

# 位相差가 없는 1차원 및 2차원 Maximally Flat FIR 필터의 새로운 설계 方法

正會員 朴 鍾 演\* 正會員 張 牧 淳\*\*

## A new design method for one-dimensional and two-dimensional maximally flat FIR filters with zero-phase

Jong-Yeon Park\*, Mog-Soon Jang\*\*, *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 임의로 주어진 설계 조건을 만족하는 MF(Maximally Flat) FIR 저역통과필터 및 고역통과필터의 임펄스응답을 구하는 새로운 설계방법을 제안하였다. 이러한 저역통과필터 및 고역통과필터의 임펄스응답으로부터 직접적인 연산에 의해서 대역통과필터 및 대역저지필터의 임펄스응답을 구하였다. 또한 위상차가 없는 2-차원의 MF FIR 저역통과필터, 고역통과필터, 대역통과필터 및 대역저지필터는 본 연구에서 구한 1-차원의 임펄스응답의 변환에 의해서 구하였으며, 이러한 필터들은 영상신호 처리 과정에서 발생할 수 있는 선과 모서리의 파괴를 방지할 수 있다.

### Abstract

This paper proposes a new design method for obtaining the impulse responses which satisfy the prescribed conditions designing for maximally flat FIR lowpass filters and highpass filters. The bandpass filters and band-reject filters have been directly derived from the addition and subtraction of impulse responses of a lowpass filter and a highpass filter. The two-dimensional maximally flat FIR lowpass filters, highpass filters, bandpass filters and band-reject filters with zero-phase have been designed by transforming the impulses of the one-dimensional filters designed in this research, which do not destroy lines and edges at the image signal processing.

### I. 서 론

\*江原大學校 大學院 電氣工學科  
Dept. of Electrical Engineering  
Kangwon National University  
論文番號 : 94234  
接受日字 : 1994年 9月 1日

현대의 복잡하고 다양한 신호를 처리하는 통신시스템 및 신호처리시스템에서 통과대역과 저지대역에서 리플에 의해 신호의 왜곡이 있는 equi-ripple 필터에 의한 신호의 처리보다는 리플이 없고 zero-phase

특성을 가지는 MF 유한 임펄스응답(Finite Impulse Response)을 갖는 FIR 필터가 더욱 필요하며 이러한 필터는 리플에 의한 신호의 왜곡이 없고 특히 zero-phase 를 갖는 2차원 FIR 필터는 신호처리 과정에서 선과 모서리를 파괴하지 않으므로 정밀한 영상정보의 전송이나 처리를 요구하는 통신분야나 신호처리분야에서 그 중요성이 더해가고 있다. 그런데 이러한 것의 기초가 되는 1차원 MF FIR 필터의 설계에 대한 연구는 Herrmann<sup>[1]</sup>이 Hermitian 補間에 의해서 MF FIR 필터를 설계하는 방법을 제안하였으며, Miller<sup>[2]</sup>는 기존의 아날로그 MF 필터로부터 디지털 필터의 전달함수로 변환하는 방법에 의하여 MF 필터를 설계하는 방법을 제안하였다. 그리고 Fahmy<sup>[3]</sup>는 적분을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 MF 필터의 전달함수를 유도하였으며 Kaiser<sup>[4]</sup>는 Fahmy와 Herrmann의 방법들을 결합하여 설계하는 방법을 제안하였다. 그러나 이와같은 MF 필터의 설계방법은 주로 저역통과 및 고역통과 필터에 국한되어 행해졌으며 MF 대역저지필터 및 대역통과필터에 대한 연구는 [5], [6] 정도로 극히 미약한 상태이며 설계방법이 복잡하다. 따라서 본 연구에서는 먼저 임의로 주어진 조건을 만족하는 MF 저역통과필터 및 고역통과필터를 실현하는 주어진 조건을 만족하는 임펄스응답을 구하는 새로운 방법을 제안하였으며 이것에 의하여 시간영역에서 임펄스응답간의 연산에 의하여 대역통과필터 및 대역저지필터를 설계하였으며 이렇게 구한 각 필터들을 1차원에서 2차원으로 변환하여 2차원 FM FIR 필터를 설계하였다.

## II. 저역 및 고역통과필터의 성질 및 설계

### II - 1. Zero-phase 특성

일반적인 무한 임펄스응답(Infinite Impulse Response)을 갖는 IIR 필터에 비해서 FIR 필터가 가지는 가장 큰 장점중의 하나는 선형위상특성을 가지는 것이며 특히 MF FIR 필터는 순수한 실수값의 주파수응답을 가질때 이것을 zero-phase 특성을 가진다고 말한다. 2차원 디지털 필터가 주파수 영역에서 zero-phase 특성을 만족하기 위해서는 다음과 같은 관계를 만족해야 한다.

$$H(\omega_1, \omega_2) = H^*(\omega_1, \omega_2) \quad (1)$$

여기서  $H(\omega_1, \omega_2)$ 는  $H^*(\omega_1, \omega_2)$ 의 공액이며 이것이

zero-phase 특성을 만족하기 위한 임펄스 응답에 대한 조건은 아래식과 같이 대칭성을 가져야 한다.

$$h(n_1, n_2) = h^*(-n_1, -n_2) \quad (2)$$

이러한 MF FIR 필터의 zero-phase 특성은 다차원 디지털 신호처리의 응용에서 중요하다. 특히 영상신호에서 nonzero-phase 특성은 선과 모서리를 파괴시킬 수 있으나 zero-phase 특성은 선과 모서리를 그대로 보존시킨다. 그리고 MF FIR 필터의 특성은 nonzero-phase 특성을 가지는 필터보다 비교적 실현하기가 쉽고 임펄스응답이 대칭을 이루고 있어서 이것을 이용하여 곱셈을 줄일 수 있는 장점이 있다.

