

論 文

잠수구조물에 의한 비선형파랑변형에 관한 연구

김 원 규* · 강 인 식** · 곽 기 석*** · 김 도 삼****

Nonlinear Wave Transformation of a Submerged Coastal Structure

W. K. Kim · I. S. Kang · K. S. Kwak · D. S. Kim

Key Words : 정상해석법(frequency-domain method), 3차섭동법(third order perturbation method), 경계적분방정식(boundary integral method), 비선형파랑변형(nonlinear wave transformation), 비선형간섭(nonlinear interaction), 성분파(component wave)

Abstract

The present paper discusses the nonlinear wave deformation due to a submerged coastal structure. Theory is based on the frequency-domain method using the third order perturbation and boundary integral method. Theoretical development to the second order Stokes wave for a bottom-seated submerged breakwater to the sea floor is newly expanded to the third order for a submerged coastal structure shown in Figure 1. Validity is demonstrated by comparing numerical results with the experimental ones of a rectangular air chamber structure, which has the same dimensions as that of this study.

Nonlinear waves become larger and larger with wave propagation above the crown of the structure, and are transmitted to the onshore side of the structure. These characteristics are shown greatly as the increment of Ursell number on the structure. The total water profile depends largely on the phase lag among the first, second and third order component waves.

1. 서 론

해안·항만구조물에 의한 비선형파랑변형해석은 1) 정상파동장을 대상으로 하는 주파수영역에서의 해석법(Vata, 1987; Massel, 1983; McIver

and McIver, 1990; Palm, 1991; 喜岡·石田, 1993
; 吉田等, 1991; 吉田等, 1989; 岩田·金等, 1992
)과 2) 유체운동의 시간발전을 계산하는 시간영역
에서의 해석법(비정상해석법으로 칭한다)(Naka-
yama, 1983; Isaacson and Cheung, 1990; Isacc-

* 부산대학교 생 산 기술 연구소 특별연구원

** 부산대학교 공과대학 강사

*** 부산대학교 대학원 토목공학과 박사과정

**** 한국해양대학교 항만운송공학과 전임강사

son, 1983)으로 대별할 수 있다.

비정상해석법은, 불규칙파의 계산이 가능하다는 장점을 가지고 있지만, 파가 정상상태에 도달하기 까지 계산시간이 길고, 계산영역이 크게 되며(Open boundary를 설치하지 않는 경우), 시간차분과 매 시간차분마다 반복되는 공간차분에 의한 계산오차의 누적등이 문제로 되기 때문에 반드시 비선형파랑변형의 해석법으로 적당하다고는 볼 수 없다.

따라서, 본 연구에서는 정상해석법으로 Fig. 1에 나타내고 있는 잠수구조물에 의한 비선형파랑변형을 해석하기로 한다. 정상해석법은 섭동전개법을 사용하는 것으로, 종래의 연구는 Stokes 2차파까지를 고려하여 해석하고 있다. 본 연구에서는 이를 Stokes 3차파까지 이론을 확장한다. 이로부터 잠수구조물에 의한 비선형파의 발생특성을 잠수심과 입사파의 주기의 변화와 관련시켜 살펴보고, 해의 타당성을 검증하기 위해 동일한 외형차수를 갖는 잠수압기형구조물의 경우의 실험치(金, 1993)와 비교한다.

2. 이론해석

Fig. 1에 나타내고 있는 바와 같이, 일정수심의 2차원 파동장에 설치된 잠수구조물에 대해서 x 의

정의 방향으로부터 유한진폭파(Stokes 3차파)가 입사하는 경우를 고려한다. 유체운동을 비압축완전유체의 비회전운동으로 가정하면 유체운동은 velocity potential Φ 로 나타낼 수 있으며 이는 다음의 Laplace방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \Phi(x, z; t) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

여기서, x, z 는 좌표, t 는 시간이다.

이 때, 어떤 미소량 $\epsilon (= \eta_0 k^{(1)})$ 에 관한 1차의 입사파의 진폭을 η_0 , 파수를 $k^{(1)}$, 각주파수를 σ 로 각각 정의한다. 감쇠정상파의 영향이 미치지 않는 $x = \pm b$ 의 지점에 open boundary를 둔다. 그러면, 유체영역은 3개로 분할되고 폐영역 $R^{(0)}$ 의 경계면에 대해 외향법선을 n , 유체운동의 velocity potential을 $\phi(x, z; t)$, 수면변동을 $\eta(x; t)$ 로 정의한다.

