

平板熔接에 關한 平面變形 熱彈塑性 解析

방 한 서* · 한 길 영*

(1993년 11월 30일 접수)

The Plane-Deformation Thermal Elasto-Plastic Analysis During Welding of Plate

Han-Sur Bang* · Gil-Young Han*

Key Words : Plane Deformation(평면변형), Thermal Elasto-Plastic(열 탄소성), Welding Residual Stress(용접잔류응력), Cold Crack(저온균열), Thermal Strain(열변형률), Mechanical Behavior(역학적거동)

Abstract

Welding of structure produces welding residual stresses which influence buckling strength, brittle fracture strength and cold crack on the weld parts. Therefore, it is very important to accurately analyze the residual stress before welding in order to guarantee the safety of weldment.

If the weld length is long enough compared to the thickness and the breadth of plate, thermal and mechanical behaviors in the middle portion of the plate are assumed to be uniform along the thickness direction(z-axis). Thus, the following conditions(so-called plane deformation) can be assumed for the plate except near its end : 1) distributions of stress and strain are independent on the z-axis ; 2) plane normal to z-axis before deformation remains plane during and after deformation.

In this paper, plane-deformation thermal elasto-plastic problem is formulated by being based on the finite element method. Moreover special regards are paid to the fact that material properties in elastic and plastic region are temperature-dependence. And the method to solve the plane-deformation thermal elasto-plastic problem is shown by using the incremental technique. From the results of analysis, the characteristics of distribution of welding residual stress and plastic strain with the production mechanism are clarified.

* 조선대학교 선박해양공학과

** 이 논문은 1994년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

1. 序 論

구조부재를 용접할 경우에는 용접부에 특히 집중적으로 열팽창이 발생되어지며, 일반적으로 용접부재 전체에 걸쳐 온도의 상승 및 하강 과정이 상호 다르므로 부재 전체에 걸쳐 자유로운 열변형이 구속되어진다. 따라서 외부적인 구속이 없더라도 경계면이 구속되지 않은 자유로운 용접체에서도 필연적으로 열응력 및 열변형이 발생되어진다. 더우기, 변형과정에서 塑性領域이 나타나 熔接殘留應力 및 殘留變形이 발생된다.¹⁾

또한 용접에서처럼 재료가 高溫度로 가열되어지는 경우에는 재료의 物理的 諸性質이 溫度에 따라 광범위하게 변화하여 용접체의 熱彈塑性舉動에 커다란 영향을 준다. 그러므로, 용접에 의한 잔류응력등을 理論的으로 해석하기 위해서는 재료의 物理的性質의 溫度依存성을 고려하여 온도 분포의 변화에 따른 응력 및 변형도 履歷(history)을 順次的으로 추적할 수 있는 열탄소성 해석이 必至의 사실이다. 일반적으로 용접장이 板의 넓이나 두께에 비하여 상당히 긴것이 실제적인 현상이므로, 이 경우 판의 중앙부에서는 熱的 및 力學的 現象은 판두께 방향으로 일정한 현상을 나타내며 소위 열적으로는 準定常狀態를 나타내고 力學的으로는 平面變形狀態를 유지한다.²⁾ 지금까지의 板熔接部の 잔류응력해석은 해석 모델을 理想化한 解析解나 또는 재료정수의 온도의 의존성을 고려하지 않은 2차원적 수치해석(평면응력 및 평면변형률)이 보편적으로 사용되어져 왔다.^{3,4,5)}

본 연구에서는, 판용접부의 實際의 力學的 現象에 보다 근접한 平面變形熱彈塑性問題에 관하여 有限要素法으로의 적용을 시도하였으며, 또한 재료의 물리적 성질의 온도의존성을 고려한 평면 변형열탄소성 해석이론을 전개하여 數値解析에 필요한 제반 식을 정식화 하였다. 또한 해석결과에 의하여 후판의 용접잔류응력 및 소성 변형도의 분포 특징 및 그 발생 mechanism을 究明한다.

