

論文94-31B-7-7

적응필터를 위한 최적수렴인자에 관한 연구

(A Study on the Optimum Convergence Factor for Adaptive Filters)

夫仁亨, 姜哲豪

(In-Hyoung Boo and Chul-Ho Kang)

要約

본 연구는 FIR 구조에 적용된 LMS 알고리즘에 대한 최적 수렴 인자를 자동적으로 계산하는 효과적인 방식을 제안한다. 이 방식은 각 반복 수행 (iteration)마다 각 가중치(weight)에 자동적으로 최적 스텝 크기를 할당함으로써 수렴시간을 크게 감소시킬 수 있다. 제안한 알고리즘을 두 종류의 다른 환경, 시불변과 시변 환경에서 시스템 식별 (system identification)에 적용하여 평가하였다. 그 결과, 수렴 인자를 조절하는 방식인 AGC(Automatic Gain Control) 알고리즘과 Karni 가 제안한 알고리즘에 비해 수렴인자의 임의 선택이 필요없이 시불변 및 시변 시스템 환경에서 더 우수한 성능을 보였으며, 널리 쓰이는 NLMS(Normalized LMS) 알고리즘과 RLS(Recursive Least Square) 알고리즘에 비해 시변 환경에서 뛰어난 적응력을 보여 주었다.

Abstract

An efficient approach for the computation of the optimum convergence factor is proposed for the LMS algorithm applied to a transversal FIR structure in this study. The approach automatically leads to an optimum step size algorithm at each weight in every iteration that results in a dramatic reduction in terms of convergence time. The algorithm is evaluated in system identification application where two alternative computer simulations are considered for time-invariant and time-varying system cases. The results show that the proposed algorithm needs not appropriate convergence factor and has better performance than AGC(Automatic Gain Control) algorithm and Karni algorithm, which require the convergence factors controlled arbitrarily in computer simulation for time-invariant system and time-varying systems. Also, it is shown that the proposed algorithm has the excellent adaptability compared with NLMS(Normalized LMS) algorithm and RLS (Recursive Least Square) algorithm for time-varying circumstances.

I. 서론

*正會員, 光云大學校 電子工學科

(Dept. of Elec.-comm. Eng., Kwangwoon Univ.)

接受日字 : 1993年 7月 12日

적응 신호처리에서 steepest descent 방식인 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 다음과 같

이 표현된다.^[1]

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n) \quad (1)$$

여기서, $X(n)$ 은 n 번째 iteration시 적응 필터에 입력되는 입력 벡터, $e(n)$ 은 오차 출력, μ 는 수렴 인자, W 는 알고리즘에 의해 조절되는 가중치 벡터이다.

일반적으로 적응 LMS 알고리즘은 수렴 속도와 수렴 오차를 결정하는 핵심 인자인 μ 를 입력값에 의해 결정되는 수렴범위 안의 일정한 값으로 놓는다. 실제적으로, 입력 신호의 power에 대한 사전 정보가 없으면 μ 값을 적절히 선택한다는 것은 매우 어렵다. 또한 주위 환경이 변하는 경우에는 이러한 고정된 수렴 인자가 수렴범위를 넘게 되어 알고리즘이 발산하는 경우가 흔히 발생한다. 근래에 이러한 단점을 극복하기 위한 여러 방법이 제안되었다.^[2-11]

이 가운데 정규화된 LMS(Normalized LMS)알고리즘은 수렴인자 μ 를 시간에 따라 입력 신호 power에 역비례하도록 한 방식이다. 이 NLMS 알고리즘은 여러 응용 분야에 효과적임을 보여주고 있다.^[12] Mikhael 등은 1986년 NLMS를 더 확대한 homogeneous adaptation(HA)와 individual adaptation(IA) 알고리즘을 발표하였으며, 그 이후에도 block 처리형태의 논문에서 안정성을 유지하면서 적응 속도 향상을 꾀하였다.^[16] 최근에는 LMS 알고리즘에서 향상된 수렴비를 얻기 위해 변화하는 step size를 갖는 많은 연구가 발표되었다.^[7-9] 그러나 이 방법들도 또 다른 수렴 인자의 선택을 요구하는 불합리성을 가지고 있다. 한편, 입력 신호의 상관행렬에 대한 eigenvalue spread가 클 경우 만족할 만한 수렴비를 얻는 방식으로 변환 영역 적응 필터가 이용되었다.^[10,11] 이 방식은 입력 벡터에 orthogonal 변환을 취한 후 NLMS로 weight를 조절하는 형식을 취한다. 이러한 방식의 효과적인 수행 여부는 입력 신호에 대한 통계적 사전 정보 유무에 기인한다. 또한, 적응 알고리즘은 종전의 수렴 속도와 수렴 오차를 결정짓는 임의의 인자를 갖는 형태를 취하므로써 환경변화에 따른 수렴 범위의 이탈로 발산하는 경우가 흔히 발생한다. 그밖에, LS (Least Square) 방식에 의한 RLS (Recursive Least Square) 알고리즘이 그 수렴속도의 빠름과 정확성으로 인해 널리 쓰이고 있으나, 계산량의 증가와 함께 시변 환경에서 적응력이 떨어지는 단점을 지니고 있다. 이러한 기존의 적응 알고리즘들은 환경 변화에 따른 적응력이 크게 감소하기 때문에 실제 응용에 커다란 장애 요인으로 작용한다.

