

## 3차원 패널법에 의한 WING의 양력계산에 관한 연구

김진석\* · 이승건\*\* · 김진안\*\*  
(94년 5월 23일 접수)

### Characteristics for the Lift of Wing by 3-D Panel Method

Jin Seok Kim\* · Seung Keon Lee\*\* · Jin Ahn Kim\*\*

**Key Words** : Practical method (실용적 계산방법), Three-dimensional method (3차원 특이점 분포법), Hydrodynamic mutual interference (유체역학적 상호간섭), Very large floating structures (초대형 부유구조물)

#### Abstract

3-Dimensional Panel method is now developed to the level that one can calculate the lift of a three dimensional body with the same accuracy of wind tunnel test and some current codes can consider the boundary layer effects due to the viscosity and unsteady motion in the calculation of lift.

This paper is also aimed to develop these kinds of computing programs, and as a beginning, the authors restricted the problems to the steady potential flow cases.

The calculation of 3-Dimensional body, wing and tandem wing carried out, using source panel and vortex ring panel.

Finally, the interactions between 3-Dimension symmetric body and a wing are also calculated.

\* 부산대학교 대학원 조선해양공학과

\*\* 정회원, 부산대학교 공과대학 조선해양공학과

### 1. 序 論

Wing의 揚力 特性과 胴體의 최적 형상을 결정하기 위해 개발된 최근의 3차원 Panel法에 의하면 剝離가 일어나지 않는 흐름의 경우, 風洞시험과 定量的으로 같은 수준의 動流體力를 계산할 수 있을 정도로 그 精度가 向上되었다.

Bollay<sup>1)</sup>와 Hess & Smith<sup>2)</sup>로 시작하여 최근에 이르기 까지 수많은 연구자들에 의해 各種의 技法과 成果가 발표되어, 요즘에는 물체 표면의 경계층 두께의 영향까지 고려에 넣어 비정상 양력 문제를 풀 수 있는 Code까지도 유통되게 되었다.<sup>3-10)</sup>

그러나 이러한 Code들은 3차원 Panel의 生成, Wake 面의 처리기법, 경계층 두께 효과의 고려등에 있어서 高度의 Know-How를 포함하고 있어서 단순한 End-User로서 이들 Code를 사용하는 경우 그 Code들은 Black-Box가 되고 만다.

본 연구는, 이러한 3次元 Panel法의 자체개발을 목표로 하고 있고 우선 간단한 경우의 계산, 즉 定常흐름 중에 놓인 물체의 양력계산을 대상으로 하였다.

구체적으로는 3次元 물체의 유체력 계산과, Wing의 단독 특성 및 물체와의 상호간섭 효과를 3次元 Panel法으로 계산하였다.

