論 文

BOR구조 완전도체의 해석

正會員 李 直 烈* 正會員 鄭 求 哲**

Analysis of Perfectly Conducting Body of Revolution

Jick-Yeul Lee*, Goo-Cheol Jeong** *Regular Members*

要 約

전자장 해석을 위한 많은 수식들이 전계형 적분방정식으로 수식화되어 여러가지 수치적인 방법으로 해석되어진다. 일반적으로 이 식은 특이점을 갖는 Kernel로 표현되어지며, 주어진 문제에 따라 식이 간략화 되어지지 않으면 해석시 수식과 프로그램이 복잡하여진다. 본 논문에서는 BOR구조의 도체에 적용할 수 있는 새로운 적분방정식을 유도하였으며, 이 식은 직선형 wire도체의 경우에 더욱 간략화 되어진다. 동축선로로 급전되어지는 monopole안테나와 임의의 각도로 입사하는 평면파에 의한 도체의 산란문제를 응용예로서 다루었다.

ABSTRACT

EFIE's(Electric Field Integral Equations) are widely used in formulation of electric field problems and these equations are analyzed by several numerical method.

In formulation of EFIE by forcing the tangential component of electric field on the perfect conducting body be zero, we can obtain equation with a kernel that has a logarithmic singularities. In this paper, an integral equation is presented which can be used for perfect BOR(Body of Revolution) objects and this can be more simplified for straight wire problem. As examples, monopole antenna which is driven by coaxial cable and scattering problems are considered.

I. 서 론

BOR(Body of Revolution) 구조의 도체는 주어진 문제를 해석이 용이한 형태로 모델링할 수 있는 장점을 가지므로, 안테나 및 산란등의 문제에서 널리 다루어져 왔다. 여러가지 해석방법 중에서도 도체표면의 접선방향의 전계성분이 영이라는 경계조건을 이용한 전계형 적분방정식(Electric Field Integral Equation)이 Moment법의 수치적인 방법으로 광범위하게 다루어져왔다.[1,2,3] 만일, 적분방정식을 해석이 용이한 식으로 표현할 수 있다면 여러가지 해석상의 장점을 가질 수 있을 것이다.

본 논문의 목적은 BOR구조 도체에 이용될 수 있는

*韓國技術教育大學 電子工學科
**韓國技術教育大學 情報通信工學科
論文番號 : 94-22

새로운 적분방정식을 유도하는 것으로서, 식을 유도하는 과정에서 Waterman[4]이 제시한 확장경계조건을 이용함으로서 특이점이 제거된 Kernel을 가진 적분방정식을 얻을 수 있었다.

Kernel이 간략화되는 반면 식의 적용범위는 대칭축으로부터 표면 까지의 거리가 a인 경우 $\beta a < 0.1$인 구조로 제약을 받게된다.[5] 1차원으로 단순화시켜 구한 적분방정식은 해석상의 편리함을 제공하며, 이 식을 wire 도체에 적용시키면 더욱 단순화된 식으로 변형되어진다.

얻어진 결과식은 표면의 1차 미분이 연속인 물체에 적용할 수 있다. 응용 예로서, 동축선로로 급전되어지는 monopole안테나와 임의의 각도로 입사하는 평면파에의한 산란문제를 해석하여 만족할 만한 결과를 얻었다.

Ⅱ. 적분방정식의 유도

입사전계와 완전도체 표면에 유기되는 전류밀도의 관계를 전계형 적분방정식(Electric Field Integral Equation)으로 표현하면

$$\bar{E}^i(r)|_t = j\frac{\eta}{4\pi k}\int_s ds'\{[J(r')\cdot\nabla']\nabla' G(r,r') + k^2 J(r')G(r,r')\}|_t \quad (1)$$

여기서, $\bar{E}^i(r)|_t$는 산란물체인 완전도체의 표면 S에 입사되는 전계의 접선성분이며, $k=2\pi/\lambda$, $\eta=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $G(r,r')$는 자유공간에 대한 아래의 Green 함수이다.

$$G(r,r') = \frac{\exp[jkR(r,r')]}{R(r,r')} \quad (2)$$

$$R(r,r') = [\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\phi-\phi')+(z-z')^2]^{1/2}$$

BOR구조 물체의 대칭축을 그림 1과 같이 원통좌표계의 z축으로 취하면 원통좌표계로서 쉽게 다루어질 수 있다. 또한, 문제해석을 단순화하기 위하여 ρ 및 z 변수를 선형조합한 t 변수를 생각한다. 이는 물체 표면상의 곡선길이를 나타내는 변수로서 주어진 물체의 구조에 의해 유일하게 결정되어지는 변수이다. 이를 이용함으로서 3차원 문제를 t 및 ϕ 변수의 2차원 문제로 단순화 시킬 수 있다.