본 논문에서는 주위 환경 변화에 빠른 적응력을 가지도록 최적 수렴인자 μ 값을 자동적으로 조절하는 알고리즘을 제안한다. 각 iteration마다 각각의 weight에 대해 최적의 μ 값이 설정되며, 시스템 모의 실험을 통해 기존의 다양한 방식의 여러 알고리즘에 비해 뛰어난 성능을 입증하였다.

II. 기존의 적응 알고리즘

순차 가중치를 구하는 steepest descent 방식의 LMS 알고리즘이 발표된 이후 여러 변형된 적응 알고리즘이 발표되었는데, 우선 다음 수식으로 설명되는 정규화된 LMS 알고리즘을 들 수 있다.

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n) / \{(M+1)\sigma^2(n)\} \quad (2)$$

$$\sigma^2(n) = \lambda x_i^2(n) + (1-\lambda)\sigma^2(n-1), \quad 0 \leq i \leq M \quad (3)$$

여기서, $X(n)$ 은 입력 벡터, M 은 적응 필터 차수, μ 는 입력 신호 power(σ^2)로 정규화 되었고, 입력 power를 모르거나, 환경변화에 대응하기 위해 λ 라는 forgetting factor를 도입하였다. 그러나 여전히, $0 < \mu < 1$, $0 < \lambda < 1$ 이라는 범위에서의 상수 선택이 남아있고, 이들 값의 선택에 따라 성공적인 수행 여부가 결정된다.^[17] 또한, T.J. Shan 과 T. Kailath가 제안한 AGC(Automatic Gain Control) 적응 필터는 다음 식과 같이 표현된다.^[8]

$$W(n+1) = W(n) + g(n)(e(n)X(n)) / (X^T(n)X(n)) \quad (4)$$

$$g(n+1) = \alpha \rho(n) \quad (5)$$

$$\rho(n) = \lambda \rho(n-1) + (1-\lambda)\bar{x}(n)e(n) \quad (6)$$

$$\bar{x}(n) = (1/M) \sum_{i=1}^M x_i(n) \quad (7)$$

여기서, α 는 scale 인자, $g(n)$ 은 이득 인자(gain factor), ρ 는 cross correlation ($E[e(n)X(n)]$), λ 는 forgetting factor, $x_i(n)$ 은 n 번째 입력 벡터 $X(n)$ 의 i 번째 성분, M 은 필터 차수이다. 수식에서 보듯이 이 알고리즘은 scale factor와 forgetting factor의 선택에 따라 수렴 속도와 적응력이 영향을 받는다. 또한, S.Karni와 G. Zeng이 제안한 μ 조절 알고리즘은 다음식과 같다.^[18]

$$\mu(n) = \tilde{\mu} [1 - \exp(-\alpha \|e(n)X(n)\|)] \quad (8)$$

$$\tilde{\mu} = 1 / [(M+1)\sigma^2(n)] \quad (9)$$

여기서, α 는 0 보다 큰 damping 성분. $\| \cdot \|$ 는 벡터 norm. $\sigma^2(n)$ 은 입력 power 이다. 이 알고리즘은 입력 power 와 필터 차수로 정규화한 최대 수렴 인자를 MSE(Mean Square Error)의 기울기가 감소함에 따라 줄이는 형태를 하고있다. 이때, damping 성분 α 의 적절한 선택이 만족스런 수렴 속도와 적응력을 결정하며, 입력값이 큰 경우와 적응 필터 차수가 큰 경우 수학적으로 계산이 불가능한 경우가 발생한다.

이외에도 수렴 인자가 최적치를 갖도록하는 연구는 다수 발표 되었으나 위에서 언급한 것과 같이 또 다른 상수의 선택이 필요하거나 블럭단위의 처리로 수식이 복잡하여지는 경향이 있다.^[3-9] 한편, LS (Least Square) 방식의 RLS 알고리즘은 다음 식으로 표현된다.

$$K(n) = \lambda^{-1}P(n-1)X(n) / \{1 + \lambda^{-1}X^T(n)P(n-1)X(n)\} \quad (10)$$

$$\alpha(n) = d(n) - W^T(n-1)X(n) \quad (11)$$

$$W(n) = W(n-1) + K(n)\alpha(n) \quad (12)$$

$$P(n) = \lambda^{-1}P(n-1) - \lambda^{-1}K(n)X^T(n)P(n-1) \quad (13)$$

여기서, P는 입력 상관 행렬의 역행렬, α 는 priori 예측오차, λ 는 forgetting factor, d는 바라는 신호, X는 필터 입력 벡터를 나타낸다. 이때 λ 를 0 ($\lambda \leq 1$ 의 범위에서 선정하는데 λ 가 작을 경우 시변 환경에서의 적응력은 좋으나, iteration이 증가할수록 입력 상관 행렬이 singular 화 되어 발산하게 된다. 또한 1에 가까운 수를 선택하면 입력 상관 행렬의 singular 화는 막을 수 있으나, 환경변화에 따른 적응력은 떨어진다.^[12]

