

도래각 추정 : 신호 고유벡터 알고리즘

正會員 金 榮 洙*

Direction-of-Arrival Estimation : Signal Eigenvector Method(SEM)

Young Soo Kim* *Regular Member*

要 約

등간격 선형 어레이로 입사하는 다중 협대역 신호를 분리 추정하기 위한 고해상도 알고리즘을 제안한다. 코히어런트 신호로 인한 여러가지 문제점을 해결하기 위하여 잡음 고유벡터를 기본으로 한 방법들이 제안되어 왔다. 그러나, 여러가지 이유로 인하여 이러한 방법들은 뛰어난 분해능을 보여 주지 못한다. 그리하여, 제안된 알고리즘은 공분산 행렬의 큰 고유치에 대응하는 신호 고유벡터가 가지고 있는 근본적인 성질을 이용하여 등간격 선형 어레이로 입사하는 평면파의 도래각 추정 문제를 해결한다. 시뮬레이션을 통하여 비교 분석한 결과 제안된 방법이 MUSIC 및 spatial smoothed MUSIC 방법 보다 높은 분해성능을 보여 주었다.

ABSTRACT

A high resolution algorithm is presented for resolving multiple narrowband plane waves that are incident on an equispaced linear array. To overcome the deleterious effects due to coherent sources, a number of noise-eigenvector-based approaches have been proposed for narrowband signal processing. For differing reasons, each of these methods provide a less than satisfactory resolution of the coherency problem. The proposed algorithm makes use of fundamental property possessed by those eigenvectors of the spatial covariance matrix that are associated with eigenvalues that are larger than the sensor noise level. This property is then used to solve the incoherent and coherent sources incident on an equispaced linear array. Simulation results are shown to illustrate the high resolution performance achieved with this new approach relative to that obtained with MUSIC and spatial smoothed MUSIC.

I. 서 론

* 慶熙大學校 電波工學科
Department of Radio Science and Engineering Kyung Hee
University
論文番號 : 93237
接受日字 : 1993年 12月 14日

최근에 공간주파수인 신호의 도래각을 추정하기 위하여 많은 어레이신호처리 알고리즘들이 제안되었다. 이런 방법들은 비임형성 기술과 공간 공분산 행렬 (spatial covariance matrix)의 고유특성(eigen-chara-

cterization)을 이용하는 방법으로 분류할 수 있다. 잡음 고유벡터를 이용하는 방법들은 Pisarenko [1], Schmidt [2], Kumaresan and Tufts [3] 등에 의하여 발표되었으며 이 방법은 기존방법인 Capon's MLM, AR, 비임형성방법에 비하여 월등한 분해능력을 보여준다. 그러나 입사신호의 일부가 완전상관(예: 다중경로 신호) 관계이거나 밀접하게 상관관계를 이루고 있을 때 신호의 공분산 행렬이 비정칙(singular)이므로 분해능면에서 성능이 현격하게 저하된다. 이러한 코히어런트 문제를 해결하기 위하여 Shan *et al.* [4] 이 Spatial smoothed MUSIC을 발표하였고, 순방향(forward)과 역방향(backward)방법을 이용하여 공분산 행렬을 추정함으로써 월등히 개선된 결과를 얻은 Williams *et al.* [5]는 MSS(Modified Spatial Smoothing)-MUSIC 방법을 제안하였다. 위에서 언급한 방법들은 잡음 고유벡터를 이용하였기 때문에 여러가지 이유로 인하여 코히어런트 신호의 도래각을 추정하는데 뛰어난 분해능을 보여주지 못한다. 예를들면 Spatial smoothing 방법은 어레이의 실호크기 면에서 작아지므로 분해능이 감소된다. 이러한 한계를 극복하기 위하여 본 논문에서 신호 고유벡터 알고리즘을 제안한다. 즉 고유치가 큰 값과 관련된 고유벡터, 소위 신호 고유벡터(잡음 고유벡터의 상대적인 용어)는 신호의 도래각을 나타내는 스티어링 벡터(steering vector)의 선형결합으로 표시될 수 있으며 신호 고유벡터의 각 요소는 지수함수의 합으로 표시되므로 선형예측 모델을 이용하여 표시될 수 있다는 원리를 기본으로 하고 있다. 여기서 제시된 방법은 특히 코히어런트 신호가 입사할 경우 Spatial smoothed MUSIC은 물론 MSS-MUSIC 방법 보다 분해능면에서 월등함을 보여주는 반면에 고유치 해석을 한번 더 함으로서 계산량이 많아지는 단점이 있다[10]. II 절에서는 입사평면과 신호의 모델과 어레이의 공분산 행렬에 대한 특성을 살펴본다. III 절에서 공분산행렬의 고유치 해석방법 및 성질을 간단히 기술하고 IV 절에서는 제안된 신호 고유벡터 알고리즘을 선형 어레이 경우에 대하여 이론적으로 유도하였다. V 절에서는 제안된 알고리즘의 통계적 성능을 비교 분석하기 위하여 시뮬레이션 결과를 보여주었으며 인코히어런트의 경우는 MUSIC과 코히어런트의 경우는 Spatial smoothed MUSIC 및 MSS-MUSIC 방법과 비교하였다.