표면에 유기되는 전류밀도를 다음과 같이 표현한다. $\hat{t}$와 $\hat{\phi}$는 각 방향의 단위 베터이다.

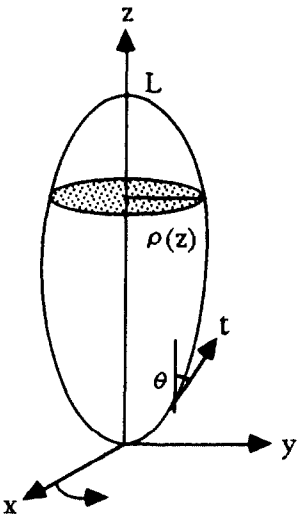

그림 1. BOR 구조와 좌표계
Fig. 1. Geometry and coordinate system of a BOR

$$J(r') = \hat{t}\,J_t(r') + \hat{\phi}\,J_\phi(r') \quad (3)$$

관측점을 z축으로 하여 식 (1)에 확장 경계조건 1을 적용하면

$$\bar{E}^i(r)|_{\rho=0} = j\frac{\eta}{4\pi k}\int_s ds'\{[J(r')\cdot\nabla']\nabla' K(r,r') + k^2 J(r')K(r,r')\}|_{\rho=0} \quad (4)$$

여기서,

$$K(r,r') = K(z,\rho',z') = \frac{\exp[-jk(\rho'^2+(z-z')^2]^{1/2}]}{[\rho'^2+(z-z')^2]^{1/2}} \quad (5)$$

해석대상인 물체가 BOR구조 이므로 식(4)의 벡터 미분을 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$[J(r')\cdot\nabla']\nabla' K(r,r') = \hat{\rho}\,J_t(r')\left\{\sin\theta(r')\frac{\partial^2 K(r,r')}{\partial\rho'^2}+\cos\theta(r')\frac{\partial^2 K(r,r')}{\partial z'\partial\rho'}\right\} + \hat{z}\,J_t(r')\left\{\sin\theta(r')\frac{\partial^2 K(r,r')}{\partial\rho'\partial z'}+\cos\theta(r')\frac{\partial^2 K(r,r')}{\partial z'^2}\right\} \quad (6)$$

여기서, $\theta(r')$는 물체 표면에서 t방향과 z축이 이루는 각을 나타낸 것이다.

입사전계가 z방향으로 선형편파 되었다면 식 (4)는 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$E_z^i(\rho=o)=j\frac{\eta}{4\pi k}\int_s ds'\{[J_t(r')\cos\theta(r')\left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2}+k^2+\tan\theta(r')\frac{\partial^2}{\partial\rho'\partial z'}\right]K(r,r')\} \quad (7)$$

한편, 횡단면상의 표면은 통하여 흐르는 전류량은 단면상 원주를 따라 $J_t(r')$를 적분하면 구할 수 있으며, 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$I_t(z')=\int_o^{2\pi} J_t(r')\,\rho'\,d\phi' \quad (8)$$

또한 식 (7)의 면적소는

$$ds'=\frac{\rho'}{\cos\theta(z')}\,d\phi'dz' \quad (9)$$

식 (8), (9)를 이용하여 식 (7)을 변형하면

$$E_z^i(\rho=o)=j\frac{\eta}{4\pi k}\int_o^L dz'\{I_T(z')\left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2}+k^2+\tan\theta(z')\frac{\partial^2}{\partial\rho'\partial z'}\right]K(r,r')\} \quad (10)$$

윗 식은 BOR구조 도체, 예를들면 산란체, 안테나 등의 물체와 입사전계와의 관계를 나타내는 식으로서, 이로 부터 여러가지 특성을 구할 수 있는 가장 기본적인 적분방정식이다. 또한 이는 3차원 물체를 1차원으로 해석할 수 있는 장점도 제공한다.

