

論文94-31B-5-5

1차원 및 2차원 선형 반대역 필터의 설계에 관한 연구

(Design of 1-D and 2-D Linear-phased Half-band Filters)

金 大 曜 * , 李 秉 基 *

(Dae Young Kim and Byeong Gi Lee)

要 約

본 논문에서는 1차원 및 2차원 선형 반대역 필터를 최대치 최소화 의미에서 최적으로 설계하는 방법을 살펴보았다. 첫째, 1차원 반대역 필터가 Haar 조건을 만족함을 밝힘으로써 교변정리를 이용하여 반대역 필터를 설계할 수 있음을 보였다. 이로써 Vaidynathan과 Nguyen의 방법이 최적의 반대역 필터를 설계하는 방법임을 증명하였다. 둘째로, 근사 선형 위상(approximately-linear-phased) IIR 반대역 필터 설계는 위상 특성이 $-\omega/2$ 인 전역 통과 필터의 설계와 같음을 입증하였다. 또한 이것을 바탕으로 위상 등화기의 설계 알고리듬을 이용한 간단한 반대역 필터 설계 방법을 제안하였다. 세째로, 차수가 반대역 필터의 절반인 2차원 전역 통과 원형(prototype) 필터를 이용하여 2차원 대각 표본줄임시 사용할 FIR 및 IIR 반대역 필터를 간단히 설계하는 방법을 제안하였다.

Abstract

In this paper we consider efficient 1-D and 2-D linear-phased half-band filter designs. We first introduce a new derivation of the existing Vaidynathan-Nguyen's half-band filter design method, which verifies that the design provides optimal half-band filters. We then propose an approximately-linear-phased IIR half-band filter design method, which is based on the all-pass equalizer design with the linear phase $-\omega/2$. Finally, we propose an efficient method to design optimal 2-D half-band filters, for which we utilize a 2-D all pass prototype filter of half the order of the desired 2-D half-band filters.

I. 서론

1차원 및 다차원 신호를 제한된 대역폭을 가진 채널을 통해 전송하기 위해서는 표본줄임이 사용된다. 이

때 송신기에서는 겹침(aliasing)을 방지하기 위한 겹침 방지필터가 사용되고, 수신기에서는 보간(interpolation)을 위한 필터가 사용된다. 보간 필터로는 필터 계수에 규칙적으로 0이 존재하여 표본줄임된 값을 변화시키지 않는 나이퀴스트 필터가 주로 이용된다.

1차원 선형 FIR 필터의 효과적인 설계 방법으로 Parks-McClellan 방법^[2]이 있으나, 나이퀴스트 필터는 Haar 조건^[3]이 만족되지 않아서 이 방법을 그대로 적용할 수 없다. 선형 계획법(linear programming)으로 설계할수가 있으나 시간이 오래 걸리고

* 正會員, 斯丹포드大學校 電氣工學科
(Dept. of Electrical Eng., Stanford Univ.)

* 正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)
接受日字 : 1993年 7月 20日

높은 차수의 필터를 설계하기 힘들다는 단점이 있다. 고유치 필터 방법(Eigenfilter design method)^[10]과 같은 여러가지 FIR 필터 설계 방법을 쓸 수도 있으나 최적 설계를 보장할 수 없는 단점이 있다. 근래에 Vaidyanthan과 Nguyen^[1] 그리고 Saramaki와 Neuvo^[4]에 의해 나이퀴스트 필터를 Parks-McClellan 방법에 의해 설계하는 방법이 제안되었다. Vaidyanthan과 Nguyen의 방법은 반대역에 대해서는 최적의 필터를 설계할 수 있으나 M이 3 이상인 Mth-band에 대해서는 최적의 필터를 설계할 수 없다. 또 Saramaki-Neuvo의 방법은 저지 대역만을 고려하므로 최적의 설계를 할 수는 없다.

고선명 TV(HDTV)나 비디오 코덱(video codec)과 같은 다차원 부표본화 시스템에서도 다차원 나이퀴스트 필터가 보간에 이용된다. 이것 역시 1차원 나이퀴스트 필터와 마찬가지로 표본 줄임된 값을 변화시키지 않는 특성을 갖는다. 이에 관련하여 Ansari가 대각 부표본화(quincunx subsampling)시의 반대역 필터를 간단하게 설계할 수 있는 방법을 제안하였다.^[5] 이 방법에서는 1차원 반대역 필터로부터 2차원 원형(prototype) 필터를 분리 가능하게 설계한다. 따라서 설계된 반대역 필터는 최적이 아니고 필터 계수 존재 영역(region of support)이 마름모 형태가 된다. 2차원 반대역 필터가 최적이 되려면 2차원 원형 필터를 일반적으로 설계할 수 있어야 한다. Ansari의 2차원 원형 필터의 일반적 설계는 2차원 반대역 필터의 설계와 마찬가지가 되며, 따라서 Ansari의 방법은 최적의 2차원 반대역 필터 설계에 적합하지 못하다.

