

抵抗띠의 양 끝에서 0으로 變하는 抵抗率을
갖는 週期格子에 의한 E-分極 反射係數

正會員 尹 義 重* 正會員 梁 承 仁**

E-Polarized Reflection Coefficient by a
Tapered Resistive Strip Grating with
Zero Resistivity at Strip-Edges

Uei Joong Yoon*, Seung In Yang** *Regular Members*

要 約

저항띠의 양끝에서 0 [Ω/square]으로 변하는 저항율을 가진 저항띠의 격자구조에 비스듬히 입사하는 E-분극 평면파에 의한 전자파 산란문제를 파수영역에서 모멘트 법을 이용하여 해석하였다. 이때 저항띠에 유도되는 전류밀도는 2종 Chebyshev 다항식의 급수로 전개하였다. 전개계수들은 파수영역에서 수치계산하였고, 본 논문에서의 변하는 저항율을 갖는 경우와 기존의 균일 저항율을 갖는 경우에 대해 기하광학적 반사계수의 수치계산 결과를 비교하였다. 그리고 기하광학적 반사계수의 크기에서 급변점들이 위치는 입사각과 스트립 주기를 변화시킴으로써 이동시킬 수 있었다. 이러한 급변점들은 전파모드와 감쇠모드 사이서 고차모드가 천이될 때 발생함을 알 수 있었다.

Abstract

The scattering problem by E-polarized plane wave with oblique incidence on a tapered resistive strip grating with zero resistivity(perfectly conducting) at strip-edges is analyzed by the method of moments in the spectral domain. Then the induced surface current density on the strip is expanded in a series of Chebyshev polynomials of the second kind. The expansion coefficients are calculated numerically in the spectral domain, the numerical results of the geometric-optical reflection coefficient for the tapered resistivity in this paper are compared with those for the existing uniform resistivity. And the position of sharp variation points in the magnitude of the geometric-optical reflection coefficient can be moved by varying the incident angle and the strip spacing. It is found out that these sparp variation points are due to the transition of higher mode between the propagation mode and the evanescent mode.

*京畿專門大學 電子通信科
Dept. of Elec. Comm., Kyungki Jr. College
**崇實大學校 電子工學科
Dept. of Elec. Eng., Soongsil University
論文番號: 94 - 32

I. 序 論

저항 경계조건(resistive boundary condition)은 얇고 손실있는 유전체에 연관된 경계문제를 쉽게 하기 위해 고찰되었으며, Harrington과 Mautz에 의해 그러한 매질에 대해서는 좋은 모델임이 입증되었다⁽¹⁾. 저항매질의 예로서는 미사일날개에 레이더 산란단면을 줄이기 위해 사용되는 손실있는 매질로부터 눈송이 나 담배연기까지 들 수 있다.

저항판을 사용한 기본 문제로서 반평면에 의한 산란으로는 균일한 저항율을 갖는 경우⁽²⁾, 저항띠의 저항율이 변하는 저항율을 갖는 경우^(3,4), 단일 저항띠가 변하는 저항율을 갖는 경우⁽⁵⁾가 연구되었고, 주기적인 가능띠에 산란으로는 완전도체가 주기적으로 배열되어 있는 경우^(6,7)와 균일한 저항율을 갖는 경우⁽⁸⁾ 등이 연구되었다.