III. 제안한 알고리즘

본 연구에서는 FIR 구조를 갖는 필터에서 steepest descent 방식의 적응 알고리즘의 수렴 인자 μ 를 기존의 여러 알고리즘에서처럼 사전 지식을 가지고 임의로 선택하지 않으며 환경 변화에도 뛰어난 적응력을 갖는 알고리즘을 제안한다. 우선 수렴 인자 μ 를 시변이라고 가정한다. 그러면 식 (1) 은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu_i(n)e(n)x_i(n), \quad 0 \leq i \leq M \quad (14)$$

이때, $x_i(n)$ 은 i번째 가중치에 입력되는 입력값, $e(n)$ 은 오차 출력, μ_i 는 j번째 가중치의 수렴 인자, M은 필터 차수, W_i 는 알고리즘에 의해 조절되는 i번째 가중치이다. 오차 $e(n)$ 가 큰 경우는 μ_i 값을 크게 잡아 빠른 수렴을 하고 점차 오차가 줄어들어 따라 μ_i 값을 작게 하여 평균 자승 오차를 줄이게 된다. 최소 평균자승오차 (MMSE) 를 얻기 위해서는 평균자승오차가 가중치(weight)의 자승에 대한 함수이므로 다음 방정식을 만족하는 가중치를 구하면된다.

$$\partial e^2 / \partial w_i = 0 \quad 0 \leq i \leq M \quad (15)$$

여기서,

$$e(n) = d(n) - \sum_{i=0}^m w_i x_i(n) \quad (16)$$

이고 d(n)은 바라는 출력이다.

이때, 순시 가중치를 구하는 steepest descent 방식에서 안정된 수렴을 위해서는 다음 조건을 만족해야 한다는 사실이 널리 알려져 있다.^[1]

$$0 < \mu < 1 / \text{tr}[R] \quad (17)$$

여기서, R 은 입력 상관 행렬, tr 은 대각 성분의 합을 나타낸다. 기존의 알고리즘은 사전 지식이나 경험에 의존하여 μ 를 선정하거나 입력값의 power를 이용하여 선정했으나 이 경우에도 또 다른 상수 인자를 경험적으로 선택하게 된다.^[7-10] 본 연구에서는 다음과 같은 수렴인자를 제안한다.

현재 적응 필터에 입력된 신호의 power에 의해 수렴인자의 범위를 정하고, 순시 미분값 즉, 식(15)의 미분치

$$-2e(n)x_i(n) \quad (18)$$

를 기준으로 μ 의 변화를 준다. 이때, 기울기에 비례하여 μ 값을 변하게 하면 그림 1에서 보듯이 MSE에 대해서 식 (18)의 일차함수적으로 기울기가 변화하므로 수렴 인자 μ 가 너무 빨리 감소하여 빠른 수렴 속도를 얻기 어렵다. 또한, 기울기의 범위가 무한이므로 수렴 인자의 조절을 기울기를 기준으로만 하는 것은 불안정 하다. 식 (17) 으로 주어지는 수렴 범위내에서 정규화된 수렴 인자의 변화를 얻기 위해 식 (18)로 표

현되는 MSE 기울기의 각도성분을 이용한다. 즉, $\arctan [-2e(n)X(n)]$ 을 취하면 그림 2에서 보듯이 기울기가 작을수록 변화가 크고, 클수록 절대치 90° 에 가까우면서 변화가 없는 형태의 변환을 얻는다.

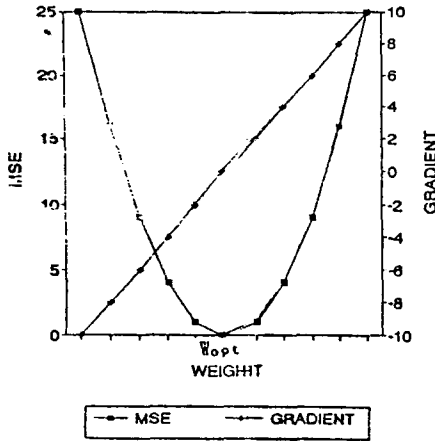


그림 1. MSE와 기울기
Fig. 1. MSE & gradient.

위에 들때 수렴 인자값을 점차적으로 줄여나가 결과적으로 최종 수렴 오차를 줄일 수 있게 해준다.

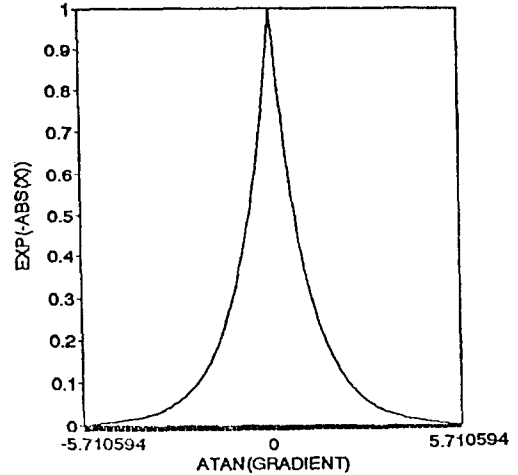


그림 3. 각도 성분에 따른 수렴 상수의 변화 정도
Fig. 3. Variance scale of convergence factor according to angle factor.

이렇게 함으로써 아주 작은 기울기에서만 수렴 인자 μ 값을 작게 변화시키고, 기울기가 클 때 수렴범위의 최대 μ 값을 갖도록 하여 다음 수식을 얻는다.

$$\mu_i(n) = \mu_m [1 - \exp\{-|\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))|\}], \quad 0 \leq i \leq M \quad (19)$$

여기서, $|\cdot|$ 는 절대치, μ_m 은 $1/\text{tr} [R]$ 를 나타낸다.