이 논문에서는 1차원 및 2차원 선형 반대역 필터 설계에 관하여 다음의 세가지 사항을 살펴 보고자 한다. 첫째, Vaidyanthan-Nguyen의 반대역 필터 설계 방법을 유도하고 최적의 필터를 설계할 수 있음을 보이도록 하겠다. 둘째, 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터의 설계 방법을 제안하고 끝으로 최적의 2차원 반대역 필터 설계 방법을 제안하도록 하겠다.

II. 1차원 반대역 필터의 설계

1. 1차원 FIR 반대역 필터의 설계

나이퀴스트 필터, 또는 Mth-band 필터는 충격응답이 다음과 같은 특성을 갖는 필터로 정의 된다.

$$h(Np) \begin{cases} \neq 0, p=0 \text{ 일 때} \\ = 0, p \neq 0 \text{ 일 때} \end{cases} \quad (1)$$

M=2일 때가 반대역 필터이고, 이때 다음의 주파수

특성을 갖는다.

$$H(e^{j\omega}) + H(e^{j(\pi-\omega)}) = 2h(0). \quad (2)$$

그러므로 반대역 필터는 그림 1(a)와 (b)에 보인 것과 같은 충격응답특성과 주파수 특성을 갖는다.

FIR 반대역 필터의 주파수 응답은

$$H(e^{j\omega}) = h(0) + \sum_{n=1}^N h(2n-1)\cos(2n-1)\omega \quad (3)$$

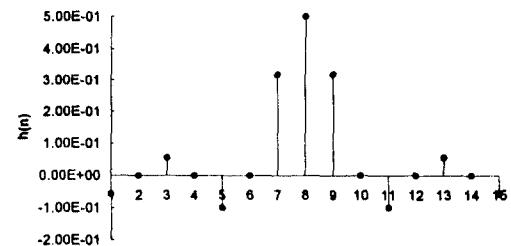
이므로, 위 수식의 Haar 조건 행렬식^[3] G_N 은

$$G_N = \det \begin{pmatrix} \cos \omega_1 & \cos 2\omega_1 & \cdots & \cos(2N-1)\omega_1 \\ \cos \omega_2 & \cos 2\omega_2 & \cdots & \cos(2N-1)\omega_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos \omega_N & \cos 2\omega_N & \cdots & \cos(2N-1)\omega_N \end{pmatrix}, \quad (4)$$

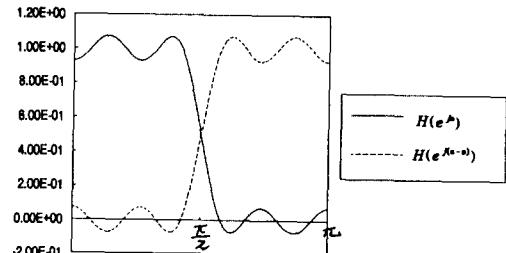
즉

$$G_N = c \prod_{i=1}^N \alpha_i \prod_{j>i}^N (\alpha_j - \alpha_i) \prod_{j>i}^N (\alpha_j + \alpha_i) \quad (5)$$

이 된다. 이때 c 는 상수이고 α_i 는 $\cos \omega_i$ 를 나타낸다.



(a)



(b)

그림 1. 1차원 반대역 필터의 특성 (a) 필터 계수
(b) 주파수 응답

Fig. 1. 1-D half-band filter characteristics
(a) filter coefficients, (b) frequency response.