### 2. 定 式 化

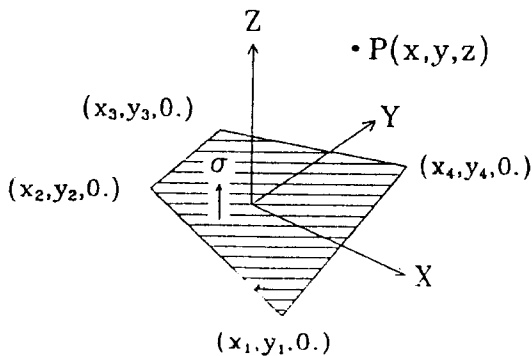


Fig. 1 Coordinate System for a Source Panel

먼저 Fig.1과 같이 공간상의 한 4각형 Panel 요소에 균일 강도의  $\sigma$ 의 Source가 분포되었을 때 임의의 점 P(x,y,z)에서의 속도 Potential  $\phi$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \phi(x, y, z) &= \frac{-\sigma}{4\pi} \int_s \frac{dS}{\sqrt{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2 + z^2}} \\
 &= \frac{-\sigma}{4\pi} \left[ \frac{(x-x_1)(y_2-y_1) - (y-y_1)(x_2-x_1)}{d_{12}} \right. \\
 &\quad \ln \frac{r_1+r_2+d_{12}}{r_1+r_2-d_{12}} \\
 &\quad + \frac{(x-x_1)(y_3-y_2) - (y-y_2)(x_3-x_2)}{d_{23}} \\
 &\quad \ln \frac{r_2+r_3+d_{23}}{r_2+r_3-d_{23}} \\
 &\quad + \frac{(x-x_3)(y_4-y_3) - (y-y_3)(x_4-x_3)}{d_{34}} \\
 &\quad \ln \frac{r_3+r_4+d_{34}}{r_3+r_4-d_{34}} \\
 &\quad + \frac{(x-x_4)(y_1-y_4) - (y-y_4)(x_1-x_4)}{d_{41}} \\
 &\quad \left. \ln \frac{r_4+r_1+d_{41}}{r_4+r_1-d_{41}} \right] \\
 &+ |z| \left[ \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_1 - h_1}{zr_1} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_2 - h_2}{zr_2} \right) \right. \\
 &+ \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_2 - h_2}{zr_2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_3 - h_3}{zr_3} \right) \\
 &+ \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_3 - h_3}{zr_3} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_4 - h_4}{zr_4} \right) \\
 &+ \left. \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_4 - h_4}{zr_4} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_1 - h_1}{zr_1} \right) \right] \} \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 m_{12} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} , & m_{23} &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\
 m_{34} &= \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} , & m_{41} &= \frac{y_1 - y_4}{x_1 - x_4}
 \end{aligned}$$

$$d_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$d_{34} = \sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2}$$

$$d_{14} = \sqrt{(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2}$$

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + z^2} \quad (k=1,2,3,4)$$

$$e_k = (x - x_k)^2 + z^2 \quad (k=1,2,3,4)$$

$$h_k = (x - x_k)(y - y_k) \quad (k=1,2,3,4)$$

이 때 P點의 속도성분 (u,v,w)는  $\phi$ 를 방향미분하여 얻어진다.

$$(u, v, w) = \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (2)$$

한편, Fig. 2와 같이 공간상의 한 4각형 Panel 요소에 균일 강도  $\mu$ 의 Doublet이 분포되었을때 임의의 點 P(x,y,z)에서의 속도 Potential  $\phi$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) &= \frac{-\mu}{4\pi} \int_s \frac{z \, dS}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_1 - h_1}{z r_1} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_1 - h_1}{z r_1} \right) \right. \\ &\quad \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_2 - h_2}{z r_2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_2 - h_2}{z r_2} \right) \\ &\quad \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_3 - h_3}{z r_3} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_4 - h_4}{z r_4} \right) \\ &\quad \left. \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_4 - h_4}{z r_4} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_1 - h_1}{z r_1} \right) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

이때 P點에서의 속도성분(u,v,w)는  $\phi$ 를 방향미분하여 얻어진다.

$$(u, v, w) = \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Fig. 2의 Doublet 분포는 Fig.3의 Vortex Ring과 유체역학적으로 同等하므로 이제부터는 Dou-

blet 분포 Panel을 하나의 Vortex Ring으로 치환하도록 한다.

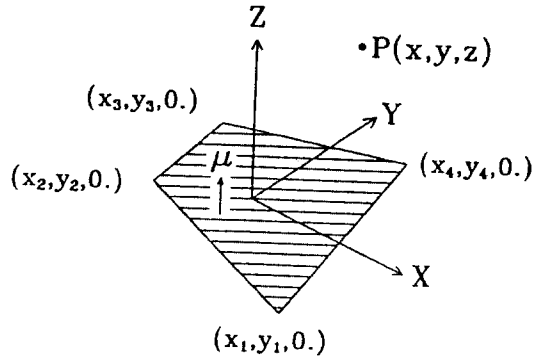


Fig. 2 Coordinate System for a Doublet Panel.

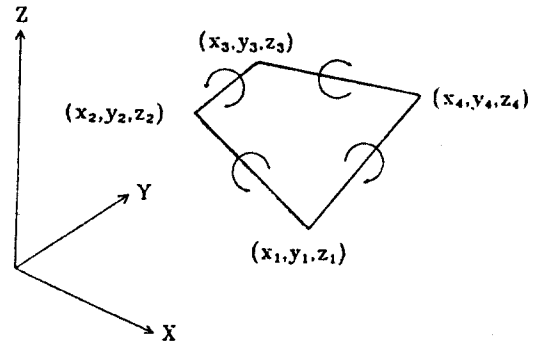


Fig. 3 Coordinate System for a Vortex Ring Panel.

