

등방단일경화구성모델에 의한 모래의 3차원거동 예측

Prediction of Three-Dimensional Behavior of Sand by Isotropic Single-Hardening Constitutive Model

홍 원 표*¹

Hong, Won-Pyo

남 정 만*²

Nam, Jung-Man

Abstract

A series of drained triaxial tests was performed on a sand by use of cubical triaxial apparatus, in which three principal stresses could be applied independently. The stress-strain behavior on the same stress path with cubical triaxial test was analyzed with application of the isotropic single hardening constitutive model presented by Lade. The behavior predicted by the constitutive model presented good coincidence with experimental results during primary loading. However, the predicted unloading and reloading behavior was much different from results of cubical triaxial tests. That is, the softening part of the prediction might result in a rough approximation, since the plastic work parameters of single hardening model were based on the hardening portion of the data.

요 지

세주응력을 서로 독립적으로 조절할 수 있는 입방체형삼축시험기를 이용하여 모래시료에 대한 일련의 배수삼축시험이 실시되었다. 그리고 Lade에 의해 제안된 등방단일경화구성모델을 사용하여 입방체형삼축시험시와 동일한 응력경로에 대한 응력-변형률 거동을 해석하였다. 등방단일경화구성모델에 의한 거동 예측치는 초기재하단계(primary loading)시 입방체형삼축시험결과와 좋은 일치율을 보이고 있는 것으로 나타났다. 그러나 반복재하단계(unloading 과 reloading)의 경우 거동에 예측치는 시험결과와 많은 차이를 보이고 있다. 이것은 등방단일경화구성모델의 소성일경화계수가 시험결과의 경화부분을 근거로 하여 결정되었기 때문에 연화부분에서 많은 오차가 있는 것으로 판단된다.

*¹ 정희원, 중앙대학교 공과대학 토목공학과 교수

*² 정희원, 제주대학교 해양과학대학 해양토목공학과 전임강사.

1. 서 론

지반의 응력-변형률 거동을 해석하기 위한 흙의 구성모델은 일반적으로 실내요소시험의 결과와 탄소성이론을 기본으로 하여 연구제안 되어 오고 있다.

탄소성이론의 공학적 연구는 1773년 Coulomb에 의해 흙의 항복에 대한 기준이 만들어진 이래 1864년 Tresca에 의해 시작되었다. 그러나 이러한 소성이론의 연구는 Tresca에 의해 제안된 이래 20세기 중반까지 금속분야에서 많은 연구가 이루어졌으며 흙에 대한 소성이론의 적용은 Drucker, Prager 및 Gibson등에 의해 시도되었다고 할 수 있다. 본격적인 흙의 구성모델로 제안된 모델은 Roscoe등의 Cambridge 연구그룹에 의해 제안된 Cam Clay모델을 들 수 있으며²¹⁾ 근래에는 많은 탄소성 구성모델이 개발되어 오고 있다.^{7) 8) 12) 18)}

본 연구는 기존에 실시되어 오고 있는 흙의 3차원 거동연구의 일환으로^{1) -6) 9) 10)} 특히 여기서는 하중을 3차원적으로 적용시킬 수 있는 입방체형삼축시험기를 이용하여 모래시료에 대하여 실시한 일련의 배수시험의 결과를 분석 고찰하고자 한다. 즉 이들 시험결과를 이용하여 축차응력비에 따른 모래의 거동분석을 실시하고 Lade¹⁴⁾에 의해 제안된 등방단일경화구성 모델(Isotropic Single Hardening Constitutive Model)을 적용하여 시험결과를 예측치와 비교분석하여 보고자 한다. 여기서 등방단일경화구성모델에 사용되는 11개의 계수는 원통형 공시체를 사용하는 통상적 삼축압축시험 및 등방압축시험의 결과로부터 결정하며 이 계수를 사용하여 등방단일경화구성모델로 예측된 예측치를 입방체형삼축압축시험의 결과치와 비교하여 모델의 실용성을 검토하여 보고자 한다.

2. 입방체형삼축시험

본 연구에서 사용된 입방체형삼축시험기를

이용한 시험결과는 이미 국내에서 여러번 소개된 적이 있다.^{3) 6)} 따라서 본장에서는 입방체형삼축시험기에 대한 설명은 생략하고 시험에 사용된 시료^{11, 19)}와 12회의 입방체형삼축시험에 대한 응력경로에 대해서 간단히 설명하고자 한다.

2.1 사용시료

본 연구의 시험에서는 미국 California주에 위치하는 Santa Monica 해변의 모래를 사용하였으며, 사용하기전 물로 씻어 모래 중에 포함되어 있는 염분과 불순물을 제거하고 입자분포를 균등하게 하기 위하여 40번 체를 통과하는 입자를 대상시료로 결정하였다. 한편 이 모래의 광물구성을 살펴보면 석영과 장석이 각각 약 45%씩 차지하여 흙구성의 주류를 이루고 있으며 자철광이 약 8%, 그리고 잔여광물 2% 정도로 구성되어 있다. 균등계수는 1.58, D_{50} 은 0.265mm이고 비중은 2.659이며 최대간극비는 0.91, 최소간극비는 0.58이다. 그리고 본시험은 Medium Dense 상태의 밀도로 실시하였으며 이를 위해 간극비가 0.68인 상대밀도 70%의 공시체를 제작하였다.

2.2 사용된 좌표계

공시체의 방향을 결정하기 위하여 그림1(a)와 같은 Cartesian 좌표계를 사용한다. 즉, X축을 연직축으로 하고 Y축 및 Z축을 수평축으로 한다. 그림 1(b)와 (c)의 정팔면체평면에 표시된 각도 θ 는 σ_x 축에서 응력점 $P(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 까지의 시계방향각이며 식(1)과 같이 계산된다.

$$\tan\theta = \sqrt{3} \cdot \frac{(\sigma_y - \sigma_z)}{(\sigma_x - \sigma_y) - (\sigma_x - \sigma_z)} \quad (1)$$

θ 값은 0° 에서 360° 까지로 정팔면체평면은 θ 값에 따라 6개 부분의 영역으로 구분된다. θ 가 $0^\circ - 60^\circ$ 범위에서는 X축과 Z축이 각각 최대주응력축에 일치하는 경우이며, $60^\circ - 180^\circ$ 범위는 채취된 공시체의 방향을 90° 회전시킨 경우이다. 즉, θ 가 $60^\circ - 120^\circ$ 범위는 공시체의 X축면

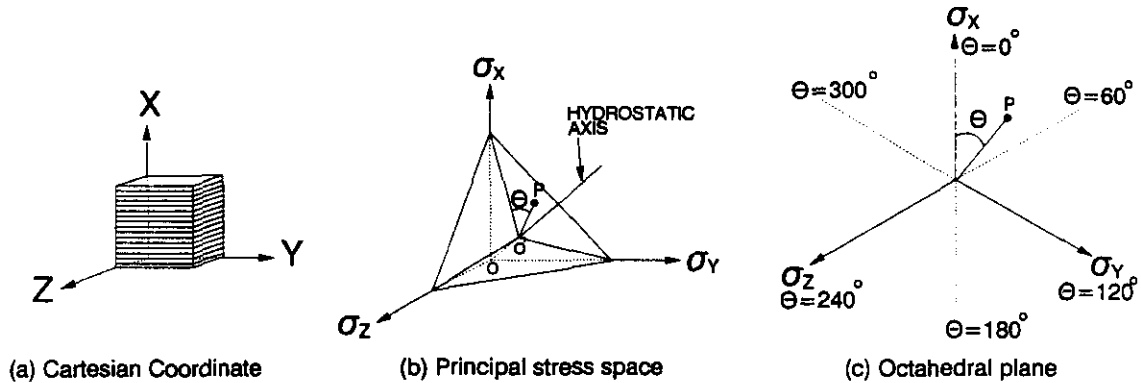


Fig. 1 Coordinate system for cubical triaxial test

이 수평재하장치에 면하도록 회전시킨 경우이고 $120^\circ-180^\circ$ 범위는 공시체의 Z축 평면이 수평재하장치에 면하도록 회전시킨 경우이다.