만일, 물체가 반경이 a인 원통형 직선물체라면 식 (10)은 다음식으로 바뀐다.

$$E_z^i(\rho=o)=j\frac{\eta}{4\pi k}\int_o^L dz'\{I_T(z')\left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2}+k^2\right]Ka(z,z')\} \quad (11)$$

$$Ka(z,z')=\frac{\exp[-jk(a^2+(z-z')^2]^{1/2}]}{[a^2+(z-z')^2]^{1/2}}$$

Ⅲ. 수치계산 및 결과

본 논문의 수치계산에서는 Moment법을 이용하였으며, 계산시 사용된 기저함수는 아래 식의 cubic B-spline 함수이다.

이 함수는 근사함수를 match point에서 2차 미분값 까지 원함수의 값과 일치시키는 특징을 가진다.[6]

$$B_i(s)=\frac{1}{h^3} \quad (12)$$

$$\begin{cases}(s-s_{i-2})^3 & s\in[s_{i-2},\ s_{i-1}]\\ h^3+3h^2(s-s_{i-1})+3h(s-s_{i-1})^2-3(s-s_{i-1})^3 & s\in[s_{i-1},\ s_i]\\ h^3+3h^2(s_{i+1}-s)+3h(s_{i+1}-s)^2-3(s_{i+1}-s)^3 & s\in[s_i,\ s_{i+1}]\\ (s_{i+2}-s)^3 & s\in[s_{i+1},\ s_{i+2}]\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

여기서, h는 등간격의 match point 사이의 거리이다. 뒤에서 다룰 문제들은 경계점에서 모두 Dirichlet 경계조건을 만족하므로 식 (12)의 기저함수를 식 (13)과 같이 선형조합하여 새로운 기저함수들로 이용하며 새로이 얻어진 기저함수를 그림으로 나타내면 그림 2와 같다. 여기서는 요소의 수를 8개로 가정하였다.

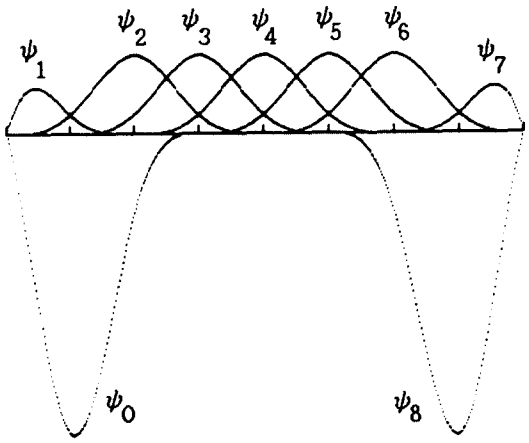

그림 2. Dirichlet 경계조건을 만족하는 Cubic B-Spline 기저함수

Fig. 2. Cubic B-Spline function satisfying Dirichlet boundary condition

$$\tilde{B}_0(s) = B_0(s) - 4B_{-1}(s)$$
$$\tilde{B}_1(s) = B_0(s) - 4B_1(s)$$
$$\tilde{B}_{n-1}(s) = B_n(s) - 4B_{n-1}(s)$$
$$\tilde{B}_n(s) = B_n(s) - 4B_{n+1}(s) \qquad (13)$$

본 논문에서 유도한 적분방정식 (10)의 특수한 경우인 식 (11)을 이용하여, 입사 전계에 의하여 유기되는 직선 금속선(straight wire)의 전류를 해석하였으며, 그 결과를 널리 알려진 Pocklington 적분방정식의 결과와 비교한 결과 그 결과값이 완전히 일치함을 확인하였다. 여기서는 그 결과값을 수치로서 제시하지 않는다.