위 행렬식이 Haar 조건을 만족하지 않는 경우는 다음 세가지이다.

$$\text{경우 1} : \alpha_i = 0, \text{ 즉 } \omega_i = \pi/2 \quad (6)$$

$$\text{경우 1} : \alpha_j = \alpha_i, \text{ 즉 } \omega_j = \omega_i \quad (7)$$

$$\text{경우 1} : \alpha_j = -\alpha_i, \text{ 즉 } \omega_j = \pi - \omega_i \quad (8)$$

반대역 필터의 경우에 $\omega = \pi/2$ 는 항상 천이 대역 (transition band)이므로 경우 1은 발생할 수 없다. Haar 조건의 가정에 의해 $\omega_j \neq \omega_i$ 이므로 경우 2 역시 일어날 수 없다. 필터 설계시 고려하는 주파수의 범위가 $\omega \in [0, \omega_p] \cup [\omega_s, \pi]$ 라면 경우 3이 발생하여 Haar 조건을 만족하지 않을수가 있다. 그러나, 식(2)에서 보았듯이 $H(e^{j\omega})$ 의 $\omega \in [\omega_s, \pi]$ 에서의 값은 $H(e^{j\omega})$ 의 $\omega \in [0, \omega_s]$ 에서의 값에 의해 결정되고 통과대역의 최대 오차는 전대역의 최대오차와 같게 된다. 따라서 필터 설계시 통과대역만의 오차를 고려해 반대역 필터를 설계할 수 있으므로 경우 3은 일어나지 않는다. 그러므로 FIR 반대역 필터의 경우에도 항상 Haar 조건이 만족되고, 따라서 반대역 필터를 Remez 알고리듬^[2,3]을 이용하여 설계할 수 있게 된다. Vaidyanthan-Nguyen의 방법^[1]은 Remez 알고리듬을 이용한 새로운 반대역 필터 설계 프로그램이 아니라 Remez 알고리듬을 이용하는 기준의 Parks-McClellan의 일반적 FIR 필터 설계 프로그램을 이용하여 동일한 효과를 내는 방법인 것이다. 그러므로 이 방법으로 최적의 반대역 필터를 설계할 수 있음을 알 수 있다. 하지만 M이 3이상인 경우에는 위의 관계가 성립하지 않으므로 최적의 필터는 설계할 수 없다.

1. 1차원 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터의 설계 원하는 반대역 필터의 주파수 응답 $H_D(e^{j\omega})$ 가 다음과 같다고 하자.

$$H_D(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2, & \omega \in [0, \omega_p] \\ 0, & \omega \in [\omega_s, \pi], \omega_s = \pi - \omega_p. \end{cases} \quad (9)$$

일반적으로 IIR 반대역 필터는 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$H(z) = 1 + zA(z^2). \quad (10)$$

이때 $A(z)$ 는 전대역 통과 필터로서 a_i 가 실계수일 때

$$A(z) = z^{-m} \frac{a_N + a_{N-1}z^{-1} + \dots + z^{-N}}{1 + a_1z^{-1} + \dots + a_Nz^{-N}} \quad (11)$$

으로 표시된다. 단 m 은 임의의 자연수이다. 전대역 통과필터의 주파수 응답이

$$A(e^{j\omega}) = e^{j\theta(\omega)} \quad (12)$$

과 같이 표현되므로, 반대역 필터의 주파수 응답은

$$H(e^{j\omega}) = 1 + e^{j\omega}e^{2j\omega} = 1 + e^{j\theta(2\omega)} \quad (13)$$

$$\delta(\omega) = \omega + \theta(2\omega) \quad (14)$$

이 된다.

반대역 IIR 필터의 주파수 응답에 대해 다음과 같이 세가지 오차를 고려할 수 있다. 첫째는 원하는 주파수 응답의 크기와 실제 주파수 응답의 크기의 차이 ϵ_1 이고, 둘째는 원하는 값과 실제 응답의 차이의 크기 ϵ_2 이고, 세째는 위상 오차 ϵ_3 이다. 이들 세가지 오차는 식 (9), (13), (14)에 의해서 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_1 = |H_D(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})| = \begin{cases} \left|2 \sin \frac{\delta(\omega)}{4}\right|^2, & \omega \in [0, \omega_p] \\ \left|2 \sin \frac{\delta(\omega')}{2}\right|^2, & \omega' = \pi - \omega \in [0, \omega_p] \end{cases} \quad (15)$$

$$\epsilon_2 = |H_D(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})| = \begin{cases} \left|2 \sin \frac{\delta(\omega)}{2}\right|, & \omega \in [0, \omega_p] \\ \left|2 \sin \frac{\delta(\omega')}{2}\right|, & \omega' = \pi - \omega \in [0, \omega_p] \end{cases} \quad (16)$$

$$\epsilon_3 = |\arg(H_D(e^{j\omega}) - \arg(H(e^{j\omega}))| = \left| \arctan \frac{\sin \delta(\omega)}{1 + \cos \delta(\omega)} \right| = \left| \frac{\delta(\omega)}{2} \right|. \quad (17)$$

