_m(t) w_r(t)}}{\overline{w_r^2(t)}} \tag{5}$$

자료기록(data record)에 대한 직교 방법은 이산 Gram-Schmidt 직교법에의해서 회귀적으로 수행된다. 식(3)을 벡터의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$y(t) = \theta_g^T \phi_w(t) + e(t)$$

여기에서 $\phi_w(n)$, θ_g 는 다음과 같다.

$$\phi_w(n) = [w_1, w_2(t), \dots, w_R(t)]^T$$
$$\theta_g = [g_1, g_2, \dots, g_R]^T$$

기준함수(criterion function)를 다음과 같이 정의하면

$$J_N(\theta_g) = \frac{1}{t+1}\sum_{k=0}^{t}\left[y(k) - \theta_g^T \phi_w(k)\right]^2$$

최소자승법에 의해 $J_N(\theta_g)$ 을 최소화 하는 $\hat{g}_i$ 을 구하면.

$$\hat{g}_i = \frac{\overline{w_i(t)y(t)}}{\overline{w_i^2(t)}}, \quad 1 \le i \le R. \tag{6}$$

이 되며 $\overline{w_i(t)y_i(t)}$, $\overline{w_i^2(t)}$ 은 k=0 에서 t까지의 자료에 대한 평균값을 나타낸다. 직교함수 공간내에서 식(3)이 전부 구해지면. 다시 식(2)로의 변환을 필요로 하는데. 방법은 다음과 같은 평균-자승 에러(mean-square error)를 이용한다.[8]

$$\begin{aligned}\overline{e^2(t)} &= \overline{\left[y(t) - \sum_{i=1}^{Q}\hat{g}_i w_i(t) - \hat{\underline{g}}_m w_m(t)\right]^2} \\ &= \overline{y^2(t)} - \sum_{i=1}^{Q}\hat{g}_i^2\,\overline{w_i^2(t)} - \hat{\underline{g}}_m^2\,\overline{\underline{w}_m^2(t)}\end{aligned} \tag{7}$$

식(7)은 식(2)의 모델을 구하는데 있어서 후보자 항들의모델에 대한 기여도를 쉽게 평가할 수 있도록 한다. 다시말하면, $\overline{e^2(t)}$이 기준값(threshold)보다 적게 될때까지 $\underline{g}_m^2\overline{\underline{w}_m^2(t)}$ 값이 큰 $p_m(n)$을 순차적으로 모델에 포함시킴으로써 구하게 된다. $\underline{g}_m^2\overline{\underline{w}_m^2(t)}$ 값이 큰 항을 찾기위해서 y(t-1)과 u(t-1)이 첫번째 후보자 항이 된다. y(t-1)이 u(t-1)보다 모델링 에러 $\overline{e^2(n)}$ 을 크게 줄이는 경우 y(t-1)이 선택되고, 다음에는 y(t-2)와 u(t-1)이 비교된다. 반대로 u(t-1)이 선택되는 경우 두번째 비교대상은 y(t-1)과 u(t-2)가 된다.[8] $\overline{e^2(t)}$ 이 기준값(threshold)보다 적게되면, 그전까지 선택된 항들을 이용하여 모델을 구성하게 되며, 이때 모델에 포함된 y항의 갯수가 AR의 차수, u항의 갯수가 MA의 차수가 된다. 그래서, 기준값 보다 적게 된 $\overline{e^2(n)}$값이 최후예측에러(final prediction errormeasure, FPE)값이 된다. 반면에, 직접최소자승평가법(direct least-squares estimation)은새로운 항을 포함시킬지의 여부를 판단하기 위해서 모델의 모든 계수와평균-자승 에러를 다시 계산해야하는 단점이 있다.