2. 有限要素法에 의한 平面變形 熱彈塑性 解析理論

열응력 문제에서는 맨처음 연속체의 비정상 열전도문제, 즉 시간과 함께 시시각각 변화하는 온도분포를 求하여야만 한다.⁶⁾ 이 온도 변화에 따라 열 변형률(thermal strain)이 변화하기 때문이다. 이것을 바로 初期變形率로 취급한다. 더우기 各要素를 구성하는 재료의 물리적 성질이 온도에 따라 변화하므로 이들의 영향을 고려한 節點力과 節點 변위의 관계식을 작성하여야 한다. 따라서 板의 熔接應力의 가장 일반적인 해석을 위하여 재료의 等方성을 고려하여 彈性 및 塑性 全領域에 걸쳐 재료정수의 온도 의존성을 고려하였다. 또한 소성역에서는 伸縮等방硬化法則을 고려한 Von-Mises의 降伏조건을 항복함수로 사용하였으며, 使用要素는 isoparametric 4절점 요소를 사용하였다. 변형도 및 응력의 관계를 소성 유동(plastic flow)이론에 기본하여 增分으로 나타내었다.^{7,8,9,10)}

2.1 열탄소성 문제에 대한 유한요소법의 기본식

재료정수에 대하여 온도 의존성을 고려하지 않을 경우, 평면 변형상태의 응력-변화도의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = [D^*]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \\ \alpha T \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

혹은

$$\{\epsilon\} = [D^*]^{-1} \{\sigma\} - \{\epsilon^T\} \dots\dots\dots (2)$$

여기서, $[D^*]$: 탄성 Matrix, $\{\alpha\}T = \epsilon^T$: 열변형률
 α, T : 각각 순간 선팽창계수 및 온도이다.
 식(2)를 增分形으로 나타내면 다음과 같다.

$$\{d\sigma\} = [D^*] \{d\epsilon - d\epsilon^T\} \dots\dots\dots (3)$$

만약 재료의 물리적 성질의 온도의존성을 고려하고, 응력증분에서의 영향을 일괄하여 $[C]dT$ 라

고 하면, 식(3)은 아래와 같이 쓸수있다.

$$\{d\sigma\} = [D] \{d\varepsilon\} - [C]dT \dots\dots\dots (4)$$

2.2 절점력과 절점변위와의 관계

물체력을 무시하고 假想일의 定理에 따라 要素의 等價절점력의 증분 $\{dF\}$ 는 다음과 같다.

$$\{dF\} = [K] \{dU\} - \{dL\} \dots\dots\dots (5)$$

여기서, 전체요소에 대하여 외력이 전혀 작용하지 않을 경우의 각요소에 관한 平等條件式은 아래와 같다.

$$\sum [K] \{dU\} - \sum \{dL\} = \sum \{dF\} = 0$$

따라서,

$$\sum [K] \{dU\} = \{dL\} \dots\dots\dots (6)$$

여기서,

$$[K] = \int_v [B]^T [D] [B] dV : \text{요소의 강성 매트릭스}$$

$$\{dL\} = \int_v [B]^T [C] dT dV : \text{등가절점력이다.}$$

변형률 Matrix $[B]$ 를 정의하기 위하여 아이소 파라메트릭 요소(isoparametric element)를 도입하면, 요소변위의 보간(補間)은 幾何形狀의 보간과 같은 형식이므로 요소 변위는 다음과 같이 표시된다.