이 세가지 오차의 크기는 모두 $\delta(\omega)$ 가 최소일 때 최소가 된다. 이것은 최적의 크기 특성이 최적의 위상 특성을 보장하고, 그 역 역시 보장됨을 의미한다. 그러므로 최적의 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터는 $\delta(\omega)$ 가 최소가 되도록 설계하면 된다. 따라서 원하는 주파수 응답을 다음과 같이 변형하여 설계 할 수 있다.

$$\delta_D(\omega) = \omega + \theta_D(2\omega) = 0, \omega \in [0, \omega_p]. \quad (18)$$

즉

$$\theta_D(\omega) = -\frac{\omega}{2}, \omega \in [0, 2\omega_p]. \quad (19)$$

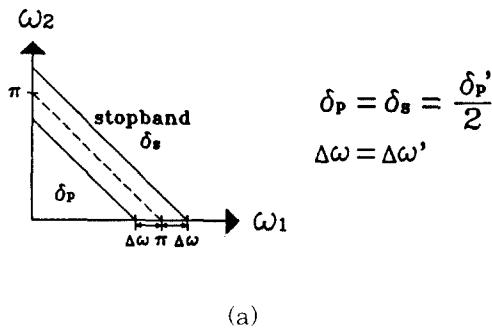
그러므로 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터의 설계는 식 (19)와 같은 위상 특성을 갖는 전역 통과 IIR 필터의 설계와 같다. 이때 전역 통과 IIR 필터의 설계를 위해서는 기존의 위상 등화기 설계 알고리듬^[7,8]을 이용하면 된다.

III. 2차원 반대역 필터의 설계

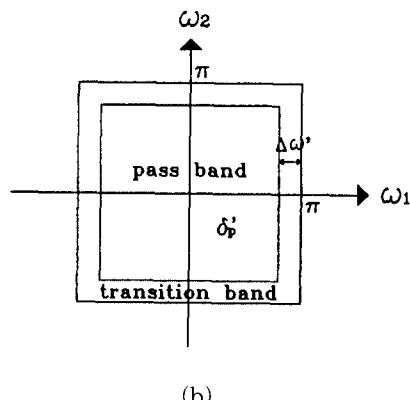
1. 새로운 2차원 반대역 필터의 설계

각각 부표본화를 위한 반대역 필터는 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$h(m, n) = \begin{cases} \neq 0, & m+n = 홀수 \text{ 또는 } (m, n) = (0, 0) \text{ 일 때.} \\ = 0, & m+n = 짝수 \text{ 이고 } (m, n) \neq (0, 0) \text{ 일 때.} \end{cases} \quad (20)$$



(a)



(b)

그림 2. 원형 및 반대역 필터의 주파수 특성

(a) 반대역 필터. (b) 원형 필터

Fig. 2. Frequency characteristic of prototype and half-band filters (a) half-band filter. (b) Prototype filter.

이때 주파수 응답은 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) + H(e^{j(\pi-\omega_1)}, e^{j(\pi-\omega_2)}) = 2h(0,0). \quad (21)$$

2차원 필터는 Haar 조건을 만족하지 않으므로 나이퀴스트 필터가 아니더라도 교번정리의 적용은 불가능하다. 그러므로 반대역 필터를 비롯한 2차원 필터의 설계를 위해서는 선형계획법, 고유치 필터 방법^[10] 등이 이용된다.

HD-MAC^[12] 80msec 모드의 대각 부표본화를 위해 사용되는 그림 2(a)의 반대역 필터는 그림 2(b)와 같은 제2형(TYPE II)^[13]의 전역 통과 원형(prototype) 필터로 부터 얻을 수 있다. 원형 필터 $G(z_1, z_2)$ 의 크기가 4×4 라면 계수들은 표 1의 (a)와 같은 형태를 갖는다. 이때 주파수 응답은 그림 3의 (a)와 같다. 원형 필터 $G(z_1, z_2)$ 으로부터 $z_1 = z_1' z_2'$, $z_2' = z_2'/z_1'$ 의 변수 치환을 통해서 $F(z_1', z_2')$ 을 얻는다. 그러면 반대역 필터 $H(z_1', z_2')$ 은 $F(z_1', z_2')$ 로부터 아래 식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$H(z_1', z_2') = 1 + z_2' F(z_1', z_2') \quad (22)$$