2. 1 경계조건

폐유체영역의 경계면은 자유수면(S_f), 가상경계면(S_{o1}, S_{o2}), 해저(S_b) 및 구조물의 표면(S_s)으로 구성된다. 여기서 각 경계면의 경계조건은 다음과 같다.

2. 1. 1 수면경계(S_f)에서의 경계조건

자유수면에서 역학적 경계조건식과 운동학적 경계조건은 각각 다음과 같이 주어진다.

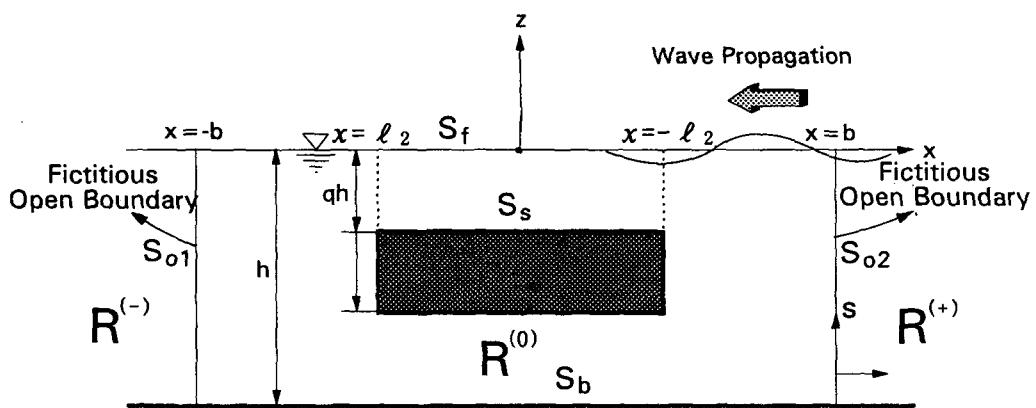


Fig. 1 Definition Sketch of Submerged Coastal Structure

$$\Phi_x + (\Phi_x^2 + \Phi_z^2)/g\eta = Q \text{ on } S_f \dots \quad (3)$$

여기서, g 는 중력가속도, Q 는 Bernoulli 상수, 첨자 x, z, t 는 그의 좌표와 시간에 대한 편미분을 나타낸다.

velocity potential Φ , 수면변동 η 및 Bernoulli상수 Q 가 미소파라메타 ε 에 관해 다음과 같은 섭동전개가 가능한 것으로 한다. 여기서 각주파수 σ 의변조는 고려하지 않는다.

$$\Phi(x, z; t) = \varepsilon \phi^{(1)}(x, z) e^{i\omega t} + \varepsilon^2 [\phi^{(2)}(x, z) e^{2i\omega t} + \phi_0^{(2)}(x, z)] + \varepsilon^3 [\phi^{(3)}(x, z) e^{3i\omega t} + \phi_1^{(3)} e^{i\omega t}] + \dots \quad (4)$$

$$\eta(x; t) = \epsilon \eta^{(1)}(x) e^{i\omega t} + \epsilon^2 \{ \eta^{(2)}(x) e^{2i\omega t} + \eta_o^2(x) \} + \epsilon^3 \{ \eta^{(3)}(x) e^{3i\omega t} + \eta_{11}^{(3)}(x) e^{i\omega t} \} + \dots \quad (5)$$

$$Q = \varepsilon Q^{(1)} + \varepsilon^2 Q^{(2)} + \varepsilon^3 Q^{(3)} + \dots \quad (6)$$

식(2)와 (3)을 정수면 $z=0$ 의 주변으로 Taylor 급수전개를 하고 식(4)~(6)의 결과를 대입하여 ε 의 각 차수에 관한 역학적 경계조건식과 운동학적 경계조건식을 얻는다. 다음으로 동일한 차수의 역학적 경계조건식과 운동학적 경계조건식으로부터 수면변동 $\eta^{(1)}$ (1차의 경우), $\eta^{(2)}$ (2차의 경우), $\eta^{(3)}$ (3차의 경우)를 소거하면 각 차수에 관한 자 유수면경계조건식을 다음과 같이 얻는다.

