

# 랜덤 디지털 신호를 사용한 통신 시스템의 비선형 왜곡 추정

正會員 孫 周 信\* 正會員 趙 鏞 洙\*

## Estimation of Nonlinear Distortion in Communication Systems Using Random Digital Signals

Joo Sin Son\*, Yong Soo Cho\* *Regular Members*

### 要 約

본 논문에서는 디지털 통신 시스템에서 비선형 왜곡(2차 고조파, 2차 상호변조, 3차 고조파, 3차 상호변조)을 추정하는 새로운 방법을 제안한다. 구하고자 하는 주파수 대역에 대해 정현파 발생기와 여파기의 주파수들을 변화시키며 같은 실험을 반복하며 비선형 왜곡을 측정하는 정현파 방식에 비하여 제안된 방식은 송신된 디지털 신호를 입력으로 시간 영역에서 비선형 채널의 파라미터들을 적응적으로 추정한다. 추정된 파라미터들을 주파수 영역으로 변환함으로써 채널의 비선형 왜곡이 온라인으로 추정된다. 모의 실험을 통해 기존의 정현파 입력 방식과 제안된 방식에 대해 비교한다.

### Abstract

In this paper, a new approach to estimate nonlinear distortions (second-harmonic, second-intermodulation, third-harmonic, and third-intermodulation) in digital communication systems is proposed. In contrast to the relatively common sine-wave input approach which requires repetition of the same experiments by changing frequencies of oscillators and filters over the band of frequencies of interest, the proposed approach uses digital random input(transmitted signal in digital communication systems) to adaptively estimate parameters of a nonlinear channel in time-domain. Nonlinear distortion of the channel is estimated on line by transforming the estimated parameters into frequency-domain. Comparison between the classical two-tone input approach and the proposed approach is made through computer simulation.

### I. 서 론

\*中央大學校 電子工學科  
Dept. of Elec. Eng. Chungang Univ.  
論文番號: 93201  
接受日字: 1993年 10月 27日

전자 통신 공학이 공학에서 중요한 분야를 이루기 시작한 이래, 왜곡(distortion)과 잡음이 없는 신호를

송, 수신하기 위해 신호 처리 기술과 통신 기술이 연구 개발되어 왔다. 이 분야에서 제품을 개발할 때 고려해야 할 가장 중요한 사항 중의 하나는 송신된 신호를 변형없이 수신측에서 받도록 시스템을 구성하는 것이다. 그러나, 데이터 전송 속도가 빨라지고 고성능 시스템이 요구될수록 시스템의 비선형성에 의한 왜곡 현상이 두드러져 이를 제거하거나 줄이기 위한 보상기의 설계가 시급하나 아직 초기 단계이다. 일반적인 모든 신호에 대한 오디오 시스템이나 통신 시스템의 왜곡을 이론적으로 해석하기 어렵기 때문에, 현재까지는 정현파 발생기와 여파기의 주파수를 변화시키며 시스템의 왜곡을 측정하는 정현파 방식이 주로 이용되었으나, 정현파를 입력으로 하는 이 방식으로는 실제 생활에서 일반적으로 다루어지는 랜덤 신호에 의해서 발생하는 왜곡을 분석할 수 없다<sup>[1][2]</sup>.

이러한 랜덤 신호에 의한 시스템의 왜곡 현상을 분석하기 위해서는 고차(higher-order) 통계량의 이론적 분석이 필요하나, 임의의 랜덤 신호에 대한 고차 통계량의 정량적 해석은 거의 불가능하므로 이 분야에 커다란 발전이 없었다. 그러나 컴퓨터와 디지털 신호 기술의 급속한 발전으로 최근 고차 통계량에 대한 연구가 활발히 진행되어 디지털 고차 통계량의 중요한 성질들과 추정 방법에 대한 많은 논문들이 발표되었다<sup>[3]</sup>. 이러한 성질은 시스템의 왜곡 또는 비선형 시스템을 분석할 수 있는 근간이 되며, 컴퓨터에 의한 디지털 고차 통계량의 추정은 임의의 분포를 갖는 랜덤 신호의 시스템에 대한 왜곡을 분석 가능케 한다<sup>[4]</sup>.

본 논문에서는 일반적인 디지털 통신 시스템의 비선형 왜곡을 그림 1에 나타난 바와 같이 입력 신호에 해당하는 송신 신호는 훈련 모드에서는 신호 발생기에 의한 유사 랜덤 시퀀스, 결정-지향 모드에서는 등

화기와 slicer에 의한 결정 신호를 사용함으로써 수신단에서 온라인으로 추정한다<sup>[5]</sup>. 제안된 방법은 시간 영역에서 통신 채널의 Volterra 모델링과 고차 상관을 사용한 계수 추정에 의해 3차까지의 비선형 왜곡을 추정한다. 즉, 시간 영역에서 적응 알고리즘을 적용하여 3차까지의 Volterra kernel을 추정한 후 이 추정된 kernel 값을 주파수 영역으로 변환하여 3차까지의 비선형 왜곡(2차 고조파, 2차 상호변조, 3차 고조파, 3차 상호변조)을 추정한다.