본 논문에서는 3 차원 좌표계에서 한 방향으로만 전자파의 양이 변화가 없다는 가정하에서 저항띠의 경계조건을 고려한 2 차원 전자파 문제에 대해 좌수 영역에서 모멘트 법을 이용하여 수치계산하였다. 그리고 무한한 길이와 미소 두께를 가지는 저항띠의 저항율이 변하는 저항율을 가지는 경우 주기적인 저항띠의 주기격자에 E-분극 평면파가 비스듬히 입사된다. 그리고 본 논문에서의 변하는 저항율은 저항띠 양 끝에서 저항율이 0 [Ω/square]이 되는 경우를 취급하였으며, 저항띠에 유도되는 전류밀도는 직교 다항식의 일종인 2종 Chebyshev 다항식(Chebyshev polynomials of the second kind)⁽⁹⁾의 함수로 전개하였다. 몇 가지 수치계산 결과로서 저항띠에 유도되는 전류밀도 및 변하는 저항율을 가지는 경우와 균일한 저항율을 갖는 경우에 대해 $n=0$ 인 기하광학적 반사계수를 비교하였으며, 기하광학적 반사계수의急變點(sharp variation points)과 관련된 $n \neq 0$ 인 고차모드(higher mode)에 대해 고찰하였다. 그리고 수치계산시 입사전계의 진폭은 1로 하였으며, 시간함수는 $e^{j\omega t}$ 로 가정하고 앞으로 모든 식에서 생략한다.

II. 波數領域에서의 모멘트法 適用

문제의 구조는 그림 1과 같이 무한개의 저항띠가 y 축상에 규칙적으로 배열되어 있다고 하자. 이 때 $x-y$ 평면상에 폭 a 이고, y 방향에 따라 변하는 저항율을 갖는 저항띠가 주기 b 로 분포되어 있으며 입사각 ϕ 를 갖는 E-분극 평면파가 비스듬히 입사한다. 그리고 지

향띠에 유도되는 전기전류는 x 방향의 성분만을 가지므로 이를 $J_x(y)$ 라고 하면 저항띠가 매우 얇은 경우 다음과 같은 저항 경계조건을 만족해야 한다^(4,5).

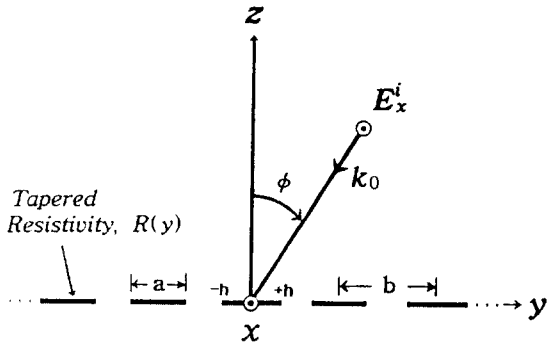


그림 1. 저항띠 주기격자에 비스듬히 입사되는 E-분극 평면파

Fig. 1. E-polarized plane wave with oblique incidence on a tapered resistive strip grating

$$E_x^i = R(y) J_x(y) \tag{1}$$

식 (1)에서 윗 첨자 i 가 붙은 것은 저항띠 표면에서의 전체전계를 나타내며, $R(y)$ 는 저항띠의 저항율이다. 본 논문에서의 변하는 저항율은 다음과 같은 경우를 취급하였다.

$$R(y) = \eta \sqrt{1 - (y/h)^2} P_n(-h, h) \tag{2}$$

식 (2)에서 η 는 임의의 상수이며 h 는 스트립 폭의 반축, $h = a/2$ 이다. 또한

$$P_n(-h, h) = \begin{cases} 1, & -h \leq y \leq h \\ 0, & \text{그 외에서} \end{cases} \tag{3}$$

이며, 전체전계는 다음과 같이 나누어 쓸 수 있다.

$$E_x^i = E_x^t + E_x^s \tag{4}$$

여기서 첨자 t 는 입사, s 는 산란을 의미하여 그림 1과 같은 구조에 비스듬히 입사하는 전계는 다음과 같다.

$$E_x^i = E_0 \exp(jk_0 y \sin \phi + jk_0 z \cos \phi) \tag{5}$$

식 (5)에서 ϕ 는 입사각을 표시하며 $k_0 = \sqrt{\mu\epsilon}$ 이고 μ 와 ϵ 은 매질의 투자율 및 유전율이다. 이때 산란전계는 저항띠에 유도되는 전기전류에 의해 발생하는 것으로 다음과 같은 적분식으로 주어진다^(8,9).

$$E_x^s(y) = -\frac{k_0^2}{4\omega\epsilon} \int_{-h}^h J_x(y') H_0^{(2)}(k_0|y-y'|) dy' \quad (6)$$