1st Order ;

$$\phi_z^{(1)} - \sigma_g \phi^{(1)} = 0, \quad z=0 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

2nd Order ;

$$\begin{aligned} \phi_z^{(2)} - 4\sigma_g \phi^{(2)} &= -i\sigma(\phi_x^2 + \phi_z^2)/g - \eta^{(1)} \\ (-\sigma^2 \phi_z^{(1)} + g\phi_{zz})/2g, \quad z=0 &\dots \quad (8) \end{aligned}$$

3rd Order ;

$$\begin{aligned}
& \phi_z^{(3)} - 9\sigma_g\phi_z^{(3)} = -3i\sigma(\phi_x^{(1)}\phi_x^{(2)} + \phi_x^{(1)}\phi_z^{(2)})/g \\
& - \eta^{(1)2}(\phi_z^{(1)} - \sigma_g\phi^{(1)})_z/8 - (\phi_x^{(1)2}\phi_{xz}^{(1)} + \phi_z^{(1)} \\
& \phi_{xz}^{(1)} + 2\phi_x^{(1)}\phi_x\phi_{xz}^{(1)})/4g - \eta^{(1)}(\phi_z^{(2)} - 4\sigma_g\phi_z^{(2)})_z \\
& /2 - \eta^{(2)}(\phi_z^{(1)} - \sigma_g\phi^{(1)})_z/2 - i\sigma\eta^{(1)}(\phi_{xz}^{(1)}\phi_x^{(1)} + \\
& \phi_x^{(1)}\phi_z^{(1)})/g, \quad z=0 \dots \quad (9)
\end{aligned}$$

여기서, $\sigma_g = \sigma^2/g$ 이다.

설동전개식(4)~(6)에서 알 수 있듯이, 2차의 정상성분에 관한 수면경계조건식과 3차의 기본주파수성분에 관한 수면경계조건식이 얹어진다. 그러나, 3차의 기본주파수성분의 경우는 본 연구에서 각주파수의 변조를 고려하지 않으므로 이에 대응하는 velocity potential을 구할 수 없고, 2차의 정상성분의 경우는 3차의 기본주파수성분을 고려하지 않으면 3차까지의 수면변동과 압력변화에는 영향을 주지 않으므로 이에 대한 논의는 생략한다. 또, 본 연구에서는 Stokes 2차까지의 이론은 종래의 연구(吉田 등, 1989 ; 岩田 · 金 등, 1992)에서 잘 논하고 있으므로, Stokes 3차이론에 대해서만 기술하기로 한다.

2. 1. 2 구조물표면(S_s) 및 해저경계면(S_b)에 서 경계조건

고정되어 있는 구조물의 표면 및 해저경계면에
서 경계조건은 불투과조건을 고려하면 다음식으
로 표현된다.

$$\phi_z^{(3)} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

2. 1. 3 가상경계면(S_{o1}, S_{o2})에서 경계조건

가상경계면에서의 경계조건은 유체영역 $R^{(+)}$ 및 $R^{(-)}$ 에서의 velocity potential을 해석적으로 구하여 $\phi^{(3)}|_{x=\pm b}$, $\phi_v^{(3)}|_{x=\pm b}$ 를 계산하면 얻어진다.

유체영역 $R^{(+)}$ 및 $R^{(-)}$ 에서 주어지는 경계조건을 만족하는 3차의 velocity potential을 구하면 각각 다음식으로 나타내어 진다.

$$\begin{aligned}\phi^{(3)}(x, z) = & B^{(3)} e^{-ik^{(3)}x} f(k^{(3)}z) + \xi_o (e^{-3ik^{(1)}x} + B^{(1)3} \\ & e^{-3ik^{(1)}x}) f(3k^{(1)}z) + \xi_b (B^{(1)} e^{ik^{(1)}x} + B^{(1)2} \\ & e^{-ik^{(1)}x}) f(k^{(1)}z) + i\xi_s B^{(2)} e^{i(k^{(1)}-k^{(2)})x} f(k^{(1)} \\ & - k^{(2)}) z) + i\xi_s B^{(1)} B^{(2)} e^{-i(k^{(1)}+k^{(2)})x} f((k^{(1)} \\ & + k^{(2)}) z), \text{ on } R^{(1)} \dots \dots \dots \quad (11)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi^{(3)}(x, z) = & I^{(3)} e^{k^{(3)} x} f(k^{(3)} z) + i \zeta_x I^{(1)} I^{(2)} e^{i(k^{(1)} + k^{(2)}) x} \\ & f((k^{(1)} + k^{(2)}) z) + \zeta_x I^{(1)3} e^{3ik^{(1)} x} f(3k^{(1)} z), \\ & \text{on } R^{(-)} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $B^{(2)}$, $I^{(2)}$ 는 2차의 자유파(free wave)의 성분을 나타내는 velocity potential의 계수, $B^{(3)}$, $I^{(3)}$ 는 3차의 자유파를 나타내는 velocity potential