II. 어레이 모델

본 절에서는 어레이 신호처리에서 자주 사용되는 신호모델과 신호의 공분산행렬에 대하여 간단히 살펴본다. 이 신호모델은 대수학적 접근을 기본으로 하고 있으며 도래각 추정에 관한 이론적인 분석은 다음에 주어진 가정을 토대로 전개된다.

- (1) 어레이 센서는 등방성이다(균일한 이득과 위상차이는 0).
- (2) 입사 평면과 신호의 대부분 전력(또는 에너지)은 중심주파수 ω_0 에 위치하고 있으며 신호의 전파속도는 상수 "c"이다.
- (3) 부가성 잡음은 수신기 잡음과 외부 잡음을 모두 포함하며 잡음 공분산 행렬 " R_n "는 알려져 있다.(일반적으로 공간적인 백색 잡음으로 가정하여 R_n 는 단위(identity) 행렬이다.)
- (4) 부가성 잡음은 평균값이 0인 W.S.S(Wide-sense stationary)이며 평면과 신호와 상호상관이 0인 에르고딕 복소 가우시안 랜덤과정이다.

2.1 신호 모델

도래각 추정 문제를 해결하기 위하여 입사신호의 방향은 어레이 센서를 통과하여 나타나는 시간 지연 패턴을 모델링 함으로서 구해질 수 있다. 소위 협대역 신호의 도래각 추정 문제를 강조하는 여러가지 모델링 기술은 근본적으로 복소정현파를 이용하여 신호를 표시한다.

3차원 공간상의 센서 위치벡터인 $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_M$ 에 놓여있는 M개의 등방성 센서로 구성되어있는 어레이로 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_N$ 방향을 가진 N개의 협대역 신호가 입사된다고 생각하면 m번째 센서에서 수신된 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N f_n(t) \exp[j(\omega_0 \tau_n(m) + \phi_n)] + \eta_m(t)$$

$$\tau_n(m) = \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{z}_m / c \quad 1 \leq m \leq M \quad (1)$$

$$\mathbf{k}_n = [\cos \phi \cos \theta, \cos \phi \sin \theta, \sin \phi]^T$$

여기에서 "c"는 신호의 전파속도, ω_0 는 중심주파수, ϕ_n 는 n번째 신호의 랜덤위상이고, $\eta_m(t)$ 는 m번째

재 센서에서의 부가성 잡음이다. 윗식에서 ϕ 는 양각이고, θ 는 방위각을 나타내며, “ $'$ ”는 전치행렬(transpose) 연산자를 나타낸다. 도래각 추정문제는 결국 식(1)에서 시간지연함수인 $\tau_n(m)$ 을 추정하는 것이다. 특히 포락선 신호 $f(t)$ 가 상대적으로 천천히 변하는 신호인 협대역 신호이면 시간영역에서의 접근방법이 효율적이며, 광대역 신호인 경우는 주파수영역에서의 신호모델이 더 효율적이다[9]. 식(1)을 벡터 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\underline{x}(t) = S \underline{f}(t) + \eta(t) \quad (2)$$

여기서 S , $\underline{x}(t)$, $\underline{f}(t)$, $\eta(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\underline{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]' \in \mathbf{c}^M$$

$$S = [s(\omega_0, \underline{k}_1), s(\omega_0, \underline{k}_2), \dots, s(\omega_0, \underline{k}_N)] \in \mathbf{c}^{M \times N}$$

$$\underline{f}(t) = [f_1(t) \exp(j\phi_1), f_2(t) \exp(j\phi_2), \dots, f_N(t) \exp(j\phi_N)]'$$

$$s(\omega_0, \underline{k}_n) = [\exp(j\omega_0 \tau_n(1)), \exp(j\omega_0 \tau_n(2)), \dots, \exp(j\omega_0 \tau_n(M))]'$$

$$\eta(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_M(t)]' \in \mathbf{c}^M$$

윗식에서 행렬 S 는 $M \times N$ 스티어링 행렬로서 각 열은 스티어링 벡터 $s(\omega_0, \underline{k}_n)$ 로 구성되어 있으며 서로 선형독립 관계를 갖는다.

식(2)는 어레이센서로 입사한 신호의 중요한 정보인 도래각을 묘사하는데 매우 유용한 수학적인 수단으로서 사용된다.

특히 어레이가 등간격인 선형어레이인 경우 스티어링벡터 $s(\omega_0, \underline{k})$ 는 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$s(\omega_0, \underline{k}) = [1, \exp(\frac{2\pi d \cos \theta}{\lambda}), \exp(\frac{2\pi 2d}{\lambda} \cos \theta), \dots, \dots \exp(\frac{2\pi(M-1)d}{\lambda} \cos \theta)]' \quad (3)$$

2.2 공분산 행렬

신호의 공간 공분산행렬은 도래각 추정은 물론 입사 평면과 신호의 갯수를 추정하는데 매우 유용한 도구로 사용된다. 어레이의 $M \times M$ 공간 공분산 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$R_x = E\{\underline{x}(t) \underline{x}(t)^*\} \quad (4)$$

여기서 심볼 “ E ”는 기대값을 “ $*$ ”는 복소 전치행렬(complex conjugate transpose) 연산자를 나타낸다.