여기서 $H_0^{(2)}(k_0|y-y'|)$ 는 영차 2종 Hankel 함수 (the second kind Hankel function of zeroth order)를 의미하여 y' 는 전원점(source point), y 는 관측점(observation point)을 의미한다. 스트립상의 전류밀도 $J_x(y)$ 의 프리에 변환을 $\tilde{J}_x(\beta)$ 라고 하면 식 (6)의 양변을 y 에 대해 프리에 변환(Fourier Transform)하여 다음 식을 구할 수 있다.

$$\tilde{E}_x^s(\beta) = -\frac{k_0^2}{2\omega\epsilon(k_0^2 - \beta^2)^{1/2}} \tilde{J}_x(\beta) \quad (7)$$

식 (7)에서 주기적인 구조에 대한 산란전계는 β 를 Floquet mode(또는, n 번째 공간고조파의 위상정수)에 대응하는 값들로 표시될 수 있으며 이를 β_n 이라고 하면 다음과 같다⁽⁹⁾.

$$\beta_n = k_0 \sin \phi + \frac{2\pi n}{b} \quad (8)$$

따라서 식 (8)의 β_n 을 식 (7)의 β 에 대입한 후 이를 프리에 역변환(Inverse Fourier Transform)하면 산란전계는 다음과 같다.

$$E_x^s(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\tilde{E}_x^s(\beta_n)] e^{j\beta_n y} \quad (9)$$

그리고 식 (5)와 식 (9)를 식 (4)의 우변에 대입하고 식 (1)을 식 (4)의 좌변에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$R(y) J_x(y) + \frac{k_0^2}{2\omega\epsilon} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{J}_x(\beta_n)}{(k_0^2 - \beta_n^2)^{1/2}} e^{j\beta_n y} = E_x^i(y)$$

$$\begin{cases} -h + mb \leq y \leq h + mb, & m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty \\ 0, & \text{그 외에서} \end{cases} \quad (10)$$

그리고 전기전류 $J_x(y)$ 를 임의의 기저함수 $f_p(y)$ 의 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$J_x(y) = \sum_{p=0}^{\infty} c_p f_p(y) \quad (11)$$

여기서 c_p 는 미지의 계수이며, 본 논문에서 $f_p(y)$ 는 다음과 같이 놓았다.

$$f_p(y) = U_p(y/h) P_y(-h, h) \quad (12)$$

여기서 $U_p(y/h)$ 는 2종 Chebyshev 다항식을 의미하며⁽¹²⁾, 이를 사용한 이유는 뒤에 나오는 식 (15)가 closed form으로 구할 수 있기 때문이다. 그리고 두 함수 F 와 G 의 내적(inner product)은 다음과 같이 정의한다⁽¹³⁾.

$$\langle F, G \rangle = \int_{-h}^h F^* \cdot G dy \quad (13)$$

여기서 "*"표시는 공액복소(complex conjugate)를 의미한다. 그리고 식 (2)와 식 (11)를 식 (10)에 대입하고, 시험함수(또는, 기저함수)를 기저함수와 동일한 함수로 하여 식 (10)과의 내적을 수행하면 미지의 계수를 포함한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^{\infty} c_p \left[Z_{ip} + \frac{bk_0^2}{2\omega\epsilon} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_p(\beta_n) \tilde{f}_i^*(\beta_n) \frac{1}{(k_0^2 - \beta_n^2)^{1/2}} \right] \\ = b \tilde{f}_i^*(\beta^{inc}), \quad i=0, 1, 2, \dots, \infty \end{aligned} \quad (14)$$

그리고 식 (14)의 각 항에 대한 적분식을 보면 다음과 같다.

$$Z_{ip} = \int_{-h}^h R(y) U_i(y/h) U_p(y/h) dy \quad (15)$$

$$\tilde{f}_p(\beta_n) = \frac{1}{b} \int_{-h}^h U_p(y/h) e^{-j\beta_n y} dy \quad (16)$$

$$\tilde{f}_i^*(\beta_n) = \frac{1}{b} \int_{-h}^h U_i(y/h) e^{j\beta_n y} dy \quad (17)$$

$$\tilde{f}_i^*(\beta^{inc}) = \frac{1}{b} \int_{-h}^h U_i(y/h) e^{j\beta^{inc} y} dy \quad (18)$$