### II - 2. MF 저역통과 필터의 기본식

차수 2N의 대칭 선형위상을 갖는 MF 저역통과 필터의 전달함수는

$$H(z) = \sum_{i=-N}^N h_i (Z^{-i}) = Z^{-N} \sum_{i=0}^N d_i \left( \frac{Z^i + Z^{-i}}{2} \right) \quad (3a)$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega} H(\omega) \quad (3b)$$

이며 전달함수의 주파수특성은

$$H(\omega) = \sum_{i=0}^N d_i \cos(i\omega) \quad (4a)$$

$$= \sum_{i=0}^N a_i (\cos \omega)^i \quad (4b)$$

이다. 여기서 식(4a)와 (4b)의 두가지의 형태로 표현할 수 있으며 MF 저역통과필터를 만족하기 위한 조건은 아래와 같다<sup>[2]</sup>.

$$H(\omega)|_{\omega=0} = 1 \quad (5a)$$

$$d^V H(\omega)/d\omega^V|_{\omega=0} = 0, V = 1, 2, \dots, 2(N-K) + 1 \quad (5b)$$

$$d^U H(\omega)/d\omega^U|_{\omega=\pi} = 0, U = 0, 1, 2, \dots, 2K-1 \quad (5c)$$

여기서 L과 K는 각각  $\omega=0$ 와  $\omega=\pi$ 에서의 평탄도(the degree of flatness)라할 때 차수 N에 대한 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$N = L + K - 1 \quad (6)$$

II-3. 저역통과필터 및 고역통과필터 설계

가.  $d_i \cos(i\omega)$ 에 의한 방법

식 (3)의 임펄스응답  $d_i$ 는 다음과 같이 유도 되었다<sup>[7]</sup>.

$$d_i = 2^{-i} \binom{0}{i}^{-2N+1} \sum_{l=0}^N (-1)^l \binom{N}{l} \sum_{q=0}^{2l} (-1)^q \binom{2l}{q} \binom{2(N-l)}{N-i-q}, \quad i=0 \text{ to } N \quad (7)$$

이때의 MF 저역통과필터의 차단주파수  $\omega_c$ 와 천이 영역 주파수  $\Delta\omega$ 이 주어졌을 때 차수 N과 저지대역의 평탄도 K는 각각 다음과 같다.

$$N = \text{integer} \geq (\pi/\Delta\omega)^2 \quad (8)$$

$$K = \text{integer} \leq N(1 + \cos\omega_c/2) \quad (9)$$

식(8), (9)와 식(7)에 의해서 주어진  $\omega_c$ 와  $\Delta\omega$ 에 의해서  $d_i$ 를 구하여 MF 저역통과필터를 설계할 수 있다. 그러나 위의 식(8), (9)의 N과 K를 정수로 만드는 과정에서 주어진  $\omega_c$  및  $\Delta\omega$ 에 대해서 근사화한  $d_i$ 를 구할 수 밖에 없으며 [8]에 의해서 주어진  $\omega_c$ 와  $\Delta\omega$ 를 정확히 만족하는 알고리즘이 개발되었다. 또한 주어진 조건을 만족하는 저역통과필터의 임펄스응답  $d_{Li}$ 에 의해서 고역통과필터의 임펄스응답과 주파수응답을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$d_{Hi} = (-1)^i d_{Li} \quad (10)$$

$$H_H(\omega) = \sum_{i=0}^N d_{Hi} \cos(i\omega) \quad (11)$$

나.  $a_i (\cos \omega)^i$ 에 의한 방법

식(4b)에서  $a_i$ 를 구하는 공식은 [9]에 의해서 아래 식과 같이 제안되었다.

$$a_i = \sum_{l=0}^N (-1)^l 2^{-(K+l)} \binom{K+l}{i} \sum_{i=l}^N \binom{K+i-1}{i} \binom{i}{l}, \quad i=0, 1, \dots, N \quad (12)$$

그러나 식(12)에서 차수 N와  $\omega = \pi$ 에서의 평탄도 K 값은 식(8), (9)에 의하여 얻은 결과로  $a_i$  값을 구하였으므로 주어진  $\omega_c$ 와  $\Delta\omega$ 를 만족하지 못하고 근사 값을 구하였다. 따라서 본 연구에서 주어진  $\omega_c$ 와  $\Delta\omega$ 를 만족하는 주파수 응답과  $a_i$ 를 다음과 같이 절차에 의해서 구하였으며 이들 수식들은 이론적인 바탕에

의해서 유도된 수식들이 아니라 경험적으로 얻어진 수식들로서 참고논문[8]에서 사용하였다. 또한 이와 같은 방법을 사용하므로써 주어진 조건을 만족할 때까지 반복계산을 하고 결정파라미터를 도입하므로써 주어진 조건을 정확히 만족하는 장점이 있다.