2.3 시험방법

앞절에서 설명한 입방체형삼축시험기를 이용하여 상대밀도가 70%인 모래공시체를 제작하여 배수시험을 여러가지 응력상태하에서 실시하였다. 응력상태는 식(2)에 제시된 연직방향 축차응력($\sigma_1 - \sigma_3$)과 수평방향 축차응력($\sigma_2 - \sigma_3$)의 비인 축차응력비 b 로 나타낼 수 있다.

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (2)$$

$\sigma_2 = \sigma_3$ 인 삼축시험에서는 b 가 0이고, $\sigma_2 = \sigma_1$ 인 삼축신장시험에서는 b 가 1이 되어 b 는 0에서 1사이의 값을 갖는다. 그리고 각 시험마다 파괴시 까지의 b 값을 초기에 정한 값으로 유지되도록 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 의 세주응력을 각각 조절하였다. 각 시험에 대한 b 와 초기간극비는 표 1과 같으며 이들 각시험의 응력경로에 대하여는 참고문헌(3)을 참조하기로 한다.

3. 사용시료의 계수결정

본연구에서 적용하는 등방단일경화구성모델은 모래, 점토, 콘크리트, 암등과 같은 마찰 물질에 적용가능하도록 Lade에 의하여 제안된 흙의 구성모델이다. 이 모델은 일경화시 하나의 항복면을 가진다는 것과 항복면과 소성포텐셜면을 구분하는 소위 비관련흐름법칙을 사용하는 것이 특징이라 할 수 있다.^{(11), (15), (16)}

어떤 물체에 하중이 작용하여 변형이 발생하면 시간에 의한 영향을 고려하지 않는 경우, 일반적으로 이 변형을 탄성변형과 소성변형의 두 가지로 분류하여 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^p \quad (3)$$

식(3)에서 탄성거동은 Hooke의 법칙을 따른다.

표 1 입방체형삼축시험

Test No.	구속압 (kg/cm ²)	응력비 b	초기간극비 ₀	θ (°)
C - 1	0.5	0.00	0.697	0.000
C - 2	1.0	0.00	0.691	0.000
C - 3	2.0	0.00	0.682	0.000
C - 4	1.0	0.13	0.727	6.866
C - 5	1.0	0.30	0.671	16.996
C - 6	1.0	0.61	0.675	37.239
C - 7	1.0	0.83	0.676	50.859
C - 8	1.0	0.89	0.682	54.243
C - 9	0.6	0.97	0.660	58.489
C - 10	0.5	0.71	0.704	76.370
C - 11	0.5	0.70	0.684	76.996
C - 12	0.5	0.77	0.684	72.684

한편, 소성거동의 법칙은 파괴규준, 비관련흐름 법칙과 일경화에 따른 항복규준등으로 분류하며 응력불변량의 향으로 나타낸다. 여기서 응력불변량이란 제1응력불변량, 제2응력불변량 및 제3응력불변량으로 구분하며 식(4)에서 식(6)과 같다.

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (4)$$

$$I_2 = -(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1) \\ = \tau_{xy} \cdot \tau_{yx} + \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} \\ - (\sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x) \quad (5)$$

$$I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \\ = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} + \tau_{yx} \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{xz} \\ - (\sigma_x \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \sigma_y \cdot \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} + \sigma_z \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yx}) \quad (6)$$

이 모델은 11개의 계수를 가지고 있으며 이들 계수는 통상 축대칭공시체를 사용한 삼축압축시험 및 등방압축시험결과를 활용하여 구한다. 따라서 본 연구에서는 이들 계수를 결정하기 위하여 본 시험과 동일한 시료 및 상대밀도를 가지는 원통형공시체를 대상으로 등방압축시험과 삼축압축시험을 실시한 Prabucki and Lade(1990)¹⁷⁾의 시험결과를 이용하기로 한다. 그림 2와 그림 3은 등방압축시험과 삼축압축시험 결과를 도시한 것이며, 그림 4는 입방체형삼

축시험기를 이용하여 모래의 탄성거동을 관찰하기 위해 재하(loading)와 제하(unloading)시의 삼축압축시험결과를 도시한 것이다.

3.1 탄성거동(Elastic Behavior)

흙의 응력상태에 따른 비선형탄성거동에 대한 등방모델이 Lade^{13), 17)}에 의해서 소개된 바 있다. 이 모델은 0에서 0.5사이의 Poisson비 ν 를 가지는 재료에 대하여 항상 일정한 Poisson비를 가진다는 가정하에 탄성계수 E는 에너지 보존원리를 이용하여 식(7)과 같이 나타내었다.

$$E = MP_a \left[\left(\frac{I_1}{P_a} \right)^2 + R \frac{J_2}{P_a^2} \right]^{\lambda} \quad (7)$$

여기서

$$R = 6 \cdot \frac{1+\nu}{1-2\nu} \quad (8)$$

I_1 은 제1응력불변량이며, J_2 는 축차응력의 제2불변량으로 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2] \quad (9)$$

