◉ 論 文

랜덤하중에서의 균열전파속도 추정법에 관한 연구

표 동 근* · 안 태 환**

(1994년 8월 25일 접수)

A Prediction of Crack Propagation Rate under Random Loading

D. K. Pyo* · T. H. An**

Key Words : Random Loading(랜덤하중), Storm Loading(파도하중), Crack Propagation Rate(균열전파속도), Effective Stress Intensity Factor(유효응력확대계수), Crack Closure(균열닫힘)

Abstract

Under variable amplitude loading conditions, retardation or accelerated condition of fatigue crack growth occurs with every cycle. Because fatigue crack growth behavior varied depend on load time history.

The modeling of stress amplitude with storm loading acted to ships and offshore structures applied this paper.

The crack closure behavior examine by recording the variation in load-strain relationship. By taking process mentioned above, fatigue crack growth rate, crack length, stress intensity factor, and crack closure stress intensity factor were obtained from the stress cycles of each type of storm ; A(6m), B(7m), C(8m), D(9m), E(11m) and F(15m) which was wave height.

It showed that the good agreement with between the experiment results and simulation of storm loads.

So this estimated method of crack propagtion rate gives a good criterion for the safe design of vessels and marine structure.

* 홍익대학교 공과대학
** 충주산업대학교

1. 서 론

노치를 갖인 재료의 피로수명은 대부분 균열진전 기간과 속도로서 그 잔존수명을 평가하고 있다. 따라서 반복응력에서 균열이 진전하는 속도의 여러특성은 재료의 종류, 하중형식 및 크기등의 영향을 받기 때문에 피로파괴를 연구하는데 있어서 대단히 중요한 문제이다. 이러한 피로균열진전에 관한 이론해로서, Liu[1]는 이론 및 실험에 의한 방법으로 슬릿트를 갖인 평판에 인장, 압축의 반복하중이 작용하는 경우에 대하여 균열진전 속도식과 특성을 발표하였다. 또 Coffin[2]등은 저싸이클 피로에 관한 이론 및 실험을 통하여 탄성계수, 내구한도, 반복수, 단면감소율과 응력의 크기에 관한 관계식을 발표하였고, Paris[3]는 균열진전속도해석에 응력확대계수(stress intensity factor: K)을 도입하여 da/dN와 ΔK의 관계를 표시하며, 크랙선단이 열리지 않으면 피로크랙은 전파하지 않고 크랙선단이 열리는 하중범위에서 만이 피로수명에 영향을 미치며, 크랙개구거동을 고려하여 피로수명을 계산할 경우에는 유효응력확대계수범위 ΔK_{eff}를 이용하여 균열전파속도를 나타내는 파라메타로 사용하고 있다. 즉 ΔK는 작용응력과 크랙길이등으로 계산되고 있다. 여기에서 균열개폐현상에 의한 유효응력범위율 U와 ΔK_{eff}의 정의에 의하여 $\Delta K_{eff} = U \cdot \Delta K$로 표시되고 이것을 사용하여 균열전파속도 $da/dN = C(\Delta K_{eff})^m$의 형태로 일정하중에서의 균열전파속도를 표시하고 있다. 그후에도 Griffith는 에너지평형론으로 부터 선형 탄성이론을 도출 하였으며, Dugdale[4]은 균열선단에서 소성영역의 크기에 따른 균열진전속도를 규명하고 있다. 그러나 실제 기계나 구조물들이 받고있는 하중은 진폭이 일정하지 않고 대단히 불규칙하게 변동하는 하중이 대부분이므로 변동하중이 작용할때의 피로수명 예측은 설계상 대단히 중요한 과제이다. 주행중에 자동차가 받는 변동하중은 포아슨분포나 정규분포로 하중발생빈도를 나타내고 있으며, 일정한 괘도를 주행하는 철도의 차축, 차륜, 차륜과 레일 사이에서는 대수정규분포로 작용되고 있다고 하였으며 선박 및 해양구조물등에는 단기간으로 측정하면 레이레분포를 나타내지만 장기간에 걸쳐서 측정하면 대수정규분포로 나타나고 있다. 이와같이 하중의 변화를 장기적으로 관찰하면 여러가지 분포형태로 나타나고, 이것을 작용최대응력과 하중반복수에 따른 다중다단블럭하중[5),6)]으로 대치하여 실동하중 피로강도에 대하여 평가하고 있다. 또한 J. Schijve는 항공기에 작용하는 랜덤하중을 프로그램하중으로 바꾸어 놓고 피로시험을 행하였다. 비단 항공기 뿐만이 아니라 랜덤하중에 대해서 해석적으로 균열전파속도를 예측하는 추정법이 여러가지가 제안되고 있지만[7] 이론적으로나 실험적으로 충분한 성과를 얻지 못하고 있다. 이 랜덤하중의 특징은 그 응력의 빈도가 동일하여도 하중이력이 다르므로 균열 지연현상에 따라 피로거동에 미치는 영향을 밝히는 것이 피로수명의 추정은 물론 피로설계에 있어서 대단히 중요하다.