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i u_i$$

$$v = \sum_{i=1}^4 N_i v_i \dots\dots\dots (7)$$

$$w = a_0 + a_1 x + a_2 y$$

변형률 Matrix, 강성 Matrix 및 등가절점력은 다음과 같이 유도된다.

$$[B]_{ij} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{pmatrix} (1+s_j) & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & (1-s_j) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1+r_i) & 0 & (1-r_i) & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 & 0 & 0 \\ (1+r_i) & (1+s_j) & -(1+r_i) & -(1-s_j) & -(1-r_i) & -(1-s_j) & -(1+r_i) & (1-s_j) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i & x & y \end{pmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

$$[K] = \sum [K]_{ij} = \sum_j \beta_j [B]_{ij}^T [D] [B]_{ij} \det J_{ij} dr ds_i \dots\dots\dots (9)$$

$$\{dL\} = \sum \{dL\}_{ij} = \sum_j \beta_j [B]_{ij}^T [C] dT \det J_{ij} dr ds_i \dots\dots\dots (10)$$

2.3 온도 의존성을 고려한 응력-변형률 관계

(1) 탄성역

재료가 탄성거동을 하는 경우에는 全變形率 $\{d\varepsilon\}$ 은 식(3)에서 주어진 열변형률 $\{d\varepsilon^T\}$ 가 적합조건(compatibility)을 만족하도록 탄성변형률 $\{d\varepsilon^e\}$ 와의 합이 되도록 하여야 한다.

즉,

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^T\} \dots\dots\dots (11)$$

또한, 응력 $\{\sigma\}$ 와 탄성변형률 $\{e\}$ 는 탄성 matrix $[D^e]$ 를 이용하여 增分을 취하면

$$\{d\sigma\} = [D^e] \{d\varepsilon^e\} \dots\dots\dots (12)$$

여기서 탄성변형률 $\{e\}$ 는 응력 $\{\sigma\}$ 및 온도 T의 함수이므로, 탄성변형률의 增分은 아래와 같다.

$$\{d\varepsilon^e\} = \left\{ \frac{\partial \varepsilon^e}{\partial \sigma} \right\} \{d\sigma\} + \frac{\partial \{e\}}{\partial T} dT \dots\dots\dots (13)$$

로 되며, 식(12)를 식(13)에 代入하여 정리하면 다음과 같다.

$$\{d\varepsilon^e\} = [D^e]^{-1} \{d\sigma\} + \frac{\partial [D^e]^{-1}}{\partial T} \{\sigma\} dT \dots\dots\dots (14)$$

식(14)를 식(11)과 식(3)에 代入하여 정리하면

$$\{d\varepsilon\} = [D^*]^{-1} \{d\sigma\} + \frac{\partial [D^*]^{-1}}{\partial T} \{\sigma\} dT + \{\alpha\} dT \dots (15)$$

다시, 식(15)를 식(3)에 대입하면 탄성역에서의 응력증분에 대한 構成方程式은 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D^*] \{d\varepsilon\} - [D^*] \left(\frac{\partial [D^*]^{-1}}{\partial T} \{\sigma\} + \{\alpha\} \right) dT \\ &= [D^*] \{d\varepsilon\} - ([D^*] \{\alpha\} - \frac{1}{E} \frac{E-E_1}{\Delta T} \{\sigma\}) dT \\ &= [D^*] \{d\varepsilon\} - [C] dT \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

여기서, E_1 : 온도변화 ΔT 후의 탄성계수

$$[C] : [D^*] \alpha \frac{1}{E} - \frac{E-E_1}{\Delta T} \{\sigma\} \text{이다.}$$

(2) 소성역

재료의 항복응력 σ_y 는 溫度 T 와 소성일(plastic work) $W^p(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)$ 의 함수로서, $\sigma_y(T, W^p)$ 로 하고, 항복함수 F 는 응력 $\{\sigma\}$ 와 항복응력 σ_y 로 부터

$$\begin{aligned} F &= f - f_0 = f(\sigma) - f_0(\bar{\varepsilon}^p, T) \\ &= \bar{\sigma}^2 - \sigma_0^2(\bar{\varepsilon}^p, T) \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

즉, $dF = df - df_0 = 0$

을 만족할때 재료는 항복한다. 또한 재료가 소성역에서 負荷狀態(loading state)에 있을 경우에는 다음 조건을 만족해야 하므로

$$dF = 0$$

에 의하여

$$dF = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} - \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \right\}^T \{d\bar{\varepsilon}^p\} - \frac{\partial f_0}{\partial T} dT = 0 \dots \dots \dots (18)$$

여기서, $\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T$: 相當應力의 변화
 $\left\{ \frac{\partial f_0}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \right\}$: 加工硬化, $\frac{\partial f_0}{\partial T}$: 온도증분이다.