그리고 $n \neq 0$ 인 고차 모드의 반사계수(reflection coefficient) Γ_n 은 식 (9)로부터 구할 수 있으며, $n = 0$ 일 때의 기하광학적 반사계수 Γ 는 다음과 같다.

$$\Gamma_n = -\frac{k_0^2}{2\omega\epsilon} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{c_p \tilde{f}_p(\beta_n)}{(k_0^2 - \beta_n^2)^{1/2}} \quad (19)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 \quad (20)$$

III. 計算結果 및 檢討

저항띠에 유도되는 전류밀도와 반사계수를 구하기 위해서는 식 (15)에서부터 식 (18)까지의 적분식을 해결해야 하는데 식 (15)는 close form을 이용하여 해결이 가능하나⁽¹¹⁾ 식 (16)에서 식 (18)까지의 적분식은 closed form이 없으므로 확장된 심프슨 공식(Extended Simpson's rule)을 이용하여 수치적분하였다⁽¹²⁾. 따라서 식 (14)에서 미지의 계수 c_p 를 구하면 식 (11)에 대입하여 저항띠에 유도되는 전류밀도 $J_x(y)$ 를 구하고, 식 (19)와 식 (20)에 대입하여 반사계수를 구한다. 그리고 편리상 전류밀도 $J_x(y)$ 를 J 로 표시했으며, 수치계산시 입사전계의 진폭 $E_0 = 1$ 로 하였다.

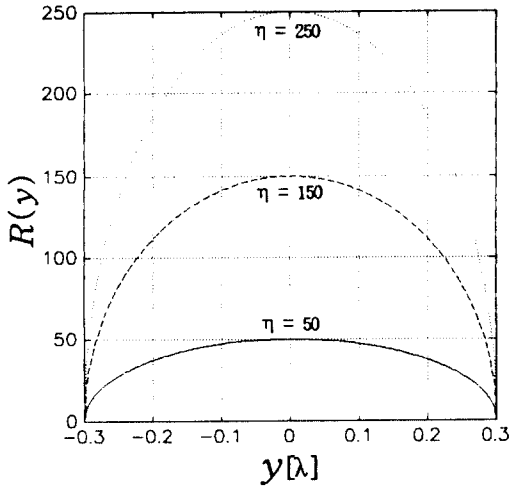


그림 2. 저항띠의 변하는 저항율
($h = 0.3, -h \leq y \leq h$)

Fig 2. The tapered resistivity of the resistive strips
($h = 0.3, -h \leq y \leq h$)

저항띠 위에서 변하는 저항율이 식 (2)와 같은 형태를 가질 때 상수 $\eta = 50, 150, 250$ 인 경우에 대해 변하는 저항율을 그림 2에 나타내었으며, 특별한 경우로 $\eta = 0$ 인 완전도체의 경우는 이미 언급된 바 있다^(6,7).

그림 3은 수직입사시 $h = 0.3[\lambda], a = 2h, b = 1.8a$ 인 경우에 중앙에 있는 저항띠에 유도되는 전류밀도를 수치계산 결과로서 실선은 $\eta = 50$, 끊어진 실선은 $\eta = 150$ 그리고 점선은 $\eta = 250$ 일 때의 전류밀도의 크

기이며, 저항띠 양 끝에서는 저항율이 $0[\Omega/\text{square}]$ (완전도체)인 경우이므로 전류밀도가 현저히 증가하였으며, 물론 좌우 대칭이었다.