의 계수, $B^{(1)}$, $I^{(1)}$ 은 1차의 반사파와 전달파를 나타내는 velocity potential의 계수를 각각 나타내고, $k^{(n)}(n=1, 2, 3)$ 은 n 차의 자유파의 파수로 $n^2\sigma_g = k^{(n)}\tanh k^{(n)}h$ 의 고유함수로부터 구해지는 고유치이다. 또, ξ_o , ξ_b , ξ_d , ξ_s 는 각각 다음과 같다.

$$\xi_o = \frac{\xi_{oo}}{3k^{(1)}\tanh 3k^{(1)}h - 9\sigma_g}$$

$$\xi_b = \frac{\xi_{bb}}{k^{(1)}\tanh k^{(1)}h - 9\sigma_g}$$

$$\xi_d = \frac{\xi_{dd}}{(k^{(1)} - k^{(2)})\tanh(k^{(1)} - k^{(2)})h - 9\sigma_g}$$

$$\begin{aligned} \xi_s &= \frac{\xi_{ss}}{(k^{(1)} + k^{(2)})\tanh(k^{(1)} + k^{(2)})h - 9\sigma_g} \\ \xi_{oo} &= a_s(10\sigma_g\tanh 2k^{(1)}h + \sigma_g^2/k^{(1)} - 9k^{(1)}) \end{aligned}$$

$$+ \frac{3\sigma[k^{(1)2}(2\sigma_g^2 - k^{(1)2}) - \sigma_g^4]}{8k^{(1)3}\sigma_g^2}$$

$$\begin{aligned} \xi_{bb} &= a_s(10\sigma_g\tanh 2k^{(1)}h + \sigma_g^2/k^{(1)} + 3k^{(1)}) \\ &+ b_s(\sigma_g^2 - k^{(1)2})/k^{(1)} \\ &- \frac{\sigma[k^{(1)2}(34\sigma_g^2 - 3k^{(1)2}) + 9\sigma_g^4]}{8k^{(1)3}\sigma_g^2} \end{aligned}$$

$$\xi_{dd} = \frac{\sigma k^{(2)2} + 2\sigma k^{(1)2} - 42\sigma\sigma_g^2 - 6\sigma k^{(1)}k^{(2)}}{2k^{(1)2}\sigma_g}$$

$$\xi_{ss} = \frac{\sigma k^{(2)2} + 2\sigma k^{(1)2} - 42\sigma\sigma_g^2 - 6\sigma k^{(1)}k^{(2)}}{2k^{(1)2}\sigma_g}$$