소성역에 도달한 재료는 비압축성을 나타내고,

항복함수를 소성 potential로 가정하면 소성변형률(plastic strain) 증분은

$$\{d\varepsilon^p\} = \lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

여기서, $\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}$: 偏差應力, λ : 양(+)의 스칼라 양이다.

또한 전변형률(total strain) 증분 $\{d\varepsilon\}$ 는 탄성, 소성 및 열변형률의 합이므로

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^T\} \dots \dots \dots (20)$$

로 된다. 따라서 소성역에서의 응력증분에 대한 구성방정식은 식 (3), (12), (14), (18), (19) 및 (20)으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D^*] \{d\varepsilon\} - [D^*] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \lambda - [D^*] \{\alpha\} dT \\ &\quad + \frac{d[D^*]}{dT} [D^*]^{-1} \{\sigma\} dT \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

여기서,

$$\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^*] \{d\varepsilon\} - \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T ([D^*] \{\alpha\} - \frac{d[D^*]}{dT} [D^*]^{-1} \{\sigma\}) dT - \frac{\partial f_0}{\partial T} dT}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^*] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}}$$

이다.

소성역에 있는 재료가 除荷되어지는 경우에 식 (19)의 값이 음(-)이 된다. 즉,

$$\lambda < 0$$

윗식이 제하(除荷)의 판정조건이다. 제하를 받는 재료의 응력-변형률의 관계식은 식(21) 대신에 식(16)을 사용하여야 한다.

2.4 소성변형도 이론

소성변형률은 식(19)에서 정의한 바와 같이 Von-Mises의 항복조건을 따른다고 하면, 항복함수 F 는 다음과 같이 쓸수있다.

$$F = \sigma^2 - \sigma_y^2 \dots \dots \dots (22)$$

여기서, σ : 相當應力

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2} \dots \dots \dots (23)$$

따라서 식(19)는

$$(d\epsilon_x^e \ d\epsilon_y^e \ d\epsilon_z^e \ d\gamma_{xy})^T = \lambda (3\sigma'_x \ 3\sigma'_y \ 3\sigma'_z \ 6\tau'_{xy})^T = 0$$

결국 소성변형도 증분은 편차응력방향으로 향한다. 또한,

$$d\epsilon_x^e + d\epsilon_y^e + d\epsilon_z^e = 3(\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z) = 0 \dots \dots \dots (24)$$

에 의하여 소성변형도는 非壓縮性을 만족한다.

3. 板의 용접응력의 발생 기구 및 그 분포 특성

3.1 해석 Model의 설정

厚板 중앙부에 용접을 수행하는 것으로 하였으며, 板 중앙부에서 단위 길이의 薄板을 선택하여 본 연구에 해석 Model로 선정하였으며 해석모델과 요소 분할 및 경계조건은 Fig. 1에 보인 것처럼 폭(B)300mm, 두께(A)90mm로 하였다. 또한 해석 Model 상부의 중앙부에 폭(b)8mm, 길이(d)5mm의 면적에 용접길이(ℓ)100mm의 잠호용접(submerged-arc welding) 1-pass를 수행하는 것으로 하였다. 용접조건은 입열량 $Q=17000J/cm$ (전압 25V, 전류 120A, 용접속도 18cm/min)로 하였다.