제안된 랜덤 입력 방식은 기존의 정현파 방식을 사용하기 위한 조건 즉, 주파수 변화에 의한 반복 실험과 off-line 데이터 처리가 필요하지 않으며, 적응력을 갖고 전화선로의 비선형 왜곡을 온라인으로 추정할 수 있기 때문에 통신 채널의 수신단에서 데이터 전송시 채널의 비선형 왜곡 추정 기법으로 이용될 수 있다. 또한 시스템의 비선형 왜곡을 직접 주파수 영역에서 고차 스펙트럼을 사용하여 추정하는 경우에 비해 제안된 방식은 비교적 적은 데이터 수로 높은 성능을 얻을 수 있다<sup>[4]</sup>. II절에서는 정현파를 이용한 비선형 왜곡 측정 방법(two-tone input method)과 본 논문에서 제안된 랜덤 디지털 신호를 이용한 비선형 왜곡 추정 방법에 대하여 논한다. III절에서는 3차까지의 비선형 왜곡을 갖는 전형적인 전화 채널에 대하여 II절에서 기술한 방법을 사용하여 모의 실험을 행하며 각각의 방법을 비교한다. IV절에서는 결론을 맺는다.

## II. 랜덤 디지털 신호를 이용한 비선형 왜곡 추정

앞에서 언급한 바와 같이 일반적인 모든 신호에 대한 오디오 시스템이나 통신 시스템의 왜곡을 이론적

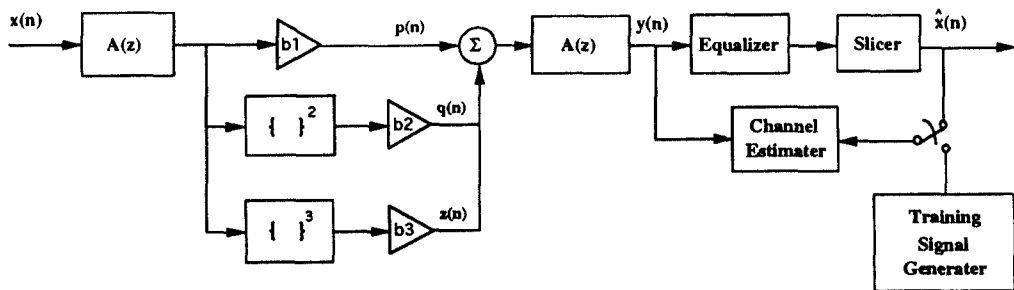


그림 1. 비선형 통신 채널의 블럭도

Fig 1. Block diagram for nonlinear communication channels

으로 해석하기 어렵기 때문에 현재까지 비선형 왜곡의 측정은 정현파 발생기로 신호를 공급하고 역파기의 주파수를 변화시킨 후 출력에서 고조파 혹은 상호변조들이 발생하는 정도를 측정하는 정현파 방식이 주로 이용되었다<sup>[1]</sup>. 본 절에서는 제안 방식인 랜덤 방식과의 일관적 비교를 위하여 먼저 정현파 입력의 경우 비선형 왜곡을 Volterra kernel로 표시할 수 있는 기본적 수식을 전개한다.

주파수  $f_1$ 과  $f_2$  ( $f_1 > f_2$ )를 갖는 두 개의 정현파 입력(two-tone input)에 대한 3차 비선형 시스템 응답을 계산하기 위해 입력  $x(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$x(t) = \sum_{i=1}^2 |V_i| \cos[2\pi f_i t + \theta_i] \quad (1)$$

또는,

$$x(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=-2}^2 V_i \exp[j2\pi f_i t] \quad (2)$$

여기서  $V_i = V_i^*$ ,  $V_0 = 0$ ,  $f_i = -f_i$ 이다. 식(1) 또는 (2)에 주어진 입력에 대한 선형 응답은 다음과 같다.

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^2 |V_i| |H_1(f_i)| \cos[2\pi f_i t + \theta_i + \phi_1(f_i)] \quad (3)$$

여기서 선형 응답의 경우 주어진 입력에 해당하는 주파수 성분만을 포함함을 알 수 있다. 또한 식(2)에 주어진 입력에 대한 2차 응답은 다음과 같이 표현된다.

$$y_2(t) = \frac{1}{2^2} \sum_{i_1=-2}^2 \sum_{i_2=-2}^2 V_{i_1} V_{i_2} H_2(f_{i_1}, f_{i_2}) \exp[j2\pi(f_{i_1} + f_{i_2})t] \quad (4)$$

실 계수를 갖는 시스템에서는  $H_2(-f_1, -f_2) = H_2^*(f_1, f_2)$ ,  $H_2(f_1, f_2) = H_2(f_2, f_1)$ 이므로 식(4)는 다음과 같이 표현된다.

$$y_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 |V_i|^2 |H_2(f_i, f_i)| \cos[2\pi(2f_i)t + 2\theta_i + \phi_2(f_i, f_i)] \\ + |V_1| |V_2| |H_2(f_1, f_2)| \cos[2\pi(f_1 + f_2)t + \theta_1 + \theta_2 + \phi_2(f_1, f_2)] \\ + |V_1| |V_2| |H_2(f_1, -f_2)| \cos[2\pi(f_1 - f_2)t + \theta_1 - \theta_2 + \phi_2(f_1, -f_2)] \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 |V_i|^2 |H_2(f_i, -f_i)| \quad (5)$$

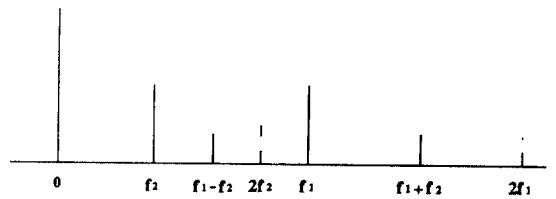


그림 2. Two-tone 입력시 2차 비선형 시스템을 통과한 신호의 주파수 성분

Fig. 2. Frequency components of the signal passing through a quadratic system when two-tone input is applied