본 연구에서는 선박 및 해양구조물등에 작용되고 있는 실동하중(實動荷重)인 파도하중에 의한 피로균열진전속도와 피로수명을 규명할 목적으로 Tomita들[8,9)]이 제안한 하중모델을 관통노치재에 축력편진 피로하중을 가하여 균열개구변위의 측정과 하중 cycle수에 의한 균열진전양 및 균열진전속도를 실험적으로 구하고, 이에대한 시뮬레이숀을 실시하여 보다 다양하게 변화되는 파도하중에 대하여 간편하고 신속하게 데이타를 얻어 파도하중과 같은 랜덤하중이 작용할때에 피로설계의 자료로 이용 하고져 본 연구를 실시하였다.

2. 실 험

2. 1 하중모델

시험편에 부하한 파도하중의 모델을 Tomita들은 북태평양을 항해한 선박들이 만난 파도를 시간이력으로 조사하여 다음과 같이 제안하였다.

1) 파도의 높이가 5m 이상 13m까지 측정하여 파도 지속 기간을 계산하면 약 3.5일로 일정하였다.
2) 20년간 파도의 총수는 10^8회이기 때문에 평균파도(平均波高)의 주기는 6.3초이다. 그러

므로 1)로부터 1개의 파형에 포함된 파도의 회수는 48000회이다.

3) 선박이 만난 5m 이상의 파도의 수는 20년간 94개이고, 선박의 수명중(壽命中) 만나게 되는 파도의 총수는 4483200회이고, 평온(平穩)상태에 대한 파도의 총수는 95518800회이다.
4) 각 파도중의 파고의 밀도분포는 레이레(Rayleigh)분포로 하고, 각 파도의 분포는 지수분포로 한다.
5) 파도 A, B, C, D, E에서는 각 파도의 최대파고를 넘는 파고의 출현확률(出現確率)은 0으로 하고, 파도F의 최대파고를 넘는 파고의 출현확률은 10^{-8}로 한다.
6) 응력의 크기는 파고에 비례한다.
7) 1개의 파도가 부하 중에는 다른 파도를 만나지 않는다. 즉 파도는 중복되지 않는 것으로 가정한다.
8) 20년간 파도의 발생은 A파도 42.2개, B파도 24.9개, C파도 12.3개, D파도 7.0개, E파도 6.2개, F파도 1개로 한다.

2.2 실험방법

사용한 시험기는 동적용량이 25ton의 전기유압서어보식 피로시험기를 사용하였으며 반복속도는 0.01-15Hz이고 하중파형은 싸인파형으로 하였다. 파도하중이 랜덤하게 작용할때의 시험속도는 약 4Hz이다.

실험방법으로서는 응력확대계수제어 및 응력제어로하고, 출력편진(R=0)실험을 실시하였다. 최대파도 F의 크기를 300 *MPa*로 하였을 때 파도E는 220 *MPa*, 파도D는 180 *MPa*, 파도C는 160 *MPa*, 파도B는 140 *MPa*, 파도A는 120 *MPa*로 부하 크기를 결정하였다. 파도를 1개를 단독으로 작용시킨 경우와 파도A부터 파도E까지 랜덤으로 부하한 경우에 대하여서도 각각 실험을 실시하였다.

그리고 개구변위(開口變位)를 측정할 목적으로 시편월 노치양단에 1축 5소자(5-element)의 스트레인 게이지를균열예상진로 양단에 부착하고, 일정한 ΔK의 범위에서 X-Y레코더를 이용하여 균열이 게이지를 완전히 통과한 후의 위치에서 스트레인게이지로 개구변위를 측정하였다. 또 균열전파거리의 측정은 파도의 시작과 끝나는 점에서 양단 및 전후면 4곳을 측정하여 그 평균을 취하여 1개의 파도당 균열전파양 (da/dT)의 관계를 얻었으며, 파도가 랜덤하게 작용할 때에는 각 스텝에서 균열길이의 변화량을 측정하여 응력스텝에서의 균열전파속도와 개구변위의 변화량을 조사하였다.

2.3 시험편

공시재는 연강 SM41B를 사용하였으며, 시험편은 공칭두께 6mm의 판재로부터 가공하였다. 시험편 재료의 성질 및 화학성분은 Table 1 및 Table 2와 같다. 시험편은 CCT(center crack tension)시험편으로 그 형상 및 치수를 Fig. 1에 나타내었으며, 시험편은 판폭의 중앙부분에 하중이 작용하는 방향과 수직으로 2a=34mm의 슬릿트 모양의 노치를 만들어 주었으며, 방전가공으로 슬릿트 간격을 0.2mm의 반원형상으로 가공하였다.