① 주어진  $\Delta\omega$ 에 의해서 차수 N를 구함.

$$N = \{\text{integer} \geq (\pi/\Delta\omega)^2\} \quad (13)$$

② 위에서 구한 N에 의해서  $\omega_{cmin}$ 와  $\omega_{cmax}$ 를 구함.

$$\omega_{cmin} = 2 \cos^{-1}[2^{-1/(4N)}] \quad (14)$$

$$\omega_{cmax} = 2 \sin^{-1}[(1-1/\sqrt{2})^{1/(2N)}] \quad (15)$$

③ 다음 식에 의해서 차수 N를 다시 계산함.

$\omega_c < \omega_{cmin}$  일 때

$$N = \{\text{Integer} \geq [\ln(1/\sqrt{2})]/[2 \ln \cos(\omega_c/2)]\} \quad (16a)$$

$\omega_c \geq \omega_{cmax}$  일 때

$$N = \{\text{Integer} \geq [\ln(1-1/\sqrt{2})]/[2 \ln \cos(\omega_c/2)]\} \quad (16b)$$

여기서  $\omega_c$ 는 주어진 차단주파수

④ ③에 구한 차수 N에 의해서 저지대역에서의 평탄도 K를 구함.

$$K = \text{integer} \leq N(1 + \cos(\omega_c)/2) \quad (17)$$

⑤  $\omega = \omega_c$ 에서 주어진 조건  $1/\sqrt{2}$ 를 만족시키기 위한 결정파라미터 P를 구함.

$$P = [H_{02}(\omega_c) - (1/\sqrt{2})]/[(1/\sqrt{2}) - H_{01}(\omega_c)] \quad (18)$$

⑥ 주어진  $\omega_c$ 와  $\Delta\omega$ 를 만족하는  $a_i$ 를 구함.

⑦ 고역통과 필터의  $a_{Hi}$ 를 구함.

$$a_{Hi} = (-1)^i \cdot a_i \quad (19)$$

⑧ 주파수응답  $H(\omega)$ 를 구함.

위의 순서에 의한 흐름도는 아래와 같다.

(설계 예 1)

본 연구에서 얻은 결과를 [7], [8]와 비교한 결과 주어진  $\omega_c = 1.4$ ,  $\Delta\omega = 1.12$ 일 때 설계 결과에 의한 필터의 주파수특성을 그림2에 표시하였다. 그리고 임의로 주어진 조건을 만족하는 임펄스응답을 가지는 [8]와 본 연구에서 제안된 방법이 주어진 조건을 정