직교 ARMA 모델링은 직교함수 영역에서 모델링이 이루어지기 때문에 식(5)의 λ_{mr}과 식 (6)의 $\hat{g}_i$ 에 포함된 평균값을 얻기 위해서는 직교함수 $w_i(t)$를 필요로 한다. 하지만, 입력과 출력의 자기상관함수와 상호상관함수를 도입하면 직교함수를 이용하지 않고 평균값을직접 구할 수 있다. 일단 식(5)에서 분자항을 구하기 위해서 λ_{mr}, $\hat{g}_m$ 을 다음과 같이 정의하면

$$\lambda_{mr} = \frac{\overline{p_m(t)w_r(t)}}{\overline{w_r^2(t)}} = \frac{D(m,r)}{E(r)} \qquad m = 2,\ldots,R,\ r = 1,\ldots,m-1 \tag{8}$$

$$\hat{g}_m = \frac{\overline{w_m(t)y(t)}}{\overline{w_m^2(t)}} = \frac{C(m)}{E(m)} \qquad m = 1,\ldots,R \tag{9}$$

식(8),(9)로부터 D(m,r), E(m), C(m)은 다음과 같은 회귀적인 형태의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}D(m,r) &= \overline{p_m(t)w_r(t)} \\ &= \overline{p_m(t)p_r(t)} - \sum_{i=0}^{r-1}\lambda_{ri}D(m,i) \\ &\qquad m = 3,\ldots,R,\ r = 2,\ldots,m-1\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}E(m) &= \overline{w_m^2(t)} \\ &= \overline{p_m^2(t)} - \sum_{r=0}^{m-1}\lambda_{mr}^2 E(r), \quad m = 2,\ldots,R\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}C(m) &= \overline{w_m(n)y(t)} \\ &= \overline{p_m(n)y(t)} - \sum_{r=0}^{m-1}\lambda_{mr}C(r), \quad m = 2,\ldots,R\end{aligned} \tag{12}$$

식(10),(11),(12)에 있는 $\overline{p_m(t)p_r(t)}$, $\overline{p_m^2(t)}$, $\overline{p_m(t)y(t)}$ 을 구하기 위해서 다음과 같은 2차원의 자기상관함수와 상호상관함수를 제안한다. 제안된 2차원의 상관함수는 샘플 시점 t에 대해서 현재와 과거의 입출력 데이타를 N개만 고려함으로써 on-line 모델링이 가능하게 된다. 또한, 과거의 모든 정보를 전부 이용하지 않고 시스템의 정보를 포함하고 있는 N개의 데이타만을 참조함으로써 시스템이 변경된 경우에도 샘플시점이 N스텝 경과된 후 새로운 시스템에 대해서도 정확히 모델링할 수 있게 된다.

(1)입력간의 상관함수: 여기에서 $1 \le j \le i \le M_{max}$이며, N은 데이타의 일정한 갯수를 나타낸다. d는 측정된 지연시간, M_{max}는 MA차수의 상한값을 나타낸다.

$$\begin{aligned}\phi_{uu,t}(i,j) &= \frac{1}{N}\sum_{k=t-N+1}^{t}u(k-d-i)u(k-d-j) \\ &= \begin{cases}\phi_{uu,t-1}(i-1,j-1), & i \ne 1, j \ne 1 \\ \phi_{uu,t-1}(i,1) + \frac{1}{N}\left[u(t-d-i)u(t-d-1)\right. \\ \left.-u(t-N-d-i)u(t-N-d-1)\right], & j = 1\end{cases}\end{aligned} \tag{13}$$

초기상태가 안정된 경우 초기값은 다음과 같다.

$$\phi_{uu,-1}(i,j)=u^2(-1)$$

(2) 입력과 출력간의 상관함수: 여기에서 $1\le i\le M_{max}$이며, $0\le j\le L_{max}$이다.

$$\phi_{uy,t}(i,j)=\frac{1}{N}\sum_{k=t-N+1}^{t}u(k-d-i)y(k-j)$$
$$=\begin{cases}\phi_{uy,t-1}(i-1,j-1), & i\neq 1, j\neq 0\\ \phi_{uy,t-1}(i,0)+\frac{1}{N}\left[u(t-d-i)y(t)\right.\\ \left.-u(t-N-d-i)y(t-N)\right], & j=0\\ \phi_{uy,t-1}(1,j)+\frac{1}{N}\left[u(t-d-1)y(t-j)\right.\\ \left.-u(t-N-d-1)y(t-N-j)\right], & i=1\end{cases} \tag{14}$$

초기상태가 안정된 경우 초기값은 다음과 같다.