Table 1. Mechanical properties of SM41B mild steel

Yield strength [MPa]	Tensile strength [MPa]	Elongation [%]
286.2	443	28.5

Table 2. Chemical compositions of SM41B mild steel(wt. %)

C	Si	Mn	P	S
0.13	0.22	0.88	0.009	0.0025

탄성응력집중계수 K_t는 17.4이고, 균열 발생 후의 응력확대계수 범위 ΔK는 Fedderson의 식으로 주어진다.[10]

$$\Delta K = S \cdot \sqrt{\pi a \cdot Sec(\frac{\pi a}{W})} \quad (1)$$

여기에서 S:공칭응력, a:균열길이의 1/2,
W:판 폭

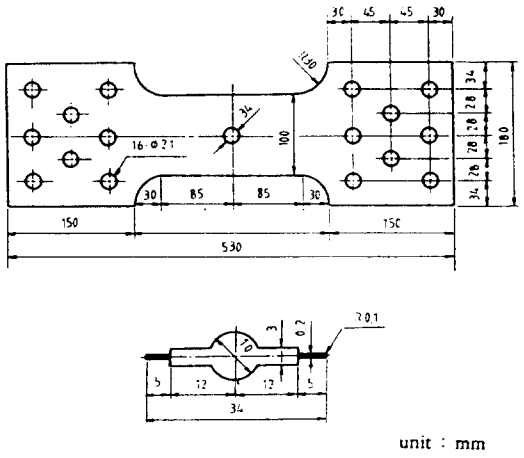

Fig. 1 Configuration of test specimen

실험에 있어서 시험편은 양표면의 노치선단부로부터 균열진행 예상방향으로 열영향을 받지않도록 주의하면서 경면을 만들어 크랙의 진전모양을 쉽게 관찰할 수 있도록 하였다. 시험편의 채취는 하중작용 방향이 압연방향과 일치되도록 가로방향으로 채취한후 시험편 외형은 자동 밀링머시인으로 가공하고, 시험편 중앙의 노치는 방전가공에 의하여 가공하였으며, 가공후 응력제거를 위한 열처리는 실시하지 않았다.

3. 실험결과 및 고찰

3. 1 응력확대계수제어 실험

Fig. 2은 응력확대계수제어 실험으로서, 파도 C의 ΔK_{max}을 43 $MPa\sqrt{m}$에서 93 $MPa\sqrt{m}$까지 5단계로 변화하였을때 단위파도당 크랙의 전파량을 양대수좌표에 나타낸 것으로, 균열진전속도는 ΔK_{max}의 값이 커질수록 빠르게 나타나고 있는데 이는 응력확대계수제어이므로 랜덤하중이 작용하여도 주기를 파도단위로 나누어 크랙의 진전을 관찰하면 일정하중의 경우와 유사한 형태의 균열진전곡선을 이루고 있다. Fig. 3는 각 단계에서의 최대응력확대계수 ΔK_{max}의 값에서 일정한 크기의 위치에서 스트레인게이지와 X-Y레코더를 이용하여 균열개구점을 측정하여 유효응력확대계수