여기서, P_a 는 응력의 단위로 표시된 대기압

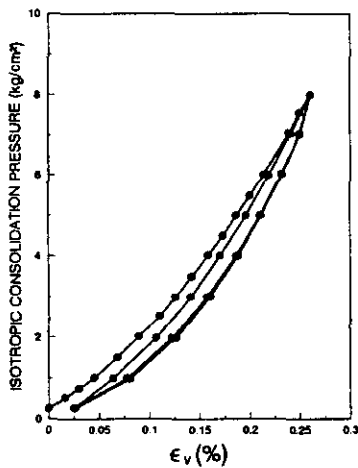


Fig. 2 Results of isotropic compression test

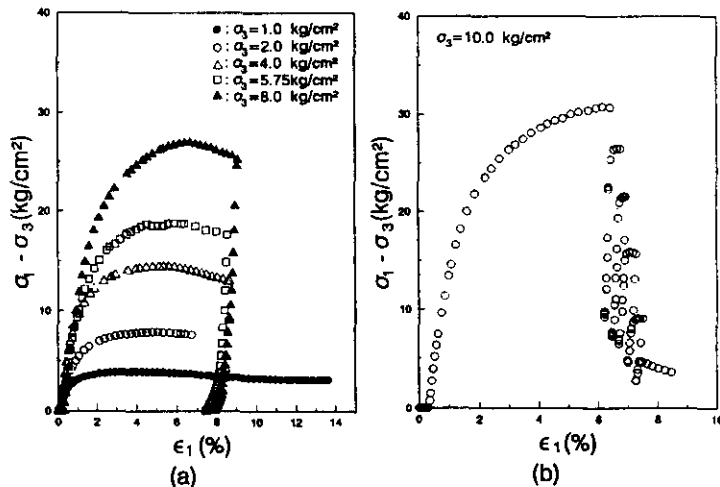


Fig. 3 Results of triaxial compression test

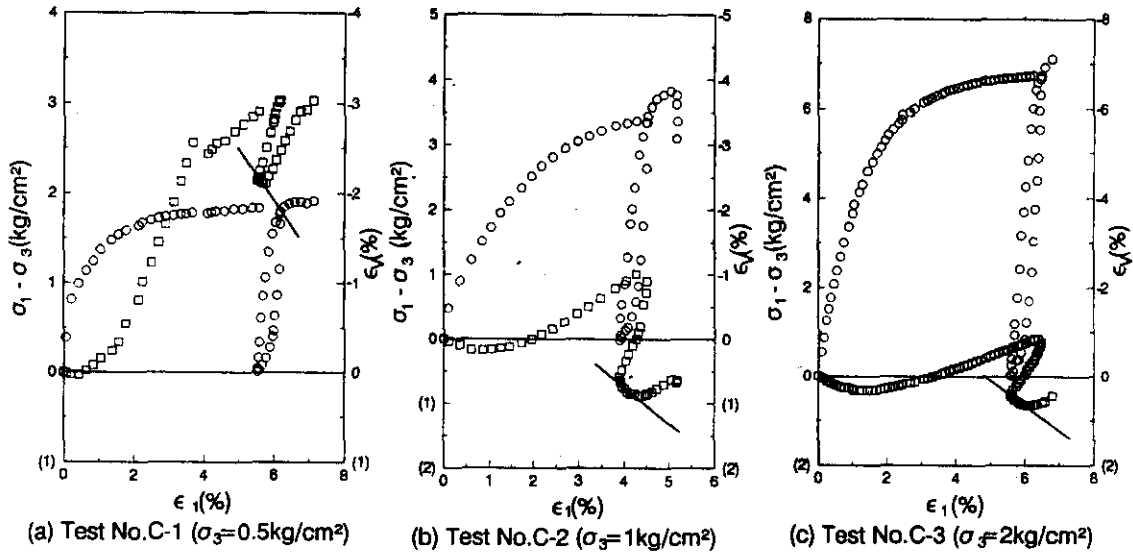


Fig. 4 The results of cubical triaxial tests

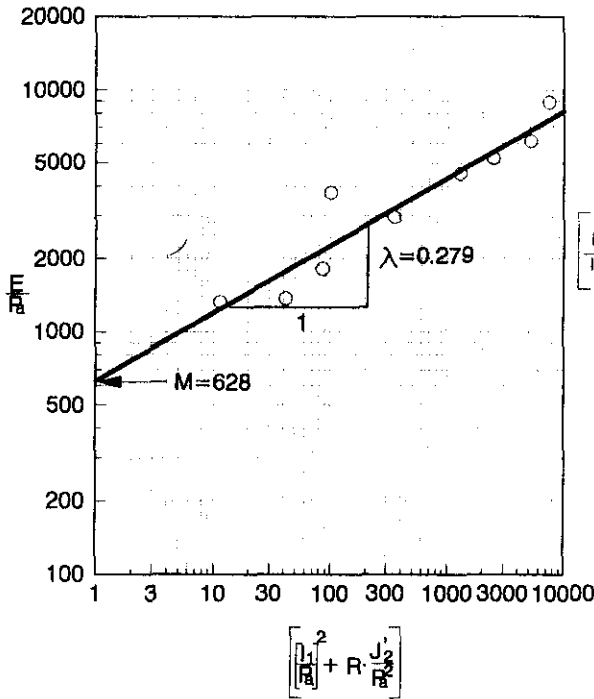


Fig. 5 Determination of M and λ for Young's modulus

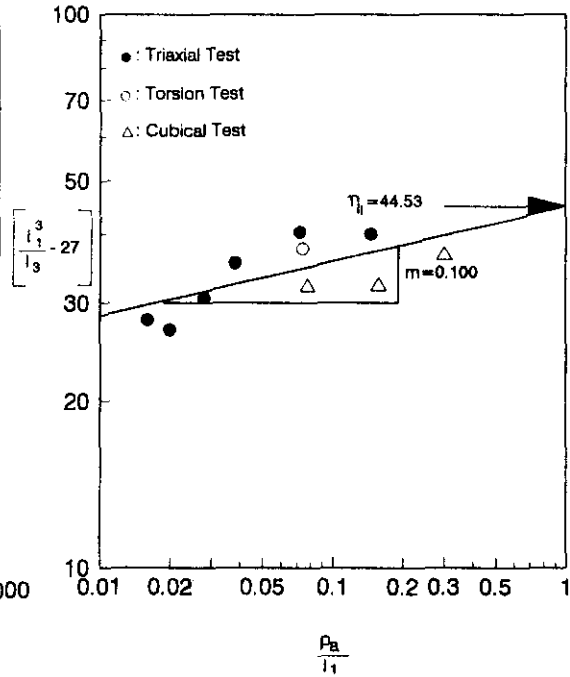


Fig. 6 Determination η_1 and m for failure criterion

으로 $E, I_1, \sqrt{J_2}$ 에 대한 단위를 조절하기 위하여 사용되었으며, 계수 M 과 λ 는 무차원 상수이다.

Lade는 Poisson비 결정시 식(10)의 ϵ_v/ϵ_1 을 응력반전시 정수압축 부근에서 Unloading으로부터 Reloading으로 변하는 초기의 기울기를 이용하도록 제안하였다.¹⁷⁾

$$\nu = -\frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_v}{\epsilon_1}\right) \quad (10)$$

한편 탄성계수에 대한 계수결정을 위해서는 시험으로 부터의 탄성계수를 응력-변형률 곡선으로 부터 하중이 Unloading과 Reloading이 시작되는 초기의 접선계수값을 정하였으며 이때의 응력상태는 응력반전이 발생하는 초기 값으로 제안하였다. 우선 본 시료의 Poisson비를 결정하기 위하여 그림 4의 축변형률에 대한 체적변형률의 관계와 식(10)으로 부터 Poisson비 ν 를 각각 0.2, 0.18 및 0.23을 구할 수 있었으며 본 연구에서는 이들 값을 평균하여 모래의 Poisson비 ν 를 0.2로 결정하였다. 그리고 탄성계수 결정시 필요한 식(7)의 계수 M 과 λ 의 결정을 위해 입방체형삼축시험과 삼축시험의 Unloading과 Reloading의 결과를 이용하여 횡축에는 $[(I_1/P_a)^2 + R J_2/P_a^2]$ 의 값을, 종축에는 시험으로 부터 구한 탄성계수의 무차원 값인 E/P_a 를 그림 5와 같이 도시하였다. 여기서 그림 5의 시험결과치에 대한 회기분석을 실시하여 M 은 횡축 값이 1일때의 종축의 절편값이며, λ 는 그 기울기로서 그 값을 각각 628과 0.279로 결정하였다.