식(2)를 식(4)에 대입하여 앞에서 언급한 가정을 이용하여 유도하면 다음과 같이 표현된다.

$$R_x = S R_f S^* + \sigma^2 R_\eta \quad (5)$$

윗식에서 $N \times N$ 신호 공분산 행렬 R_f 와 $M \times M$ 잡음 공분산 행렬 R_η 는 각각

$$R_f = E\{f(t) f(t)^*\} \quad (6)$$

$$\sigma^2 R_\eta = E\{\eta(t) \eta(t)^*\} \quad (7)$$

와 같이 주어진다.

실제적인 응용에서 공분산 행렬은 추정하게 되며 그 추정치는 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{R}_x = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \underline{x}(t_l) \underline{x}(t_l)^* \quad (8)$$

$$\underline{x}(t_l) = [x_1(t_l), x_2(t_l), \dots, x_M(t_l)]' \quad 1 \leq l \leq L$$

$x_m(t_l)$ 는 m 번째 센서에서 t_l 순간의 샘플링된 값, L 은 샘플링 갯수를 각각 나타낸다.

III. 공분산 행렬의 고유치 해석

도래각 추정문제는 generalized 고유벡터의 개념을 이용함으로써 쉽게 해결될 수 있다. 고유치-고유벡터 분석은 도래각 추정문제의 해결을 위하여 수학적 해석을 가능케한 중요한 도구로서 이용되어 왔다. Matrix pencil (R_x, R_η)의 generalized 고유치 특성의 정의를 이용하면

$$R_x \underline{e}_m = \lambda_m R_\eta \underline{e}_m : 1 \leq m \leq M \quad (9)$$

이 된다. 여기서 두 공분산 행렬 R_x 와 R_η 는 $M \times M$ Hermitian positive definite 행렬이며 \underline{e}_m 은 λ_m 에 대응하는 고유벡터이다[6].

정리 1 : $M \times M$ 스티어링 행렬 S 가 rank N 을 갖고

$N \times N$ 신호 공분산 행렬 R_f 가 rank $K (K \leq N)$ 를 가지며 잡음 공분산 행렬 R_η 가 rank $M (M > N)$ 을 갖는다면 다음과 같은 고유치에 대한 성질이 주어진다.

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_M = \sigma^2 \quad (10)$$

증명 : 식(5)를 식(9)에 대입하면

$$SR_f S^* \underline{e}_m = (\lambda_m - \sigma^2) R_\eta \underline{e}_m$$

이 되며, $SR_f S^*$ 가 rank K 를 갖는 positive semidefinite 행렬이므로 $SR_f S^*$ 의 K 개 고유치는 양의 값을 갖고 나머지 $(M-K)$ 개의 고유치는 0을 갖는다.

따라서,

$$\begin{aligned} \lambda_m - \sigma^2 > 0 & \quad m = 1, 2, \dots, K \\ \lambda_m - \sigma^2 = 0 & \quad m = K + 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

가 되며 고유치를 내림차순으로 배열하면

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_M = \sigma^2 \text{이 된다.}$$

Q.E.D.

(정리 1)로부터 우리는 다음과 같은 성질을 얻을 수 있다.

$$SR_f S^* \underline{e}_m = (\lambda_m - \sigma^2) R_\eta \underline{e}_m \quad 1 \leq m \leq K \quad (11)$$

$$SR_f S^* \underline{e}_m = 0 \quad K + 1 \leq m \leq M \quad (12)$$

여기서 식(12)를 만족하는 고유벡터는 잡음전력 σ^2 와 같은 고유치에 대응되므로 “잡음고유벡터”라고 하며, 식(11)을 만족하는 고유벡터는 대응하는 고유치가 잡음 전력 σ^2 보다 크고 신호부공간의 벡터이므로 “신호고유벡터”라고 일컫는다.

IV. 신호 고유벡터 알고리즘

이 알고리즘의 기본개념은 K 개의 큰 고유치에 대응되는 각각의 고유벡터들은 입사신호의 스티어링 벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다는 점에 착안한 것이다. 즉, 식(11)로부터 modified 신호고유벡터 $R_\eta \underline{e}_m (m = 1, 2, \dots, K)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$R_\eta \underline{e}_k = \sum_{n=1}^N \alpha_k(n) \underline{s}(\omega_0, k_n) \quad 1 \leq k \leq K \quad (13)$$

여기서 $\alpha_k(n)$ 은 k 번째 고유벡터인 \underline{e}_k 와 관련된 스칼라 값의 계수이다.

4.1 등간격 선형 어레이

어레이 안테나는 각 센서의 배열위치에 따라 다양한 형태로 분류될 수 있으나 본 논문에서는 알고리즘의 효율적 유도를 위하여 등간격 선형 어레이안테나를 이용하여 이론적인 유도를 한다. 각 센서 간격을 d 라고 하면 선형 어레이안테나의 각 센서 위치벡터 $\underline{z}_m = [(m-1)d, 0, 0]^T$ 로 표시할 수 있으며 그에 대응되는 스티어링 벡터는 식(3)과 같이 주어진다.

$$\text{식(3)에서 방위각 } \theta \text{의 함수인 } \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta \text{는 입사신호의 공간주파수로 알려져 있다.}$$

입사신호의 공간주파수(또는 방위각)를 추정하기 위하여 다양한 신호 모델링 방법을 이용할 수 있으나, 복소지수함수의 합으로 구성된 신호는 선형예측 모델로 표시될 수 있음은 잘 알려져 있다[7].