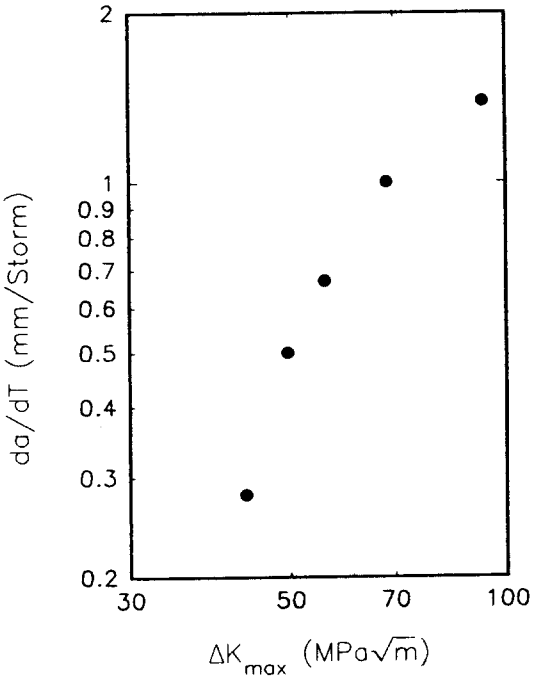

Fig. 2 Relation between ΔK_{max} *vs.* da/dT on storm C of K control

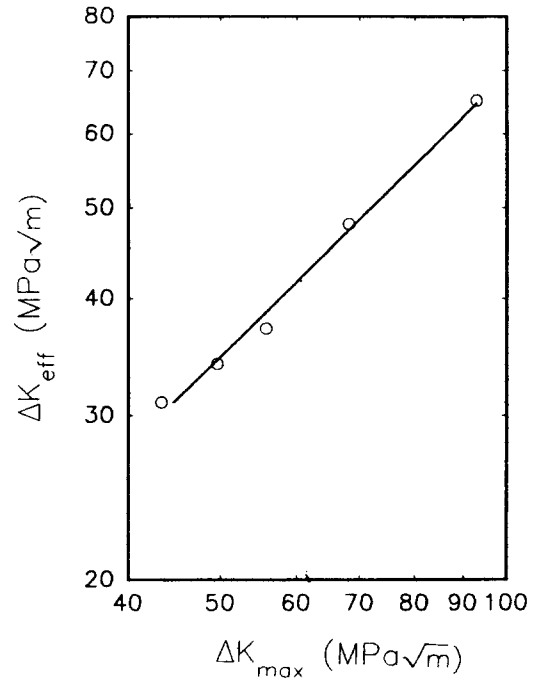

Fig. 3 Relation between ΔK_{max} *vs.* ΔK_{eff} on storm C of K control

(ΔK_{eff})로 나타낸 선도이다. 여기에서 알 수 있는 것과 같이 최대응력확대계수의 값이 증가되고 이에 따라 균열전파속도가 달라짐을 알 수 있으며 이의 관계를 다음과 같은 직선식으로 표시할 수 있다.

$$\Delta K_{eff} = 0.1866(\Delta K_{max})^{1.211} + 23.47 \qquad (2)$$

3. 2 응력제어 실험

이 실험은 부하응력이 일정하므로 크랙이 진전됨에 따라 부하되는 최대응력확대계수 ΔK_{max}의 값이 점점 크게 변화된다. 여기서는 파도 C만을 반복 작용시켰을때와 파도A-파도E까지를 난수를 이용하여 랜덤하게 발생시킨 2가지 경우에 대하여 실험을 실시하였다. 먼저 파도 C가 단독으로 부하될 때 균열의 전파속도 da/dT 와 파도부하횟수와의 관계를 Fig. 4에 나타내었다. 이 선도에서 보는바와같이 응력확대계수제어와는 전혀 다른 모양을 볼 수 있다. 4번째 파도까지는 균열전파속도는 하강하고 있으나 5번 이후로는 균열의 진전속도가 빨라짐을 볼 수 있다. 즉 Fig. 2와 같은 sigmode 곡선모양은 볼 수 없다. 이것은 응력제어실험에서 나타나는 특성으로서 하중이 일정하므로 초기에는 소성영역의 확대로 인하여 진전속도가 늦어진다고 생각된다. Fig. 5은 파도C의 최대값을 변화시키면서 일정한 파도하중 작용횟수에서 균열전파량을 측정하였다. 이 경우 파도하중이 작용할때의 균열전파곡선은 응력확대계수 제어의 경우와 유사한 곡선 변화를 확인할 수 있다. Fig. 6은 파도가 진행됨에 따른 ΔK_{max}값의 증가를 나타내는 것으로서 응력제어실험이므로 크랙이 진행됨에 따라 응력확대계수값이 커지고 있음을 나타낸 것으로, 9회 이후에서는 그 기울기는 급격하여 지는 것은 Fig. 4와 잘 일치되고 있다. Fig. 7은 ΔK_{max}와 ΔK_{eff}의 관계를 나타낸 것으로 ΔK_{max}가 제일적은 첫번째의 크랙개구의 값이 일치하지 않는 것은 슬릿트를 가공함에 있어서 미소크랙이 존재 하거나 방전가공함으로서 열영향에 의하여 크랙의 진전이 다른 경우와 비교하여 정상적이지 않는 것으로 사료된다.