$$a_s = -\frac{3\sigma\cosh 2k^{(1)}h}{8k^{(1)2}\sinh^4 k^{(1)}h}$$

$$b_s = \frac{g(3\sigma_g^2 + k^{(1)2})}{4k^{(1)2}\sigma\sigma_g}$$

따라서, 식(11)과 (12)로부터 가상경계면에서 3차의 경계조건을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi^{(3)} &= B^{(3)}e^{-ik^{(3)}b}f(k^{(3)}z) + \xi_o(e^{3ik^{(1)}b} + B^{(1)3}e^{-3ik^{(1)}b}) \\ &\quad f(3k^{(1)}z) + \xi_b(B^{(1)}e^{ik^{(1)}b} + B^{(1)2}e^{-ik^{(1)}b})f(k^{(1)}z) \\ &\quad + i\xi_d B^{(2)}e^{(k^{(1)} - k^{(2)})b}f((k^{(1)} - k^{(2)})z) + i\xi_s B^{(1)} \\ &\quad B^{(2)}e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})b}f((k^{(1)} + k^{(2)})z), x=b \dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_v^{(3)} &= -ik^{(3)}B^{(3)}e^{-ik^{(3)}b}f(k^{(3)}z) + 3ik^{(1)}\xi_o(e^{3ik^{(1)}b} - \\ &\quad B^{(1)3}e^{-3ik^{(1)}b})f(3k^{(1)}z) + (k^{(1)} + k^{(2)})\xi_s B^{(1)}B^{(2)} \\ &\quad e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})b}f((k^{(1)} + k^{(2)})z) - (k^{(1)} - k^{(2)})\xi_d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &B^{(2)}e^{i(k^{(1)} - k^{(2)})b}f((k^{(1)} - k^{(2)})z) + ik^{(1)}\xi_o(B^{(1)} \\ &\quad e^{ik^{(1)}b} - B^{(1)2}e^{-ik^{(1)}b})f(k^{(1)}z), x=b \dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi^{(3)} &= I^{(3)}e^{-ik^{(3)}b}f(k^{(3)}z) + i\xi_s I^{(1)}I^{(2)}e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})b}f((k^{(1)} \\ &\quad + k^{(2)})z) + \xi_o I^{(1)3}e^{-3ik^{(1)}b}f(3k^{(1)}z), x=-b \\ &\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_r^{(3)} &= -ik^{(3)}I^{(3)}e^{-ik^{(3)}b}f(k^{(3)}z) - 3ik^{(1)}\xi_o I^{(1)3}e^{-3ik^{(1)}b} \\ &\quad f(3k^{(1)}z) + (k^{(1)} + k^{(2)})\xi_s I^{(1)}I^{(2)}e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})b} \\ &\quad f((k^{(1)} + k^{(2)})z), x=-b \dots (16) \end{aligned}$$

2.2 수치계산

폐유체영역 $R^{(0)}$ 의 경계면상에서 임의의 지점 X 에서 1차, 2차 및 3차의 velocity potential은 다음의 적분방정식을 수치적으로 풀면 얻을 수 있다.

$$\phi(X) = \oint_s [\phi(X_b)G_v(r) - G(r)\phi_v(X_b)]ds$$

$$G(r) = \log r/\pi \dots (17)$$

여기서, r 은 경계상의 점 X 와 X_b 사이의 거리, $G(r)$ 은 Green함수, 그리고 s 는 영역 $R^{(0)}$ 에서 경계면을 나타낸다.

각 경계면을 유한미소요소로 분할하고 앞에서 구한 경계조건식을 식(17)에 대입하면 1차, 2차 및 3차에 관한 대수연립방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\sum S_i S_j S_k L_{ij}^{(\Omega)} \phi_j^{(\Omega)} + \sum S_{j1} M_{ij}^{(\Omega)} I^{(\Omega)} + \sum S_{j2} N_{ij}^{(\Omega)} B^{(\Omega)} \\ &= P_{ij}^{(\Omega)} \dots (18) \end{aligned}$$

여기서, 첨자 $i, j=1, 2, 3, \dots, N$, N 는 분할된 경계의 절점수, 첨자 $\Omega (=1, 2, 3)$ 는 각 차수를 나타낸다. 그리고, 계수 $L_{ij}^{(\Omega)}$, $M_{ij}^{(\Omega)}$, $N_{ij}^{(\Omega)}$ 는 경계면을 따른 Green함수와 그의 법선방향 미분의 선적분의 함수로 이의 값은 해석적으로 얻어진다. $P_{ij}^{(\Omega)}$ 는 기지의 함수로 2차의 경우는 1차의 velocity potential의 함수로, 3차의 경우는 2차의 velocity potential의 함수로 주어진다.

3. 해석결과 및 고찰

3.1 수면변동의 공간분포

Fig. 2는 수치해석결과로부터 얻어진 잠수구조

물에 의한 1차, 2차, 3차 및 각 성분의 합을 나타낸 total의 수면파형의 공간분포를 나타낸 것이다.