식 (10)의 둘째 응용 예로서 완전도체에 의한 전자파의 산란문제를 다루도록 한다. 완전도체인 타원체의 대칭축이 z축과 일치하며, 물체의 아래 끝점이 원점에 위치하고 있다. 이 타원체의 반경은 아래식으로 주어진다. 여기서 e는 이심율, L은 길이를 나타낸다.

$$\rho(z) = \sqrt{[(z-\frac{L}{2})^2 - (\frac{L}{2})^2](e^2-1)} \qquad (14)$$

이와 같은 타원체에 z방향으로 선형편파된 평면파가 z축과 임의의 각도로 입사할 때 물체의 표면에 유기되는 전류를 구하도록 한다.

길이 L=0.643λ, 이심율 e=0.99인 타원체에 E_0=1.0 v/m 크기의 평면파가 z축과 90° 및 60°의 각도로 입사하는 경우의 수치처리 결과를 그림 3에 도시하였다.

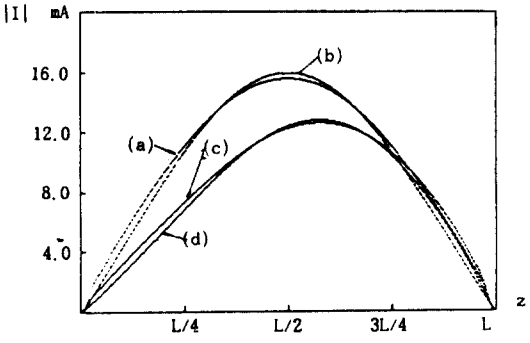

그림 3. 평면파에 의하여 유기된 타원체의 표면전류 : 제시된 식과 주어진 식[6]의 비교결과. (a) 제시식, 입사각=90°, (b) 주어진 식, 입사각=90°, (c) 제시식, 입사각=60°, (d) 주어진 식, 입사각=60°.

Fig. 3. Induced current of a prolate spheroid for arbitrary incident angle : comparing computation of proposed and given [6] equation. (a) proposed eq., angle=90°. (b) given eq., angle=90°. (c) proposed eq., angle=60°. (d) given eq., angle=60°.

그림에서 (b), (d)는 Taylor가 제시한 아래의식[7]을 이용한 결과를 나타낸 것으로서 본 논문에서 제시한 식의 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

$$\int_0^L dz' I_1(z')(k^2 - \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'})K(z, z') + I_1(z')\frac{\partial}{\partial z}K(z, z')\Big|_0^L = -j\frac{4\pi k}{\eta} E_0^i(o, \phi, z) \qquad (15)$$

다음 응용 예로서 안테나의 송신문제를 해석한다. 안테나는 z축에 대칭이며 반경의 크기가 a인 원통으로서 끝면은 반구의 형태로, 표면의 1차 미분이 존재하는 BOR구조의 monopole 안테나이다. 이 안테나는 동축선로로서 급전되어지며 동축선로의 내부도체는 안테나에 연결되어지며, 외부도체는 z=0의 위치에서 접지되어 있다. 이 안테나는 영상효과에 의하여 dipole 안테나로서 다루어 질 수 있으며, 급전선인 동축선로의 내·외부 도체사이의 전계는 magnetic frill current에 의하여 얻어질 수 있다.[8] 만일, 동축선로 내부에 TEM파만이 존재한다고 가정하면 아래식의 전계가 안테나에 인가된다고 할 수 있다.[9]

표 1. Monopole 안테나의 송신시 전류분포 : 안테나 및 동축선로 내부도체의 크기 0.005λ 및 0.01λ.

Table 1. Current distribution of a monopole transmitting antenna with given antenna and coaxial inner conducter diameter 0.005λ and 0.01λ.

z/h	a = 0.005λ	a = 0.01λ
1.0	0.00 + 0.00	0.00 + 0.00
0.9	2.30 − j3.85	3.83 − j3.56
0.8	3.72 − j6.01	6.23 − j5.57
0.7	4.99 − j7.81	8.39 − j7.22
0.6	6.14 − j9.28	10.32 − j8.51
0.5	7.15 − j10.39	12.00 − j9.44
0.4	8.01 − j11.13	13.41 − j9.99
0.3	8.70 − j11.47	14.54 − j10.13
0.2	9.20 − j11.36	15.35 − j9.82
0.1	9.51 − j10.72	15.85 − j8.96
0.0	9.61 − j9.25	16.02 − j7.39

$$E_z^i(\rho=o) = \frac{V_o}{2\ln(\frac{b}{a})}\left[\frac{\exp[-jk((z-z')^2+a^2)^{1/2}]}{[(z-z')^2+a^2]^{1/2}}\right.$$

$$\left.-\frac{\exp[-jk((z-z')^2+b^2)^{1/2}]}{[(z-z')^2+b^2]^{1/2}}\right] \quad (16)$$