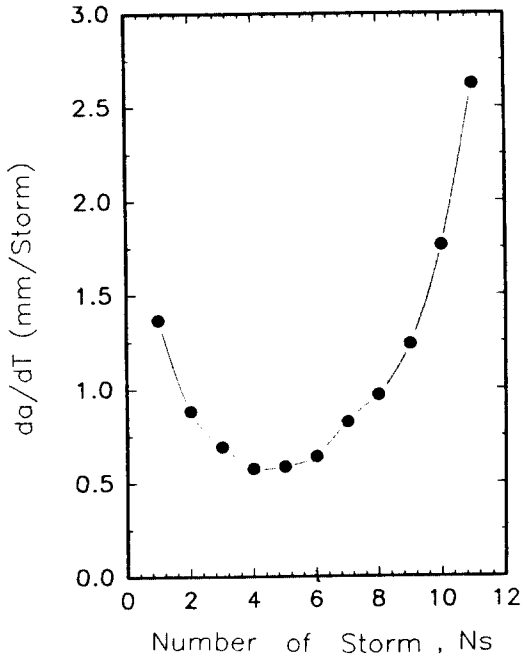

Fig. 4 Relation between *Ns vs. da/dT* under stress control of storm C

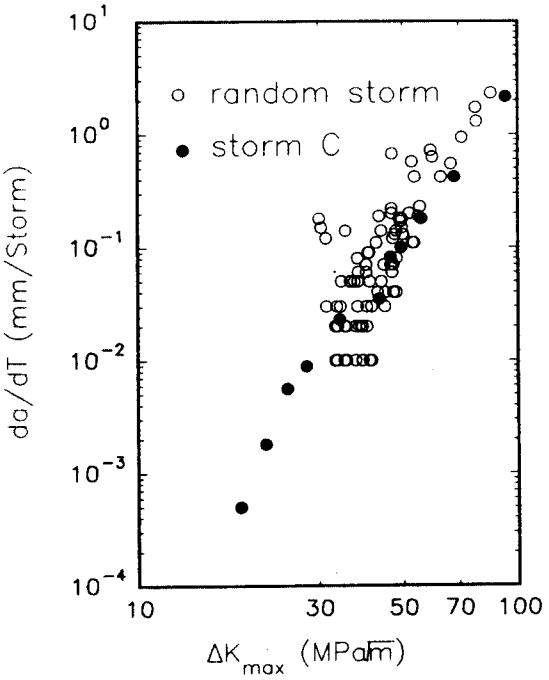

Fig. 5 Compare with single storm C and random storm of ΔK_{max} *vs.* da/dT

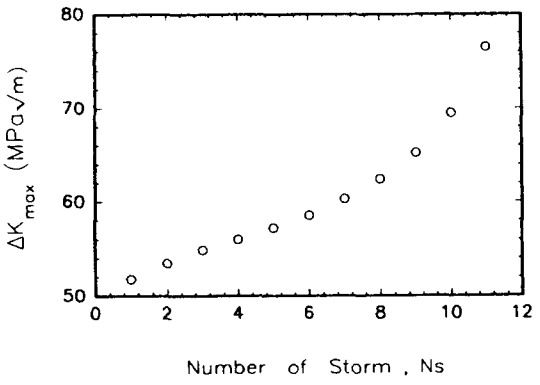

Fig. 6 Relation bewteen *Ns vs.* K_{max} on storm C of stress control

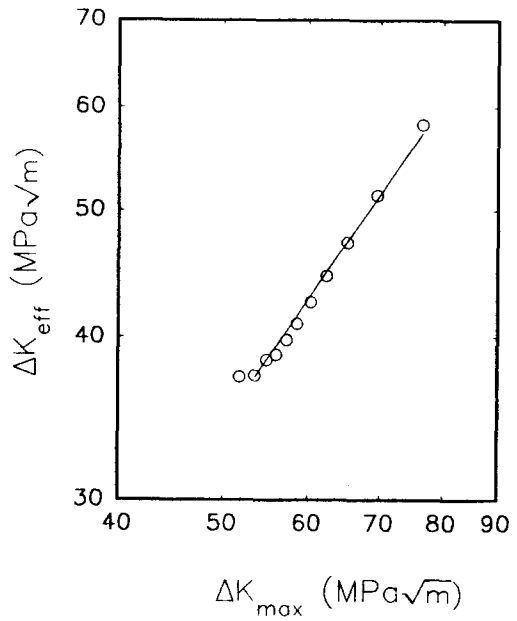

Fig. 7 Relation bewteen ΔK_{max} *vs.* ΔK_{eff} under stress control of storm C

다음으로는 파도A부터 파도E까지를 랜덤하게 작용시켜 보았다. 이때 최고파도 F의 크기를 300 *MPa*로 하므로서 파도A에서는 120 *MPa*의 최대 응력이 작용하도록 하중을 선택하였다. 하중의 부하수는 파도A가 46회, 파도B가 26회, 파도C가 12회, 파도D가 8회, 파도E가 7회 작용하여 총 99개의 파도하중이 부하되어 파단됨을 Fig. 8에 나타내고 있다.