$$\phi_{uy,-1}(i,j)=u(-1)y(-1)$$

(3)출력간의 상관함수: 여기에서 $0\le j\le i\le L_{max}$이다.

$$\phi_{yy,t}(i,j)=\frac{1}{N}\sum_{k=t-N+1}^{t}y(k-i)y(k-j)$$
$$=\begin{cases}\phi_{yy,t-1}(i-1,j-1), & i\neq 0, j\neq 0\\ \phi_{yy,t-1}(i,0)+\frac{1}{N}\left[y(t-i)y(t)\right.\\ \left.-y(t-N-i)y(t-N)\right], & j=0\end{cases} \tag{15}$$

또한, 초기상태가 안정된 경우 초기값은 다음과 같다.

$$\phi_{yy,-1}(i,j)=y^2(-1)$$

앞에서 정의한 2차원의 상관함수를 이용하여 $\overline{p_m(t)p_r(t)}$, $\overline{p_m^2(t)}$, $\overline{p_m(t)y(t)}$을 쉽게 구할 수 있다. 결과적으로 2차원의 상관함수를 도입함으로써 D(m,r), E(m), C(m)이 샘플시점에 대해서 회귀적인 형태로 계산되므로, on-line처리가 가능하게 되며, 식(8), (9)를 계산하면, ARMA 계수값 c_i와 AR차수, MA 차수를 구할 수 있다.

제안된 알고리즘은 다음과 같다.

[Step 1] 상관함수 $\phi_{uu,-1}(i,j),\phi_{uy,-1}(i,j),\phi_{yy,-1}(i,j)$ 을 초기화 시킨다.
초기응답시간을 지연시간으로 한다.

[Step 2] 갱신규칙을 이용하여 상관함수를 갱신한다.

[Step 3] D(m,r), E(m,r), C(m,r)을 계산하고, 식(7)을 이용하여 모델링 에러가 기준값(thresh-old)보다 작게 될때까지 새로운 항을 추가한다.

[Step 4] AR과 MA의 차수를 구하고, ARMA계수를 구한다 다시 Step 2 로 진행한다.

Ⅲ. MIMO시스템을 위한 On-Line 모델링 알고리즘

대상 시스템을 선형, 시불변 또는 시변, 복수 입력, 복수 출력,이산 시스템으로 확장한다. n개의 입력과 m개의 출력을 가진 MIMO시스템에대한 ARMA모델의 표현식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix}A_1(q^{-1})y_1(t)\\A_2(q^{-1})y_2(t)\\ \vdots\\A_m(q^{-1})y_m(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}B_{11}(q^{-1}) & B_{12}(q^{-1}) & \cdots & B_{1n}(q^{-1})\\B_{21}(q^{-1}) & B_{22}(q^{-1}) & \cdots & B_{2n}(q^{-1})\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\B_{m1}(q^{-1}) & B_{m2}(q^{-1}) & \cdots & B_{mn}(q^{-1})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\\ \vdots\\u_n(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e_1(t)\\e_2(t)\\ \vdots\\e_m(t)\end{bmatrix} \tag{16}$$

여기에서, $y_i(t)$, $1\le i\le m$ 은 출력, $u_j(t)$, $1\le j\le n$ 은 입력, $e_i(t)$, $1\le i\le m$ 은 모델 에러를 나타낸다. 샘플시점 t = 0, 1, 2, 3, ...을 나타내며, A_i, B_{ij}, $1\le i\le m$, $1\le j\le n$ 후향 미분 연산자 q^{-1}로 이루어진 다항식이다.

$$A_i(q^{-1})=1+a_{i,1}q^{-1}+\ldots+a_{i,Li}q^{-L_i}$$
$$B_{ij}(q^{-1})=q^{-d_{ij}}\left(b_{ij,1}q^{-1}+\ldots+b_{ij,M_{ij}}q^{-M_{ij}}\right)$$