Fig. 2(a)와 (b)는 잠수심의 변화에 따른 공간파형의 변화를, Fig. 2(b)와 (c)는 입사파의 주기의

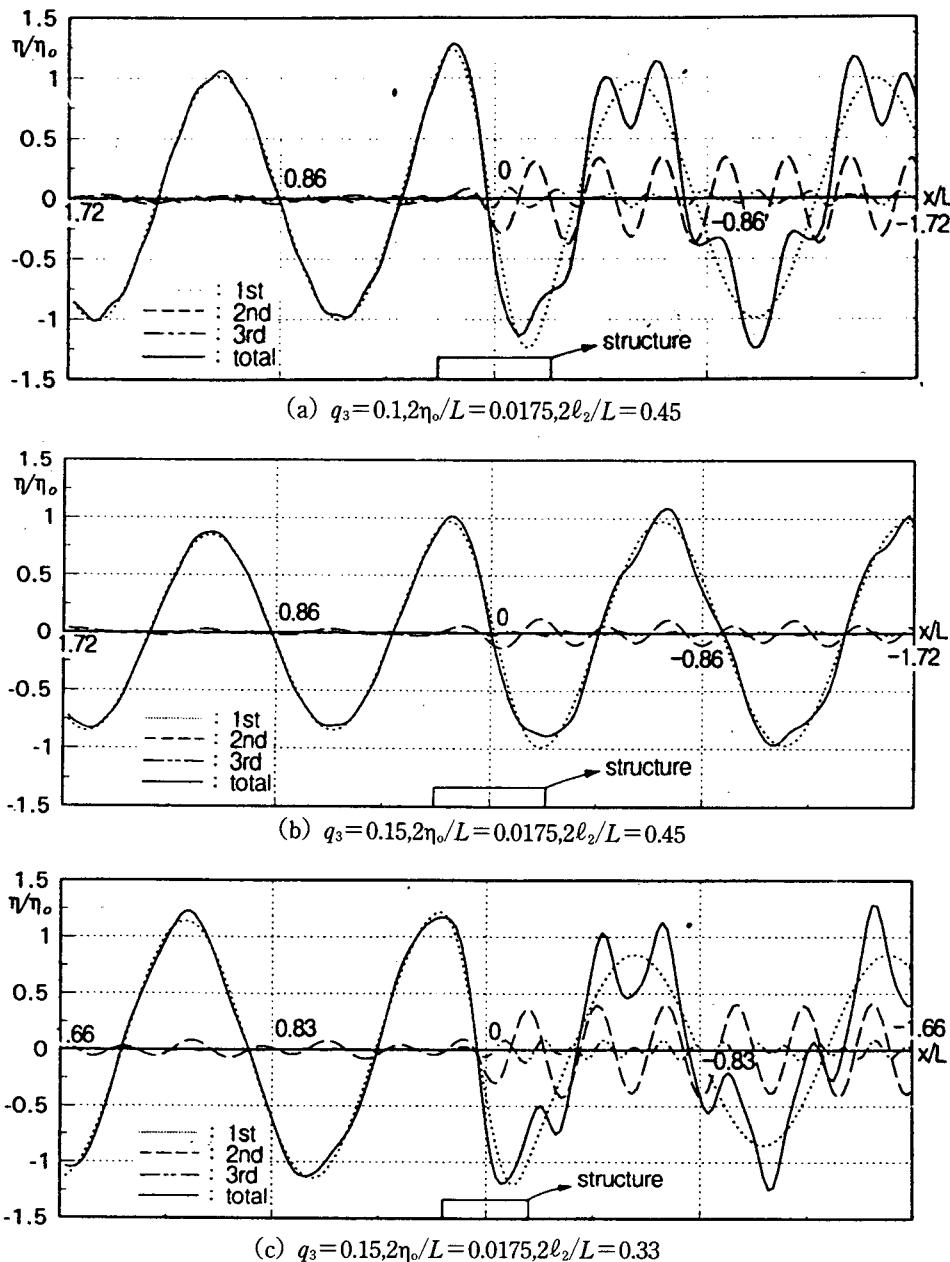


Fig. 2 Spatial Variation of Wave Profile due to Submerged Coastal Structure

변화에 따른 공간파형의 변화를 각각 나타내고 있다. 먼저 Fig. 2(b)를 보면 1차의 공간파형의 경우는 구조물의 상면수역에서 수심이 갑자기 얕아지기 때문에 구조물상에서 파장이 구조물의 전후에서보다 짧아지는 것을 알 수 있다. 다음으로 2차의 공간파형의 분포를 보면 구조물의 전면에서는 대단히 적은 값을 갖지만 구조물의 상면수 역에서부터는 수심의 급변으로 인한 파와 구조물과의 비선형간섭이 매우 커지게 되므로 2차의 비선형파가 서서히 증가하여 구조물의 배후수역으로 전파되어 감을 알 수 있다. 그리고, 3차의 비선형파를 보면 2차의 경우와 동일한 경향을 나타내지만 그의 변화값은 매우 적다. 이러한 결과는 Fig. 2(a)와 (c)에서도 동일한 경향을 나타낸다.