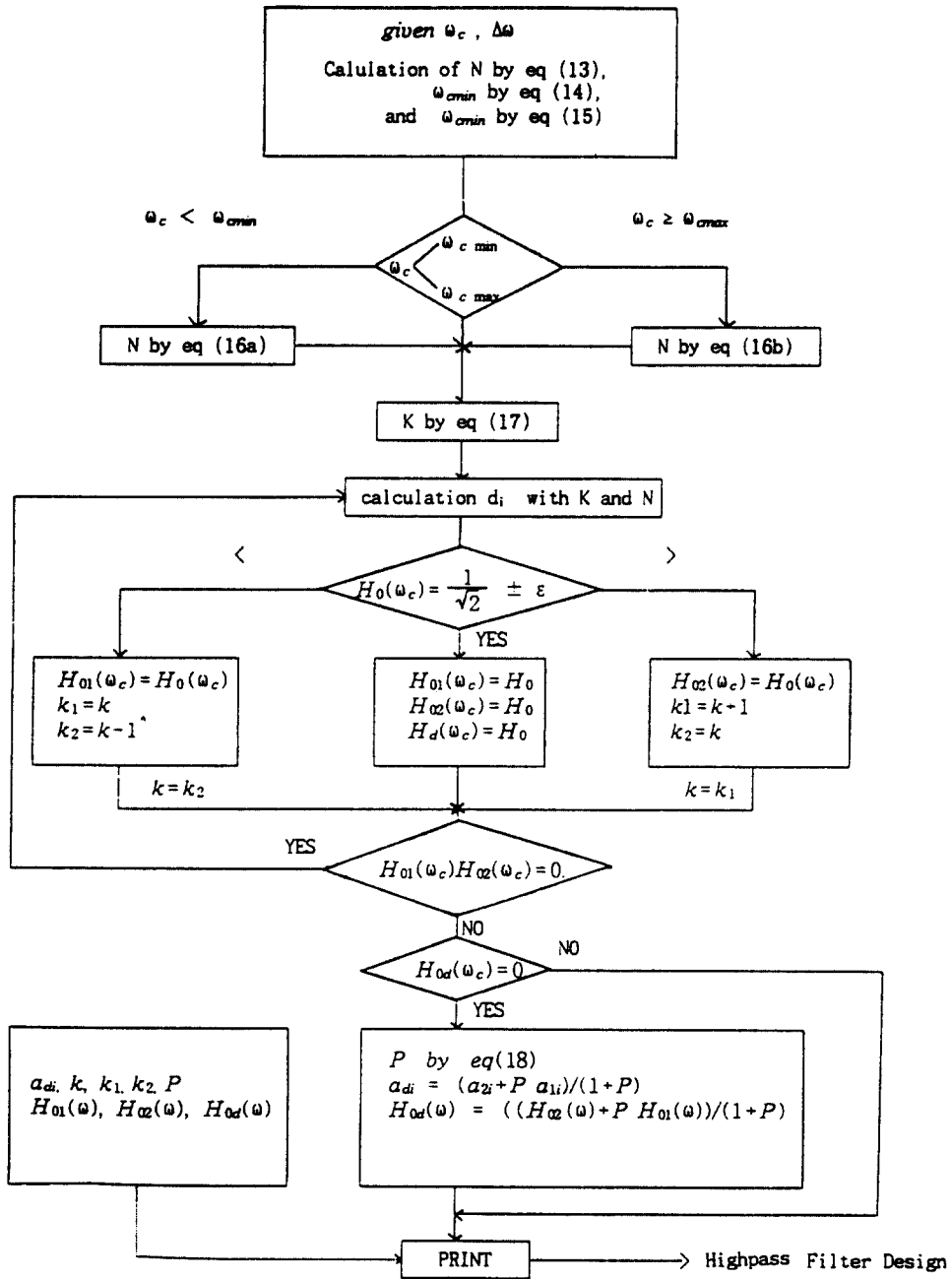


그림 1. 제안된 설계방법을 위한 흐름도  
Fig 1. The flow chart for proposed design method

확히 일치함을 확인하였다.

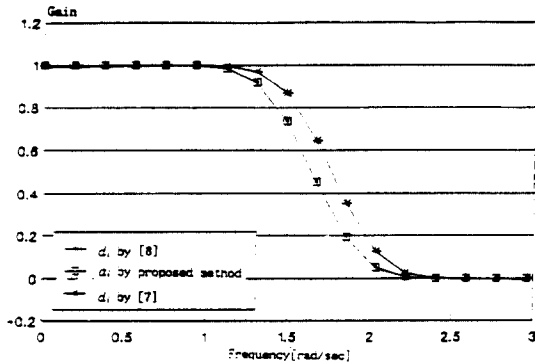


그림 2. MF FIR 필터의 주파수응답  
Fig 2. The frequency response of MF FIR filters

### Ⅲ. 대역통과 및 대역저지 필터의 설계

#### Ⅲ-1. 대역통과필터의 설계

본 연구에서는 앞에서 구한 주어진 조건을 만족하는 저역통과필터의 차단주파수를 달리하여 대역통과필터를 실현하였다.<sup>[10]</sup> 즉 대역통과필터의 전달함수는

$$H_B(\omega) = H_{L1}(\omega) - H_{L2}(\omega) \quad (20)$$

이며 저역통과필터  $H_{L1}(\omega)$ 의 차단주파수  $\omega_{c1}$ , 저역통과필터  $H_{L2}(\omega)$ 의 차단주파수  $\omega_{c2}$ 가  $\omega_{c1} \gg \omega_{c2}$ 의 관계를 만족해야 하며 이것을 그림으로 표현하면 아래와 같다.

또한 이것의 실현방법은 시간영역에서 두 저역통과필터를 나타내는 임펄스응답의 직접적인 차에 의하여 MF 대역통과필터의 임펄스응답을 구하였다.

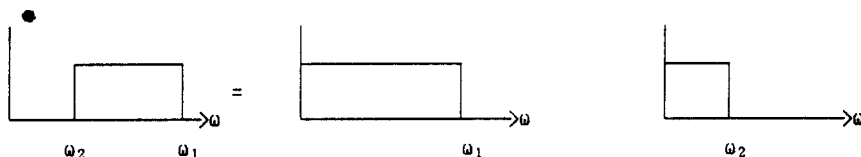


그림 3. 대역통과필터의 실현방법  
Fig 3. The realized method for the bandpass filter

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h_1(n) - x(n) * h_2(n) \\ &= x(n) * (h_1(n) - h_2(n)) \\ &= x(n) * h_B(n) \end{aligned} \quad (21)$$

그러므로 대역통과필터의 임펄스응답  $h_B(n)$ 는

$$h_B = h_1(n) - h_2(n) \quad (22)$$

이며 이것의 디지털 구조는 그림4와 같다.

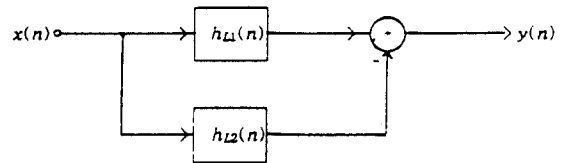


그림 4. 대역통과필터 실현을 위한 블록도  
Fig 4. The block diagram for the bandpass filter

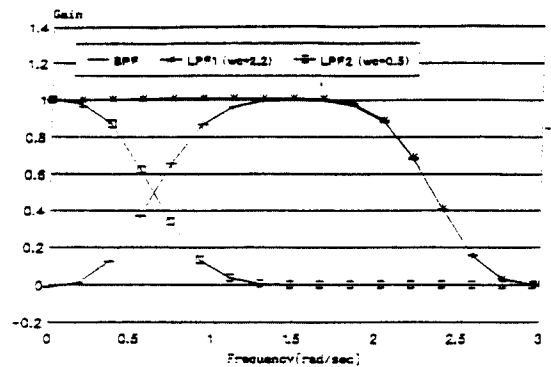


그림 5. 대역통과필터의 주파수응답  
Fig 5. The frequency response of the bandpass filter

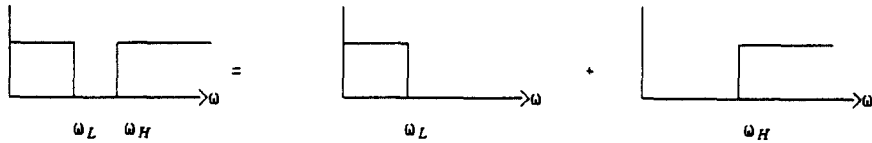


그림 6. 대역저지필터의 실현방법  
Fig 6. The realized method for the band-reject filter

(설계 예 2)