계속되는 이론 전개에서 편의상 $\underline{v}_k = R_\eta \underline{e}_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 로 놓는다.

특히, 등간격 선형어레이인 경우 벡터 \underline{v}_k 의 각 요소 $v_k(m)$ 은

$$v_k(m) = \sum_{n=1}^N \alpha_k(n) e^{j(\frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta_k)(m-1)} \quad (14)$$

으로 표현될 수 있다.

여기서 $v_k(m)$ 은 k 번째 벡터 \underline{v}_k 의 m 번째 성분을 나타낸다. 입사신호의 갯수 N 값을 알고 있거나 또는 고유치해석을 이용하여 추정된다는 가정하에 순방향-역방향 선형 差 등식(forward-backward linear difference equation)은 다음과 같이 주어진다.

$$v_k(m) + \sum_{n=1}^N a_n v_k(m-n) = 0 \quad N+1 \leq m \leq M \quad (15)$$

$$\bar{v}_k(m) + \sum_{n=1}^N a_n \bar{v}_k(m+n) = 0 \quad 1 \leq m \leq M-N \quad (16)$$

여기서 “-”은 공액복소수를 표시하며, 식(15)와 식(16)은 각각 순방향 선형예측 모델과 역방향 선형예측 모델로 잘 알려져 있다. 식(15)와 식(16)은 2

(M-N)개의 등식과 N개의 계수로서 구성되어 있는 선형등식의 시스템(system of linear equations)이다.

보다 많은 갯수의 등식은 작은 분산(높은 안정도)을 제공하는 반면에 낮은 분해능을 보이며 적은 갯수의 등식은 그 반대현상을 보여준다. 따라서 식(15)와 식(16)을 동시에 만족하는 계수 a_n 을 구함으로써 좋은 성능을 얻을 수 있다. 식(15)와 식(16)을 행렬식 형태로 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} v_k(N+1) & v_k(N) & \dots & v_k(1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_k(M) & v_k(M-1) & \dots & v_k(M-N) \\ \overline{v}_k(1) & \overline{v}_k(2) & \dots & \overline{v}_k(N+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \overline{v}_k(M-N) & \dots & \dots & \overline{v}_k(M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

또는

$$V_k \underline{a} = 0 \quad : \quad 1 \leq k \leq K \quad (18)$$

여기서 \underline{a} 는 식(17)의 해를 나타내는 (N+1)차원의 계수 벡터이고 V_k 는 $2(M-N) \times (N+1)$ 차원의 행렬을 나타낸다.

식(17)은 K개의 벡터 \underline{v}_k 's에 대하여 동시에 성립해야 되므로 다음과 같은 행렬식으로 간단히 주어진다.

$$F \underline{a} = 0 \quad (19)$$

여기서 $F = [V_1', V_2', \dots, V_K']'$

행렬 F는 $2K(M-N) \times (N+1)$ 인 크기를 갖고 있으므로 $2K(M-N) \geq N$ 인 경우에 유일한 해인 벡터 \underline{a} 가 존재한다. 입사신호들이 완전한 상관관계를 가질 경우 $K=1$ 이므로 $\frac{2M}{3} \geq N$ 관계식으로부터 $\frac{2M}{3}$ 개의 코히어런트 신호를, $K=N$ 인 경우 $M-1 \geq N$ 이므로 (M-1)개의 인코히어런트 신호를 각각 분리 추정할 수 있음을 알 수 있다.

식(19)의 해를 구하기 위하여 여러가지 방법을 이용할 수 있으나, 본 논문에서는 Near Nullspace Method를[8] 사용하였다.

4.2 차수 선정

실제로 입사한 신호의 갯수가 N일때 계수벡터 \underline{a} 의 차수를 그 이상으로 선정할 경우 신호고유벡터 알고리즘에 대한 영향 또는 민감도를 고려해보는 것은 매우 중요하다. 실제상황에서 어레이의 공분산행렬을 추정하여 차수를 결정해야 함으로 정확한 N값 또는 K값을 선정하는 것은 쉬운 일이 아니다. 더구나 두 입사신호의 입사각이 매우 근사할 경우 신호고유치중의 약간은 잡음 고유치를 보다 약간만 큰 값을 가질 수 있다. 이러한 현상을 피하고 신호고유치와 잡음고유치를 명확히 구분하기 위해서는 확실히 큰 신호 고유벡터를 선정하여 신호벡터 알고리즘을 이용하는 것이 중요하다. 잡음고유벡터를 기본으로 한 MUSIC 알고리즘은 이러한 문제점을 해결하기가 힘들다는 점이 본 논문에서 제안한 알고리즘과 대조적이다.

정리 2: 행렬 F의 rank가 N이고, 계수벡터 \underline{a} 의 차수를 N보다 같든지 큰 N_0 로 선정할 경우 식(19)를 만족하는 \underline{a} 는 크기가 $(N_0+1) \times (N_0+1)$ 인 F^*F 의 고유벡터중에서 고유치가 0인 고유벡터들의 선형결합으로 표시될 수 있다. 즉

$$\underline{a} = \sum_{n=1}^{N_0+1-N} b_n \underline{u}_n \quad (20)$$

여기서 b_n 은 임의의 스칼라 값이고, $\{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_{N_0+1-N}\}$ 은 고유치가 0인 선형독립 고유벡터들의 집합이다.