우선 한 Vortex Line 요소에 의한 임의점 P(xp,yp,zp)에서의 유기속도를 구해보자.

Biot-Savart 법칙에 의해 Vortex Line 요소 dl에 의해 P점에 유기되는 유기속도

$$\begin{aligned} \delta \vec{q} &= \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{dl \times \vec{r}}{r^3} \quad (5) \end{aligned}$$

이용하여 시점이

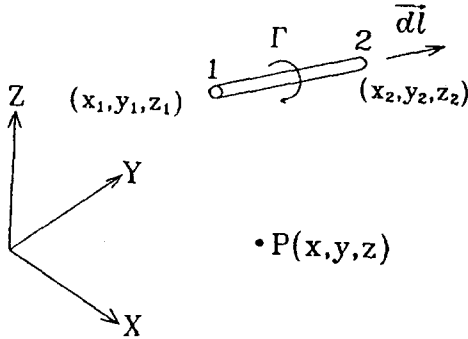


Fig. 4 Vortex Line Element.

(  $x_1$  ,  $y_1$  ,  $z_1$  ) 이고 종점이 (  $x_2$  ,  $y_2$  ,  $z_2$  ) 인 Vortex Line에 의한 유기속도  $\vec{q}_{12}$  를 구하면

$$\vec{q}_{12} = \frac{\Gamma}{4\pi} \left( \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1| |\vec{r}_2|} \right) \cdot \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

$$\vec{r}_0 = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

여기서,

$$\vec{r}_1 = (x_p - x_1, y_p - y_1, z_p - z_1)$$

$$\vec{r}_2 = (x_p - x_2, y_p - y_2, z_p - z_2)$$

따라서 Fig.3과 같은 Vortex Ring 요소에 의한 P點에서의 속도Vector  $\vec{q}$ 는

$$\vec{q} = \vec{q}_{12} + \vec{q}_{23} + \vec{q}_{34} + \vec{q}_{41} \tag{7}$$

한편, 點 P가 Vertex Line 上에 오면 유기속도는 Singular가 되므로 Vortex Line의 Core 반경을  $\epsilon$ (미소값)라 하고  $|\vec{r}_1|$  이나  $|\vec{r}_2|$  또는  $|\vec{r}_1 * \vec{r}_2|^2$  이  $\epsilon$  보다 작은 경우  $\vec{q} = 0$  으로 한다.

Fig. 5와 같은 유한 Span 3차원 Wing 표면을 Vortex Ring들로 치환하여 양력을 계산하였다.

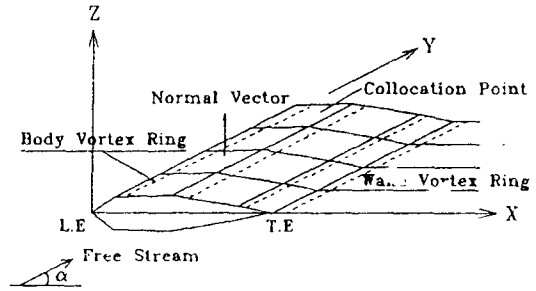


Fig. 5 Wing Representation with Vortex Ring Panels

Wing 표면에서 적용하는 경계조건은

$$\nabla(\Phi + \Phi_\infty) \cdot \vec{n} = 0 \tag{8}$$

여기서,  $\Phi$ 는 Perturbation Potential,  $\Phi_\infty$ 는 Free Stream Potential을 나타낸다.

또한 Kutta 조건을 만족시키기 위해 Fig.5 에서 처럼 Wake Ring Panel을 추가하여 Trailing Edge에서의 Panel 강도  $\Gamma_{TE}$ 가 Wake Panel 강도  $\Gamma_w$ 와 같도록 하였다.