3.2 파괴기준(Failure Criterion)

Lade는 마찰물질에 대한 재료의 3차원 파괴 기준은 곡선형태의 파괴포락선을 가진다고 하였다. 이 기준은 제1 및 제3응력불변량의 향으로 다음과 같이 제안되었다.

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \left(\frac{I_1}{P_a}\right)^m = \eta \quad (11)$$

여기서, η 과 m 은 재료에 따라 결정되는 토

질매개변수이다. 윗 식으로 부터 얻어지는 파괴면은 주응력공간상에서 응력축의 원점에서 정점을 가지는 비대칭 탄알모양이며, 정점에서의 각도는 삼축압축시험과 같은 간단한 시험으로 결정되고, η 의 값에 따라 증가한다.

식(11)에 의해 제시된 파괴규준은 그림 6에 나타난 바와 같이 양면대수지에 파괴시의 $(I_1^3/I_3 - 27)$ 과 (P_a/I_1) 의 관계를 각각 종축과 횡축의 값으로 도시함으로써 구할 수 있다. 여기서 사용된 시험치는 그림 3과 4의 삼축압축 시험과 입방체형삼축시험의 결과외에도 비틀림전단시험기²⁰⁾로 부터 실시한 삼축압축시험의 결과치를 포함한 것으로 η 과 m 은 이들 값을 회기분석하여 구한 직선의 절편과 기울기로 부터 각각 44.53과 0.1로 결정하였다.

3.3 소성포텐셜함수

등방단일경화구성모델의 가장 중요한 요소 중 하나가 소성변형률중분벡터를 결정하는 소성포텐셜함수 g_p 를 들 수 있다. 소성변형률중분 벡터는 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (12)$$

여기서, g_p 는 소성포텐셜함수이고 $d\lambda_p$ 는 변형률의 크기를 결정하는 상수이다.

Kim & Lade¹⁴⁾은 소성포텐셜함수를 여러가지 실내시험의 결과로 부터 다음과 같은 식으로 제안하였다.

$$g_p = \left[\psi_1 \cdot \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} + \psi_2\right] \cdot \left[\frac{I_1}{P_a}\right]^\mu \quad (13)$$

여기서 ψ_1 는 함수의 형태를 결정하는 형상계수로서 파괴규준으로 부터 구한 m 을 이용하여 구할 수 있으며 ψ_2 와 μ 는 삼축압축시험의 결과로부터 결정할 수 있다.

그림 7은 ψ_2 와 μ 를 결정하기 위하여 6회의 삼축압축시험결과를 하나의 도면에 나타낸 것으로, 그림의 ζ_1 와 ζ_2 에 대한 관계로 부터 ψ_2 는 -3.714로 결정하였으며 μ 는 2.334로 하였다.

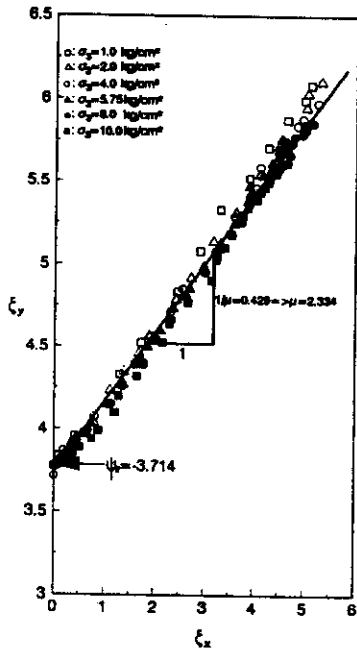


Fig. 7 Determination of ψ_2 and μ for plastic potential function

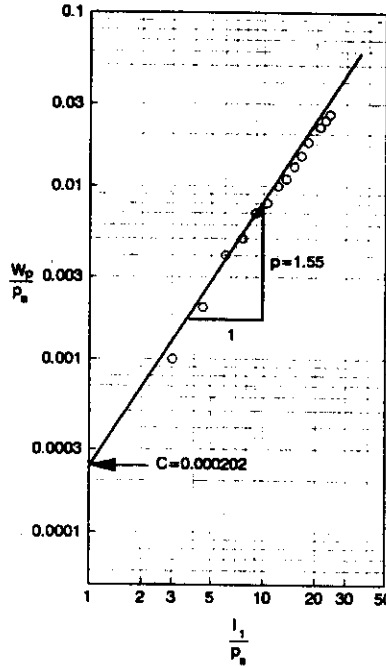


Fig. 8 Determination of C and p for work-hardening relation

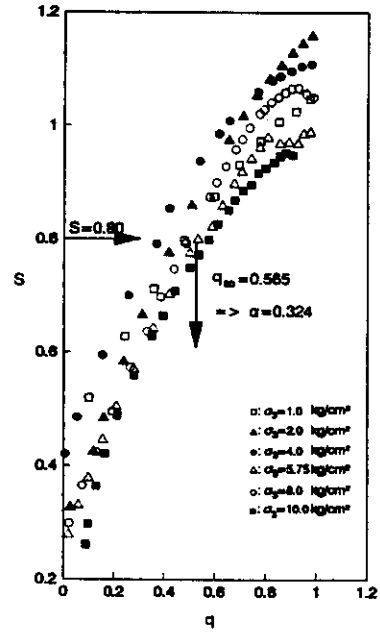


Fig. 9 Determination of α for yield criterion

3.4 항복규준(Yield Criterion)과 소성일경화 법칙

높은 등방압일시 탄성과 소성변형이 발생하게 되는데, 소성일은 단순히 등방압력의 증가에 의해 행하여지며 압력에 의한 함수로 다음식과 같이 표현된다.

$$W_p = C \cdot P_0 \cdot \left[\frac{I_1}{P_0} \right]^p \quad (14)$$

여기서, C, p는 무차원 상수이다. C와 p에 대한 변수값은 (W_p/P_0) 와 (I_1/P_0) 의 관계를 대수 용지에 도시하여 구할 수 있다.

그리고 항복함수는 소성일경적으로 부터 다음과 같이 된다.

$$f_p = \left[\psi_1 \cdot \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right] \cdot \left[\frac{I_1}{P_0} \right]^h \cdot e^q \quad (15)$$

여기서 ψ_1 는 삼각형 모양(I_3 항으로부터)과 원형(I_1 항으로부터)사이의 형상계수이며, 변수

h는 일정하고, q는 응력단계에 따라 변하는 함수이다.

항복함수의 q를 결정하기 위하여는, 먼저 등방압축시 소성일을 나타내는 식(14)의 C와 p를 결정하여야 한다. 이 계수를 구하기 위하여 그림 2의 등방압축시험으로 부터 제 1 응력불변량에 대한 소성일의 관계를 대수용지를 이용하여 그림 8과 같이 도시하였다. 여기서 C는 I_1 이 1일 때 절편으로 0.000202를 구할 수 있었으며 p는 기울기로서 1.553을 얻을 수 있었다. 그리고 h의 값은 6개의 삼축압축시험결과로부터 각각 0.683, .0750, 0.806, 0.809, 0.837 및 0.873의 6개의 값을 얻을 수 있었으며, 본 연구에서는 이들 값을 평균한 0.806을 h로 결정하였다.

그림 9는 q의 관계가 가장 잘 성립하는 값을 $S_{0.8}$ 에 대한 α 의 값으로 판단하고 α 를 0.324로 결정하였다.