증명: $F \underline{a} = 0$ 은 $F^*F \underline{a} = 0$ 와 동가이며 \underline{a} 는 F^*F 의 nullspace인 $N(F^*F)$ 에 속한다.

F^*F 는 Hermitian positive semidefinite 행렬이므로 고유치가 0보다 크거나 같고, 그에 대응한 고유벡터들은 직교벡터들이므로 상호간에 선형독립이다. 이 중에서 고유치가 0인 고유벡터들은 다음과 같은 관계식을 만족하므로 $N(F^*F)$ 에 속한다.

$$F^*F \underline{u}_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_0+1-N$$

그러므로 $\{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_{N_0+1-N}\}$ 는 $N(F^*F)$ 의 basis이므로 식(20)은 성립한다.

선형예측방법은 AR모델과 일치하므로 Z변환 $A(z)$ 는 다음과 같다.

$$A(z) = \sum_{k=0}^{N_0} a_k z^{-k} \quad (21)$$

여기서 z 는 $\exp(j \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta)$ 와 같다.

$A(z)$ 를 분해하면

$$A(z) = B(z) \prod_{n=1}^N (1 - \exp(j \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta_n) z^{-1}) \quad (22)$$

와 같이 표현되며, θ_n 은 입사신호 N 개에 대한 각각의 방위각을 나타낸다.

$B(z)$ 는 차수가 $(N_0 - N)$ 인 다항식으로서 $B(z) = 0$ 의 근은 복소평면 z -영역에서 단위원으로 부터 벗어나 있다. 그러므로 N 보다 큰 N_0 값을 선정할 경우에 입사신호의 도래각 추정에 있어서 알고리즘의 성능은 저하되지 않는다.

높은 분해능과 작은 분산(높은 안정도)의 성능을 나타내기 위하여 $N_0 = \frac{3}{4} M$ 의 선택이 적당하다는 사실이 V 절의 시뮬레이션 결과로부터 알 수 있다. 무연컨데 제안된 알고리즘은 입사신호들이 코히어런트 또는 인코히어런트에 무관하게 유효하며 광대역 신호의 공간스펙트럼 추정에도 똑같은 원리로 적용될 수 있다.

V. 시뮬레이션 결과

5.1 알고리즘의 성능 분석

이절에서는 알고리즘의 순방향, 역방향 선형예측

에 따른 통계적성능(바이어스, 평균제곱오차)를 비교 분석하고 계수벡터 a 의 차수 N_0 의 변화에 따른 성능을 샘플링 갯수 L 과 함께 비교해 본다.

첫번째 시뮬레이션에서는 등간격 $d = \lambda/3$ 로 이루어진 10개의 센서로 구성된 등방성 선형 어레이 안테나를 사용하였고 정규화된 중심주파수는 0.3이다. 두개의 인코히어런트 신호는 서로 무상관이고 각각 85° 와 95° 로 입사하였다. 행렬 F 는 $K=2, N_0=9$ 로 구성되었다. 통계적 특성을 분석하기 위하여 신호 대 잡음비가 0dB인 경우 50번의 독립시행을 사용하여 각 시행마다 어레이의 공분산 행렬을 추정하였고 신호 벡터 알고리즘의 순방향, 역방향, 순-역방향 선형 예측에 따라 나타난 바이어스(Bias)와 평균제곱오차를 표1.과 표2.에 나타내었다. 표1.과 표2.로부터 순-역방향 선형예측이 다른 두 방법보다 좋은 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다. 또한 세방법 모두 샘플갯수가 점점 증가함에 따라 바이어스 값이 점점 감소됨을 알 수 있다.

두번째 시뮬레이션에서는 신호대 잡음비만 10dB이며 그외의 조건은 첫번째 경우와 같은 조건을 사용하였으며 순-역방향 선형예측이 월등한 성능을 나타내기 때문에 오직 그 방법을 채택하였고 샘플갯수와 차수 N_0 의 선택에 따른 성능을 비교 분석하였다. 표 3.으로부터 샘플갯수에 따라 약간 다르지만 가장 작은 평균제곱오차는 $N_0=7$ 인 경우에 나타남을 알 수 있다.

표 1. 인코히어런트 신호에 대한 성능비교($\theta_1 = 85^\circ, SNR = 0$ dB)

Table 1. Comparative performance for incoherent plane wave of $\theta_1 = 85^\circ$ at SNR = 0 dB

샘플갯수	역 방향		순 방향		순-역 방향	
	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE
250	-0.1875	0.2562	0.0000	0.3625	-0.0750	0.1875
500	-0.0563	0.0672	0.0125	0.1656	-0.0250	0.0844
750	-0.0063	0.0672	0.0562	0.0922	0.0000	0.0500
1000	-0.0188	0.0516	0.0313	0.0484	-0.0125	0.0375

표 2. 인코히어런트 신호에 대한 성능비교($\theta_2 = 95^\circ, SNR = 0$ dB)

Table 2. Comparative performance for incoherent plane wave of $\theta_2 = 95^\circ$ at SNR = 0 dB

샘플갯수	역 방향		순 방향		순-역 방향	
	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE
250	0.0125	0.2562	0.2188	0.2422	0.0687	0.1359
500	0.0313	0.1078	0.0562	0.0828	0.0437	0.0562
750	0.0313	0.0891	0.0437	0.0766	0.0250	0.0547
1000	0.0313	0.0609	0.0313	0.0578	0.0250	0.0375

결론적으로, 순-역방향 추정기가 다른 추정기보다 통계적 특성 면에서 좋은 성능을 보여주고 인코히어런트 신호의 도래각추정을 위해서는 센서갯수의 약 3/4배 되는 차수 N_0 를 선정하여 순-역방향 추정기를 적용하는 것이 보다 효율적임을 알 수 있다.