위 식에서 첫번째 항은 2차 고조파 왜곡을 나타내고 두번째 항과 세번째 항은 합주파수와 차주파수에서의 상호변조 왜곡을 각각 나타내며 마지막 항은 직류 성분을 나타낸다. 그림 2는 2차 응답에 대한 각 주파수 성분을 보여준다. 여기서 점선으로 나타낸 부분이 식(5)의 첫번째 항에 해당하는 주파수  $f_1$ 과  $f_2$ 에 대한 2차 고조파 왜곡을 나타내며 두번째 항과 세번째 항에 해당하는 합주파수와 차주파수에 대한 상호변조 왜곡과 선형 응답은 실선으로 나타낸 부분이다. 그림에서와 같이  $f_1 - f_2$ 의 차주파수에서는 출력값이 2차 상호변조 왜곡을 포함한 뿐만 아니라 단일  $f_1 - f_2 = 2f_2$ 인 경우 주파수  $f_2$ 에 기인한 2차 고조파 왜곡을 포함하고  $f_1 - f_2 = f_2$ 인 경우 주파수  $f_2$ 에서의 선형 응답을 포함함을 알 수 있다. 따라서 상호변조 왜곡( $H_2(f_1 - f_2)$ )을 측정하기 위해서는 우선 하나의 정현파 신호를 공급하여  $y_1(t)$ 를 계산한 후, 두 정현파 입력에 대한 총 응답으로부터 선형 응답  $y_1(t)$ 에 해당하는 성분을 빼주어 얻을 수 있다. 또한 식(2)의 입력에 대한 3차 응답은 다음과 같다.

$$y_3(t) = \frac{1}{2^3} \sum_{i_1=-2}^2 \sum_{i_2=-2}^2 \sum_{i_3=-2}^2 V_{i_1} V_{i_2} V_{i_3} H_3(f_{i_1}, f_{i_2}, f_{i_3}) \exp[j2\pi(f_{i_1} + f_{i_2} + f_{i_3})t] \quad (6)$$

여기서  $H_3(-f_1, -f_2, -f_2) = H_3^*(f_1, f_2, f_2)$ ,  $H_3(-f_1, f_2, f_2) = H_3^*(f_1, -f_2, -f_2)$ , 그리고  $H_3(f_1, f_2, f_2) = H_3(f_2, f_2, f_1) = H_3(f_2, f_1, f_2)$ 의 성질을 이용하면 식(6)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 y_3(t) = & \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 |V_{i1}|^3 |H_3(f_i, f_i, f_i)| \\
 & \cos[2\pi(3f_i)t + 3\theta_i + \phi_3(f_i, f_i, f_i)] \\
 + & \frac{3}{4} |V_{i1}| |V_{i2}|^2 |H_3(f_1, f_2, f_2)| \cos \\
 & [2\pi(f_1 + 2f_2)t + \theta_1 + 2\theta_2 + \phi_3(f_1, f_2, f_2)] \\
 + & \frac{3}{4} |V_{i1}| |V_{i2}|^2 |H_3(f_1, -f_2, -f_2)| \cos \\
 & [2\pi(f_1 - 2f_2)t + \theta_1 - 2\theta_2 + \phi_3(f_1, -f_2, -f_2)] \\
 + & \frac{3}{4} \sum_{i=1}^2 |V_{i1}|^3 |H_3(f_i, -f_i, -f_i)| \cos \\
 & [2\pi(-f_i)t - \theta_i + \phi_3(f_i, -f_i, -f_i)] \\
 + & \frac{3}{4} |V_{i1}|^2 |V_{i2}| |H_3(f_1, f_1, f_2)| \cos \\
 & [2\pi(2f_1 + f_2)t + 2\theta_1 + \theta_2 + \phi_3(f_1, f_1, f_2)] \\
 + & \frac{3}{4} |V_{i1}|^2 |V_{i2}| |H_3(f_1, f_1, -f_2)| \cos \\
 & [2\pi(2f_1 - f_2)t + 2\theta_1 - \theta_2 + \phi_3(f_1, f_1, -f_2)] \\
 + & \frac{3}{2} |V_{i1}| |V_{i2}|^2 |H_3(f_1, f_2, -f_2)| \cos \\
 & [2\pi(f_1)t + \theta_1 + \phi_3(f_1, f_2, -f_2)] \\
 + & \frac{3}{2} |V_{i1}|^2 |V_{i2}| |H_3(f_1, -f_1, f_2)| \cos \\
 & [2\pi(f_2)t + \theta_2 + \phi_3(f_1, -f_1, f_2)] \quad (7)
 \end{aligned}$$

2차에서와 마찬가지로 첫번째 항은 3차 고조파 왜곡을 나타내고 네번째 항과 마지막 두항은 degenerate 항을 나타내며 나머지 항은 3차 상호변조 왜곡을 나타낸다. 그림 3은 3차 응답에 대한 주파수 성분을 나타낸 것으로 점선 부분은 2차와 3차에 대한 각 주파수의 고조파 왜곡을 나타내고 실선 부분은 선형 응답 및 2차와 3차에 대한 상호변조 왜곡을 나타낸다. 위 식에서 degenerate 항의 발생은 다른 3차 상호변조