여기에서, L_i는 i번째 출력에 대한 AR의 차수, M_{ij}는 j번째 입력에 대한 i번째 출력의 MA의 차수, $\{a_{i,k}\}_{k=1}^{L_i}$ 은 i번째출력에 대한 AR계수, $\{b_{ij,l}\}_{l=0}^{M_{ij}}$ 는 i번째 출력, j번째입력에 대한 MA계수들이다. d_{ij}는 j번째 입력에 대한 i번째 출력의 시간지연이다. 식(16)은 m개의 MISO시스템으로 표현된 것으로 볼수있으며, i번째 MISO시스템만을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}A_i(q^{-1})y_i(t)&=B_{i1}(q^{-1})u_1(t)+\ldots+B_{in}(q^{-1})u_n(t)+e_i(t)\\&=\sum_{j=1}^{n}B_{ij}(q^{-1})u_j(t)+e_i(t)\end{aligned} \tag{17}$$

위의 식(17)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_i(t)=\sum_{j=0}^{R_i}c_{ij}p_j(t)+e_i(t) \tag{18}$$

여기에서 $R_i=L_i+\sum_{j=1}^{n}M_{ij}$ 이고, $\{p_j(t)\}_{j=1}^{R_i}$ 는 과거의 $y_i(t)$와 과거의 $u_{ij}(t)$, $1\le j\le n$ 을 포함하는 기본함수들의 집합이다. 식((18)은 다음과 같이 직교함수를 이용한 표현식으로 변환될 수 있다.

$$y_i(t)=\sum_{j=1}^{R_i} g_{ij}w_j(t)+e_i(t) \tag{19}$$

$\{w_j(t)\}_{j=1}^{R_i}$ 은 상호 직교인 기본 함수들의 집합이고, $\{w_j(t)\}_{j=1}^{R_i}$ 은 기본함수에 대한 가중치(weights)들의 집합이다. 실제 주어진 데이타들에 대한 직교는 다음과 같이 회귀적인 형태로 구해질 수 있다.

$$w_r(t)=p_r(t)-\sum_{s=1}^{r-1}\lambda_{i,rs}w_s(t) \tag{20}$$

다음과 같이 정의하자.

$$\lambda_{i,rs}=\frac{\overline{p_r(t)w_s(t)}}{\overline{w_s^2(t)}}=\frac{D_i(r,s)}{E_i(s)}$$

$$\hat{g}_{ir}=\frac{\overline{w_r(t)y(t)}}{\overline{w_r^2(t)}}=\frac{C_i(r)}{E_i(r)}$$

단, $E_i(r)=0 \qquad \lambda_{i,rs}=\hat{g}_{ir}=0$

이 경우 $D_i(r,s)$, $E_i(r)$, $C_i(r)$은 다음과 같은 회귀적인 형태가 된다.

$$D_i(r,s)=\overline{p_r(t)p_s(t)}-\sum_{j=1}^{s-1}\lambda_{i,sj}D_i(r,j) \tag{21}$$

$$E_i(r)=\overline{p_r^2(t)}-\sum_{s=1}^{r-1}\lambda_{i,rs}^2E_i(s) \tag{22}$$

$$C_i(r)=\overline{p_r(t)y_i(t)}-\sum_{s=1}^{r-1}\lambda_{i,rs}C_i(s) \tag{23}$$

식(21)-(23)에 있는 $\overline{p_r(t)p_s(t)}$, $\overline{p_r^2(t)}$, $\overline{p_r(t)y_i(t)}$ 를 구하기 위해서 II장에서 제안한 상관함수를 이용하는 경우, MIMO 시스템처럼 복잡한 시스템에 대해서 상관함수에 이용될 입출력 데이타의 갯수 N을 정하는게 쉽지 않다. 그래서, 입출력 데이타에 지수함수적이 가중치를 고려한 새로운 형태의 2차원의 자기상관함수와 상호상관함수를 제안한다. 여기에서, 시간지연이 고려된 제어 입력의 최대 모델 구간을 N_u, 출력의 최대 모델 구간을 N_y 라고 한다. 그리고, α 는 과거의 데이타에 대한 참고율을 나타내며 1보다 크지않는 값을 갖는다.