5.2 MUSIC 알고리즘과 성능 비교

본 절에서는 신호 고유 벡터 알고리즘을 인코히어런트 경우 MUSIC과 코히어런트 경우 MSS-MUSIC 및 Spatial Smoothed MUSIC과 성능을 비교

분석한다.

먼저 신호가 인코히어런트인 경우를 고려해 보면, 시뮬레이션 조건은 앞 절과 똑같은 값을 사용하였으며 MUSIC의 어레이 크기와 똑같이 하기 위하여 $K = 2$ 와 $N_0 = 9$ 를 선택하였다. 신호 대 잡음비는 10dB와 0dB인 경우로 분리하였으며 각각의 통계적 특성을 표.4와 5에 각각 나타내었다. 이 결과로 부터 두 알고리즘은 상호 거의 유사한 성능을 보여줌을 알 수 있다.

다음에 두 신호가 코히어런트인 경우 10개의 센서

표 3. N_0 에 따른 순-역방향 에스테이머의 성능비교($\theta_1 = 85^\circ$, SNR = 10 dB)

Table 3. Comparative performance of forward-backward estimator with extended order N_0 ($\theta_1 = 85^\circ$, SNR = 10 dB)

N_0	Performance measure	L = 250	L = 500	L = 750	L = 1000
4	Bias	-0.0063	-0.0125	0.0187	-0.0125
	MSE	0.0359	0.0187	0.0141	0.0094
5	Bias	0.0000	-0.0312	0.0000	0.0000
	MSE	0.0219	0.0109	0.0094	0.0031
6	Bias	-0.0178	-0.0250	0.0062	0.0000
	MSE	0.0109	0.0094	0.0016	0.0000
7	Bias	-0.0063	-0.0250	0.0000	0.0000
	MSE	0.0141	0.0062	0.0016	0.0000
8	Bias	-0.0500	-0.0250	-0.0063	0.0000
	MSE	0.0156	0.0062	0.0031	0.0000
9	Bias	-0.0188	0.0125	0.0000	0.0000
	MSE	0.0203	0.0094	0.0031	0.0000

표 4. 신호 고유벡터 알고리즘과 MUSIC과의 성능비교(SNR = 10 dB)

Table 4. Comparison of performance between SEM and MUSIC for two incoherent sources at SNR = 10 dB.

Parameter	$\theta_1 = 85^\circ$				$\theta_2 = 95^\circ$			
	신호 고유벡터 알고리즘		MUSIC		신호 고유벡터 알고리즘		MUSIC	
	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE
L								
250	-0.0188	0.0203	0.0125	0.0125	0.0125	0.0187	0.0062	0.0141
500	0.0125	0.0094	0.0125	0.0031	0.0187	0.0047	0.0062	0.0016
750	0.0000	0.0031	0.0063	0.0016	0.0125	0.0062	0.0000	0.0000
1000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0062	0.0016	0.0000	0.0016

표 5. 신호 고유벡터 알고리즘과 MUSIC과의 성능비교(SNR = 0 dB)

Table 5. Comparison of performance between SEM and MUSIC for two incoherent sources at SNR = 0 dB.

Parameter	$\theta_1 = 85^\circ$				$\theta_2 = 95^\circ$			
	신호 고유벡터 알고리즘		MUSIC		신호 고유벡터 알고리즘		MUSIC	
	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE
L								
250	-0.0750	0.1875	0.0125	0.1125	0.0687	0.1359	-0.0063	0.1078
500	-0.0250	0.0844	-0.0188	0.0578	0.0437	0.0547	0.0000	0.0406
750	0.0000	0.0500	0.0375	0.0375	0.0250	0.0562	0.0000	0.0344
1000	-0.0125	0.0375	0.0187	0.0266	0.0250	0.0375	0.0062	0.0266