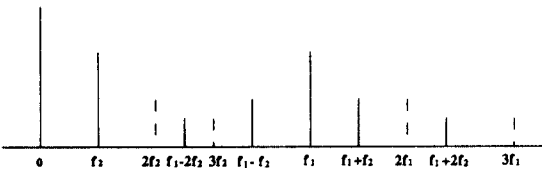


그림 3. Two-tone 입력시 3차 비선형 시스템을 통과한 신호의 주파수 성분

Fig 3. Frequency components of the signal passing through a cubic system when two-tone input is applied

왜곡의 측정에 영향을 미칠 수 있으므로 두개의 주파수를 갖는 정현파 입력을 사용할 때 왜곡 측정이 가능한 주파수 영역과 그렇지 못한 주파수 영역이 존재하게 된다. 예를 들면, 그림 3에서와 같이 3차 시스템에 정현파 입력을 가한 경우 차 주파수  $f_1 - 2f_2 = f_2$  ( $f_1 = 3f_2$ )에서 발생하는 출력은 주파수  $f_2$ 에서의 선형 응답, 식(7)의 마지막 항에 주어진 degenerate 항, 그리고 식(7)의 세번째 항에 주어진 3차 상호변조 왜곡의 합이 된다. 여기서 마지막 항인 degenerate 항이 고려되는 이유는 주파수  $f_1$ 은 상호 소멸되어 주파수  $f_2$ 에서 값이 존재하기 때문이다. 따라서 차 주파수  $f_2$ 에서 발생하는 상호변조 왜곡을 구하기 위해서는 선형 응답은 미리 하나의 정현파를 공급하여 예측치 값을 빼어줄 수 있지만 degenerate 항과 3차 상호변조 왜곡은 정현파 입력으로 사용할 경우 구별할 수 없게 되어 이 주파수 영역에서는 3차 왜곡을 측정할 수 없게 된다. Degenerate 항에 의해 측정 불가능한 주파수 영역이 III절에 모의 실험 결과와 함께 주어진다.

실제 디지털 통신 채널의 송수신 신호는 랜덤 디지털 형태를 취하므로 정현파 방식으로는 채널의 왜곡을 온라인으로 측정할 수 없다<sup>[5]</sup>. 그러므로 채널의 왜곡을 랜덤 신호를 이용하여 추정하기 위해 송신된 랜덤 신호와 수신 신호를 이용하여 일반적인 디지털 통신 시스템의 비선형 왜곡을 온라인으로 추정하는 방법에 대하여 기술한다. 그림 1은 3차까지의 비선형 왜곡이 고려된 통신 채널의 블록도를 보여 주고 있다. 선형 채널의 경우  $A(z)$ 의 선형 시스템으로 모델링 할 수 있으나, 실제 통신 선로에 있어서는 repeater 등의 소자에 의해 비선형 왜곡(고조파 왜곡, 상호변조 왜곡)이 발생되므로 전체 통신 채널은 메모리를 갖는 선형 채널  $A(z)$ 와  $b_2, b_3$ 에 의해 크기가 결정되는 비선형 왜곡 발생 소자로 모델링 할 수 있다<sup>[6]</sup>. 따라서 입력 신호  $x(n)$ 을 송신 신호로 하고 통신 채널을 통과한 신호  $y(n)$ 을 수신 신호로 할 때 전체 통신 채널은 메모리를 갖는 비선형 시스템으로 모델링 된다. 그림 1의 블록도로 구성된 통신 채널은 다음과 같이 이산 시간을 갖는 3차 Volterra series로서 모델링 될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 y_n = & \sum_T h_{(i)}^{(1)}(n)x(n-i) + \sum_T \sum_T h_{(i,j)}^{(2)}(n)x(n-i)x(n-j) \\
 + & \sum_T \sum_T \sum_k h_{(i,j,k)}^{(3)}(n)x(n-i)x(n-j)x(n-k) \quad (8)
 \end{aligned}$$

그림 1의 비선형 통신 채널은 block-oriented 구조 모델로서 입, 출력의 과정에서 볼 때 일반 모델에 해당된다<sup>[7]</sup>. 입력  $x(n)$ 과  $q(n)$  또는  $x(n)$ 과  $z(n)$ 의 관계는 메모리를 갖는 선형 채널에 메모리를 갖지 않는 비선형 부분이 연결되는 Wiener 모델에 해당되므로 이때 Volterra kernel  $f_{(i,j)}^{(2)} = f_{(i)}^{(2)} f_{(j)}^{(2)}$  와  $f_{(i,j,k)}^{(3)} = f_{(i)}^{(3)} f_{(j)}^{(2)} f_{(k)}^{(3)}$ 의 식을 이용하여 표현될 수 있다. 전체 통신 시스템의 Volterra kernel은 위의 식을 이용하여 해석적으로 계산할 수 있으며, 시변 시스템의 파라미터를 추정하기 위해서는 3차까지의 Volterra kernel에 대해 적응 알고리즘을 적용하여 구한다. 여기서 적응 알고리즘을 사용할 수 있는 이유는, Volterra 급수가 입력 관점에서 본다면 비선형으로 이루어져 있지만 계수 관점에서 보면 선형으로 이루어져 있기 때문이다. Volterra 급수로 모델링되는 kernel 값 추정을 위해 채널 추정기(channel estimator)와의 관계를 살펴보면 수신단에서 수신 신호  $y(n)$ 과 등화기와 slicer에 의한 결정 신호  $\hat{x}(n)$ 으로부터 식(8)은 다음과 같이 모델링 될 수 있다.