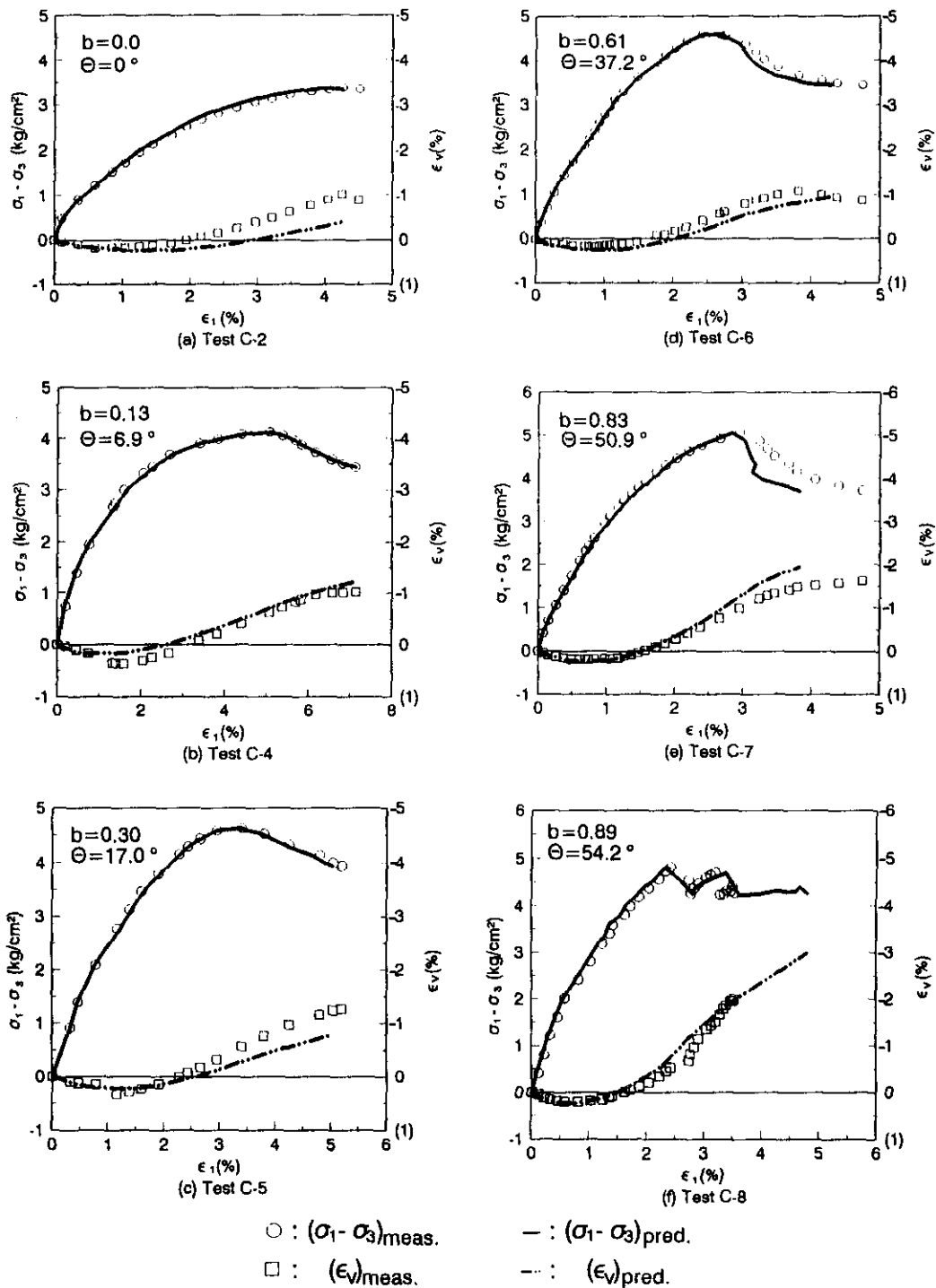


Fig. 10 Predicted versus measured stress-strain for $(0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ)$

표 2 등방단일경화구성모델의 계수

탄 성 거 동			파괴 기준		소성포텐셜			항복기준		경화합수	
M	λ	ν	m	η_1	ψ_2	μ	h	α	C	p	
628	0.278	0.2	0.1	44.53	-3.714	2.334	0.806	0.324	0.000202	1.533	

이상으로 부터 등방단일경화구성모델에 대한 11개의 계수를 결정하였으며 표 2에 요약 정리하여 나타내었다.

4. 응력-변형률 거동예측

4.1 초기재하거동(Primary Loading Behavior)

4.1.1. $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ 구간

그림 10(a)-(f)는 그림 1(b)의 연직응력 σ_x 가 최대주응력이고 응력경로가 그림 1(c)의 정팔면체평면상에 $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ 에 해당하는 경우로 표1의 C-2와 C-4에서 C-8까지 결과를 나타낸 것으로 구속압을 1.0kg/cm^2 으로 하였다. 그림에서 축변형률에 대한 축차응력의 관계를 도시하기 위하여 시험결과는 흰원으로 나타내었으며 예측치는 실선으로 도시하고 이를 설명하는 연직좌표축은 그림의 좌측중축에 나타내었다. 그리고 축변형률에 대한 체적변형의 거동은 시험치를 사각형으로 도시하였으며 예측치는 2점쇄선으로 나타내었다. 또한 이에 대한 연직좌표축은 그림의 우측중축에 나타내었으며 압축을 양으로 하여 그림의 횡축이 0인 지점을 기준으로 하부에 두었으며 팽창을 음으로 하여 그림의 상부에 두었다.

그림 10(a)는 축차주응력비 $b=0$ 이며 $\theta=0^\circ$ 로서 중간주응력과 최소주응력이 같은 C-2의 결과를 도시한 것이다. C-2시험은 반복하중을 포함하고 있으나 여기서는 축차응력비에 대한 초기재하시의 결과만을 비교하기 위하여 초기재하 까지만을 도시하였다. 여기서 최대축차응력은 축변형률 4.3%에서 발생하고 있

으며 체적변형률은 축변형률 약 2% 부터 체적 팽창이 발생하고 있다. 그리고 축변형률에 대한 축차응력은 예측치와 시험결과가 좋은 일치를 보이고 있으며 체적변형률은 예측치가 실적치에 비해 약간 압축되는 경향을 보이고 있다.

그림 10(b)는 응력비 $b=0.13$ 이며 $\theta=6.866^\circ$ 로서 C-4에 대한 응력변형률 거동을 나타낸 것으로 모래의 축차응력이 축변형률이 증가함에 따라 서서히 증가하다 축변형률이 약 5%일 때 축차응력이 최대가 되어 파괴가 발생하고 그 이후는 축차응력이 감소하고 있다. 축변형률에 대한 체적변형의 거동은 하중이 가해진 초기에는 압축이 발생하고 있으며 축변형률이 약 1.75%일때 최대의 압축량을 보인 이후 압축량이 조금씩 감소하다 축변형률 약 3% 부터 체적팽창을 보이고 있다. 한편, 시험결과와 비교하기 위해 실선으로 나타낸 축차응력에 대한 예측치는 시험치와 아주 좋은 일치를 보이고 있다. 그리고 축변형률에 대한 체적변형의 거동을 예측한 이점쇄선에서도 두 결과가 압축에서 조금 작게 산정되는 경향은 있지만 그것은 아주 미소량이고 좋은 일치를 보이고 있다.