$G.F.H$ 의 시간 영역과 주파수 영역의 특성은 각각 그림 3에 보인것과 같다. 결과적으로 얻게되는 반대역 필터의 두차원은 각각 z_1' 과 z_2' 이다. 이렇게 얻은 반대역 필터는 통과 대역에서의 원하는 값이 2인 필터를 설계한 것이 된다. 계수값들을 모두 2로 나누어 주면 통과 대역에서의 원하는 값이 1인 반대역 필터를 얻게 된다. 이때 얻은 반대역 필터의 계수 존재 영역은 마름모 형태가 된다.

표 1. 2차원 원형 필터 및 반대역 필터의 계수 예

Table 1. examples of coefficients of 2-D prototype and half-band filters.

(a)	(b)	(c)	(d)
$\begin{matrix} b & c & c & b \\ c & a & a & c \\ c & a & a & c \\ b & c & c & b \end{matrix}$	$\begin{matrix} b \\ c & 0 & c \\ c & 0 & a & 0 & c \\ b & 0 & a & 1 & a & 0 & b \\ c & 0 & a & 0 & c \\ c & 0 & c \\ b \end{matrix}$	$\begin{matrix} b & b \\ b & a & a & b \\ b & a & a & b \\ b & b \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & b & 0 & b & 0 \\ b & 0 & a & 0 & b \\ 0 & a & 1 & a & 0 \\ b & 0 & a & b \\ 0 & b & 0 & b \end{matrix}$

만일 계수 존재 영역을 사각형 형태로 하자 하면 원형 필터를 표 1의 (c)와 같은 형태의 계수 존재 영역을 갖게 하면 된다. 이것으로부터 얻어지는 반대역 필터는 표 1의 (d)와 같은 사각형 형태를 갖게 된다. 이러한 설계 방법은 반대역 필터 특성을 보장해

주고, 설계 시간도 짧게 된다.

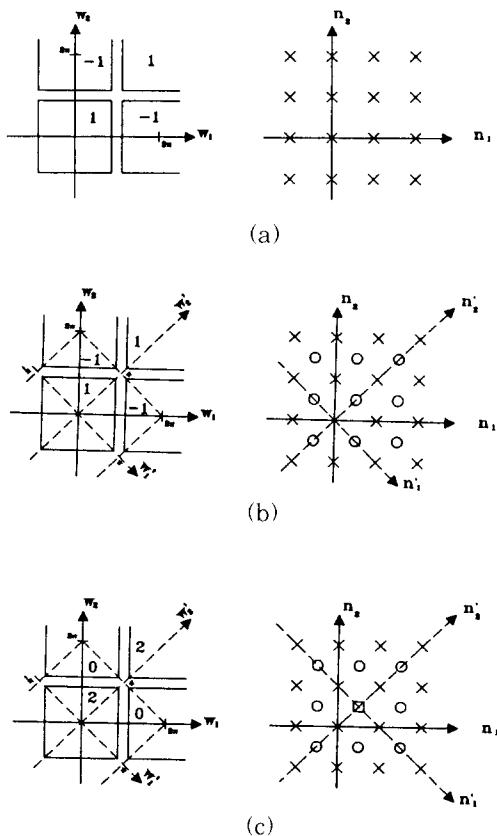


그림 3. 제안한 2차원 반대역 필터 설계 방법에 나타나는 계수 및 주파수 특성 (a) 원형 필터 $G(z_1, z_2)$ 의 주파수 특성과 필터 계수 (b) 회전후 필터의 주파수 특성과 필터 계수 $F(z_1', z_2')$ (c) 반대역 필터의 주파수 특성과 필터 계수 $H(z_1', z_2')$

Fig. 3. Coefficients and frequency responses appearing in the proposed 2-D half-band filter design method (a) frequency characteristic and filter coefficients of prototype filter $G(z_1, z_2)$ (b) frequency characteristic and filter coefficients after rotation, i.e. $F(z_1', z_2')$ (c) frequency characteristic and filter coefficients of half-band filter $H(z_1', z_2')$.