$$y_n = \sum_i \hat{h}_{(i)}^{(1)}(n) \hat{x}(n-i) + \sum_i \sum_j \hat{h}_{(i,j)}^{(2)}(n) \hat{x}(n-i) \hat{x}(n-j) + \sum_i \sum_j \sum_k \hat{h}_{(i,j,k)}^{(3)}(n) \hat{x}(n-i) \hat{x}(n-j) \hat{x}(n-k) \quad (9)$$

여기서 kernel  $\hat{h}$ 는 수신 신호  $y(n)$ 과 등화기와 slicer에 의한 결정 신호  $\hat{x}(n)$ 에 의해 발생하는 오차  $e(n)$ 을 이용하여 다음과 같은 LMS 알고리즘을 적용하여 채널 추정기에 의해 적응력을 가지고 추정될 수 있다.

$$\hat{h}_{(i,j)}^{(2)}(n+1) = \hat{h}_{(i,j)}^{(2)}(n) + 2 \cdot \mu \cdot e(n) \cdot \hat{x}(n-i) \cdot \hat{x}(n-j) \quad (10)$$

$$\hat{h}_{(i,j,k)}^{(3)}(n+1) = \hat{h}_{(i,j,k)}^{(3)}(n) + 2 \cdot \mu \cdot e(n) \cdot \hat{x}(n-i) \cdot \hat{x}(n-j) \cdot \hat{x}(n-k) \quad (11)$$

식(10), (11)과 같은 LMS 알고리즘의 수렴을 보장하기 위해서는 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} > \mu > 0 \quad (12)$$

여기서  $\lambda_{\max}$ 는 행렬  $\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n)]$ 의 최대 고유치를 나타낸다<sup>[8]</sup>. 또한  $\mathbf{X}(n)$ 은 입력 벡터로서  $\mathbf{X}(n) = [\hat{x}(n), \hat{x}(n-1), \dots, \hat{x}^2(n), \hat{x}(n) \hat{x}(n-1), \dots, \hat{x}^3$

$(n), \hat{x}^2(n) \hat{x}(n-1), \dots]^T$ 이다. 이렇게 추정된 선형, 2차, 3차 kernel 값들에 DFT를 취하여 주파수 영역으로 변환할 수 있는데 이때 비선형 전달 함수는 다음과 같이 계산된다.

$$H_1(n, f_m) = \sum_i \hat{h}_{(i)}^{(1)}(n) \exp[-j \cdot 2\pi i f_m] \quad (13)$$

$$H_2(n, f_m, f_n) = \sum_i \sum_j \hat{h}_{(i,j)}^{(2)}(n) \exp[-j \cdot 2\pi (i f_m + j f_n)] \quad (14)$$

$$H_3(n, f_m, f_n, f_k) = \sum_i \sum_j \sum_k \hat{h}_{(i,j,k)}^{(3)}(n) \exp[-j \cdot 2\pi (i f_m + j f_n + k f_k)] \quad (15)$$

단, 여기서 변수  $j$ 와의 중복을 피하기 위해  $j^* = \sqrt{-1}$ 으로 정의한다.

위의 식(14), (15)에서 구한 주파수 영역의 비선형 전달 함수를 이용해서 2차와 3차의 고조파 또는 상호변조 왜곡의 정도를 나타내는 왜곡인자를 데시벨 단위로 나타내면 다음과 같다.

$$D_{H2} = 20 \log \left[ \frac{1}{2} \left| \frac{H_2(f_i, f_i)}{H_1(f_i)} \right| V_i \right] [\text{dB}] \quad (16)$$

$$D_{IM2} = 20 \log \left[ \frac{1}{2} \left| \frac{H_2(f_1, \pm f_2)}{H_1(f_1)} \right| V_i \right] [\text{dB}] \quad (17)$$

$$D_{H3} = 20 \log \left[ \frac{1}{4} \left| \frac{H_3(f_i, f_i, f_i)}{H_1(f_i)} \right| V_i^2 \right] [\text{dB}] \quad (18)$$

$$D_{IM3} = 20 \log \left[ \frac{3}{4} \left| \frac{H_3(f_1, \pm f_2, \pm f_2)}{H_1(f_1)} \right| V_i^2 \right] [\text{dB}] \quad (19)$$

위 식들은 주파수 영역의 비선형 전달 함수로서 표현된 형태인데 여기서  $V_i$ 는 고조파 왜곡의 경우 입력  $x(t) = V_i \cos 2\pi f_i t$ 에 대한 크기이고 상호변조 왜곡의 경우 두 입력  $x(t) = V_i \cos 2\pi f_1 t + V_i \cos 2\pi f_2 t$ 에 대한 크기이다. 따라서 식(13), (14), (15)와 같은 선형, 2차, 3차에 대한 전달 함수가 그 해당 주파수 성분에서 추정되면 2차와 3차에 대한 각각의 고조파 왜곡 인자  $D_{H2}$ ,  $D_{H3}$ 와 상호변조 왜곡 인자  $D_{IM2}$ ,  $D_{IM3}$ 를 모든 합과 차 주파수에 대해 구할 수 있다.