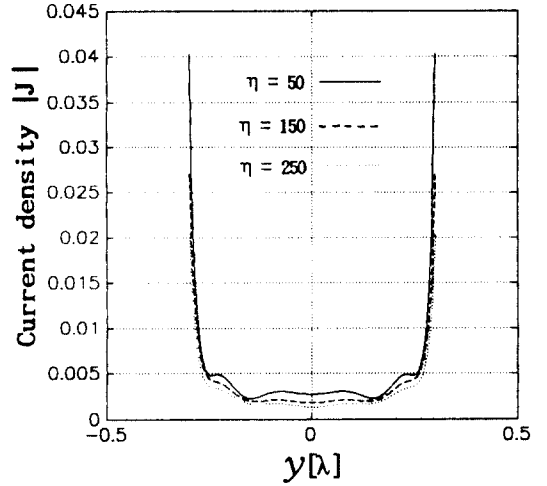


그림 3. 수직입사시 전류밀도의 크기, $|J|$
($h = 0.3[\lambda], a = 2h, b = 1.8a$)

Fig 3. The magnitude of current density, $|J|$ for normal incidence
($h = 0.3[\lambda], a = 2h, b = 1.8a$)
(양수: 전파모드, 음수: 감쇠모드)

그림 4는 입사각이 30도, $a/b = 0.25$ 일 때 상수 $\eta = 50, 150, 250$ 그리고 균일 저항율 $R_0 = 250[\Omega/\text{square}]$ 인 경우 스트립 길이 b 를 0에서 2 파장까지 증가시켰을 때의 기하광학적 반사계수 및 고차모드의 반사계수를 비교하였다. 그리고 전파모드(propagation mode) 및 감쇠모드(evanescent mode)를 명확히 구분하기 위해 전파모드는 양수, 감쇠모드는 음수로 구분하여 표시하였으며, 기하광학적 반사계수의 급변점의 위치는 $b = 0.67[\lambda]$ 와 $b = 1.34[\lambda]$ 부근에서 $n = -1$ 과 -2 의 고차모드가 감쇠모드에서 전파모드로 전환(transition)될 때 발생하였으며, 그 외의 고차모드는 급변점에 그다지 영향을 주지 않았다. 이러한 급변점은 입사각과 주기를 변화시켜서 이동시킬 수 있었으며, 실선은 $\eta = 50$ 인 경우, 끊어진 실선은 $\eta = 150$, 점선은 $\eta = 250$ 그리고 일점쇄선은 균일 저항율 $R_0 = 250[\Omega/\text{square}]$ 인 경우의 반사계수로서 균일 저항율의 경우가 $\eta = 250$ 인 경우보다 전체적인 저항율이 큰

경우이므로 반사계수가 작게 나타남을 알 수 있으며, 그림 5는 입사각이 60도인 경우의 기하광학적 반사계수를 나타내었다.

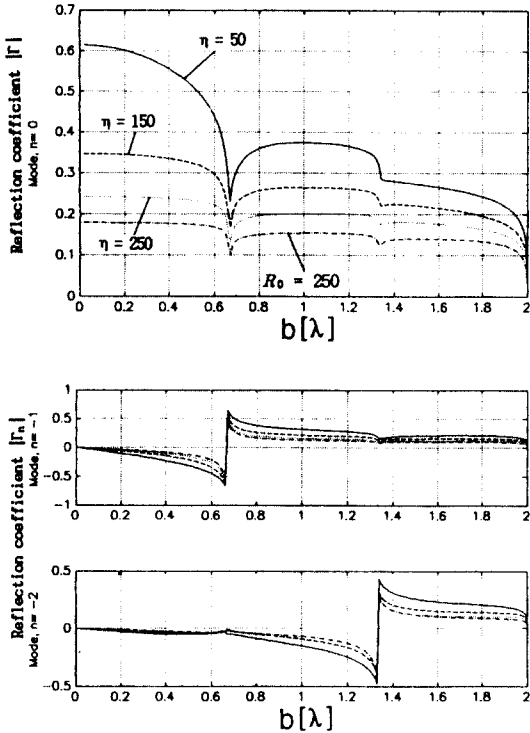


그림 4. 모드 $n=0, -1$ 및 -2 에서의 반사계수 ($\phi=30^\circ, a/b=0.25, \eta=50, 150, 250$ 및 $R_0=250$ [Ω/square])
 Fig 4. The reflection coefficient for mode $n=0, -1, \text{ and } -2$ ($\phi=30^\circ, a/b=0.25, \eta=50, 150, 250$ and $R_0=250$ [Ω/square])
 (Positive : Propagation Mode, Negative : Evanescent Mode.)