그림 10(c)는 $b=0.3$ 이고 $\theta=16.996^\circ$ 로서 C-5에 대한 응력변형률거동을 나타낸 것으로 축변형률에 대한 최대축차응력의 발생위치가 $b=0.13$ 인 그림 (b)에 비해 조금 빠른 ϵ_1 이 약 3.3%에서 발생하고 있다. 그리고 체적변형의 거동도 축차응력과 비슷하게 최대압축변형률과 체적팽창이 발생하는 위치가 그림(b)에서 보다 축변형률이 조금 적은 약 1.2%와 2.3%에서 발생하고 있다. 한편 등방단일경화모델을 이용한 예측치와 비교에서는 앞에서와 같이 축차응력에서는 아주 좋은 일치를 보이고 있으며 체적변형률에서도 팽창부에서 체적팽창량이 시험치 보다 조금 적게 산정되고 있지만 좋은 일치를 보이고 있다.

C-6에 대한 그림 10(d)에서는 b 가 0.61이며 $\theta=37.239^\circ$ 일때의 응력변형률 관계도이다. 최대축차응력은 축변형률이 약 2.4%인 지점에서 발생하고 있으며 최대압축체적변형률은

0.9%인 지점에서 발생하고 체적팽창은 1.8%지점에서 부터 발생하고 있다. 실선으로 나타낸 등방단일경화모델의 축차응력에 대한 예측치는 파괴가 발생한 지점까지는 아주 좋은 일치율을 보이고 있으나 파괴점 이후에는 축변형률이 조금 적게 산정되는 경향을 보이고 있다.

b가 0.83이며 $\theta=50.859^\circ$ 로서 C-7에 대한 그림 10(e)에서는 최대축차응력이 축변형률 2.9%에서 발생하고 있으며 이것은 앞의 세그림이 응력비 b가 증가할수록 최대축차응력이 발생하는 위치가 감소하는 것과 반대의 경향을 보이고 있다. 그러나 체적변형률은 그림(c)에서 보다 조금 빠른 최대압축변형률은 약 0.7%에서 그리고 체적팽창은 1.6%인 위치에서 부터 발생하고 있다. 등방단일경화모델에 의한 예측치와 비교에서는 예측치가 축차응력이 최대가 될때까지는 아주 좋은 일치를 보이다 파괴 이후에서 축차응력이 적게 산정되는 경향을 보이고 있다. 그리고 체적변형률에서는 예측치가 체적팽창부에서 체적팽창량이 조금 많이 산정되고 있다.

한편 b가 0.89이며 $\theta=54.243^\circ$ 인 C-8에 대한 그림 10(f)는 최대축차응력이 축변형률 약

2.2%에서 발생하고 있으며 최대압축변형률은 축변형률이 약 0.6%일때 발생하고 체적팽창은 축변형률이 1.6%일때 부터 발생하고 있다. 예측치와의 비교에서 축차응력은 축차응력이 최대인 점을 지나 축변형률이 약 3% 일때까지는 좋은 일치를 보이고 있지만 그 이후에는 축변형률이 많이 산정되는 경향을 보이고 있다. 체적변형률에서도 축차응력에서와 같이 약 3%까지는 잘 일치하다 그 이후 축변형률과 체적변형률 증가가 훨씬 많이 발생하고 있다.

4.1.2 $60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ 구간

그림 11(a), (b)는 수평재하장치에 의한 하중이 연직하중 보다 커, 수평재하장치의 부담을 줄여주기 위하여 구속압을 0.5kg/cm^2 로 하였으며, 응력경로가 그림 1(c)의 정팔면체평면에서 $60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ 사이에 해당하는 입방체형삼축시험의 결과와 예측치를 나타낸 것이다. 그리고 본 연구의 입방체형삼축시험에서는 수평하중을 응력제어방식에 의해 작용시킨 관계로 수평하중이 최대주응력인 시험에서는 공시체에서 파괴가 일어난후 최대주응력 작용 방향에서 압축변형이 급격히 발생하고 최소주변형

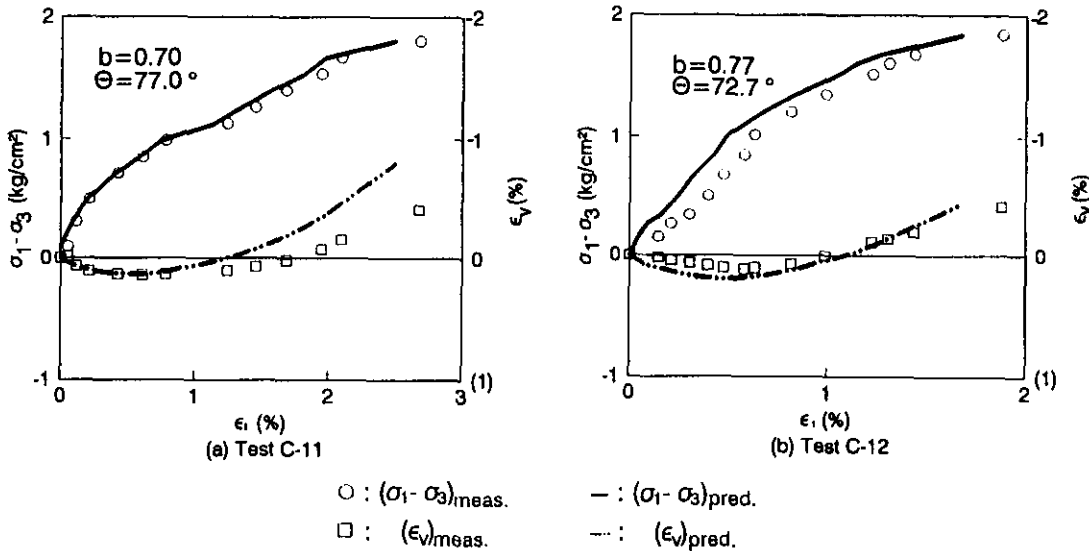


Fig. 11 Predicted versus measured stress-strain ($\sigma_3=0.5\text{kg/cm}^2$)($60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$)