(a) 입력간의 상관함수 : n개의 제어입력간의 상관함수는 $1\le i\le j\le n$ 이고, i=j 일때 $1\le k\le l\le N_u$, i<j 일때 $1\le k$, $l\le N_u$인 경우 다음과 같다.

$$\phi_{u_iu_j,t}(k,l)=\sum_{t'=0}^{t}\alpha^{t'}u_i(t-t'-k)u_j(t-t'-l)$$

$$=\begin{cases}\phi_{u_iu_j,t-1}(k-1,l-1), & 2\le k\le l\le N_u\\ u_i(t-1)u_j(t-l)+\alpha\phi_{u_iu_j,t-1}(1,l), & k=1,\ 1\le l\le N_u\\ u_i(t-k)u_j(t-1)+\alpha\phi_{u_iu_j,t-1}(k,1), & 2\le k\le N_u,\ l=1\end{cases} \tag{24}$$

초기상태가 안정된 시스템인 경우 초기값은 다음과 같다.

$$\phi_{u_iu_j,-1}(k,l)=u_i(-1)u_j(-1)$$

(b)입력과 출력간의 상관함수: n개의 제어입력과 m개의 출력간의 상관함수는 $1\le i\le n$, $1\le j\le m$ 일때, $1\le k\le N_u$, $0\le l\le N_y$ 인 경우 다음과 같다.

$$\phi_{u_iy_j,t}(k,l)=\sum_{t'=0}^{t}\alpha^{t'}u_i(t-t'-k)y_j(t-t'-l) \tag{25}$$

$$=\begin{cases}\phi_{u_iy_j,t-1}(k-1,l-1), & 2\le k\le N_u,\ 1\le l\le N_y\\ u_i(t-1)y_j(t-l)+\alpha\phi_{u_iy_j,t-1}(1,l), & k=1,\ 0\le l\le N_y\\ u_i(t-k)y_j(t)+\alpha\phi_{u_iy_j,t-1}(k,0), & 2\le k\le N_u,\ l=0\end{cases}$$

초기상태가 안정된 시스템인 경우 초기값은 다음과 같다.

$$\phi_{u_iy_j,-1}(k,l)=u_i(-1)y_j(-1)$$

(c)출력간의 상관함수: m개의 출력간의 상관함수는 $1\le i\le m$ 일때, $0\le k\le l\le N_y$인 경우 다음과 같다.

$$\phi_{y_iy_i,t}(k,l)=\sum_{t'=0}^{t}\alpha^{t'}y_i(t-t'-k)y_j(t-t'-l) \tag{26}$$

$$=\begin{cases}\phi_{y_iy_i,t-1}(k-1,l-1), & 1\le k\le l\le N_y\\ y_i(t)y_j(t-l)+\alpha\phi_{y_iy_j,t-1}(0,l), & k=0,\ 0\le l\le N_y\end{cases}$$

초기상태가 안정된 시스템인 경우 초기값은 다음과 같다.

$$\phi_{y_iy_i,-1}(k,l)=y_i^2(-)$$

앞에서 정의한 2차원의 상관함수를 이용하여 $\overline{p_r(t)p_s(t)}$ 를 구해보면 다음과 같다.

i) $p_r(t)=u_i(t-k)$, $p_s(t)=y_j(t-l)$인 경우:

$$\overline{p_r(t)p_s(t)}=\phi_{u_iy_j,t}(k,l) \tag{27}$$

ii) $p_r(t)=u_i(t-k)$, $p_s(t)=u_jt-l)$인 경우:

$$\overline{p_r(t)p_s(t)}=\begin{cases}\phi_{u_iu_j,t}(k,l), & i\le j\\ \phi_{u_ju_i,t}(l,k), & i>j\end{cases} \tag{28}$$

결과적으로, 새로운 형태의 2차원의 상관함수를 도입

함으로써 $D_i(r,s)$, $E_i(r)$, $C_i(r)$이 샘플시점에 대해서 회귀적인 형태로 구현될뿐만 아니라, 1보다 크지 않는 α 값만 적절히 선정하면 되므로, MIMO시스템에 적합한 형태를 이룬다.