다른 조건은 동일하고 잠수심만이 다른 Fig. 2(a)와 (b)를 보면 잠수심이 작아질수록 비선형파의 발달이 현저함을 알 수 있을 뿐만 아니라, 다른 조건은 동일하고 입사파의 주기만이 다른 Fig. 2(b)와 (c)를 비교하면 입사파의 주기가 긴 경우가 보다 비선형파가 발달함을 알 수 있다. 이러한 비선형파의 발생특성은 잠수심이 작을수록 그리고 입사파의 주기가 길어질수록 구조물의 상면수 역에서 Ursell number가 증대하기 때문이다.

특히 total의 수면파형은 이상에서의 1차, 2차 및 3차의 각 성분파들의 파속의 차이로 인한 위상간섭에 의해 크게 변동함을 알 수 있다.

3.2 수면변동의 시간변화

Fig. 3은 잠수구조물상에서의 수면의 시간변동을 나타낸 것으로, 잠수압기형고정구조물에 의한 실험결과를 동시에 나타내고 있다. 여기서 본 연구의 잠수구조물과 잠수압기형고정구조물의 외형 칫수는 동일하며 잠수심 및 입사파의 제원도 동일하다. Fig. 3(a)는 파가 구조물의 존재를 감지하는 $x = \ell_2$ 의 위치에서, Fig. 3(b)는 구조물의 중앙위치 $x = 0$ 에서 그리고 Fig. 3(c)는 구조물이 끝나는 $x = -\ell_2$ 의 위치에서 수면의 시간변동을 각각 나타낸다. 여기서, 잠수구조물에 의한 해석결과와 잠수압기형고정구조물에 의한 실험결과를 비교하

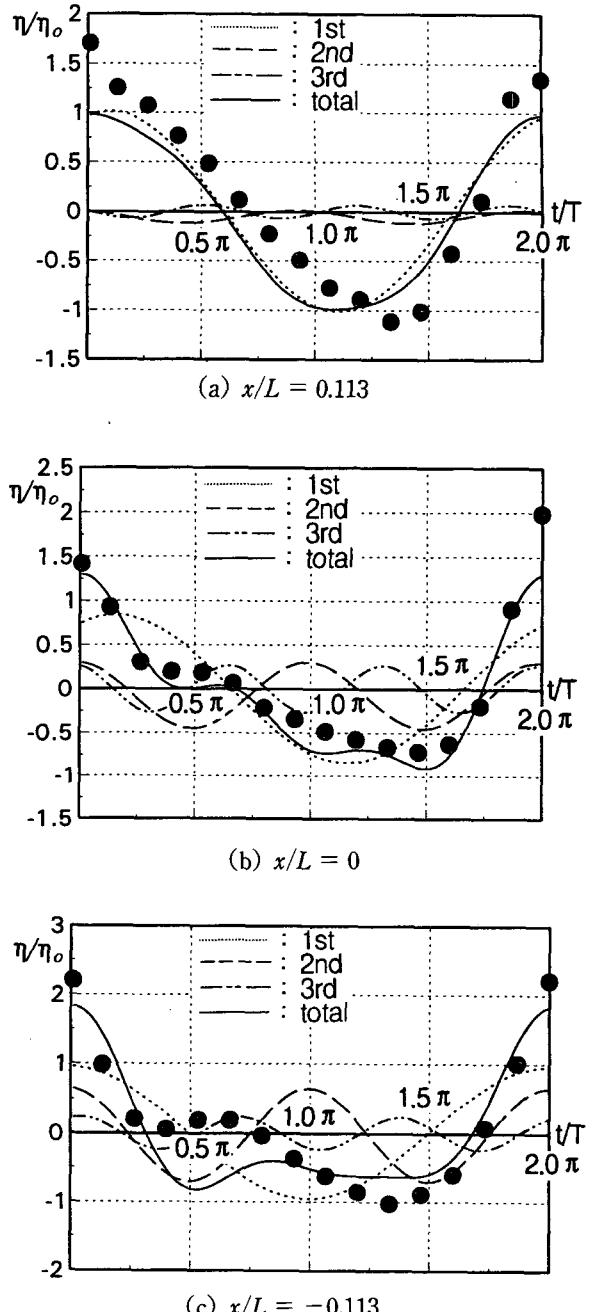


Fig. 3 Time Variation of Water Profile due to Submerged Coastal Structure ($q_3=0.14$, $2\eta_0/L=0.0175$, $2\ell/L=0.45$)