식 (19)에서 알 수 있듯이 제한한 알고리즘은 기존의 LMS 알고리즘에 비해 복잡한 형태를 띠고 있다. 하지만, $\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))$ 의 절대치가 6 이상 일 때는 위에서 언급한 것과 같이 식 (19)의 exponential 함수항이 0 에 가까우므로 $\mu_i(n)$ 의 값은 μ_m 값을 유지한다. 그러므로, $\text{ATAN}(-2e(n)x_i(n))$ 절대치가 6 이상 일때, 즉 기울기 $-2e(n)x_i(n)$ 의 크기가 $-0.1 \sim 0.1$ 범위 밖의 값을 갖을 때 식 (19)의 exponential 함수항의 계산은 불필요하며, 식 (1)의 LMS알고리즘과 비교하여 가중치 변화량이 LMS 알고리즘처럼 기울기 $-2e(n)x_i(n)$ 에 비례하여 변화하며 또한 바로 그 기울기의 성분에 의해 수렴 인자도 식 (19)에 의해 영향을 받음을 알 수 있다. 즉, 고정된 수렴 인자 μ 를 갖고 오차 $e(n)$ 과 입력 $x_i(n)$ 의 곱에 비례하여 가중치의 변화를 주는 기존의 방식에 비해 역시 오차 $e(n)$ 과 입력 $x_i(n)$ 에 비례하여 가중치를 변화시킬뿐 아니라 수렴 인자도 그 iteration의

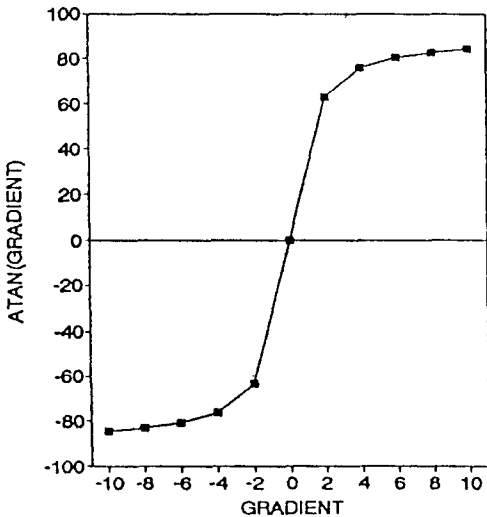


그림 2. 기울기의 각도 성분
Fig. 2. Angle factor of gradient.

수렴 속도의 향상을 위해 이러한 각도 성분을 exponential 함수에 적용하면 그림 3에서 보듯이 기울기의 각도 성분이 약 $-6^\circ \sim 6^\circ$ 에서 $0 \sim 1$ 의 값을 얻을 수 있다. 이는 기존의 고정된 수렴 인자값을 갖는 알고리즘의 가중치 변화정도를 결정짓는 식(18)의 기울기 $-2e(n)x_i(n)$ 의 크기가 $-0.1 \sim 0.1$ 의 범

오차 $e(n)$ 과 각 가중치의 입력에 비례하여 각 가중치를 변화 시키므로써 오차를 초래한 각 입력의 크기에 비례하여 가중치를 변화 시키는 방식이다. 제안한 알고리즘의 계산량은 M 을 적응 필터 차수라 할때, LMS 알고리즘의 계산량, 덧셈 약 $2M$, 곱셈 약 $2M$ 에 비해 덧셈 약 $3M$, 곱셈 약 $7M$ 정도를 각 iteration 당 필요로 한다.

식 (19)에서 알 수 있듯이 제안한 알고리즘에서는 각 반복 수행(iteration)마다 각 가중치에 대해 개별적으로 수렴 상수 $\mu_i(n)$ 값이 주어지며, exponential 함수의 지수의 범위가 한정되어 있어 입력 신호의 power나 오차의 대소에 관계없이 항상 안정된 수렴을 한다.

기존의 variable step size 알고리즘에 비해 다른 수렴 인자의 도입이 없고, 기울기의 ATAN에 의한 정규화로 입력변화에 따른 수렴성능의 변동이 최소화됨을 알 수 있다.

IV. 컴퓨터 모의실험 및 결과

실험은 제안한 알고리즘과 기존의 여러 알고리즘을 시스템 식별에 적용하여 수행하였다. 그림 4의 시스템 식별 구조에서 보듯이 바라는 신호 (desired signal)는 FIR 필터 형태를 갖는 미지의 시스템에서 출력되며, 적응 필터와 미지 시스템으로 입력되는 신호는 평균이 0인 백색 균일 잡음 신호를 이용하였고, 적응 필터가 수렴하여 이 미지 시스템의 계수를 추정해 내는 구조이다.

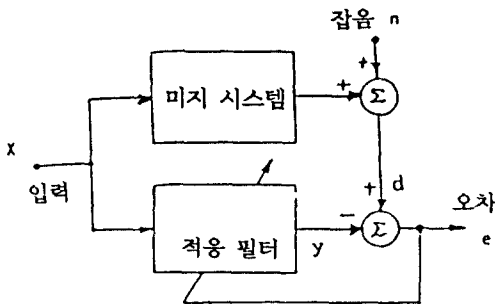


그림 4. 시스템 식별 구조

Fig. 4. Construction of system identification.