여기서, a, b는 동축선로의 내부 및 외부 반경의 크기를, V_o는 인가전압의 크기를 나타낸 것이다. 안테나의 높이가 1/4 파장이며, b/a=3.0, V_o=1.0 Volt인 경우, 안테나의 전류분포를 표 1에 나타내었다. 안테나 반경의 크기에 따른 급전점의 입력전류는 반경이 커짐에 따라 증가함을 알 수 있다.

Ⅳ. 결 론

BOR구조의 완전도체를 해석할 수 있는 적분방정식을 제시하였다. 이 식은 도체 표면의 1차 미분이 연속인 경우에는 적용가능하다. 제시된 식을 이용하여 입사 전자파에 의해 도체표면에 유기되는 전류를 Moment법을 이용하여 구하였으며, 그 결과를 발표된 다른 식의 결과와 비교하여 만족한 만한 결과를 얻었다.

또한, 동축 케이블로 구동되는 monopole 안테나의 송신 경우에 대해 급전점을 포함한 각 위치에서의 전류값을 구하였다. 동일한 인가 전압에 대해 동축선로 내부 도체의 반경과 안테나의 반경이 커짐에 따라 구동점의 입력전류의 크기가 커짐을 알 수 있다.

본 논문에서 제시한 적분방정식은 BOR구조의 완전도체를 대상으로한 전자장 문제를 유기되는 전류밀도로서 해석하려는 경우 광범위하게 사용될 수 있는 기본적인 식이다.

참 고 문 헌

1. H. Kawakami, G. Sato, "Broad-Band Characteristics of Rotationally Symmetric Antennas and Thin Wire Constructs," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-35 pp.26-32, Jan., 1987.
2. R. Perez-Leal, M. F. Catedra, "Input Impedance of Wire Antennas Attached On-Axis to Conducting Bodies of Revolution," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-36, pp.1236-1243, Sept., 1988.
3. A. Berthon, R. P. Bills, "Integral Equation Analysis of Radiating Structures of Revolution," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-37, pp.159-170, Feb., 1989.
4. P. C. Waterman, "New Formulation of Acoustic Scattering" Proc. IEEE, vol.53, pp.785-812, Aug., 1965.
5. R. W. P. King, "The Linear Antenna-Eighty Years of Progress," Proc. IEEE vol.55, pp.2-26, Jan., 1967.
6. Prenter, "Splines and Variational Methods," John Wiley & Sons, 1975.
7. C. D. Taylor, D. R. Wilton, "The Extended Boundary Condition Solution of the Dipole Antenna of Revolution," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-20, pp.772-776, Nov., 1972.
8. A. Sakitani, S. Egashira, "Simplified Expressions for the Near Fields of a Magnetic Frill Current," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-34, pp.1059-1062, Aug., 1986.
9. L. L. Tsai, "A Numerical Solution for the near and far Fields of an Annular Ring of Magnetic Current," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-20, pp.569-576, Sept., 1972.

李 直 烈(Jick-Yeul Lee) 정회원
1953년 12월 22일생
1980년 2월 : 중앙대학교 전자공학과(공학사)
1982년 2월 : 중앙대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
1986년 2월 : 중앙대학교 대학원 전자공학과(공학박사)
1984년 4월 ~ 1991년 10월 : 한국전자통신연구소 실장
1992년 3월 ~ 현재 : 한국기술교육대학 전자공학과 부교수

鄭 求 哲(Goo-Cheol Jeong) 정회원
1956년 12월 25일생
1979년 2월 : 중앙대학교 전자공학과(공학사)
1981년 2월 : 중앙대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
1988년 2월 : 중앙대학교 대학원 전자공학과(공학박사)
1988년 3월 ~ 1991년 2월 : 대유공업전문대학 전자공학과 조교수
1991년 3월 ~ 현재 : 한국기술교육대학 정보통신공학과 조교수