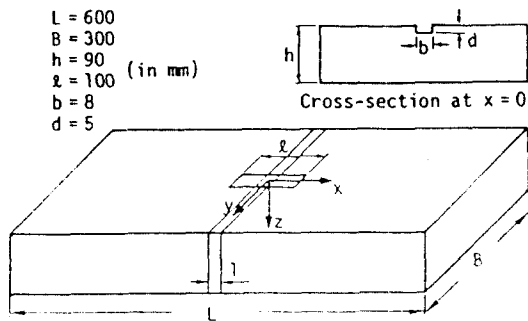


Fig. 1 Model for analysis

재료는 연강(mild steel)으로 하였으며 열탄소성 해석에 사용한 온도에 의존하는 물리적 재료 정수를 Fig. 2에 나타내었다. 평면변형 열탄소성 해석에서 하중으로 사용되어지는 용접열 온도분포 해석은 유한요소법을 이용한 2차원 비정상 열전도 해석에 의한 결과를 사용하였다.⁶⁾

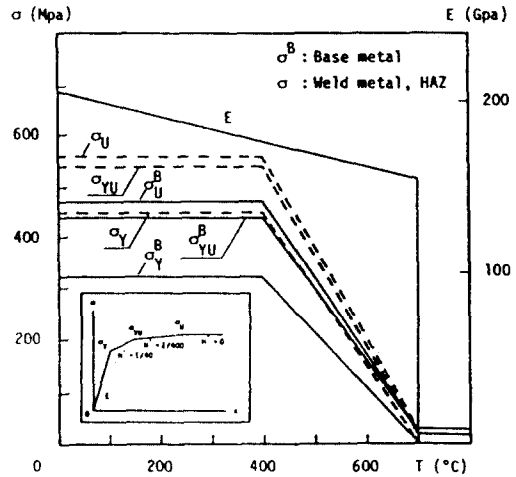


Fig. 2 Temperature dependency of mechanical properties of material

3.2 용접잔류 응력 및 소성 변형도의 분포 및 그 특징

평면변형 열탄소성 해석에 의하여 厚板에 발생하는 용접잔류응력 및 소성변형률의 분포특징 및 그 발생 기구에 關하여 기술한다.

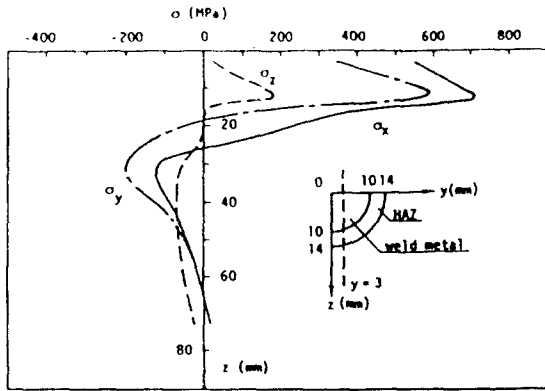
우선, Fig. 3(a), (b)는 단면에 있어서 $y=3mm$ 위치에서의 잔류응력 및 소성변형률을 판두께 방향으로의 분포로 나타낸 것이다. 여기서 Fig. 3(a)에 나타난 각 응력 성분을 고찰하여 보면 σ_x , σ_y 및 σ_z 는 용접금속부에서 인장성분을 가지며 판두께 방향으로 나아감에 따라서 그 絕對값은 점점 커지며 열영향부(heat-affected zone)에 이르러서는 인장값이 최대값에 도달함을 알수있다. 따라서, 시험체 上表面 부근에서 잔류응력 값이 조금 낮은 원인은 자유 경계의 영향이라고 생각되어진다. 그리고 열영향부에서 부터 모재쪽으로

관찰하여 보면 인장성분의 잔류응력값이 감소하여 마침내 압축성분으로 바뀌어 지며 나아가 압축성분의 최대값에 도달한 후 두께 下方으로 가면서 서서히 감소하고 있다.