균열전파량이 일정진폭의 경우에서와는 전혀 예측할 수 없게 진행되고 있다. 이는 하중의 크기가 서로 다른것들이 난수로 발생되고 있으며 하중이력에 따라 균열전파량의 크기가 달라지고 있기 때문이다. 6번째 하중까지는 안정되지 못한 균열이 진전되고 있음을 볼 수 있는데 이는 시험편의 가공상의 문제점에 기인되는 것으로 사료된다. Fig. 5에 단독 파도하중 C와 랜덤파도하중에서의 ΔK_{max}의 변화에 따른 da/dT을 동일선도에 나타낸 것에서 본다면 같은 ΔK_{max}의 값이라 하여도 균열의 전파량은 단일 하중이 작용하고 있는 경우와는 전혀 다른 모양을 볼 수 있다. 이것은 랜덤하중의 특징으로 하중이력이 어떠한것인가에 따라 균열의 전파량은 완전히 달라짐을 확인할 수 있다. Fig. 9에서는 일정한 ΔK값에서 균열개구점을 측정한 값을 유효응력확대계수로 표시하였다. 개구점의 값도 균열의 전파량과 유사한 변화를 갖이고 있음을 알 수 있으며 다음의 식으로 표시된다.

$$\Delta K_{eff} = 0.6994(\Delta K_{max})^{1.05} - 0.484 \qquad (3)$$

4. 균열진전 시뮬레이션

4.1 계산조건 및 과정

파도하중을 중앙관통재에 부하한 실험데이타를 기초로 하여 시뮬레이션을 실시하였다. 실험에서와 같이 응력확대계수 제어방식과 응력제어 방식으로 나누어 작성되었으며, 실험의 결과에서 가장 근접되는 ΔK_{eff}, da/dT, ΔK_{max}의 계수를 조사하고, 그 계수로 부터 각 싸이클에 대한 값 또는 각 응력스텝 단위로 필요한 값을 계산하여 별도의 파일을 만들면서 데이타를 저장하였다. 프로그램중에서 파도하중은 컴퓨터에 내장된 난수를 이용하여 발생시키고, 여러가지 초기 입력조건에 따라 최대하중, 기준응력, 시험편의 크기, 초기크랙길이, 응력의 스텝수, 최고 파도하중 및 최저 파도하중 등 파도하중의 발생조건을 입력함에 따라 각

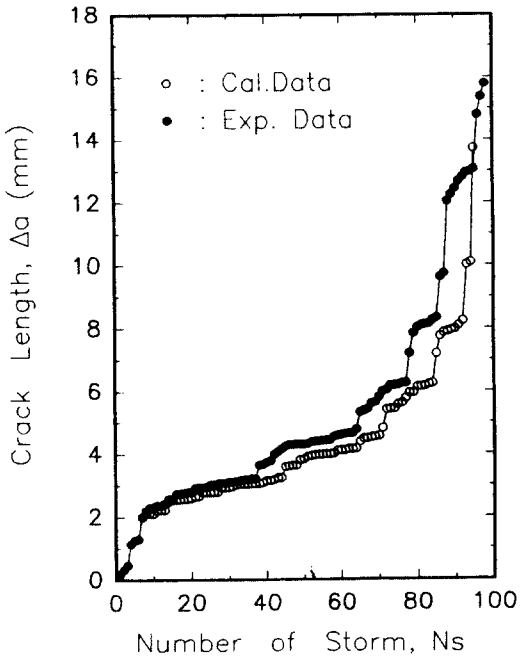

Fig. 8 Comparision with exp. data and cal. data for *Ns vs. Δa* under stress control of random storm

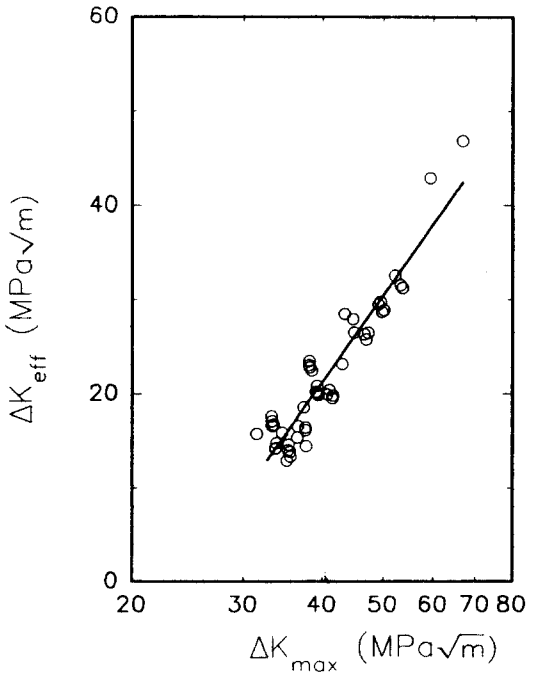

Fig. 9 Relation bewteen ΔK_{max} *vs.* ΔK_{eff} under random storm

파도에 부하크기에 따른 반복 싸이클수가 계산되고 균열전파속도, 응력확대계수, 유효응력확대계수값등을 구하였으며, 이때 계산에 사용된 수식은 다음과 같다.