이와 같은 방법에 의하여 그림4의  $h_{L1}(n)$ 과  $h_{L2}(n)$ 의 차단주파수가 각각  $\omega_{L1}=2.2$ ,  $\omega_{L2}=0.5$ 이고 천이영역이  $\Delta\omega_1=\Delta\omega_2=0.8$  일 때 실현한 MF 대역통과필터의 차수는 34차이며 주파수 특성은 그림5와 같다.

III-2. 대역저지필터의 설계

대역저지필터의 설계는 저역통과필터와 고역통과필터에 의하여 실현할 수 있다.

$$H_R(\omega) = H_L(\omega) + H_H(\omega) \quad (23)$$

이때 고역통과필터  $H_H(\omega)$ 의 차단주파수가  $\omega_{Hc}$ 이고 저역통과필터  $H_L(\omega)$ 의 차단주파수가  $\omega_{Lc}$  일 때  $\omega_{Hc} \gg \omega_{Lc}$ 의 관계를 만족해야 하며 그림으로 표현하면 아래와 같다.

또한 이것의 실현은 시간영역에서의 임펄스응답의 합에 의해서 대역저지필터의 임펄스응답을 구하였다.

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h_L(n) + x(n) * h_H(n) \\ &= x(n) * (h_L(n) + h_H(n)) \\ &= x(n) * h_R(n) \end{aligned} \quad (24)$$

그러므로 대역저지필터의 임펄스응답  $h_R(n)$ 는

$$h_R(n) = h_L(n) + h_H(n) \quad (25)$$

이며 이것의 디지털 구조는 그림7과 같다.

(설계 예 3)

위의 방법에 의하여 그림7의  $h_L(n)$ 과  $h_H(n)$ 의 차단주파수를 각각  $\omega_L=0.7$ ,  $\omega_H=2.44$ 이고 천이영역이  $\Delta\omega_L=\Delta\omega_H=0.8$ 일 때 실현한 MF 대역통과필터의 차수는 34차이고 주파수특성은 그림8과 같다.

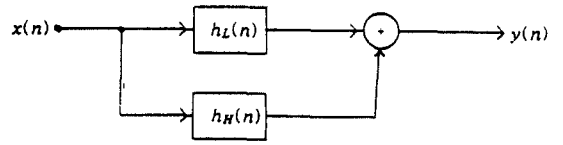


그림 7. 대역저지필터 실현을 위한 블록도  
Fig 7. The block diagram for the band-reject filter

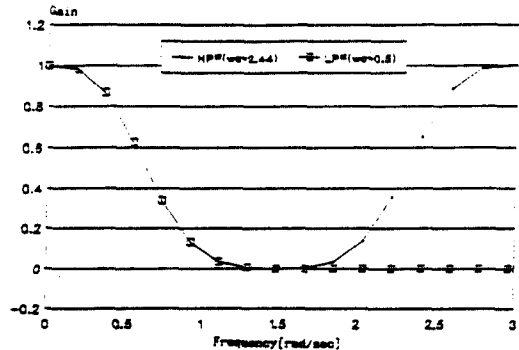


그림 8. 대역저지필터의 주파수응답  
Fig 8. The frequency response of the band-reject filter

III-3. 대역통과 및 대역저지필터의 중심 주파수 및 대역폭

대역통과필터 및 대역저지필터의 중심주파수와 대역폭을 계산하기 위해서는 각 필터의 차단주파수를 알아야 한다. 대역저지필터는 그림7의  $h_H(n)$ 과  $h_L(n)$ 의 각각의 차단주파수로부터 대역 저지필터의 차단주파수를 알 수 있다. 또한 대역통과필터의 차단주파수  $\omega_1$ 과  $\omega_2$ 에서  $\omega_2$ 는 그림4의 주어진  $h_{L1}(n)$ 에 의해서 구할 수 있다. 그러나  $\omega_1$ 은  $h_{L2}(n)$ 로부터 직접 구할 수 없고 아래와 같은 과정을 통해서 구할 수 있다.