즉,  $\Gamma_{TE} = \Gamma_{TE}^{(upper)} - \Gamma_{TE}^{(lower)}$  이라 할때,

$$\Gamma_{TE} = \Gamma_w \tag{9}$$

### 3. 數值 計算 및 結果 考察

Fig.6은 Sphere와 Circular cylinder에 Source Panel을 배치하여  $C_p$ 분포를 고찰한 것이다.

여기서 실선은 각각 Sphere와 Circular cylinder의 해석적  $C_p$ 값을 나타낸 것이고, 사각형과 원은 Sphere의 수치 계산 결과이며 삼각형은 Cylinder의 수치 계산 결과이다. 그림에서  $C_p$ 의 값을 계산한 결과 해석적 값과 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 7은 A와 a를 변화 시키며 flat wing의 단독 특성을 계산한 것이다.

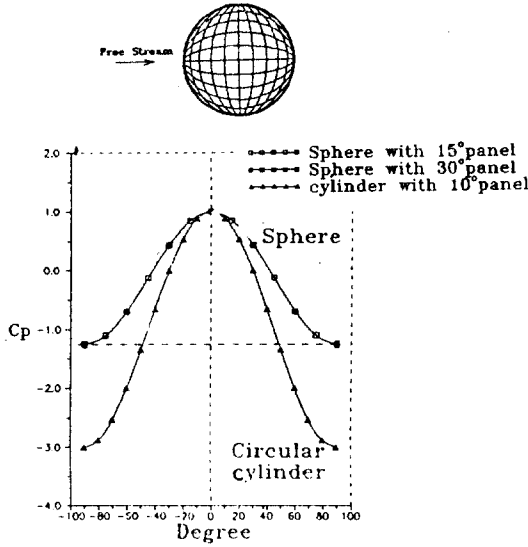


Fig. 6 The Pressure Distribution over the Surface of a Sphere and a Cylinder

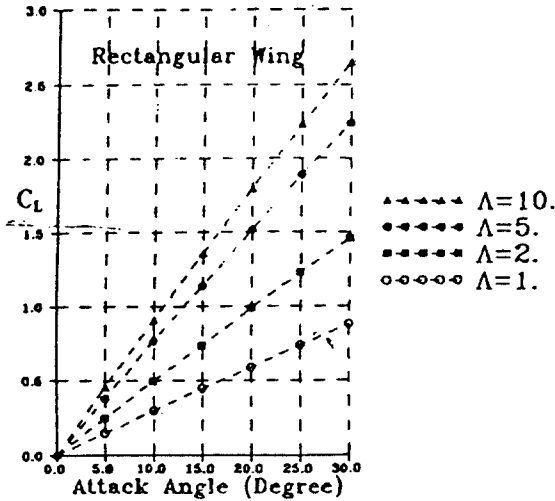


Fig. 7 Open Characteristics of Flat Wing.

Fig. 8은 Chord = 2 , Span = 2 , A = 1.0 , 두께 = 0.1 인 Wing의 단독특성을 계산한 것이다.

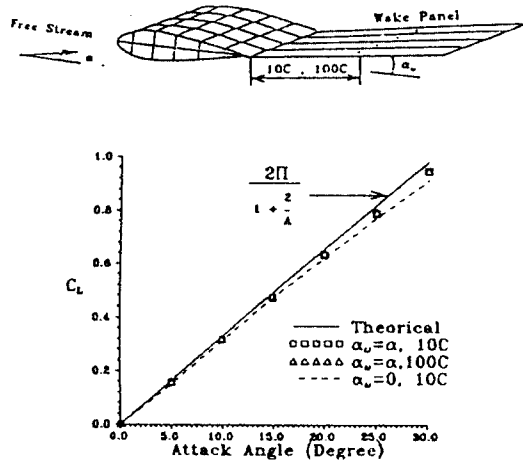


Fig. 8 Calculation of Open Characteristics.

그림에서 사각형과 삼각형은 각각 Wake Panel 이 흐름에 평행한 경우, Wake Panel의 Collocation Point를 10C, 100C로 한 경우이고 점선은 Wake Panel이 Chord 방향에 평행한 경우, Wake Panel의 Collocation Point를 10C로 한 경우이다. 그림에서 알 수 있듯이 Wake Panel의 각도와 길이가 CL값에 그다지 영향을 미치지 않는다.