이때, 바라는 신호에 첨가되는 잡음성분은 없다고 가정하여, 미지 시스템과 적응 필터의 출력 오차를 비교하였고, 수렴후 적응 필터들의 계수를 보였다. 컴퓨터 모의 실험은 미지 시스템이 시불변인 경우와 두 가지 환경의 시변 시스템으로 나누어 AGC 및 Karni 알고

리즘과 제안한 알고리즘을 상호 비교하였다. 또한 시변인 경우에는 두 가지 환경에 대해 NLMS와 RLS 알고리즘을 제안한 알고리즘과 비교하였다. 이때, 수렴 속도와 수렴 오차 그리고 적응력을 다음 식으로 정의한 SSE (Smoothed Square Error) 의 dB 값으로 비교하였다.

$$SSE = \sum_{i=0}^M \{d(n-i) - y(n-i)\}^2 / (M+1), n = M, M+1, \dots \quad (20)$$

여기서, d 는 바라는 신호(desired signal), y 는 적응 필터 출력, M 은 필터 차수이다. 모든 필터의 차수는 21차이며, 미지 시스템이 시불변, 시변 환경에서 갖는 필터 계수는 표1, 표2와 같고 또한, 각 알고리즘에 대한 식 (2) - (13)의 인자값 값은 표3과 같다. 편이상 제안한 알고리즘을 OCF(Optimum Convergence Factor) 알고리즘이라 부르기로 한다.

표 1. 필터 계수 I

Table 1. Filter coefficients I.

$h(1) =$.00000005	$=h(21)$
$h(2) =$.00000002	$=h(20)$
$h(3) =$	-.07568268	$=h(19)$
$h(4) =$	-.00000002	$=h(18)$
$h(5) =$.06236592	$=h(17)$
$h(6) =$.00000000	$=h(16)$
$h(7) =$.09354896	$=h(15)$
$h(8) =$.00000000	$=h(14)$
$h(9) =$	-.30273070	$=h(13)$
$h(10) =$	-.00000002	$=h(12)$
$h(11) =$.39999990	

표 2. 필터 계수 II

Table 2. Filter coefficients II.

$h(1) =$	-.00000002	$=h(21)$
$h(2) =$.02443853	$=h(20)$
$h(3) =$	-.02338721	$=h(19)$
$h(4) =$	-.08226114	$=h(18)$
$h(5) =$	-.05045511	$=h(17)$
$h(6) =$.00000000	$=h(16)$
$h(7) =$	-.07568266	$=h(15)$
$h(8) =$	-.19194270	$=h(14)$
$h(9) =$	-.09354894	$=h(13)$
$h(10) =$.21994670	$=h(12)$
$h(11) =$.40000000	

표 3. 각 알고리즘의 인자값
Table 3. The factor values of each algorithm.

알고리즘 (관련식)	인 자 값
NLMS (2-3)	$\mu = 0.9, \lambda = 0.09$
AGC (4-7)	$\lambda = 0.9, \alpha = 1.5$ (시불변) $\lambda = 0.988, \alpha = 0.25$ (시 변)
OCF (10,15)	없 음
Karni (8-9)	$\alpha = 5$
RLS (10-13)	$\lambda = 0.988$

1. 기존의 수렴 인자 조절 알고리즘과 제안한 알고리즘의 비교

제안한 알고리즘을 기존의 steepest descent 방식의 수렴 인자 조절 알고리즘인 AGC 및 Karni 알고리즘과 비교한다.

(1) 시불변 시스템의 식별

미지 시스템의 필터 계수가 표 1과 같을때 각 알고리즘에 대한 SSE (dB) 를 그림 5에 보였다.

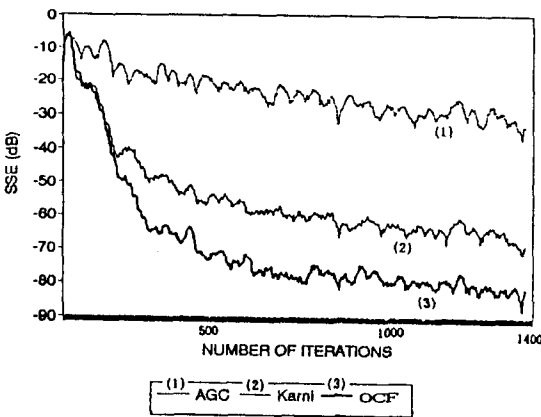


그림 5. 시불변 시스템의 식별
Fig. 5. Identification of time-invariant system.

그림 5에서 알 수 있듯이 제안한 알고리즘이 수렴 인자를 조절하는 형식의 다른 알고리즘에 비해 수렴속도와 수렴오차 면에서 좋은 성능을 보였다. AGC 알고리즘은 수렴 속도가 늦었으며, Karni 알고리즘은 수렴 속도는 제안한 알고리즘과 비슷하나 수렴 오차가 컸다. 그림에 표시는 안했지만, Karni 알고리즘의 수렴 인자 값을 변화시켰을 때 가장 좋은 결과가 제안한 알고리즘과 거의 같음을 컴퓨터 모의 실험으로 알 수 있었다. 최종 수렴 후 적응 필터에 대한 impulse 응

답은 그림 6과 같이 AGC 알고리즘, Karni 알고리즘과 제안한 알고리즘이 거의 같은 응답을 보여 주었다.