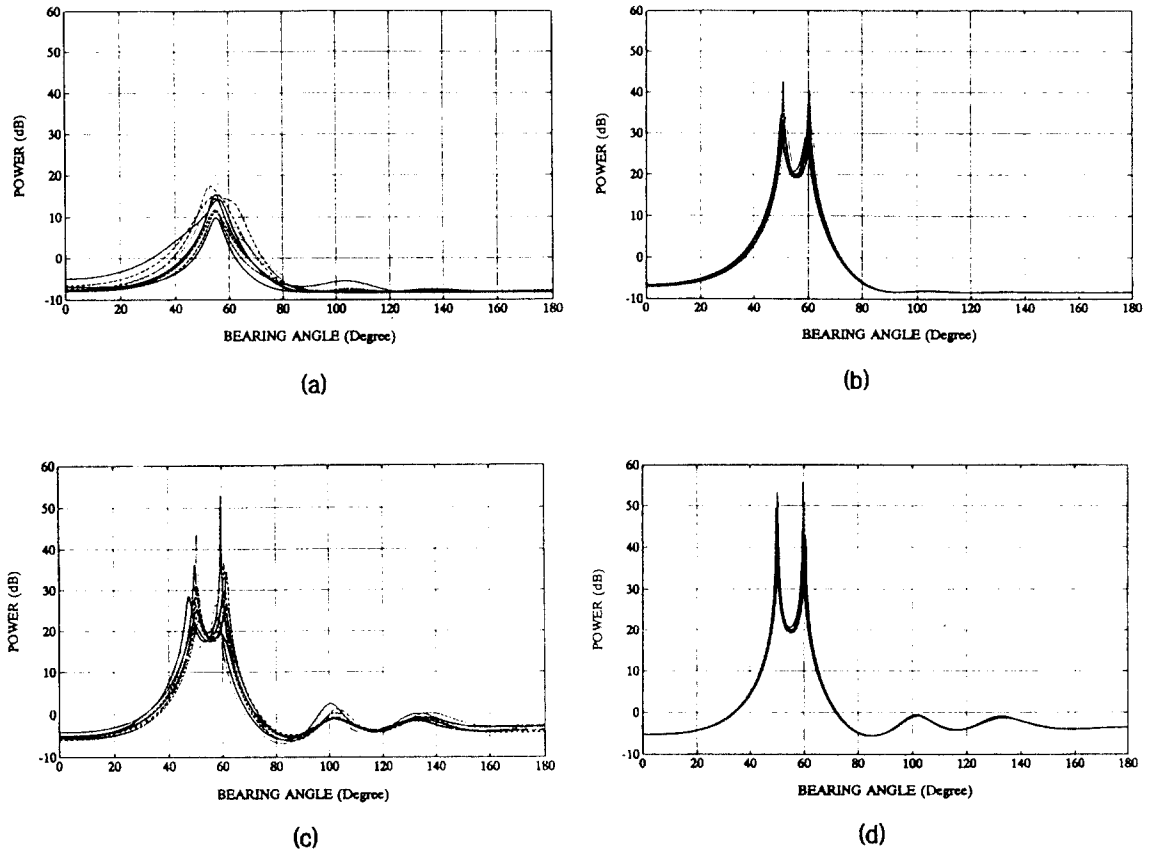


그림 1. 신호대 잡음비가 0 dB인 경우 50°와 60°로 입사한 두 코히어런트 신호의 도래각 추정. (a) Spatial smoothed MUSIC (b) MSS-MUSIC (c) 신호 고유벡터 알고리즘(순방향) (d) 신호 고유벡터 알고리즘(순-역방향)
 Figure 1. Bearing estimates for two coherent signals at bearing angles of 50° and 60° at SNR=0 dB. (a) Spatial smoothed MUSIC (b) MSS-MUSIC (c) Signal eigenvector method (forward) (d) Signal eigenvector method (forward-backward)

인 선형어레이 안테나를 사용하였으며 두 신호는 각각 50°와 60°로 입사하였다. 고유치가 가장 큰 신호 고유벡터는 1개를 취하였으며($K=1$) 副 어레이의 크기는 일곱개의 센서로 구성되도록 정하였다($N_0=6$). 샘플갯수는 $L=1000$ 개를 취하였으며 정규화된 중심주파수는 0.3이고 행렬 F 의 rank는 2로 하였다.

여기서 사용된 잡음은 복소 부가성 백색 가우시안 랜덤과정으로서 그의 분산은 신호 대 잡음비가 0dB와 -5dB가 되도록 정하였으며 10번의 독립시행을 사용하여 그 시뮬레이션 결과를 그림.1과 그림.2에 각각 표시하였다.

이 도표로 부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다. Spatial smoothed MUSIC은 각 경우에 대하여 두 신호를 정확히 분해하지 못하고 MSS-MUSIC은 $SNR = -5dB$ 에서 분해능이 현저하게 저하되었다. 반면에 순-역방향 신호 고유벡터 알고리즘은 두경우(0dB와 -5dB) 모두 효율적으로 두 신호를 분리 추정할 수 있음을 보여준다.