### III. 모의실험

본 절에서는 II절에서 서술한 정현파 입력 방식과

랜덤 입력 방식의 성능을 모의 실험을 통해 비교한다. 그림 1에 주어진 디지털 통신 채널에서 입력 데이터는 4단계(-0.6, -0.2, 0.2, 0.6)의 랜덤 시퀀스를 사용하였으며  $A(z)$ 의 계수는 참고 문헌[9]에 주어진 그림 6.4.7(b) 이산시간 채널 값을 이용하였다. 또한 선형, 2차, 3차 이득은 각각  $b_1=1, b_2=0.1, b_3=0.01$ 로 설정하였다. 우선 위의 파라미터를 갖는 전체 채널의 Volterra kernel 값을 해석적으로 구할 수 있는데 1차의 경우 채널  $A(z)$ 의 상호 컨벌루션에 의해 구할 수 있고 2차와 3차에 대해서는 순차적인 방식을 적용하여 앞서 언급된 Wiener 모델 부분에서의 출력인  $q(n)$ 과  $z(n)$ 을 먼저 구한 뒤 이를 입력으로 하여 채널  $A(z)$ 에 대하여 수식으로 전개하여 구할 수 있으며 이는 표 1에 주어지 있다. LMS 알고리즘을 이용하여 2차의 경우는  $\mu=0.005$ 와 데이터는 7500개를 사용하였고 3차의 경우는  $\mu=0.05$ 과 데이터는 16000개를 사용하여 Volterra kernel 값을 추정하였다. 특히, 3차의 경우  $\mu=0.3$  이상일 경우 발산하게 된다.

그리고 4와 5는 정현파 입력 방식을 이용한 결과로서, (a)와 (b)는 각각 두 정현파들의 주파수를 가변시키며 합과 차 주파수에서 응답을 측정하여 계산된

표 1. 해석적 방법으로 구한 전체 채널의 Volterra kernel 값  
Table 1. Values of Volterra kernels of the entire channel, which are calculated by analytic approach

	Kernel	Value	Kernel	Value	Kernel	Value
1차	$h_{(0)}^{(1)}$	0.165649	$h_{(1)}^{(1)}$	0.995523	$h_{(4)}^{(1)}$	0.165649
	$h_{(1)}^{(1)}$	0.663410	$h_{(3)}^{(1)}$	0.663410		
	$h_{(0,0)}^{(2)}$	0.006742	$h_{(1,2)}^{(2)}$	0.081068	$h_{(2,4)}^{(2)}$	0.013483
2차	$h_{(0,1)}^{(2)}$	0.027001	$h_{(1,3)}^{(2)}$	0.027000	$h_{(3,3)}^{(2)}$	0.040534
	$h_{(0,2)}^{(2)}$	0.013483	$h_{(2,2)}^{(2)}$	0.067618	$h_{(3,4)}^{(2)}$	0.027001
	$h_{(1,1)}^{(2)}$	0.040534	$h_{(2,3)}^{(2)}$	0.081068	$h_{(4,4)}^{(2)}$	0.006742
3차	$h_{(0,0,0)}^{(3)}$	0.000274	$h_{(1,1,3)}^{(3)}$	0.001648	$h_{(2,3,4)}^{(3)}$	0.003297
	$h_{(0,0,1)}^{(3)}$	0.001648	$h_{(1,2,2)}^{(3)}$	0.008258	$h_{(2,4,4)}^{(3)}$	0.000823
	$h_{(0,0,2)}^{(3)}$	0.000823	$h_{(1,2,3)}^{(3)}$	0.006602	$h_{(3,3,3)}^{(3)}$	0.002753
	$h_{(0,1,1)}^{(3)}$	0.003301	$h_{(1,3,3)}^{(3)}$	0.001648	$h_{(3,3,4)}^{(3)}$	0.003301
	$h_{(0,1,2)}^{(3)}$	0.003297	$h_{(2,2,2)}^{(3)}$	0.004961	$h_{(3,4,4)}^{(3)}$	0.001648
	$h_{(0,2,2)}^{(3)}$	0.000823	$h_{(2,2,3)}^{(3)}$	0.008258	$h_{(4,4,4)}^{(3)}$	0.000274
	$h_{(1,1,1)}^{(3)}$	0.002753	$h_{(2,2,4)}^{(3)}$	0.000823		
	$h_{(1,1,2)}^{(3)}$	0.006602	$h_{(2,3,3)}^{(3)}$	0.006602		

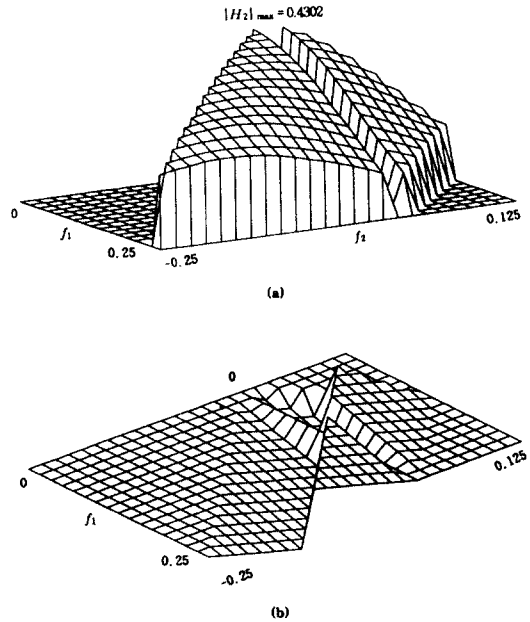


그림 4. Sine파 입력 방식에 의해 추정된 2차 비선형 전달 함수  $H_2(f_1, f_2)$ 의 크기와 위상  
(a) 크기 (b) 위상

Fig 4. Amplitude and phase of quadratic transfer function  $H_2(f_1, f_2)$  estimated by two-tone input method  
(a) amplitude (b) phase