다음으로, 플랜트의 출력에 노이즈가 추가 되는 경우 상관함수의 갱신규칙을다음과 같이 수정함으로써 노이즈의 영향을 줄일수 있다. t-1의 시점에 이루어진 모델링의 에러 $\overline{e^2(t-1)}=0$ 이고, $\hat{y}_i(t)$ 는 모델의 출력, $y_i(t)$는 플랜트의 출력일때, $|\hat{y}_i(t)-y_i(t)|<\varepsilon$ 인 경우, $y_i(t)$는 플랜트의 차수나 계수값의 변화에 의한 값이 아니고, 노이즈가 실린 경우로 간주된다. 이 경우 상관함수 $\phi_{u_iy_j,t}(k,l)$, $\phi_{y_iy_j,t}(k,l)$ 을 다음과 같이 구하면 된다. 이용하여 구하면 된다.

$$\phi_{u_iu_j,t}(k,l)=u_i(t-k)\hat{y}_j(t-l)+\sum_{t'=1}^{t}\alpha^{t'}u_i(t-t'-k)y_j(t-t'-l)$$

$$\phi_{y_iy_j,t}(k,l)=\hat{y}_i(t-k)\hat{y}_i(t-l)+\sum_{t'=1}^{t}\alpha^{t'}y_i(t-t'-k)y_j(t-t'-l)$$

또한, $\overline{e^2(t-1)}=0$ 이고, $|\hat{y}_i(t)-y_i(t)|<\varepsilon$ 인 경우 플랜트의 성질이변하지 않았다고 판단될 수 있으므로 상관함수만 갱신하고, $D_i(r,s)$, $E_i(r,s)$, $C_i(r,s)$값들과 식(7)을 이용하여 모델을 구하는 부분은 생략될 수 있다.

제안된 알고리즘은 다음과 같다.

[Step 1] 상관함수 $\phi_{u_iu_j,t-1}(k,l)$, $\phi_{u_iy_j,t-1}(k,l)$, $\phi_{y_iy_j,t-1}(k,l)$ 을 초기화 시킨다.

[Step 2] $\overline{e^2(t-1)}=0$ 이고, $|\hat{y}_i(t)-y_i(t)|<\varepsilon$ 인 경우 $u_j(t)$와 $\hat{y}_i(t)$을 이용하고, 그외는 $u_i(t)$와 $y_i(t)$을 이용하여 상관함수를 갱신한다.

[Step 3] $D_i(r,s)$, $E_i(r,s)$, $C_i(r,s)$을, 식(24)-(26)에 의해 계산하고, 식(7)을 이용하여 모델링 에러가 기준값(threshold)보다 작게 될때까지 새로운 항을 추가한다.

[Step 4] AR과 MA의 차수를 구하고, ARMA계수를 구한다. 그리고, 구해진 다항식 $B_{ij}(q^{-1})$ 의 계수값, b_{ij1}, b_{ij2} … 순서대로 값을 보고 0이면 시간지연 d_{ij}값을 증가시키고, 0이 아닌 계수값이 나타나면 중단한다. 샘플시간을 증가하고 다시 Step 2.로 진행한다.

Ⅳ. 시뮬레이션

본 장에서는 미지의 선형 MIMO 시스템에 대해서 제안된알고리즘을 예제를 통하여 검토하고자 한다. 과거의 데이타에 대한 참고율 α = 0.93, 에러의 허용량을 나타내는 T_p = 0.1%이다. 입력의 최대 모델 구간 N_u = 10, 출력의 최대 모델 구간 N_y = 5이다. 그리고 t=100일때 플랜트가 다음과 같이 바뀌었다고 가정한다.

$$\begin{bmatrix}(1-q^{-1}+0.8q^{-2})y_1(t)\\(1-q^{-1}+0.5q^{-2})y_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q^{-5}(0.5q^{-1}+0.7q^{-2}) & q^{-6}(1.2q^{-1}+0.8q^{-2})\\q^{-2}(q^{-1}-1.4q^{-2}+0.9q^{-3}) & q^{-3}(1.2q^{-1}+0.7q^{-2})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\end{bmatrix} \tag{29}$$

$$\begin{bmatrix}(1-1.6q^{-1}+0.8q^{-2})y_1(t)\\(1-q^{-1}+0.5q^{-2})y_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q^{-5}(0.7q^{-1}) & q^{-6}(1.2q^{-1}-0.8q^{-2})\\q^{-2}(q^{-1}+0.8q^{-2}+0.9q^{-3}) & q^{-3}(1.2q^{-1}-0.4q^{-2})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\end{bmatrix} \tag{30}$$

그림 1은 II장에서 제안된 일정한 길이의 과거 데이타를 이용한 상관함수 식(14)-(16)를 MIMO 시스템에 맞게 확장하여 적용한 경우 차수및 시간지연 추정의 과정을 보여준다.