그림 6은 $h=0.3[\lambda], a=2h$ 및 $b=1.6[\lambda]$ 일 때 입사각에 따른 기하광학적 반사계수로서 실선은 $\eta=50$, 끊어진 실선은 $\eta=150$, 점선은 $\eta=250$ 그리고 일 점쇄선은 균일 저항을 $R_0=250$ [Ω/square]인 경우로서 가장 큰 급변점이 23도 부근에서 발생하는데 이러한 현상은 그림 4에서 언급한 바와 마찬가지로 고차모드가 모드 전환될 때 발생한다.

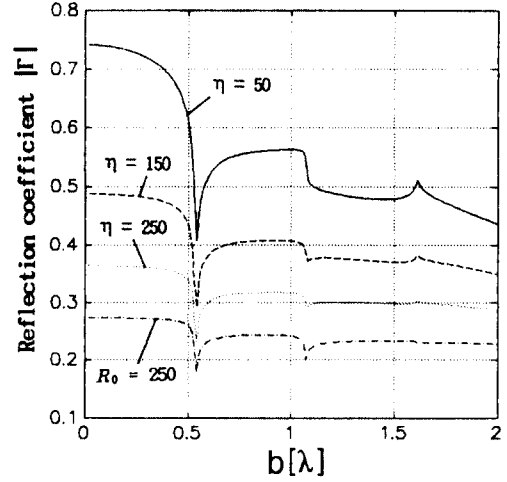


그림 5. 입사각 60도에서의 반사계수의 크기 ($a/b=0.25, \eta=50, 150, 250$ 및 $R_0=250$ [Ω/square])
 Fig 5. The magnitude of reflection coefficient for incident angle 60° ($a/b=0.25, \eta=50, 150, 250$ and $R_0=250$ [Ω/square])

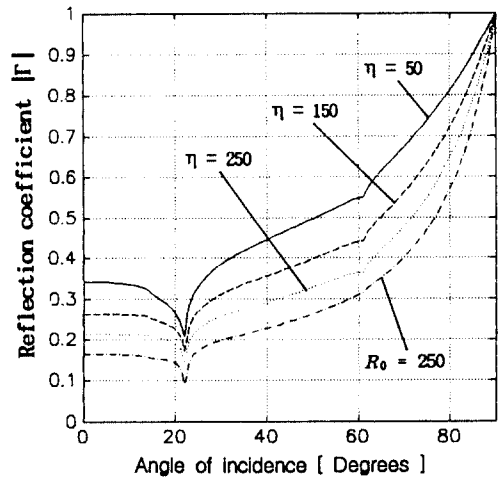


그림 6. 입사각에 따른 반사계수 ($h=0.3[\lambda], a=2h, b=1.6[\lambda]$)
 Fig 6. The reflection coefficient of the angles of incidence ($h=0.3[\lambda], a=2h, b=1.6[\lambda]$)