2차와 3차에 대한 전달 함수  $H_2(f_1, f_2)$ 와  $H_3(f_1, f_2, f_2)$ 의 크기와 위상을 나타낸 것으로  $H_2(f_1, f_2)$ 와  $H_3(f_1, f_2, f_2)$ 의 대칭성을 고려하여 좌표 상에 합과 차 주파수에 해당하는 삼각 영역만을 도시하였다. 그림 4와 5의 오른쪽 부분에 해당하는  $f_1 \geq 0, f_2 \geq 0, f_1 \geq f_2$ 인 삼각 영역의 값들은 2차, 3차의 합 주파수에서의 왜곡을 각각 나타내는 반면, 그림 4와 5의 왼쪽 부분에 해당하는 차 주파수의 경우, 2차에 대해서는  $f_1 \geq 0, f_2 \leq 0, f_1 \geq |f_2|$ 이고 3차에 대해서는  $f_1 \geq 0, f_2 \leq 0, f_1 \geq |2f_2|$ 인 삼각 영역이 왜곡을 나타낸다. 특히, 합주파수 성분 중 45°선 상의 값들은 고조파 왜곡에 해당하고 다른 부분은 상호변조 왜곡에 해당된다. 두 영역 사이의 계곡 부분은 직류 성분과 상호 작용되는 정현파에 기인한 왜곡에 해당하는데 이는 본문에서 계산되지 않고 0을 할당하기 때문에 존재하게 된다. 특히, 3차에 있어서 앞서 언급한 바 있는 주파수 성분중 degenerate 항에 해당하는 부분은 정현

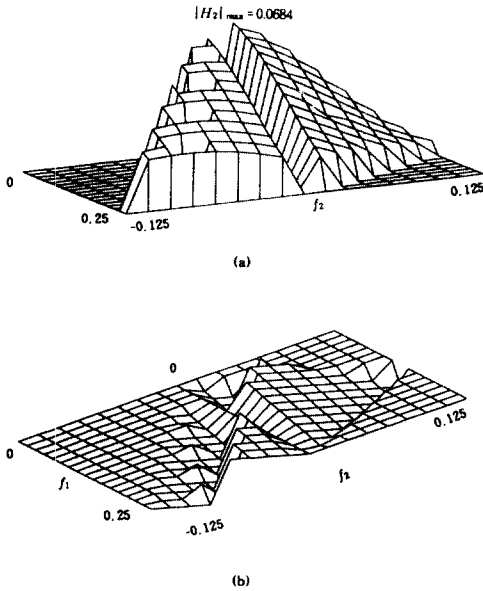


그림 5. Sine파 입력 방식에 의해 추정된 3차 비선형 전달 함수  $H_3(f_1, f_2, f_2)$ 의 크기와 위상  
(a) 크기 (b) 위상  
Fig 5. Amplitude and phase of cubic transfer function  $H_3(f_1, f_2, f_2)$  estimated by two-tone input method  
(a) amplitude (b) phase

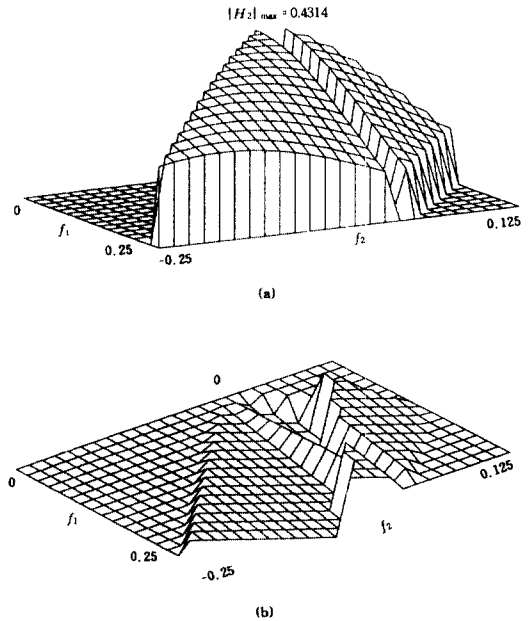


그림 6. 제안된 랜덤 입력 방식에 의해 추정된 2차 비선형 전달 함수  $H_2(f_1, f_2)$ 의 크기와 위상  
(a) 크기 (b) 위상  
Fig 6. Amplitude and phase of quadratic transfer function  $H_2(f_1, f_2)$  estimated by the proposed random input method  
(a) amplitude (b) phase

파 입력을 사용할 경우 이 주파수에서의 3차 상호변조 왜곡과 구별이 불가능하므로 0을 할당하였다.

그림 6과 7은 본 논문에서 제안된 방식인 랜덤 입력 방식에 의한 모의 실험 결과를 보인다. 즉, 시간 영역에서 추정된 kernel 값으로부터 비선형 전달 함수는 식(13), (14), (15)에 의해 구하였으며 이의 크기와 위상을 나타낸다. 그림 6과 7의 결과를 그림 4와 5의 결과와 비교해 보면 2차 경우에는 각각의 방법에 의해 비슷한 2차 비선형 전달 함수의 크기 응답을 구할 수 있으나 3차 경우에는 약간 차이가 나타남을 알 수 있다. 즉, 랜덤 입력 방식의 경우에는 degenerate 항의 영향을 받지 않고 모든 합과 차 주파수에서 비선형 전달 함수의 크기를 구할 수 있으나 정현파 방식의 경우에는 앞 절에서 언급한 바와 같이 degenerate 항이 발생하는 주파수에서 왜곡 측정이 불가능하다. 또한 주파수 영역에서 직접 비선형 전달 함수를 추정하는 방식<sup>(4)</sup>과 비교해 보면 본 논문의 방식이 적은 데이터 수로 좀 더 정확하게 비선형 전달

함수를 추정할 수 있음을 알 수 있다. 또한 정확도의 관점에서 볼 때 랜덤 입력 방식은 적응 알고리즘의 계수 추정시 발생된 약간의 수치적인 차이를 제외하고는 정현파 입력 방식의 결과와 비슷한 성능을 보임을 확인할 수 있다.