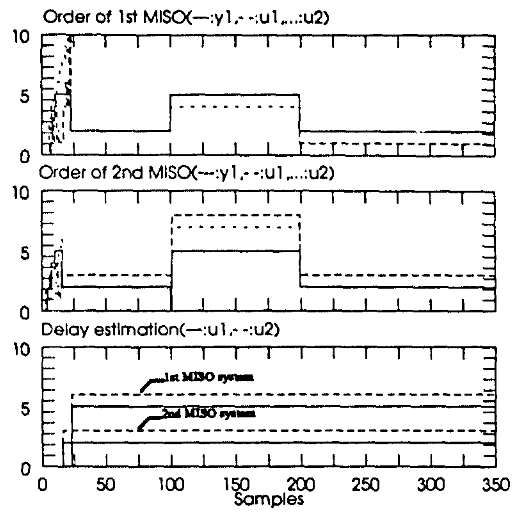

그림 1. N=100인 경우 시스템 모델링

Fig. 1. Identifocation of system with N=100.

데이타 길이 N=100이다. 반면에, Ⅲ장에서 제안한 입력과 출력에 지수함수적인 가중치를 고려한 상관함수, 식(25)-(27)을 적용한 경우의 차수및 시간지연에 대한 모델링의 결과를 그림 2.에 나타내었다. 플랜트가 변경된 경우 그림 1은 N=100이 경과된 후에 정확한 추정이 이루어진 반면, 그림 2는 첫번째 MISO 시스템의 차수가 낮기 때문에 차수 추정이 두번째 MISO 시스템보다 더 빨리 이루어짐을 알 수 있다. 그리고 MIMO 플랜트에 대한 단위 샘플 응답은 그림 3에 나타내었다. 오차가 거의 없음을 알 수 있다. 그림 4는 평균은 0이고, 표준편차가 0.05인 Gaussian

노이즈가 추가된 경우차수 추정의 과정을 보여준다. 이때, ϵ = 0.1로 설정되었다. 어느정도 노이즈에 강한 특성을 보임을 알 수 있다. 그림 5는 이 경우 단위 샘플 응답을 보여준다. 정확한 모델링이 되었음을 알 수 있다.

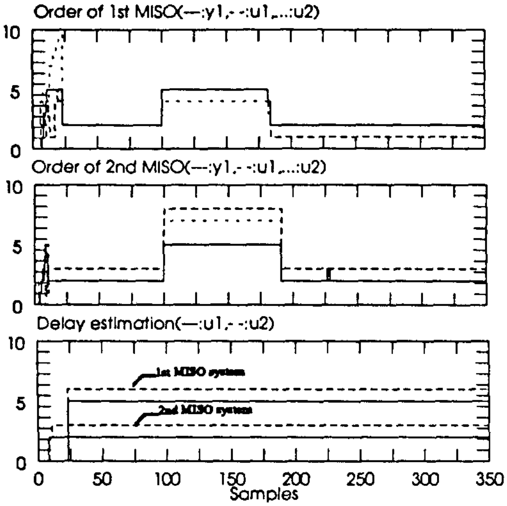

그림 2. α =0.93인 경우 시스템 모델링

Fig. 2. Identification of system with α =0.93.

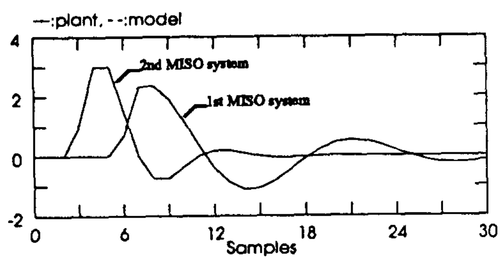

그림 3. 단위 샘플 응답

Fig. 3. unit sample response.