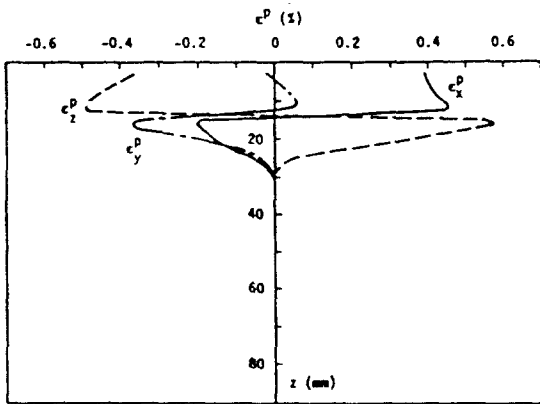
두번째로 Fig. 3(b)를 주목하여보면 용접잔류소성변형률(residual plastic strain)의 각성분 ϵ_x , ϵ_y 및 ϵ_z 중 용접금속 및 열영향부에서의 소성 변형률 값은 인장성분을 나타내며 열영향부에서는 그 최대값에 이르고 있음을 알수있으며, 동시에 ϵ_z 는 커다란 압축 성분을 갖고 있음을 알 수 있다. 또한 모재에서도 열영향부의 경계면에서는 소성 변형률이 매우 큰 낙차를 나타내고 있다. 즉, ϵ_x 가

인장성분의 최대값으로부터 압축성분의 최대값으로 변화하며, 또한 판두께 방향 소성변형률 성분 값은 압축성분의 최대값으로부터 인장성분의 최대값으로 매우 급격하게 변화한다. 특히 열영향부에 인접한 모재에 있어서는 ϵ_x 가 매우 큰 인장성분의 값을 갖는다. 또 이 영역에서 σ_x 가 σ_y 및 σ_z 보다 매우 큰 인장응력을 갖는다.

Fig. 4(a), (b)에서는 용접체 단면 중앙부의 $z=8\text{mm}$ 의 위치에서의 용접잔류응력 및 소성변형률을 판폭(板幅) 방향으로 각각 그 크기 및 분포를 도시하였다. Fig. 4(a)에 나타난 잔류응력성분을 고찰하여 보면 용접선 방향의 잔류응력성분 σ_x 및

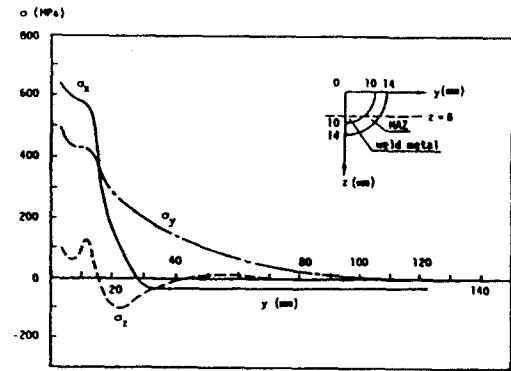


(a)

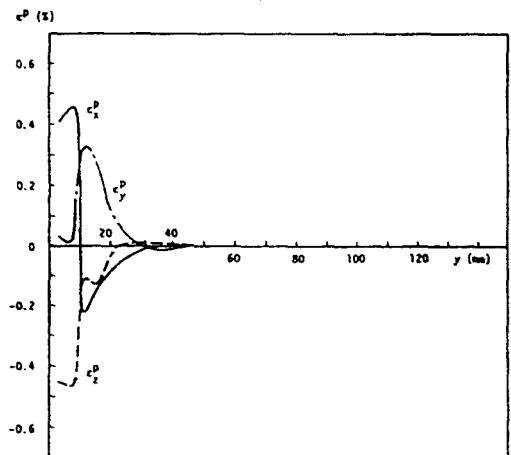


(b)

Fig. 3 Distribution of plane-deformation residual stress (a) and plastic strain (b) along z-direction



(a)



(b)