$$K=\sigma\sqrt{\pi a sec(\pi a/W)} \tag{4}$$

$$\log da/dN=4.6*\log(\Delta K_{eff})-12.37 \tag{5}$$

$$\Delta K_{eff}=356.2\log(\Delta K_{max})^2 -1203\log(\Delta K_{max})+1015.7 \tag{6}$$

$$\Delta K_{eff}=\Delta K_{max}-\Delta K_{OP} \tag{7}$$

여기서 K값은 식(4)에 의하여 얻을 수 있으며 응력제어 프로그램에서는 크랙길이 a의 변화에 따라 계산되는 값이다. 이 a의 값은 앞에서 만난 하중이 어떤 것이냐, 즉 현재에 작용되고 있는 하중보다 큰 하중을 만났을 때에는 그 앞의 하중에 의하여 균열길이가 변화되지만 적은 하중을 만났을 경우는 현재 작용되고 있는 큰 하중에 의하여 균열이 진전됨으로 이에 의하여 계산되도록 프로그램을 만들었다. 랜덤하중이 작용할때에는 하중이력에 의하여 균열의 진전이 다르기 때문에 앞에 어떤 크기의 하중이 작용하였느냐에 따라 응력확대계수 K값의 변화에 중요한 문제가 된다. 파도하중의 작용에 따라 균열개구점은 실험데이타의 값을 기초로 하면 ΔK의 값이 $17.4\,MPa\sqrt{m}$ 이하이면 개구점은 발생되지 않으며, 그 이상의 개구점은 최소자승법의 근사곡선에 의하여 얻었다.

4.2 계산결과 및 분석

다음에 응력제어방식에 따른 단독파도 C에서의 균열진전 길이 Δa와 부하파도 하중수를 비교하여 본 것을 Fig. 10에 나타내었다. 초기에는 실험에 의한 균열성장량이 크게 나타나고 있는데, 이것의 이유로서는 방전가공에 의한 노치선단에 미소크랙등의 존재에 따른 불안정 크랙에 그 원인이 있다고 생각된다. 또 파단되기전 2-3회 앞의 파도하중에서는 앞뒤면의 균열 길이가 0.1-0.5 mm의 차이를 볼 수 있다. 이것은 처음에는 균일한 인장력

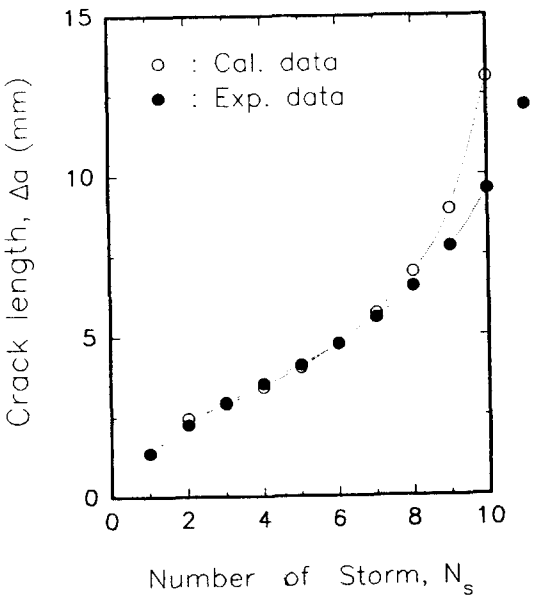

Fig. 10 Comparison with exp. data and cal. N_s *vs.* Δa stress control storm C

이 작용하고 있으나, 나중에는 시편의 두께에 의하여 소성역의 발생크기가 표면과 내부차(內部差)의 누적에 의하여 성장량이 달라져 균열전파량의 크기가 앞뒤면이 동일하지 않는 것으로 판단된다. 파단면에는 선명한 비치마크가 나타나 파도하중의 갯수와 비치마크의 갯수는 일치하여, 실험곡선에서 보는 것과 동일한 간격의 크기, 즉 균열전파속도가 일치됨을 볼 수 있었다. 이 선도에서 나타난 바와같이 실험값이 잘 일치하고 있으므로 다른 파도하중에 대하여서동 균열진전 길이를 신뢰성 높게 예견할 수 있다.