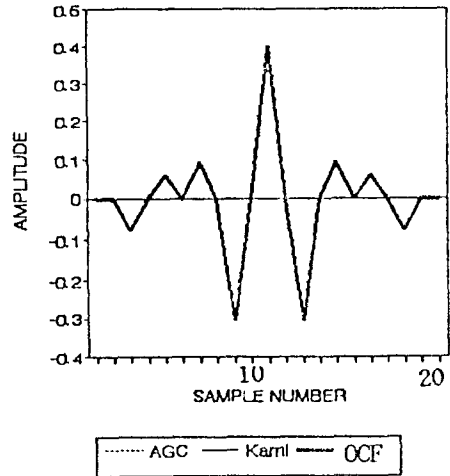


그림 6. 적응 필터의 임펄스 응답
Fig. 6. Impulse response of adaptive filters.

(2) 시변 시스템 I의 식별

미지 시스템의 필터 계수가 350 iteration 시에 표 1에서 표 2로 변화하는 환경에 대한 모의 실험이다. 그림 7에서 알 수 있듯이 제안한 알고리즘이 시변 환경에서도 안정되고 빠른 수렴 특성을 보여주었다.

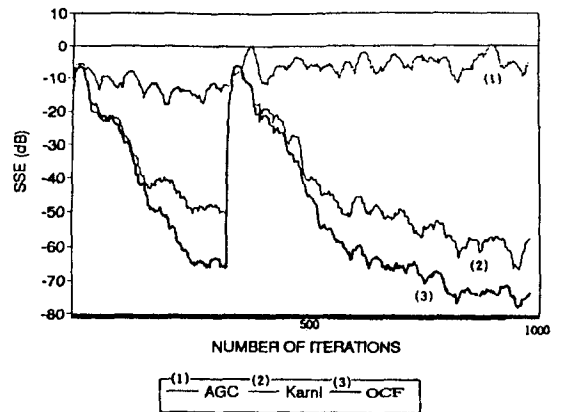


그림 7. 시변 시스템 I의 식별
Fig. 7. Identification of time-variant system I.

AGC는 시불변 환경에서의 사용한 수렴 인자값에서 발산을 하여 많은 시행과 수정을 통해 표 3의 다른 수렴 인자값을 선택하였다. 그러나 여전히 수렴 속도와 적응력 모두에서 만족할 만한 결과를 얻을 수 없었다.

Karni 알고리즘은 제안한 알고리즘에 비해 수렴 오차가 컸으며 또한, α 가 작을 경우 Karni 알고리즘은 입력 신호에 따라 발산하는 모습도 컴퓨터 모의 실험을 통해 알 수 있었고, Karni 알고리즘의 수렴 오차 α 를 조절하여 얻은 최고의 결과가 제안한 알고리즘과 같음을 확인했다. 수렴 후 각 알고리즘의 impulse 응답을 그림 8에 보였다. 시불변 시스템 식별때의 impulse 응답에서 AGC 알고리즘은 약간의 변화만을 거친 모습을 보여 주었으며, Karni 알고리즘과 제안한 알고리즘은 표 2의 값에 거의 일치하는 응답을 보였다.

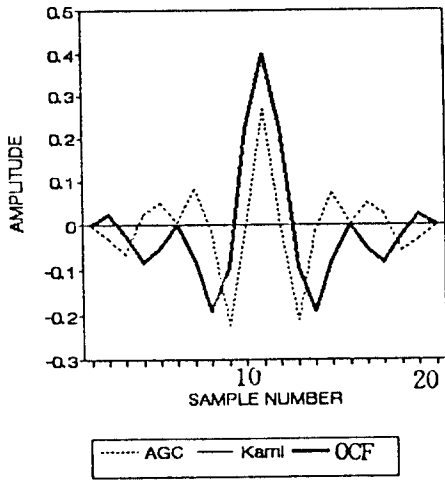


그림 8. 적응 필터의 임펄스 응답
Fig. 8. Impulse response of adaptive filters.

(3) 시변 시스템 II의 식별

미지 시스템의 필터 계수가 표 1의 계수에서 표 2의 계수로 1000 iteration 까지 점차적으로 변화하는 환경에 대한 모의 실험이다.

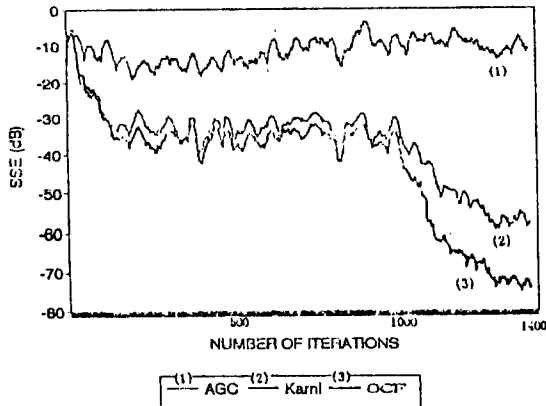


그림 9. 시변 시스템 II의 식별
Fig. 9. Identification of time-variant system II.

그림 9에서 보듯이 제안한 알고리즘이 변화하는 환경에서도 수렴 오차가 적은 모습을 보였으며 1000 iteration 이후 시불변 환경이 되었을때도 빠른 수렴 속도를 보여 주었다. 수렴 후 각 알고리즘의 impulse 응답을 그림 10에 보였다. AGC 알고리즘은 아직 적응을 하지 못한 응답을 보였고, Karni 알고리즘과 제안한 알고리즘은 거의 유사하게 표 2의 응답을 보였다.