그림4의  $h_{L1}(n)$ 과  $h_{L2}(n)$ 의 주파수응답을  $H_{L1}$ ,  $H_{L2}$

라할 때 차단주파수의 이득은 0.707이다. 그러므로 대역통과필터의 차단주파수는 식(26)과 같다.

$$H_{L1} - H_{L2} = 0.707 \quad (26)$$

그런데  $H_{L2}$ 은  $\omega_{c2} \ll \omega_{c1}$ 이므로  $H_{L2}$ 의 이득이 '0'이 아닌 영역에서는  $H_{L1}$ 의 이득이 '1'이므로 식(20)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} H_{L2} &= 1 - 0.707 \\ &= 0.293 \end{aligned}$$

따라서

$$H(\omega_{L2}) = \sum_{i=0}^N a_i (\cos \omega_{L2})^i = 0.293 \quad (27)$$

으로부터 행렬을 이용하여 식(26)을

$$0.293 = [a_0 \dots a_N] \begin{bmatrix} \cos(\omega_{L2}^0) \\ \vdots \\ \cos(\omega_{L2}^N) \end{bmatrix} \quad (28)$$

으로 표시할 수 있으며  $\omega_{L2} = \omega_1$ 이므로 식(28)에 의해서 대역통과필터의 차단주파수  $\omega_1$ 를 구할 수 있다.

(설계 예 4)

대역통과필터는 (설계 예2)로부터 식(28)에 의하여 차단주파수  $\omega_1 = 0.754$ ,  $\omega_2 = 2.2$ 를 구하였으며 대역저지필터는 (설계 예3)으로부터 차단주파수  $\omega_L = 0.7$ ,  $\omega_H = 2.44$ 를 얻었으며 이것으로부터 각각의 중심주파수는 아래 식과 같이 구할 수 있다. 대역통과필터와 대역저지필터의 중심주파수가 각각  $\omega_B$ ,  $\omega_R$  일 때

$$\begin{aligned} \omega_{Bc} &= \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) \\ &= \frac{1}{2} (2.2 + 0.754) \\ &= 1.477 [rad/sec] \end{aligned} \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} \omega_{Rc} &= \frac{1}{2} (\omega_L + \omega_H) \\ &= \frac{1}{2} (2.44 + 0.7) \\ &= 1.57 [rad/sec] \end{aligned} \quad (29b)$$

그리고 대역통과필터 및 대역저지필터의 대역폭은 각각  $\Delta\omega_B$ ,  $\Delta\omega_R$ 이라 할 때 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\omega_B &= \omega_1 - \omega_2 \\ &= 2.2 - 0.754 \\ &= 1.466 [rad/sec] \end{aligned} \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} \Delta\omega_R &= \omega_H - \omega_L \\ &= 2.44 - 0.7 \\ &= 1.74 [rad/sec] \end{aligned} \quad (30b)$$

이것을 그림으로 표현하면 아래 그림9, 그림10과 같이 표현할 수 있다.

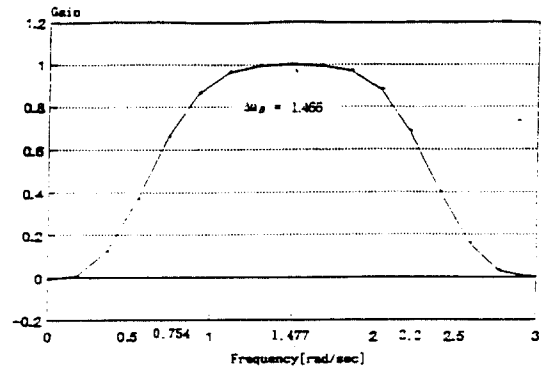


그림 9. 대역통과필터의 중심 주파수와 대역폭  
Fig 9. The center frequency and the bandwidth of the bandpass filter

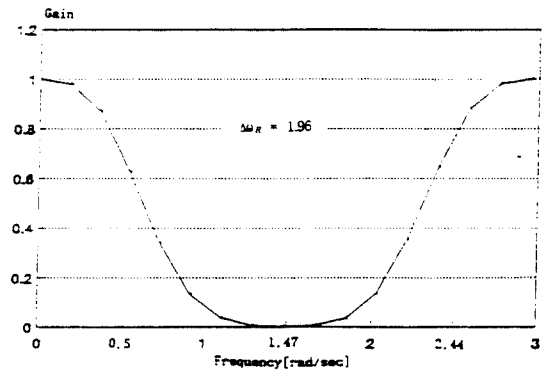


그림 10. 대역저지필터의 중심 주파수와 대역폭  
Fig 10. The center frequency and the bandwidth of the band-reject filter

5. 2차원 MF FIR 필터의 설계

1차원에서 2차원으로 확장은 [11]의 기법에 의해서 식(4a)을 변화하여 다음과 같이 구하였다.

$$\begin{aligned}
 H(\omega) &= \sum_{i=0}^N d_i \cos(i\omega) \\
 &= \sum_{i=0}^N d_i T_n[\cos \omega]
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

이것으로부터

$$\cos \omega = F(\omega_1, \omega_2)
 \tag{32}$$

식(32)의 변환에 의해서

$$T_n[\cos \omega] = T_n[F(\omega_1, \omega_2)]
 \tag{33}$$

위와 같이 변환하여 아래의 2차원 필터의 전달함수를 구하였다.

$$H(\omega_1, \omega_2) = \sum_{i=0}^N d_i T_n[F(\omega_1, \omega_2)]
 \tag{34}$$

여기서  $T_n$ 는 Chebyshev 다항식이고

$$\begin{aligned}
 F(\omega_1, \omega_2) &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \omega_1 + \frac{1}{2} \omega_2 \\
 &+ \frac{1}{4} (\omega_1 - \omega_2) + \frac{1}{4} (\omega_1 + \omega_2)
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

으로 주어진다.[11]