또한 초기균열 길이만을 변화시킨후 동일한 프로그램으로 균열진전량을 비교하여 본 결과 정성적으로 잘 일치하고 있음을 볼 수 있었으며, 응력제어 실험에서 파도하중을 랜덤으로 발생시키는 경우에 대한 시뮬레이션 결과와 실험값과 비교하여 보았다. 초기값이 일치하지 않는 것은 가공상 문제점, 소성역, 표면조도, 시험중스케일의 발생등이 원인이라고 사료된다. 그러나 그 이후에서는 좋은 일치를 보이고 있다. 따라서 시험편 형상이 다른 것에서 랜덤한 하중이 작용하여도 본 프로그램으로서 균열진전량을 정확도가 높게 추정할 수 있음을 입증할 수 있는 선도라 하겠다. 따라서 Fig. 11의 $\Delta K_{max} - N_s$(파도부하회수)에서도 파도하중이 부하됨에 따라 ΔK_{max}가 증가됨을 알 수 있다. 이것은 동일한 하중이 작용한다고 하여도 응력제어 실험에서는 응력확대계수의 값이 점점 크게 변화되는 것을 나타내고 있다.

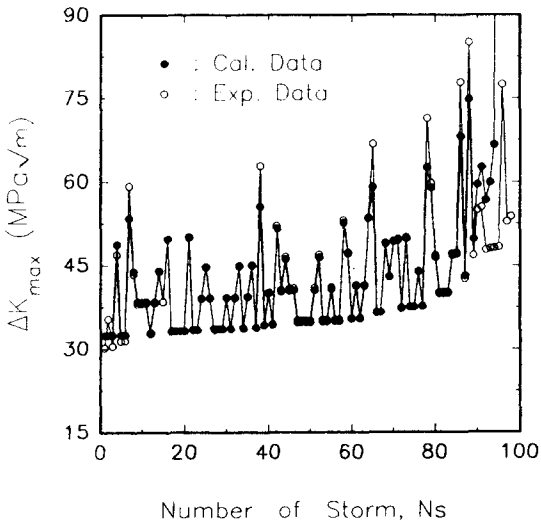

Fig. 11 Simulated Crack propagation in ΔK_{max} curve in comparison with exp. data under stress cont., random storm

5. 결 론

해양구조물 및 선박에 작용하는 외력에 대한 피로강도를 연구할 목적으로 파도하중을 관통노치재에 부하하였다. 실험방법으로서는 응력확대 계수제어 실험과 응력제어실험으로 나누어 실시하였으며 파도하중이 랜덤하게 작용하도록 하여 실제에 작용되고 있는 하중과 같은 조건으로 실험하므로 정확도 높은 해양구조물의 피로설계데이타를 제시할 수 있도록 하였다. 또한 실험결과를 기초로 하여 시뮬레이션을 실시하여, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 파도하중이 1개만 작용될때 da/dT의 양은 응력확대계수제어와 응력제어의 경우는 서로 다른 모양을 나타내고 있다.
2) 파도하중을 랜덤하게 작용시켰을때에 하중이력에 의하여 균열진전속도가 달라져 일정진폭의 경우와는 전혀다르게 균열이 진전되고 있다.
3) 본 실험결과와 시뮬레이션한 결과와 잘 일치하고 있다.

참 고 문 헌

1. H. W. Liu, "Crack Propagation in Thin Metal Sheet under Repeated Loading", Journal of Basic Engineering, pp. 23-30, March, 1961.
2. L. F. Coffin, J. R., Schenectady, N. Y., "Design Aspects of High-Temperature Fatigue With Particular Reference to Thermal Stress", Transactions of the ASME, pp. 527-532, April, 1954
3. P. Paris F. Erdogan, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", Transactions of the ASME, pp.528-534, December, 1963.
4. D. S. Dugdale, "Yielding of Steels Containing Slits", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 8, pp. 100-104, 1960.
5. Iida, K., Kaneko, A, "A Study of Cumulative Damage in Fatigue by Block Loading with P-Distribution", J. of Soc, of the Nav. Arch, of Japan, Vol.144, pp. 381-389, 1978.
6. 表東根, 高柱石, "p分布 블럭荷重에 依한 人工海水中의 腐蝕疲勞强度特性에 關한 硏究", 韓國海洋工學會誌, 第3卷 第1號, pp. 415-425, 1989.
7. H. Okamura, S. Sakai, I. Susuki, "Cumulative Fatigue Damage under Random Loads", Fatigue of Engineering Materials and Structures Vol. 1, pp. 409-419, 1979.
8. Yasumitsu Tomita, Kiyoshi Hashimoto, Hajime Sakata, "Studies on the Fatigue Crack Growth under Random Loading (2nd Report)" J. of Soc, of the Nav. Arch, of Japan Vol. 163, pp. 381-389, 1988.
9. Yasumitsu Tomita, H. K, and T. F, "Statistical Characteristics of Wave-Induced Load and Simulation Method of Wave Loading Pattern for Fatigue design", ISOPE, Vol. 4, pp.216-221, 1993.
10. The Society of Material Science, "Stress Intensity Factors Handbook", Japan, Pergamon Press, Vol. 1, p. 297.