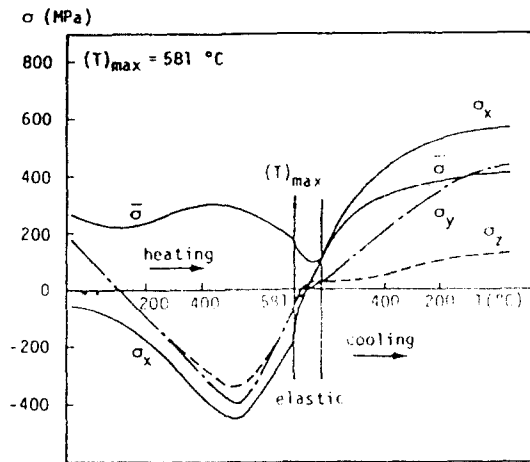
Fig. 4 Distribution of plane-deformation residual stress (a) and plastic strain (b) along y-direction

용접선 직각 방향의 성분 σ_y 의 분포형상 및 그 크기는 一般 slit 용접에서의 잔류응력 分布傾向과 일치하고 있다.¹¹⁾ 또한 Fig. 4(b)에서 소성 변형률은 Fig. 3(b)와 같은 양상으로 열영향부와 모재와의 경계면에서 급격하게 변화한다. 또한 전단응력은 全領域에 걸쳐서 거의 發生되지 않으며 발생되더라도 그 절대값은 무시할 정도의 미미한 값이다.

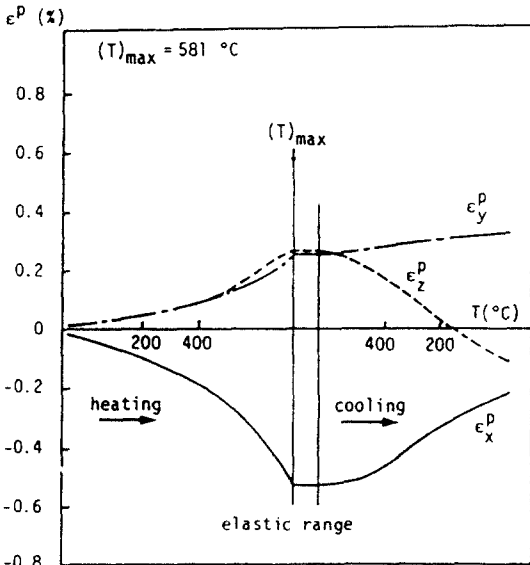
4. 고 찰

Fig. 5(a) 및 (b)는 $y=12\text{mm}$, $z=8\text{mm}$ 위치의 모재에 발생한 용접잔류응력 및 소성변형률의 생성과정을 도시하였다. 그림과 같이 용접선 방향의 소성변형률 값이 최고온도 부근에서 압축의 최대값에 도달함에도 불구하고 잔류응력값은 그 반대로 작아졌다. 따라서 이와같이 하중의 방향이 변화하여 이것에 의하여 소성변형률 증분의 방향이 변화하는 경우에는 잔류소성변형률 값에만 주목하지 말고, 소성변형률 全履歷에 걸쳐서 주목할 필요가 있다고 생각되어진다.

또한, Fig. 6은 $y=3\text{mm}$, $z=16.5\text{mm}$ 위치에 있는 모재의 용접잔류응력 및 소성변형률의 생성과정을 나타내었다. 그림에 나타난 바와 같이 판 두께 방향의 소성변형률 값이 커다란 인장성분의 값을 가지지만 이것은 소성변형률의 비압축성(非壓縮性)에 의하여 발생되어진 것이라고 생각되어진다.



(a)



(b)