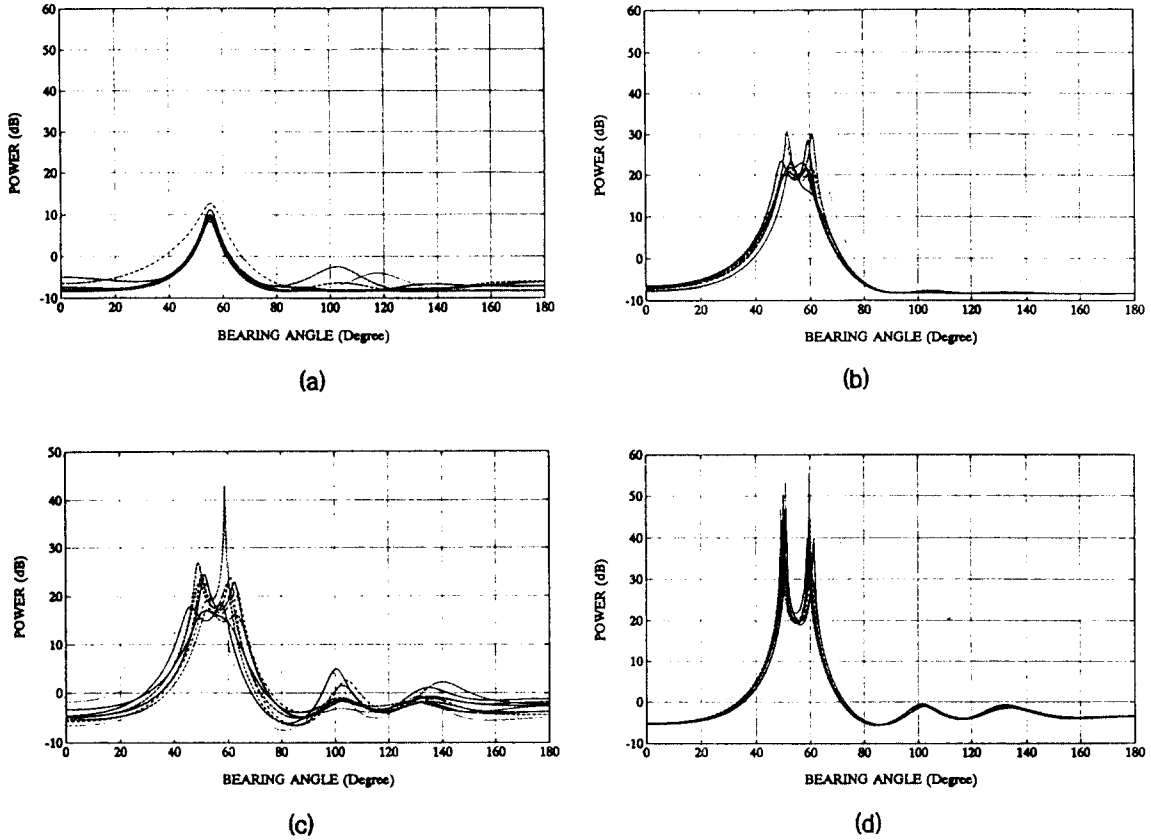


그림 2. 신호대 잡음비가 -5 dB인 경우 50° 와 60° 로 입사한 두 코히어런트 신호의 도래각 추정. (a) Spatial smoothed MUSIC (b) MSS-MUSIC (c) 신호 고유벡터 알고리즘 (순방향) (d) 신호 고유벡터 알고리즘 (순-역방향)
 Figure 2. Bearing estimates for two coherent signals at bearing angles of 50° and 60° at $SNR = -5$ dB. (a) Spatial smoothed MUSIC (b) MSS-MUSIC (c) Signal eigenvector method (forward) (d) Signal eigenvector method (forward-backward)

VI. 결 론

본 논문에서 제안한 알고리즘은 잡음 고유벡터 대신 신호 고유벡터를 이용함으로써 비교적 잡음에 덜 민감하고 특히 코히어런트 신호에 대하여 Spatial smoothed MUSIC과 MSS-MUSIC 보다 해상도와 바이어스면에서 월등한 성능을 보여준다.

이 방법은 등간격 선형 배열안테나에 적용하여 시뮬레이션 결과를 얻었으나 실제로 인코히어런트 신호 입사시 임의 배열 안테나 경우에도 적용할 수 있다.

현재 코히어런트 신호가 임의 배열 안테나로 입사

할 경우 신호의 도래각을 효율적으로 추정하기 위한 알고리즘 적용방안을 연구 진행중이다.

참 고 문 헌

1. V. F. Pisarenko, "The retrieval of harmonics from a covariance function," Geophys. J. R. Astr. Soc., vol.33, pp. 347-366, 1973.
2. R. O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph.D. Dissertation, Stanford Univ., 1981.

3. R. Kumaresan and D. W. Tufts, "Estimating the angle of arrival of multiple plane waves," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-19, pp. 136-139, January 1983.
4. T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction of arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.33, pp. 806-811, August 1985.
5. R. T. Williams, S. Prasad, A. K. Mahalanabis, and L. H. Sibul, "An improved spatial smoothing techniques for bearing estimation in a multipath environment," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 36, pp. 425-432, April 1988.
6. G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, Third Edition, San Diego, Harcourt Brace Jovanovich, 1988.
7. S. L. Marple Jr., *Digital Spectral Analysis with Applications*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1987.
8. J. A. Cadzow, "Spectral estimation: An overdetermined rational model equation approach," Proc. IEEE, vol. 70, pp. 907-939, September 1982.
9. Y. S. Kim, "Direction-of-arrival estimation of multiple plane waves using signal subspace approach," Ph.D. Dissertation, Arizona State University, 1988.
10. J. A. Cadzow, Y. S. Kim and D. C. Shiue, "General direction-of-arrival estimation: A signal subspace approach," IEEE Tran. Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-25, No. 1, pp. 31-47, January 1989.



金榮洙(Young Soo Kim) 정회원
 1981년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1983년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
 1988년 12월 : Arizona State University 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학박사)

1985년 5월 ~ 1986년 5월 : Signal-System Tech, Inc., U.S.A, Consultant.

1989년 3월 ~ 1992년 8월 : 한국전사통신연구소, 진과응용연구실 실장

1992년 9월 ~ 현재 : 경희대학교 전자공학과 조교수

※주관심분야 : 어레이 신호처리, 스펙트럼 추정