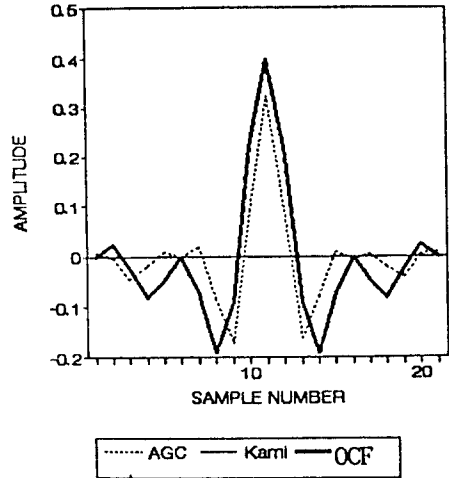


그림 10. 적응 필터의 임펄스 응답
Fig. 10. Impulse response of adaptive filters.

2. 제안한 알고리즘과 NLMS 및 RLS 알고리즘의 비교

가장 널리 쓰이는 steepest descent 방식의 적응 알고리즘 중 하나인 NLMS 알고리즘과 LS(Least Square) 방식의 RLS 알고리즘을 제안한 알고리즘과 시변 환경에서 비교한다.

(1) 시변 시스템 I의 식별

그림 11에서 보듯이 350 iteration 전까지 LS방식의 RLS 알고리즘이 뛰어난 수렴 속도와 가장 적은 수렴 오차를 보여 주었으나 350 iteration 이후 미지 시스템의 필터 계수가 표 1에서 표 2의 계수로 변화했을때, 수렴 속도의 현저한 감소를 보여 주었다. 이러한 결과는 RLS 알고리즘의 forgetting factor, λ 가 0.988로 거의 infinite memory를 갖기에 시변 이전 즉, 350 iteration 이전의 정보마저도 시변 이후의 가중치 변화에 적용하는데서 기인한다. NLMS 알고리즘은 수렴 인자들의 선택여하에 따라 빠른 수렴 속도와 낮은 수렴 오차를 얻을 수 있으나 입력 신호에 따라 수렴을 하다가도 발산하는 모습을 컴퓨터 모의 실험으로 확인할 수 있었다. 수렴 후 적응 필터

들의 impulse 응답은 그림 12에 보인 것처럼 거의 비슷한 모습을 보였다.

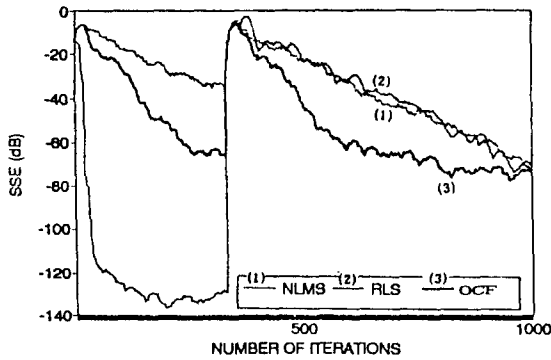


그림 11. 시변 시스템 I의 식별
Fig. 11. Identification of time-variant system I.

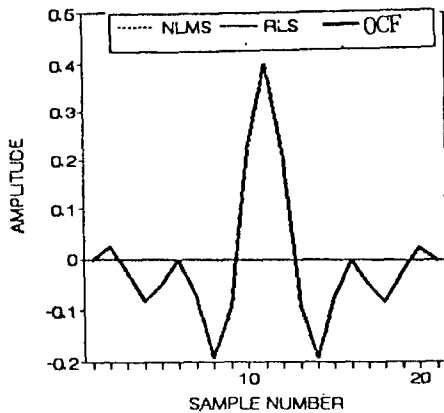


그림 12. 적응 필터의 임펄스 응답
Fig. 12. Impulse response of adaptive filters.

(2) 시변 시스템 II의 식별

첫번 iteration 부터 1000 번째 iteration 까지 미 지 시스템의 필터 계수가 표1에서 표2의 계수로 점차 적으로 변화하는 경우, 그림 13에서 보듯이 RLS 알고리즘은 처음 얼마간의 iteration 동안 미지 시스템의 필터 계수의 변화가 적은 관계로 빠른 수렴을 보이나 지속적인 필터 계수의 변화로 인한 RLS 알고리즘의 forgetting factor 의 준 infinite memory 의 영향으로 환경이 변화하는 동안 적응력이 떨어져 오차 크기가 상대적으로 크게 나타났다. 앞절에서 지적 했듯이 forgetting factor 를 작게 잡아 성능을 향상시킬 수 있으나 iteration 이 커질수록 입력 상관 행렬이 singular화 되어 발산하게 된다. NLMS 알고리즘 역시 수렴 인자 선택에 따라 그 성능이 저하됨을 확인할 수 있었고, 시변 환경에서 언제나 발산할

수 있는 불안정성이 있었다.