그러나 본 연구에서는 새로이 제안된 주어진 조건을 만족하는 식(4b)에 의하여 Chebyshev 다항식을 통하지 않고 직접  $\cos \omega$ 를 식(35)의  $F(\omega_1, \omega_2)$ 로 변환하여 1차원에서 2차원으로 확장하였다. 즉 식(4b)의  $\cos \omega$ 는 식(32)에서  $F(\omega_1, \omega_2)$ 이므로 식(35)를 대입하여 2차원 전달함수를 직접 구하였다.

$$H(\omega_1, \omega_2) = \sum_{i=0}^N a_i [F(\omega_1, \omega_2)]^i
 \tag{36}$$

(설계 예 5)

1차원 저역통과필터로부터 2차원 저역통과필터의 설계

본 논문에서 제안한 주어진 필터규격을 만족하는 저역통과필터의 설계방법에 의하여 차단주파수  $\omega_c = 1.4$  이고 천이영역  $\Delta\omega = 1.12$ 인 저역통과필터의 임펄스

응답을 그림1에 의하여 얻었으며 이것을 식(36)의  $a_i$ 에 대입하여 Chebyshev 다항식을 이용하지 않고 1차원에서 2차원으로 변환에 의해서 2차원의 저역통과필터의 주파수응답을 아래 그림11과 같이 구하였으며 수치해석결과 차단주파수와 천이영역이 1차원의 필터규격과 일치하였다.

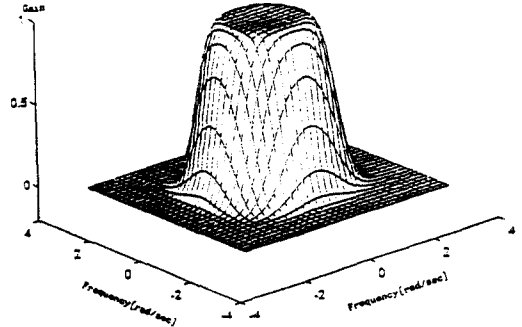


그림 11. 2차원 저역통과필터  
Fig 11. Two-dimensional lowpass filter

(설계 예 6)

1차원 고역통과필터로부터 2차원의 고역통과필터의 설계

본 논문에서 제안한 주어진 필터규격을 만족하는 고역통과필터의 설계방법에 의하여 차단주파수  $\omega_c = 2.0$  이고 천이영역  $\Delta\omega = 1.2$ 인 고역통과필터의 임펄스응답을 그림1에 의하여 얻었으며 이것을 식(36)의  $a_i$ 에 대입하여 Chebyshev 다항식을 이용하지 않고 1차원에서 2차원으로 변환에 의해서 2차원의 고역통과필터의 주파수응답을 아래 그림12과 같이 구하였으며 수치해석결과 차단주파수와 천이영역이 1차원의 필터규격과 유사하였다.

(설계 예 7)

1차원 대역통과필터로부터 2차원의 대역통과필터의 설계

통과대역  $\omega_{c1} = 0.754$ ,  $\omega_{c2} = 2.2$ 와 중심주파수  $\omega_{cf} = 1.477$ 인 대역통과필터의 임펄스응답을 식(22)에 의하여 얻었으며 이것을 식(36)의  $a_i$ 에 대입하여 Chebyshev 다항식을 이용하지 않고 1차원에서 2차원으로 변환에 의해서 2차원의 대역통과필터의 주파수응답을 아래 그림13과 같이 구하였으며 수치해석결과



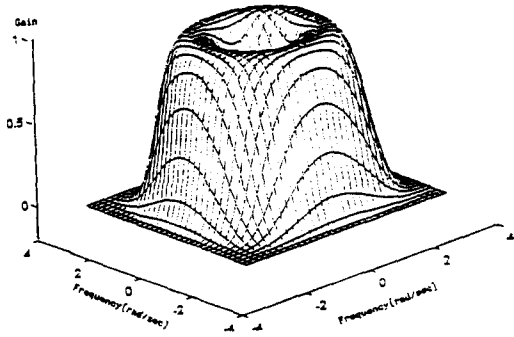


그림 12. 2차원 고역통과필터  
Fig 12. Two-dimensional highpass filter

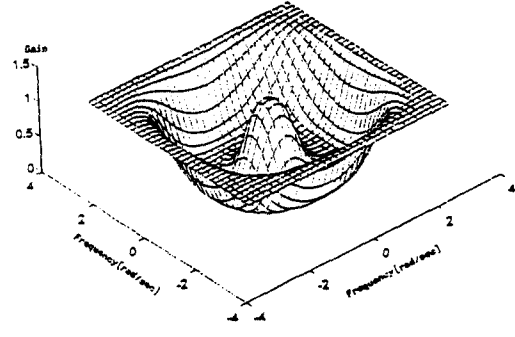


그림 14. 2차원 대역저지필터  
Fig 14. Two-dimensional band-reject filter

차단주파수와 천이영역이 1차원의 필터규격을 만족하였다.