2. 2차원 IIR 반대역 필터의 설계

위에 제안한 2차원 FIR 반대역 필터 설계 방법은

2차원 IIR 반대역 필터 설계에도 사용할 수 있다. $G(z_1, z_2)$ 를 전역 통과 원형 필터라 두고, 이로부터 FIR 반대역 필터의 경우와 마찬가지로 $Z_1 = Z_1'Z_2'$, $Z_2' = (Z_1')^{-1}Z_2'$ 의 변수 치환과 식 (22)를 통해서 반대역 필터 $H(z_1', z_2')$ 을 얻을 수 있다. G, F, H 의 시간 영역과 주파수 영역의 특성은 각각 그림 3에 보인 것과 같다. 이때 1차원 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터의 설계와 마찬가지로 전역 통과 원형 필터의 위상 특성을

$$\theta_b(\omega_1, \omega_2) = -\frac{\omega_1 \omega_2}{2}, (\omega_1, \omega_2) \in \text{통과대역} \quad (23)$$

으로하면 2차원 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터를 설계할 수 있다

IV. 제안한 반대역 필터 설계의 예

본 절에서는 그림 2(b)에서 $\Delta\omega = 0.15\pi$ 인 2차원 반대역 필터의 설계를 예로 들어 보겠다. 표 3은 계수값들이 표 2에 주어진 3가지 반대역 필터의 최대 오차를 보여주고 있다. 첫째 필터는 Ansari^[9]의 분리가 가능한 원형필터로 부터 얻은 반대역 필터이다. 둘째는 제안한 방법으로 설계한 6개의 독립적인 계수를 갖는 필터 계수 존재 영역이 마름모형인 최적 반대역 필터이다. 세째는 제안한 방법으로 설계한 6개의 독립적인 계수를 갖는 사각형 형태의 최적 반대역 필터이다.

표 2. 2차원 반대역 필터 설계 예의 필터 계수값
Table 2. coefficients of 2-D half-band filters design example.

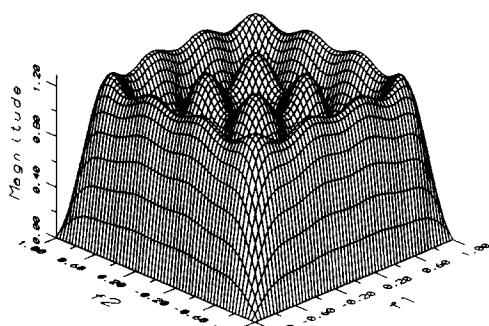
필터 계수	Ansari의 방법[9]	제안한 방법	
		마름모형 계수 영역	사각형 계수 영역
	0 0 0 0 0 g 0 0 0 0 0 0 0 0 0 f 0 f 0 0 0 0 0 0 0 d 0 e 0 d 0 0 0 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 f 0 b 0 b 0 f 0 0 0 0 c 0 b 0 b 0 g 0 0 0 0 c 0 c 0 d 0 0 1 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 d 0 e 0 d 0 0 0 0 0 0 0 0 f 0 f 0 0 0 0 0 0 0 0 0 g 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 g 0 0 0 0 0 0 0 0 0 f 0 f 0 0 0 0 0 0 0 d 0 e 0 d 0 0 0 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 f 0 b 0 b 0 f 0 0 0 0 c 0 b 0 b 0 g 0 0 0 0 c 0 c 0 d 0 0 1 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 d 0 e 0 d 0 0 0 0 0 0 0 0 f 0 f 0 0 0 0 0 0 0 0 0 g 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 f 0 f 0 0 0 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 f 0 b 0 b 0 g 0 0 0 0 c 0 b 0 b 0 g 0 0 0 0 c 0 c 0 d 0 0 1 0 0 0 d 0 c 0 c 0 d 0 0 0 0 0 d 0 e 0 d 0 0 0 0 0 0 0 0 f 0 f 0 0 0 0 0 0 0 0 0 g 0 0 0 0 0 0
계수값	a=0.5 b= 0.198785 c=-0.061383 d= 0.047608 e= 0.018954 f= -0.014701 g= 0.011402	a= 0.5 b= 0.201879 c=-0.066917 d= 0.044309 e= -0.035985 f= -0.009665 g= 0.023157	a= 0.5 b= 0.201879 c=-0.066917 d= 0.044309 e= -0.035985 f= -0.009665 g= 0.023157

사각형 계수 영역의 반대역 필터가 마름모형 계수 영역인 경우보다 주사선 지연(line delay)이 적게 필요하다. 더욱이 표 3에서 알 수 있듯이 오차도 사각형 형태가 더 작다. 그러므로 대각 표본화시의 반대역