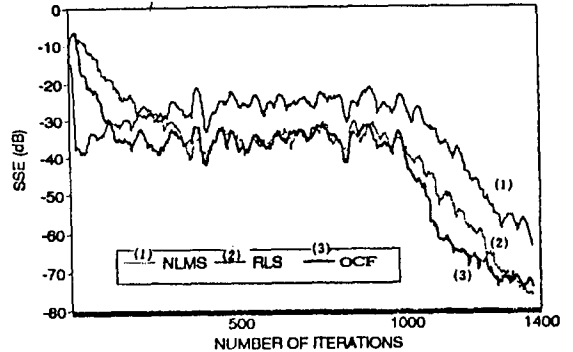


그림 13. 시변 시스템 II의 식별
Fig. 13. Identification of time-variant system II.

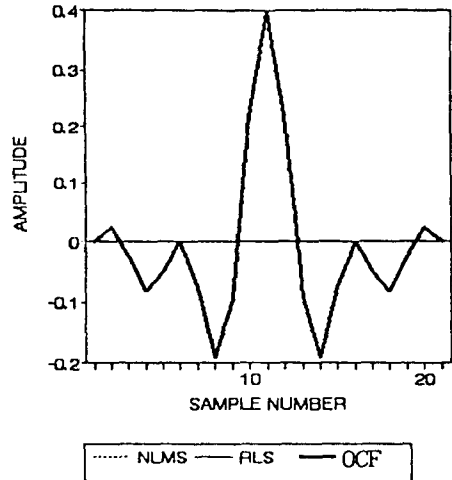


그림 14. 적응 필터의 임펄스 응답
Fig. 14. Impulse response of adaptive filters.

수렴후 각 알고리즘의 impulse 응답은 그림 14에서 보듯이 거의 같은 모습을 보여 주었다.

V. 결론

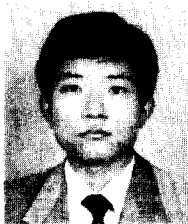
본 연구에서는 새로운 steepest descent 적응 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 평균 자승 오차(MSE)의 기울기에 대한 각도 성분에 따라 자동적으로 최적의 수렴 인자 μ 를 iteration 마다 각 weight 별로 독립적으로 조절하여 수렴 속도와 수렴 오차를 줄이는 알고리즘이다. 기존의 가변 step size 적응 알고리즘에 비해 임의의 수렴 인자의 선택에 따른 시불변 및 시변 환경에서의 발산 문제를 해결하였다. 특히 RLS 알고리즘에 비해 계산이 훨씬 간단하

고 수렴 속도와 수렴 오차의 관점에서도 시변 환경에서 더 우수한 적응력을 갖음을 컴퓨터 모의 실험으로 입증하였다. 따라서 제안한 알고리즘은 적응 신호처리 전 분야에서 널리 응용 될 수 있으리라 본다.

參 考 文 獻

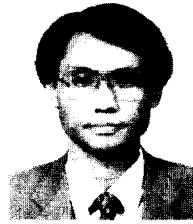
- [1] B.Widrow and S.D.Stearns, Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1985.
- [2] S.D.Stearns and R.A.David, Signal Processing Algorithm Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1988.
- [3] W.B.Mikhael et al., "Optimum adaptive algorithms with application to noise cancellation," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-31, pp.312-315, Mar. 1984.
- [4] W.B.Mikhael et al., "Adaptive filters with individual adaptation of parameters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-33, pp.677-686, July 1986.
- [5] W.B.Mikhael and F.H.Wu, "Fast algorithms for block FIR adaptive digital filtering," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-34, pp.1152-1160, Oct. 1987.
- [6] W.B.Mikhael and F.H.Wu, "A fast block FIR adaptive digital filtering algorithm with individual adaptation of parameters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol.36, pp.1-10, Jan. 1989.
- [7] F.F.Yassa, "Optimality in the choice of convergence factor for gradient based adaptive algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-35, pp.48-59, Jan. 1987.
- [8] T.J.Shan and T.Kailath, "Adaptive algorithm with an automatic gain control feature," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 35, pp. 122-127, Jan. 1988.
- [9] S.Karni and G.Zeng, "A new convergence factor for adaptive filters," *IEEE Trans. Circuits syst.*, vol. 36, pp.1011-1012, July 1989.
- [10] S.S.Narayan, A.M.Peterson, and M.J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31, pp.609-615, June 1983.
- [11] D.F.Marshall, W.K.Jenkins, and J.J. Murphy, "The use of orthogonal transforms for improving performance of adaptive filters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 36 pp.474-484, Apr. 1989.
- [12] S.Haykin, Adaptive Filter Theory. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1991.

著 者 紹 介



夫仁亨(正會員)

1965年 4月 19日生. 1988年 2月 광운대학교 전자통신공학과 졸업(공학사). 1990年 2月 광운대학교 대학원 전자통신공학과 졸업(공학석사). 1990年 9月 ~ 현재 광운대학교 대학원 전자통신공학과 박사과정. 주관심 분야는 적응 신호 처리, Neural Networks 등임.



姜哲豪(正會員)

1952年 2月 5日生. 1975年 2月 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1979年 2月 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1977年 ~ 1981年 국방과학연구소(연구원). 1988年 2月 서울대학교 대학원 전자공학과(공학박사). 1991年 1月 ~ 1992年 1月 미국 일리노이 대학 객원교수. 1983年 3月 ~ 현재 광운대학교 전자통신공학과 교수. 주관심 분야는 적응 신호 처리, Neural Networks, 음성 인식 등임.