다음으로 Fig.9는 동일한 형상의 Wing이 Free Stream에 나란히 놓인 경우, 즉 Tandem Wing의 양력특성을 계산한 것이다.

여기서 Gap은 Front Wing의 Trailing Edge에서 Rear Wing의 Leading Edge까지의 거리를 Chord 길이로 무차원화 한 것이다. 또한 Wake Panel은 흐름과 평행하게 하고, Collocation Point를 100C 후방으로 하였다.

이때 흐름의 입사각을 30°로 고정하고 Gap을 변수로 하여 CL값을 계산하였다. 그림에서 알 수 있듯이 Gap에 따른 相互干涉 效果가 잘 계산되고 있다.

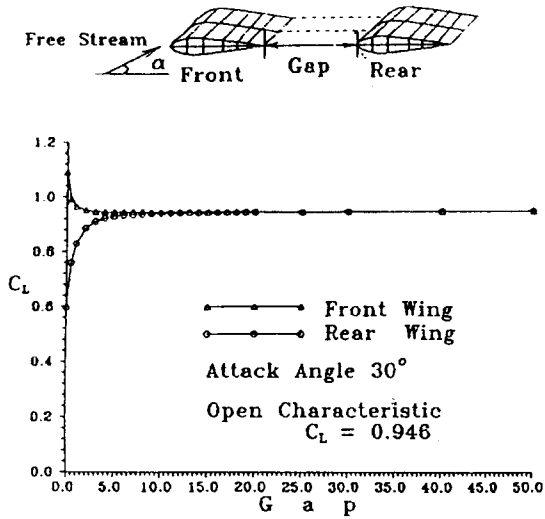


Fig. 9 Calculation of Tandem Wings.

Fig. 10-11은 원통형의 기하학적 3차원 물체와 Wing의 상호 간섭을 계산한 것이다.

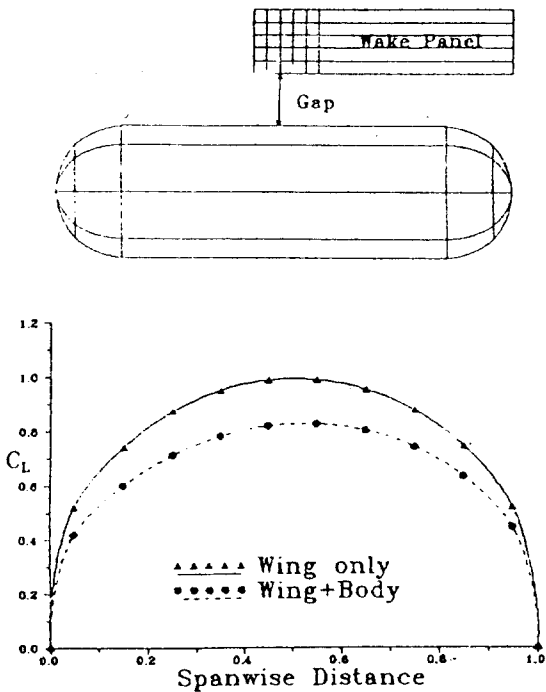


Fig. 10 Spanwise Lift Distribution.

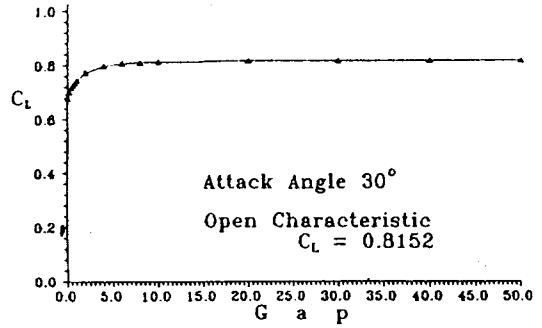


Fig. 11 Calculation of Interaction between Body and Flat Wing

Fig.12는 앞부분에 유선형 물체가 있고 그 뒤에 Wing이 있는 경우 물체와 Wing에 발생하는 힘을 계산한 것이다.

이때 Gap은 Wing Chord 길이를 이용하여 무차원화 하였다.