IV. 結 論

변하는 저항율을 갖는 저항띠의 주기격자에 의한 전자파 산란문제를 취급함에 있어 E-분극 평면파가 가장자리에 나란하게 입사할 때 파수영역에서 모멘트 법을 이용하여 수치계산하였다. 본 논문에서의 변하는 저항율은 저항띠 양 끝에서 0 [Ω/square] (완전도체)가 되며, 이때 유도되는 전류밀도는 2종 Chebyshev 다항식의 급수로 전개하였다. 수치계산 결과로 수직입사시 저항띠의 양 끝에서 저항율이 0 [Ω/square]인 경우가 되므로 유도되는 전류밀도는 저항띠의 양 끝에서 현저히 증가하였으며 또한 좌우 대칭이었다. 기하광학적 반사계수는 $\eta = 250$ 인 변하는 저항율과 균일 저항율 $R_0 = 250$ [Ω/square]인 경우를 비교했을 때 균일 저항율의 경우가 q분 논문에서의 변하는 경우보다 전체적인 저항율이 큰 경우이므로 반사계수가 작아짐을 알 수 있었다. 또한 기하광학적 반사계수의 급변점은 $n \neq 0$ 인 고차모드가 전파모드에서 감쇠모드로 또는 감쇠모드에서 전파모드로 전환될 때 발생하였으며 이러한 급변점의 위치는 입사각 및 주기를 변화시킴으로써 이동시킬 수 있었다. 저항띠의 저항율이 좌에서 우로, 우에서 좌로 변할 때 적용이 가능할 것으로 기대되며 다음 기회에 발표하고 한다.

參 考 文 獻

1. R. F. Harrington and J. R. Mautz, "An impedances sheet approximation for thin dielectric shells," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-23, pp. 513-534, 1975.
2. T. B. A. Senior, "Half plane edge diffraction," *Radio Science*, vol. 100, no. 6, pp. 645-650, 1975.
3. T. B. A. Senior and S. I. Yang, "Scattering by a linearly tapered resistive half plane," *National Radio Science Meeting*, Boston, pp. 38, 1984.
4. T. B. A. Senior and V. V. Liepa, "Backscattering from Tapered Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-32, pp. 747-751, pp. 747-751, July 1984.

5. R. L. Haupt and V. V. Liepa, "Synthesis of Tapered Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-35, pp. 1217-1225, Nov. 1987.
6. J. H. Richmond, "On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, Nov. 1980.
7. 尹義重, 梁承仁, "스트립 회절격자에 의한 E-분극 산란," *大韓電子工學會, 秋季綜合學術大會論文集*, 第15卷 第2集, pp. 99-102, 1992年 11月.
8. R. C. Hall and R. Mittra, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, Sept. 1985.
9. R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of Multilayered Periodic Structure Using Generalized Scattering Matrix Theory," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-36, pp.511-517, Apr.1988.
10. 尹義重, 梁承仁, "抵抗板 스트립 회절격자에 의한 E-분극 산란," *大韓電子工學會論文集*, 第30卷 A 권 第4集, pp. 20-27, 1993年 4月.
11. 尹義重, 梁承仁, "抵抗板 스트립 회절격자의 E-분극 反射係數," *大韓電子工學會, 春季 마이크로波及 電波傳播研究會 學術發表會 論文集*, 第16卷 第1集, pp. 114-117, 1993年 5月.
12. M Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical functions*, Dover, New York, 1972.
13. R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan Co., New York, 1968.
14. I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980.



尹 義 重(Uei Joong Yoon) 正會員

1958年 7月 7日生

1988年 3月 ~ 1991年 2月 : 송실대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료

1990年 3月 ~ 1992年 8月 : 송실대학교 전자공학과 강사

1990年 3月 ~ 1992年 2月 : 한국항공대학교 통신정보공학과 강사

1993年 8月 : 송실대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1992年 3月 ~ 현재 : 경기전문대학 전자통신과 전임강사

※주관심분야: 전자파 산란의 수치해석, 안테나, 필터 설계, 마이크로파 회로 등임



梁 承 仁(Seung In Yang) 正會員

1952年 1月 18日生

1974年 2月 : 서울대학교 전기공학과 졸업(공학사)

1976年 2月 : 한국과학원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사)

1987年 8月 : 한국과학원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사)

1976年 ~ 1978年 : 금성통신(주)

1978年 ~ 현재 : 송실대학교 전자공학과 교수

1983年 ~ 1984年 : University of Michigan, Ann Arbor, Radiation Lab. 방문연구원

1990年 ~ 현재 : 한국통신기술협회 CCIR 제9연구위원회 의장

1991年 ~ 1992年 : University of Colorado, Boulder, MI-MICAD CENTER 객원교수

※주관심분야: 파동의 전파 및 산란, 안테나, EMI, 마이크로파 회로 등임