Fig. 5 Transient stresses (a) and transient plastic strains (b) in base metal

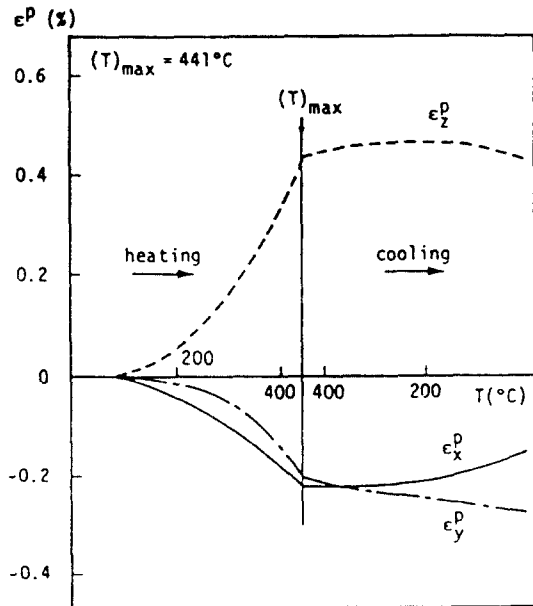


Fig. 6 Transient plastic strains in base metal

이상의 용접문제와 같이 항복응력이 변화하는 경우는 소성변형률에 보다 많은 관심을 집중할 필요가 있으며, 어떠한 경우든 용접부 즉 용접금속, 열영향부 및 열영향부에 인접한 모재에서 잔류응력이 집중되어 있으며 또한 최대값을 갖는다. 이와같이 용접부를 포함한 그 근방이 역학적으로 가장 혹독한 상태에 놓이게 되며 용접냉각균열(Cold crack)의 가능성이 가장 크다고 생각되어진다.

5. 결 론

본 연구에서는 용접장이 길고 또한 후판인 용접부의 역학적 거동을 밝히기 위하여 유한 요소법을 이용한 증분법에 의하여 평면변형 열탄소성이론을 정식화 함과 더불어 그것에 의하여 수치해석 프로그램을 개발하였다. 해석결과는 기존 연구결과¹¹⁾와 잘 일치함을 보여 주었으며 따라서 용접장이 긴 후판에서 역학적 문제는 평면변형 열탄소성 문제로 취급할 수 있다고 사료된다. 또한 해석 결과를 요약하면 아래와 같다.

- 1) 용접금속과 열 영향부에 발생한 응력 성분은 각 성분이 인장을 나타내며 그 크기는 $\sigma_x > \sigma_y > \sigma_z$ 의 순으로 나타났다.
- 2) 용접금속 및 열 영향부에 발생한 잔류응력과 잔류소성변형률은 역학적 응응 온도 이하의 냉각과정에서 생성되어지며, 반면 모재의 그것들은 온도상승 및 냉각과정의 영향을 받아 생성되어진다.

참 고 문 헌

- 1) 渡邊正紀, 佐藤邦彦, “熔接力學과 그 응용”, 朝倉書店, 1965.
- 2) Kim. Y. C, Yamakita. T, Bang. H. S, Ueda. Y, “Mechanical characteristics of Repair Welding in thick plate(II)”, Trans. JWRI, Vol. 17, No. 2, 1988.
- 3) 渡邊, “一次元的 溫度分布에 의한 矩形板의 열응력 및 잔류응력에 관한 연구”, 일본 조선협회 논문집 제86호, 1954.
- 4) Bjorhovde. R, Brozietti. J, Alpsten. G. A, “Residual stresses in thick Welded plates”, Welding Journal, 51(8) Research Supplement, 1972.
- 5) W. M. Wilson, C. C. Haoc, “Residual stresses in welded structure”, The Welding Journal, 26(5) Research Supplement, 1974.
- 6) 방한서, “유한요소법에 의한 박판용접시의 2차원 비정상 열전도해석”, 대한조선학회 논문집, 27권 4호, 1990.
- 7) Y. Fujita, T. Nomoto : 열탄소성 문제에 관한 연구, 일본 조선학회 논문집, 제130호, 1971.
- 8) K. J. Bathe : Finite element procedures in engineering analysis, Prentice-Hall, 1982.
- 9) 宮崎則幸, 矢川元基, 유한요소법에 의한 熱應力 · 크립 · 열전도해석, 사이엔스社, 1985.
- 10) 일본재료학회편, 고체역학의 기초, 日刊工業新聞사, 1981.
- 11) Ueda. Y, Nakacho. K, “Distributions of Welding Residual Stress in Various Welded Joints of Thick Plates”, Trans. JWRI, Vol. 15, No. 1, 1986.