여 보자. 구조물의 형식의 차이로 인해 파랑변형에서 근본적인 차이가 발생하는 것으로 생각이 되나, 대부분의 파랑에너지가 구조물의 상면수역을 통해서 구조물의 배후로 전파되기 때문에 total의 수면파형과 실험치는 전체적으로 잘 일치하고 있고, 특히 시간의 변화에 따른 그 변동특성이 동일함을 알 수 있다. 이와 같은 사실로부터 본 연구의 해석결과의 타당성이 간접적으로 검증된다.

수면의 시간변동특성을 보면, 공간파형의 분포에서 지적하였듯이, 구조물의 상면수역을 파가 전파함에 따라서 비선형파의 발달이 점점 커지고 각 성분파의 파속의 차이로 인한 위상간섭으로 total의 수면변동이 크게 변동함을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 2차까지의 섭동전개에 기초한 정상이론을 3차까지 확장함과 동시에 잠수구조물에 적용하여 비선형파랑변형의 공간적 그리고 시간적인 변동특성을 살펴 보고, 본 연구에 의한 해석결과의 타당성을 검증하기 위해 잠수압기형 고정구조물에 의한 실험결과와 비교하였다. 이상에서 얻어진 중요한 사항을 종합하면 다음과 같다.

(1) 구조물의 상면수역에서 파와 구조물간의 비선형간섭이 커지므로 2차 및 3차의 비선형파가 발달하여 구조물의 배후수역으로 전파된다.

(2) 수면파형의 변화는 각 성분파의 파속의 차이로 인한 위상간섭에 크게 좌우된다.

(3) 동일한 입사파의 제원에 대해 잠수심이 작을수록 그리고 주기가 길수록 비선형파가 발달한다.

참 고 문 헌

- Vata, T.(1987) : A Numerical Solution of the Second-Order Wave Diffraction Problem for

- a Submerged Cylinder of Arbitrary Shape, J. of Fluid Mech., Vol.174, pp. 23~37.
- Massel, S.R.(1983) : Harmonic Generation by Waves Propagation over a Submerged Step, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 357~380.
 - McIver, M. and McIver, P.(1990) : Second-Order Wave Diffraction by a Submerged Circular Cylinder, J. of Fluid Mech., Vol.29, pp. 519~529.
 - Palm, E.(1991) : Nonlinear Wave Reflection from a Submerged Circular Cylinder, J. of Fluid Mech., Vol. 233, pp. 519~529.
 - グリーン関数法による断面2次元構造物と波の弱非線形干渉問題の解析, 土木學會論文集, No.461/II-22, pp. 59~65.
 - 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博(1991) : ポテンシャル接續法(選点解法)によるストークス波と構造物の非線形波動境界値問題解析法, 土木學會論文集, No. 434/II-16, pp. 57~66.
 - 吉田明徳・村上啓介・小島治幸・鶴本良博(1989) : グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 海岸工學論文集, 第36卷, pp. 469~473.
 - 岩田好一朗・金 度三・織田幸伸・下田直克(1992) : 半潜水壓氣浮體による非線形波浪動搖及び波變形に関する研究, 海岸工學論文集, 第39卷, pp. 781~785.
 - Nakayama, T.(1983) : Boundary Element Analysis of Nonlinear Water Wave Problem, Int. J. of Numerical Methods Eng., Vol. 19, pp. 953~970.
 - Isaacson, M. and Cheung, K.F.(1990) : Time-Domain Solution for Second-Order Wave Diffraction, J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Div., Vol.116, No.2, pp. 191~210.
 - Isaacson, M.(1982) : Nonlinear-Wave Effects on Fixed Floating Bodies, J. of Fluid Mech., Vol.120, pp. 267~281.
 - 金 度三(1993) : 壓氣型構造物による波の変形および波による構造物の動的應答に関する基礎的研究, 名古屋大學學位論文, 191p.