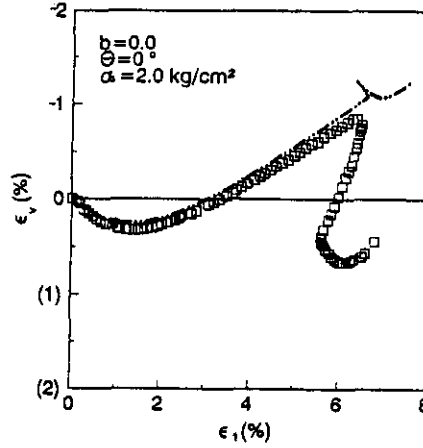
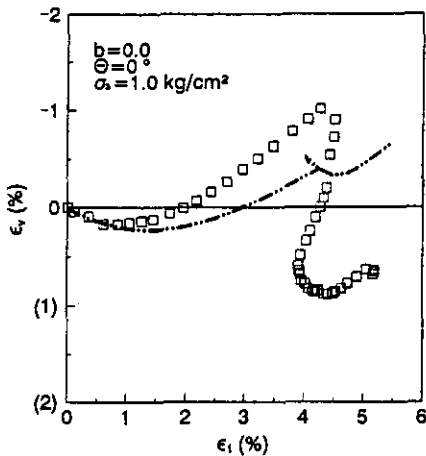
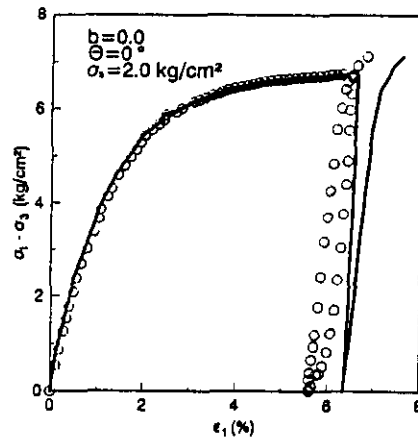
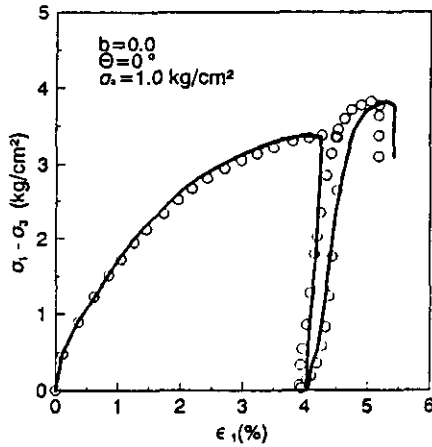
물은 인장축으로 급격히 증가하였기 때문에 파괴 이후의 응력변형률 관계는 생략하였다.

C-11의 결과를 나타낸 그림 11(a)는 b 가 0.7이고 $\theta=76.996^\circ$ 로서 최대축차응력이 축변형률 2.7%에서 발생하고 있으며 축변형률 0.6%에서 최대체적압축변형률이 나타나고 축변형률 1.7%에서 부터 체적팽창이 일어나고 있다. 예측치와의 비교에서 축변형률에 대한 축차응력은 시험치와 예측치가 좋은 일치를 보이고 있으며 체적변형률은 예측치가 실측치에 비해 팽창량

이 많이 산정되는 경향을 보이고 있다.

그림 11(b)는 b 가 0.77이고 $\theta=72.684^\circ$ 인 C-12에 대한 결과를 나타낸 것으로 축변형률이 약 1.9%인 지점에서 최대축차응력이 발생하고 있으며 축변형률 1%인 지점을 기준으로 그이전에서는 체적압축이, 이후에는 체적팽창이 일어나고 있다. 한편 예측치는 축차응력과 체적변형률 모두 대체적으로 시험결과와 좋은 일치를 보이고 있다.

이상의 검토로부터 초기재하시 최대주응력



(a) Test C-2

(b) Test C-3

\circ : $(\sigma_1 - \sigma_3)_{meas.}$ \square : $(\epsilon_v)_{meas.}$

$-$: $(\sigma_1 - \sigma_3)_{pred.}$ $- -$: $(\epsilon_v)_{pred.}$

Fig. 12 Predicted versus measured stress-strain for test No. C-2 and C-3 ($\sigma_3 = 2.0 \text{ kg/cm}^2$)

의 방향에 관계없이 등방단일경화구성모델에 의한 응력-변형률거동 예측치는 모든 축차응력비 b 의 범위에서 시험결과와 좋은 일치치를 보이는 것으로 나타났다.

4.2 반복재하시

그림 12(a)~(b)는 입방체형삼축시험기를 이용하여 중간주응력과 최소주응력을 같게 하여 중간주응력의 영향을 고려하지 않은 상태에서 구속압을 각각 1.0kg/cm^2 과 2.0kg/cm^2 으로 하여 Loading과 Unloading 및 Reloading을 실시하였으며 이때 Unloading은 파괴가 일어난 직후 실시하였다.

그림 (a)는 C-2의 구속압이 1kg/cm^2 인 경우로서 축변형률 4.3%에서 최대축차응력이 발생하였으며 Unloading 및 Reloading이 시작되는 부분에서의 기울기는 Unloading일때가 더 급한것으로 나타나고 있다. 그리고 Reloading에 의한 최대축차응력이 초기재하단계의 하중에 의한 최대축차응력이 보다 더 증가되고 있음을 볼 수 있다. 한편 체적변형률은 축변형률 약 2%부터 체적팽창이 발생하고 있으며 Unloading에 의해 체적팽창이 다시 압축으로 변하여 Reloading이 작용할 때는 모래의 체적이 최초 하중이 가하여 지기전 보다 많이 압축되었음을 알 수 있다. 예측치와의 비교에서는 Unloading이 시작되기전까지는 좋은 일치치를 보이고 있으나 Unloading부에서는 차이를 보이고 있으며 이것이 Reloading에는 많은 영향을 미치고 있음을 볼 수 있다. 체적변형률에 대해서는 Unloading 부분에서 시험결과가 체적팽창이 감소하는 반면 예측치는 체적팽창이 계속 발생하는 반대의 경향을 보이고 있다.

그림 (b)는 구속압이 2kg/cm^2 인 C-3의 결과를 도시한 것이다. 여기서 최대축차응력은 축변형률 6.3%에서 발생하고 있으며 체적변형률은 처음에 체적압축을 보이다 축변형률 3% 이후 부터는 체적팽창을 보이고 있다. 예측치와 비교에서 축차응력은 초기재하단계(Primary loading)에서는 예측치와 시험치가 아주

좋은 일치치를 보이고 있으나 Unloading 부분에서 하중감소에 의한 축변형률의 감소가 예측치에서 적게 발생하여 시험결과와 많은 차이를 보이는 것으로 나타나고 있다. 그리고 Reloading에서는 시험치와 예측치가 전체적인 경향은 일치하고 있으나 Unloading시 발생한 차이에 의해 많은 차이가 나타나고 있다. 축변형률에 대한 체적변형률의 관계에서도 축차응력의 관계에서와 같이 초기재하단계에서는 시험치와 예측치가 좋은 일치치를 보이고 있으나 Unloading 부분에서 많은 차이가 있는 것으로 나타나고 있으며 Reloading 부분에서는 Unloading시 발생하였던 차이에 의해 많은 차이가 발생하는 것으로 나타나고 있다.

이것은 등방단일경화구성모델의 소성일경화 계수가 시험결과와 경화부분을 근거로 하여 결정되었기 때문으로 생각된다. 따라서 이점을 보완하기 위하여는 이동경화구성모델(Kinematic Hardening Constitutive Model)이 개발되어야 할 것으로 생각된다.