흐름의 입사각을  $30^\circ$  로 고정하고 Gap을 변화

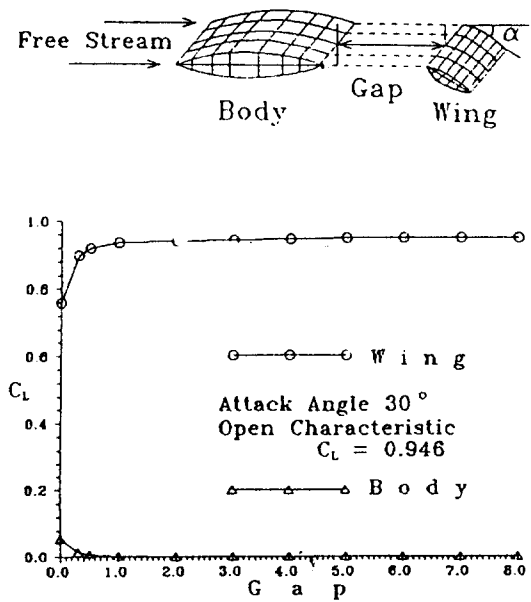


Fig. 12 Calculation of Interaction between Body and Wing.

시키며 Wing에 의해 물체에 유기되는 양력과, 물체가 Wing에 미치는 간섭 효과를 계산하였다. 그림에서 Gap이 작은 경우, 干涉 效果로 인하여 Wing의 揚力 값이 감소하고, 반면 Gap이 큰 경우에는 相互 干涉 效果가 작아져 Wing의 양력 값은 단독 특성과 같아짐을 알 수 있다.

#### 4. 結 論

3次元 Panel法을 이용하여 두께가 있는 유한폭의 Wing이나 Tandem Wing 또는 3차원 물체와 Wing의 간섭등을 계산하였다. Kutta조건의 만족을 위하여 Trailing Edge에서의 Vortex 강도와 같은 크기의 Wake Panel을 추가하는 방법을 이용하였고, 이때 Wake Panel의 길이나 각도가 양력에 미치는 영향이 적음을 알 수 있었다. 또한, 단독 특성 계산시 양력값이나 Tandem Wing과 3차원 물체와 Wing의 간섭 효과 계산시 Gap에 따른 양력값의 變化등이 잘 계산되었다.

본 계산은 흐름의 剝離와 같은 거동이 생기지 않는 경우에 사용 할 수 있는 방법으로 실제 문제의 경우 Navier-Stokes 방정식의 직접 해법과 같은 적용 해야 할 것이다.

그리고 본 계산은 물체의 이산화 과정에서 많은 시간을 소모하였고 따라서 본 계산과 동등하게 Preprocessor 나 Postprocessor 부분에도 많은 연구가 필요하다고 생각된다.

#### 參 考 文 獻

1. BOLLAY, W. "A Theory for Rectangular Wings of Small Aspect Ratio", J. Aeronautical Science 4. (1937)
2. HESS, J. L. and SMITH, A. M. O. "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies", Progress in Aeronautical Science, Vol. 8
3. JOSEPH KATZ and ALLEN PLOTKIN "Low-Speed Aerodynamics", McGraw-Hill, Inc. (1991)
4. CHUEN-YEN CHOW "An Introduction to Computational Fluid Mechanics", John Wiley & Sons, Inc. (1979)
5. ARNOLD M. KUETHE and CHUEN-YEN CHOW "Foundation of Aerodynamics: Bases of Aerodynamic Design", John Wiley & Sons, Inc. (1976)
6. JOHN D. ANDERSON, JR. "Fundamentals of Aerodynamics", McGraw-Hill, Inc. (1985)
7. MASKEW, B. "Program VSAERO Theory Document", NASA CR4023 (1987)
8. ROBERT T. JONES and DORIS COHEN "High Speed Wing Theory", Princeton University Press (1960)
9. HOLT ASHLEY and MARTEN LANDAHL "Aerodynamics of Wing and Bods", Dover, Inc (1965)
10. MILNE-THOMSON "Theoretical Hydrodynamics", Macmillan & Co Ltd (1968)