V. 결 론

미지의 선형 MIMO 시스템에 대한 On-Line 모델링 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 과거의 입력과 출력에 지수함수적인 가중치를 고려한, 새로운 형태의 2차원의 자기상관함수와 상호상관함수의 도입과, 회귀적인 형태를 이용함으로써 직교함수들의 평균값을 쉽게 구할 수 있도록 하였다. Ⅲ장에서 제안된 알고리즘은, 상관함수가 플랜트의 입출력에 대한 일정 데이타를 참조하는 경우보다, 플랜트가 변한 경우 차수에 대한 모델링 성능이 더 우수함을 알 수 있다. 그리고, 계수및 차수가 천천히 변화는 시스템인 경우 일정 샘플시점이 경과한 후에는 정확한 모델링을 할 수 있다. 또한, 플랜트의 출력에 Gaussian 노이즈가 있는 경우, 노이즈의 영향을 줄이면서 모델링을 할 수 있는 방법도 제안하였다.

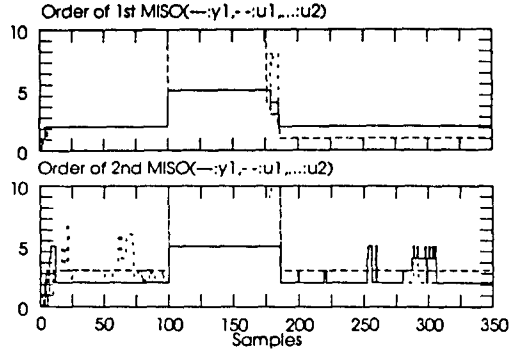

그림 4. 노이즈가 있는 경우 시스템의 모델링

Fig. 4. Identification of system with noise.

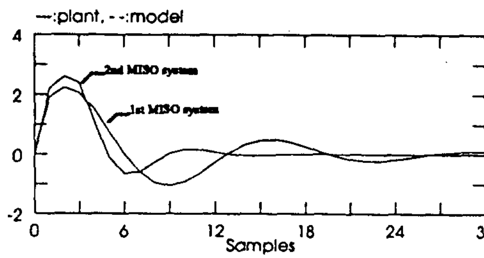

그림 5. 노이즈가 있는 시스템의 단위 샘플 응답

Fig. 5. Unit sample response of system with noise.

參 考 文 獻

[1] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification", *IEEE trans.* AC-19, pp. 716-723, 1974.

[2] H. F. Chen and J. F. Zhang, "Identification and adaptive control for systems with unknown orders, delay, and coefficients", *IEEE Trans. Automatic. Contr.*, vol. 35, no. 8, pp. 866-877, Aug. 1990.

[3] J. Rissanen, "A predictive least-squares principle", *IMA J. Math.*

Control and Information, vol. 3, pp. 211-222, 1986.

[4] M. Wax, "Order selection for AR models by predictive least squares", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36, no. 4, pp. 581-588, April 1988.

[5] L. D. Paarmann and M. J. Korenberg, "Estimation of the parameters of an ARMA signal model based on an orthogonal search", *IEEE Trans. AC.* vol. 37, no. 3, pp. 347-352, 1992.

[6] M. J. Korenberg, "Functional expansions, parallel cascades and nonlinear difference equations. In: Marmareling, V.Z., ed. Advanced Methods of Physiological System Modeling", *Volume 1. Los Angeles: USC Biomedical Simulations Resource*, pp. 221-240, 1987.

[7] M. J. Korenberg, "Identifying nonlinear difference equation and functional expansion representations: The fast orthogonal algorithm., *Ann. Biomed. Eng. 16*, pp. 123-142, 1988.

[8] M. J. Korenberg and L. D. Paarmann, "An orthogonal ARMA identifier with automatic order estimation for biological modeling", *Annals Biomed. Eng.*, vol. 17, no. 6, pp. 571-592, 1989.

著者紹介

催 殊 馹(正會員)

1967年 12月 20日生. 1990年 2月 전남대학교 공과대학 전자공학과 졸업. 1992年 8月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사 학위취득. 1992年 9月 ~ 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정 재학중. 주관심 분야는 공정제어, 시스템 모델링 및 여유 자유도 로봇 등임.

金 炳 國(正會員) 第 27卷 第 1號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수