4.3 주변형률 사이의 관계

그림 13은 주변형률 사이의 관계를 나타내기

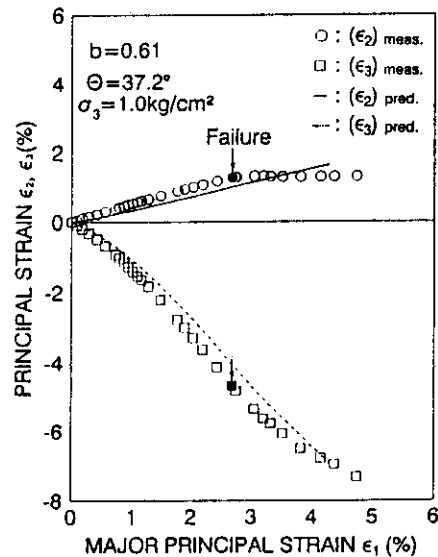


Fig. 13 Relation Between ϵ_1 , ϵ_2 and ϵ_3

위하여 축차응력비 b 가 0.61이고 구속압이 $1\text{kg}/\text{cm}^2$ 인 C-6 시험에 대한 시험결과를 횡축에는 최대주변형률 ε_1 을 두고 종축에는 중간주변형률 ε_2 와 최소주변형률 ε_3 을 두어 나타낸 것이다. 그림에서 중간주변형률 ε_2 는 ε_1 이 증가함에 따라 압축변형률이 발생하고 있으며 ε_3 는 이와 반대로 인장변형률이 발생하는 것으로 나타나고 있다. 이에 대한 예측치는 대체적으로 좋은 일치치를 보이는 것으로 나타나고 있다.

5. 결 론

중간주응력의 효과를 고려할 수 있는 입방체형삼축시험기를 이용하여 모래에 대한 배수시험이 12회 실시되었고 이에 대한 응력-변형률 관계가 조사분석되었다. 그리고 이들 시험 결과를 Lade의 등방단일경화구성모델에 의한 예측치와 비교하기 위해 Prabucki and Lade에 의해 실시된 원통형삼축시험결과를 이용하여 등방단일경화구성모델에 대한 11개의 계수를 결정하였다. 이들 결과로부터 등방단일경화구성모델에 의한 거동 예측치는 초기재하시에는 모든 축차응력비의 범위에서 시험결과와 좋은 일치치를 보이고 있는 것으로 나타났다. 그러나 반복재하를 하였을 경우, 초기재하(primary loading)에서는 예측치가 시험결과와 좋은 일치치를 보이는 것으로 나타났으나 除荷(unloading)에서는 예측치가 시험결과와 많은 차이가 있는 것으로 나타나고 있으며 再荷(reloading)시에는 除荷(unloading)시 발생하였던 차이가 누적되어 그 차이가 계속 많이 발생하는 것으로 나타나고 있다. 한편 주변형률 사이의 관계도 예측치와 시험결과가 좋은 일치치를 보이고 있다.

이상과 같이 등방단일경화구성모델에 의하여 초기재하시의 모래의 3차원 응력변형률 거동은 예측할 수 있을 것이나 반복재하시의 거동예측이 불충분하다. 이는 소성일경화계수 결정시 시험결과와 경화부분만을 근거로 하였기 때문으로 생각된다. 따라서 재하(unloading)

및 재재하(reloading)단계에는 이동경화구성모델(Kinematic Hardening Constitutive Model)이 적용될 필요가 있다.

감사의 말씀

본 연구는 한국과학재단과 미국 NSF에서 공동지원하는 1993년도 한미국제공동연구의 일환으로 수행된 결과이며 상기재단에 사의를 표하는 바이다. 아울러 본 연구를 위해 여러가지 편의를 제공하여 준 Johns Hopkins 대학 토목과 Poul V. Lade 교수에게도 감사를 드리는 바이다. 또한 본 논문의 정리에 수고를 하여 준 중앙대학교 대학원의 김태형군에게도 감사를 드리는 바이다.

참 고 문 헌

1. 남정만(1994). "대응력반전시 모래의 거동에 관한 연구", 제54회 중앙대학교 박사학위논문.
2. 남정만, 홍원표(1993) "비틀림전단시험에 의한 모래의 응력-변형률 거동". 한국지반공학회지, 제9권, 제4호, pp.65-81.
3. 남정만, 홍원표(1993) "입방체형삼축시험에 의한 모래의 응력-변형률 거동", 한국지반공학회지, 제9권, 제4호, pp.83-92.
4. 洪元杓(1988). "비틀림 剪斷試驗에 의한 Ko-壓密粘土의 舉動", 大韓土木學會論文集, 第8卷 第1號, pp.151-157.
5. 洪元杓(1988). "Ko-壓密粘土의 主應力回轉效果", 大韓土木學會論文集, 第8卷 第1號, pp.159-164.
6. 洪元杓(1988). "中間主應力이 過壓密粘土의 舉動에 미치는 영향", 大韓土木學會論文集, 第8卷 第2號, pp.99-107.
7. Desai, C. S. and Faruque, M. O.(1984). "Constitutive Model for Geological Materials." *Journal of Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol.110, Sept.
8. Dimaggio, F.L. and Sandler, I.S.(1971). "Mathematical Model for Granular Soil". *Journal of the Engrg. Mechanics Division, ASCE*, Vol.97. No.EM3, pp.935-950.
9. Hong, W.P. and Lade, P.V.(1989). "Elasto-Plastic Behavior of Ko-consolidated Clay in

- Torsion Shear Tests". *Soils and Found.*, Tokyo, Japan, 29(2), pp.127-140.
10. Hong, W.P. and Lade, P.V.(1989a), "Strain Incremental and Stress Directions in Torsion Shear Tests." *Journal of Geotechnical Eng.* ASCE, Vol.115, No.10, pp.1388-1401.
 11. Kim, M. K., and Lade,P.V.(1988). "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials I. : Plastic Potential Function." *Computers and Geotechnics 5.*, pp.307-324.
 12. Lade, P.V.(1977). "Elasto-plastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil with Curved Yield Surfaces", *International Journal of Solids and Structures*, Pergamon Press, Inc., New York, N.Y., Vol.13, pp.1019-1035.
 13. Lade.P.V.(1988). "Model and Parameter for the Elastic Behavior of Soils." *Proc. 6th. Int. Conf. Numerical Methods Geomechanics*, Innsbuk, Austria, pp.359-364.
 14. Lade.P.V.(1990). "Single-Hardening Model with Application to NC Clay", *Journal of Geotechnical Engrg.*, ASCE, Vol.116. No.3, March, pp.394-414.
 15. Lade. P.V. and Kim, M.K.(1988a), "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials, II, Yield Criterion and Plastic Work Contours," *Computers and Geotechnics*, Vol.6, p13-29.
 16. Lade,P.V. and Kim,M.K.(1988b). "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials III. : Comparisons with Experimental Data. " *Computers and Geotechnics*, pp. 31-47.
 17. Lade, P.V. and Nelson, R.B.(1987). "Modelling the Elastic Behavior of Granular Materials. " *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol.11, pp.521-542.
 18. Mroz, Z., Norris,V.A., and Zienkiewicz,O.C. (1981). "An Anisotropic, Critical State Model for Soil Subjects to Cyclic Loading, " *Geotechnique*, London, England, Vol.31, No.4, pp.451-469.
 19. Nam,J.M. and Lade,P.V.(1993). "Results of Tortion Shear Tests on Medium Dense Santa Monica Beach Sand" *Report to the National Science Found. Grant No. MSS 9119272*, UCLA-ENG-93-24, April.
 20. Prabucki,M.J. and Lade,P.V.(1990). "Triaxial Compression Tests on Santa Monica Beach Sand. 1" *Report PL-CDT-SMS-1*, UCLA-ENG-91-03, Aug.
 21. Roscoe, K.H., Schofield, A., and Wroth, C.P. (1958). "On the yielding of soils," *Geotechnique*, vol.8, pp.22-53.

(접수일자 1994. 1. 14)