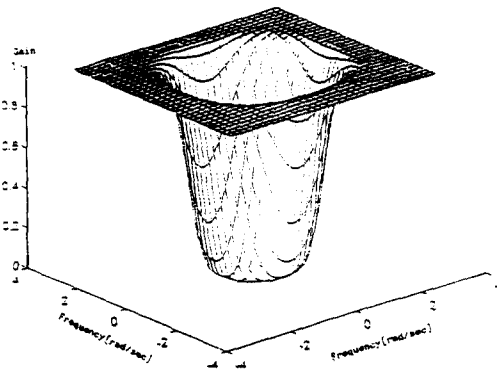


그림 13. 2차원 대역통과필터  
Fig 13. Two-dimensional bandpass filter

(설계 예 8)

1차원 대역저지필터로부터 2차원의 대역저지필터의 설계

차단영역  $\omega_{c1} = 0.7$ ,  $\omega_{c2} = 2.44$ 와 중심주파수  $\omega_{cf} = 1.57$ 인 대역저지필터의 임펄스응답을 식(25)에 의하여 얻었으며 이것을 식(36)의  $a_f$ 에 대입하여 Chebyshev 다항식을 이용하지 않고 1차원에서 2차원으로 변환에 의해서 2차원의 대역저지필터의 주파수응답을 아래 그림14와 같이 구하였으며 수치해석결과 차단주파수와 천이영역이 1차원의 필터규격을 만족하였다.

#### IV. 결 론

통과대역과 차단영역에서 리플이 없고 zero-phase 를 갖고 주어진 차단주파수와 천이영역을 만족하는 MF FIR 저역통과필터 및 고역통과필터의 임펄스응답을 구하는 새로운 방법을 제안하였으며 이것을 시간영역에서 임펄스응답의 직접적인 차와 합에 의해서 임의의 중심주파수와 대역폭을 갖는 MF FIR 대역통과필터 및 대역저지필터를 설계하였다. 이렇게 구한 각각의 필터를 1차원에서 2차원으로 변환에 의하여 zero-phase를 갖는 2차원 MF FIR 저역통과필터, 고역통과필터, 대역통과필터 및 대역저지필터를 설계하였다. 이때 제안된 1차원 필터로부터 복잡한 Chebyshev 다항식을 계산하지 않고 1차원에서 2차원으로 변환함수에 의해서 원하는 2차원의 MF FIR 필터를 설계할 수 있었으며 수치해석결과 1차원의 필터규격과 일치하였다. 그러나 2차원의 필터를 설계하기 위해서는 반드시 1차원의 필터를 설계해야 한다는 단점이 있다.

#### 참 고 문 헌

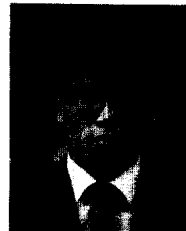
1. O.Herrmann. "On the approximation problem of nonrecursive digital filter design," IEEE Trans. Circuit Theory, vol.CT-18, pp.411-413, May 1971.
2. J.A.Miller. "Maximally flat nonrecursive digital filters." Electron. Lett., vol.8, pp.157-158, 1972.

3. M.F.Fahmy. "Maximally flat nonrecursive digital filters," Int.J.Circuit Theory Appl., 4, pp.311-313, July 1976.
4. J.F.Kaiser. "Comments on maximally flat nonrecursive digital filters," Int. J. Circuit Theory Appl., vol.5, p.103, Jan.1977.
5. R.W.Hamming, Digital Filters, p150-163, Prentice-Hall, 1977.
6. M.U.A.Bromba and H.Ziegler, "Further results on maximally flat nonrecursive digital filters," Electron.Lett., vol.18, pp.1014-1015, Nov.1982.
7. B.C.Jinaga and S.C.Dutta Roy, "Explicit formulas for the weighting coefficients of maximally flat nonrecursive digital filters," Proc. IEEE, vol.72, No.8, Aug.1984.
8. B.C.Jinaga and S.C.Dutta Roy. "Coefficients of maximally flat low and high pass nonrecursive digital filters with specified cut-off frequency," Signal Processing, vol.9, pp.121-124, Sept. 1985.
9. B.C.Jinaga and S.C.Dutta Roy, "Explicit formulas for the coefficients of maximally flat nonrecursive digital filters transfer function expressed in powers of  $\cos w$ ," Proc. IEEE, vol.73, pp. 1135-1136, June 1985.
10. M.U.A.Bromba, H.Ziegler, "Further results on maximally flat nonrecursive digital filter." Electronics Letters, vol.18, No.23, Nov., 1982.
11. J.H.McClellan, "The design of two-dimensional digital filters by transformations," Proc. 7th Princeton Conf. Information Sciences and Systems, pp.245-251, 1973.



朴 鍾 演 (Jong-Yeon Park) 정회원  
1951년 2월 13일생  
1973년: 고려대학교 전자공학과 졸업(학사)  
1980년: 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사)  
1984년: 경북대학교 대학원 졸업(공박)

1973년~1977년: KIST 연구원  
1977년~1984년: 울산공과 대학 전기 및 전자공학과  
1984년~현재: 강원대학교 전기공학과  
1989년~1990년: UCLA 연구교환교수  
※주관심분야: 디지털 신호처리, A/D 변환기 등.



張 牧 淳 (Mog-Soon Jang) 정회원  
1966년 10월 25일생  
1992년: 강원대학교 전기공학과 졸업(학사)  
1994년: 강원대학교 대학원 졸업(석사)  
현재: 강원대학교 대학원 박사과정, 강원대학교 강사.

※주관심분야: 디지털 신호처리, A/D 변환기 등.