### V. 결 론

본 논문에서는 디지털 통신 시스템에서 비선형 왜곡을 온라인으로 추정하기 위한 새로운 방식인 디지털 랜덤 신호를 이용한 추정 기법에 대하여 살펴 보았다. 모의 실험 결과를 통하여 본 논문에서 제안된 방식이 적응 알고리즘의 계수 추정시 발생하는 약간의 수치적 차이를 제외하고 정현파 입력을 이용하는 방식과 비슷한 성능을 보임을 알 수 있다. 또한 3차에 대해서는 정현파 입력 방식과 비교하여 degenerate 항 발생과 같은 문제점을 없앨 수 있고 주파수 변화

參 考 文 獻

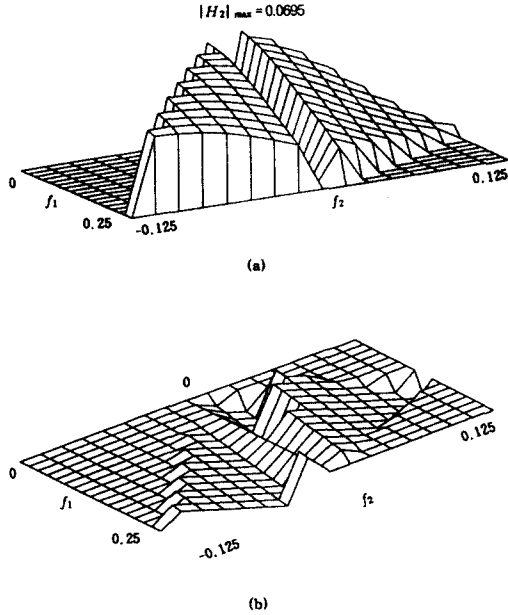


그림 7. 제안된 랜덤 입력 방식에 의해 추정된 3차 비선형 전달 함수  $H_3(f_1, f_2, f_2)$ 의 크기와 위상  
(a) 크기 (b) 위상

Fig 7. Amplitude and phase of cubic transfer function  $H_3(f_1, f_2, f_2)$  estimated by the proposed random input method  
(a) amplitude (b) phase

에 의한 반복 실험이 필요치 않다는 장점이 있다. 다른 랜덤 입력 방식인 주파수 영역상의 고차 스펙트럼을 사용하는 방식에 비해 시간 영역에서 kernel 값을 추정하여 주파수 영역값을 계산하는 제안된 방식은 비교적 적은 데이터 수로 좀 더 나은 성능을 얻을 수 있었다. 또한 제안된 방식은 적용력을 갖기 때문에 전화 선로와 같은 디지털 통신 시스템의 비선형 왜곡을 온라인으로 추정하는데 이용될 수 있다.

1. F. F. Mazda, *Electronic Instruments and Measurement Techniques*, Cambridge : Cambridge University Press, 1987.
2. A. J. M. Kaizer, "Modeling of the nonlinear response of an electro-dynamic loudspeaker by a Volterra series expansion," *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 35, No. 6, pp. 421-433, Jun. 1987.
3. C. L. Nikias and M. R. Raghuveer, "Bispectrum Estimation : A Digital Signal Processing Framework," *Proc. IEEE*, Vol. 75, No. 7, pp. 869-891, Jul. 1987.
4. Y. S. Cho, S. B. Kim, E. L. Hixson, and E. J. Powers, "A Digital Technique to Estimate Second-Order Distortion Using Higher Order Coherence Spectra," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 40, No. 5, pp. 1029-1040, May 1992.
5. D. D. Weiner and J. E. Spina, *Sinusoidal analysis and modeling of weakly nonlinear circuits*, New York : Van Nostrand Reinhold Co., 1980.
6. E. Biglieri, A. Gersho, R. D. Gitlin, and T. L. Lim, "Adaptive Cancellation of Nonlinear Intersymbol Interference for Voiceband Data Transmission," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. SAC-2, No. 5, pp. 765-777, Sep. 1984.
7. S. Y. Mao and P. X. Lin, "A Test of Nonlinear Autoregressive Models," *Int'l Conf. on Acoust., Speech, Signal Processing*, pp. 2276-2279, New York, Apr. 1988.
8. B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1985.
9. J. G. Proakis, *Digital Communications*, New York, McGraw-Hill Book Company, 1989.





孫 周 信(Joo Sin Son) 準會員

1993年 2月:中央大學校 電子工學  
科 卒業(工學士)

1993年 3月~現在:中央大學校 電  
子工學科 大學院 碩士  
課程

※주관심분야:디지털 통신 및 신호  
처리, Digital Mag-  
netic Storage Ch-  
annel



趙 鏞 洙(Yong Soo Cho) 正會員

1984年 2月:中央大學校 電子工學  
科 卒業(工學士)

1987年 8月:延世大學校 電子工學  
科 大學院 卒業(工學  
碩士)

1991年 5月:The University of Tex-  
as at Austin, Depart-  
ment of Electrical  
and Computer En-  
gineering(ph.D)

1992年 3月~現在:中央大學校 電子工學科 助教授