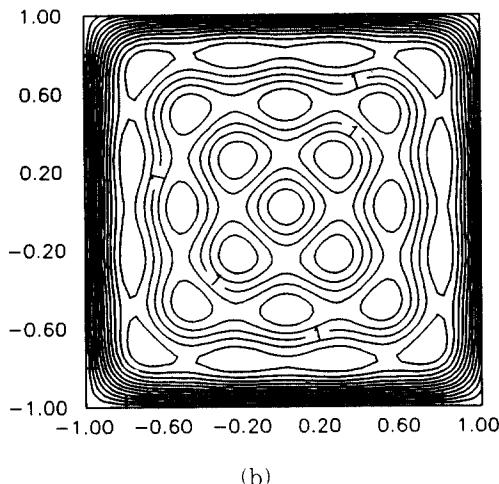
표 3. 반대역 필터 설계 예

Table 3. 2-D half-band filter design example.

설계 방법		최대 오차
Ansari의 방법 (분리 가능한 설계) [9]		0.18877
제안한 방법	마름모형 계수 영역	0.16828
	사각형 계수 영역	0.14590



(a)



(b)

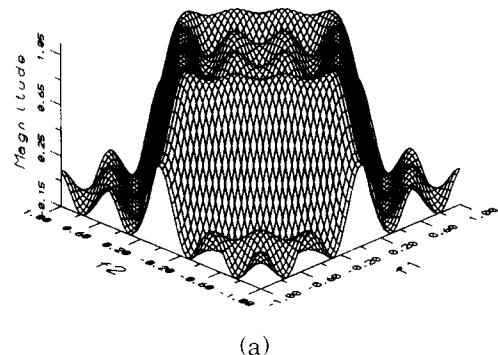
그림 4. 원형 필터의 주파수 응답

(a) 크기 (b) 등고선

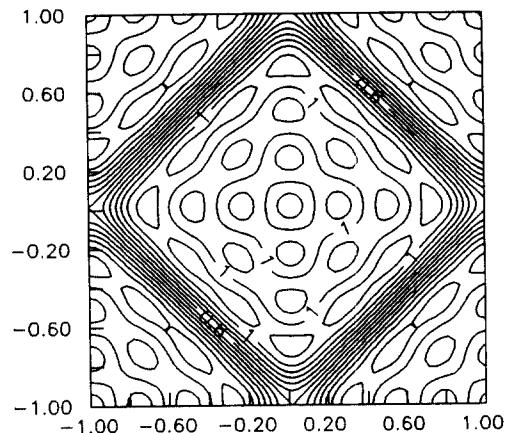
Fig. 4. Frequency response of the prototype filter (a) magnitude, (b) contour.

필터는 사각형 계수 영역을 갖도록 하는 것이 좋다. 그림 4와 그림 5는 계수 존재 영역이 사각형 형태인 경우의 원형 필터 및 반대역 필터의 주파수 응답을 보여준다. 제안한 방법에서 원형 필터를 분리 가능하게

설계하면 Ansari의 방법^[5]과 동일한 반대역 필터를 얻을 수 있다. Ansari의 방법은 분리 가능한 설계에는 효과적이나 Ansari의 2차원 원형 필터의 최적 설계는 2차원 반대역 필터의 최적 설계와 마찬가지이므로 최적의 설계에는 적당하지 못하다. 이에 비해 제안한 방법은 분리가능한 설계뿐만 아니라 최적의 설계에도 유용하다는 장점이 있다.



(a)



(b)

그림 5. 반대역 필터의 주파수 응답

(a) 크기 (b) 등고선

Fig. 5. Frequency response of the half-band filter (a) magnitude, (b) contour.

V. 결 론

본 논문에서는 1차원 및 2차원 반대역 필터의 설계 방법을 FIR 필터인 경우는 선형 반대역 필터를 중심으로 IIR 필터인 경우는 근사 선형인 경우를 중심으

로 살펴 보았다.

첫째로 1차원 반대역 필터가 Haar 조건을 만족함을 밝힘으로써 교변정리를 이용하여 반대역 필터를 설계할 수 있음을 보였다. 이로써 Vaidynathan과 Nguyen의 방법이 최적의 반대역 필터를 설계하는 방법임을 증명하였다.

둘째로 근사 선형 위상 IIR 반대역 필터 설계는 전역 통과 위상 등화기로 설계가 가능한 위상 특성이 $- \omega/2\pi$ 인 전역 통과 필터 설계와 같음을 보였다. 임의의 위상특성을 갖는 위상 등화기의 설계는 이미 많은 연구가 되어있으므로 그 결과를 그대로 이용할 수 있다.

세째로 2차원에서 대각 표본화시의 반대역 필터를 간단히 설계하는 방법을 제안하였다. FIR 필터의 경우 원형 필터로 제2형(TYPE II)^[13]의 전역 통과필터를 설계함으로서 반대역 필터를 설계할 수 있었다. IIR 필터의 경우 역시 2차원 전역 통과 필터를 설계하여 IIR 반대역 필터를 설계할 수 있었다. 이때 전역 통과 필터를 식(23)과 같은 위상 특성을 갖게 설계하면 근사 선형 위상 반대역 필터를 얻을 수 있다. 제안한 방법은 Ansari가 제안한 방법에 비해 원형 필터의 형태가 간단하여 분리 가능하게 설계하는 것은 물론이고 최적 설계 역시 쉽게 할 수 있고, 충격응답이 마름모형뿐만 아니라 사각형 형태도 가능하다는 장점이 있다.

参考文獻

- [1] P. P. Vaidynathan and T. Q. Nguyen, "A 'Trick' for the design of FIR half-band filters", *IEEE Trans. on CAS*, vol. 34, No. 3, pp. 297-300, Mar. 1987.
- [2] L. R. Labiner, J. H. McClellan and T. W. Parks, "FIR digital filter design techniques using weighted Chebyshev approximations", *Proc. IEEE*, vol. 63, pp. 595-610, Apr. 1975.
- [3] J. R. Rice, *The approximation of functions*, vol. 1 : *Linear Theory*, vol. 2 : *Nonlinear and multivariate theory*, Addison-Wesley 1964.
- [4] T. Saramaki, Y. Neuvo and S. K. Mitra, "Design of computationally efficient interpolated FIR filters," *IEEE Trans. on CAS*, vol. 35, pp. 70-88, Jan. 1988.
- [5] R. Ansari, "Efficient IIR and FIR fan filters," *IEEE Trans. on CAS*, vol. 34, pp. 941-945, Aug. 1987.
- [6] F. Mintzer, "On half-band, third-band, and Nth-band FIR filters and their design," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 30, pp. 734-738, Oct. 1982.
- [7] Z. Jing, "A new method for digital all-pass filter design", *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 35, pp. 1557-1564, Nov. 1987.
- [8] M. Ikrhara, M. Funaishi and H. Kuroda, "Design of all-pass network using remez algorithm", *ISCAS* 1991, pp. 364-366.
- [9] R. Ansari, "Satisfying the Haar condition in half-band FIR filter design," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 36, pp. 123-124, Jan. 1988.
- [10] P. P. Vaidynathan and T. Q. Nguyen, "Eigenfilters: A new approach to least-square FIR filter design and applications including Nyquist filters", *IEEE Trans. on CAS*, vol. 34, pp. 11-23, Jan. 1987.
- [11] P. P. Vaidynathan, *Multirate systems and filter banks*, Prentice Hall 1993.
- [12] F. W. P. Vreeswijk, et. al., "An HD-MAC coding system", Proceedings of the second Int'l workshop on signal processing of HDTV, pp. 137-144, Feb 1988.
- [13] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer, *Discrete-time signal processing*, Prentice Hall, 1989.
- [14] D. Y. Kim and B. G. Lee, "On the design of 1-D and 2-D Nyquist filters", in Proc. ISPACS (Taipei), Mar. 1992, pp. 108-122.

著者紹介



金大暎(正會員)

1967年生。1989年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업。1992年 2月 서울대학교 대학원 전자공학과에서 공학석사학위 취득。현재 미국 Stanford University 전기공학과 박사과정 재학중。주관심 분야는 디지털 신호처리, 광대역 통신망, ATM 스위치 등임。

李秉基(正會員)

1951年生。1974年 서울대학교 전자공학과 졸업。1978年 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업。1982年 University of California, Los Angeles에서 박사학위 취득。1974年～1979年 해군사관학교 전자공학과 교관。1982年～1984年 Granger Associates, Santa Clara, CA, 연구원。1984年～1986年 AT&T Bell Laboratories, North Andover, MA, 연구원。1986年 9月～현재 서울대학교 전자공학과 부교수。주관심 분야는 디지털 신호처리, 디지털 전송, 광대역 통신망, 회로이론 등임。