

# 수치해석을 이용한 산사면에서의 간극수압 예측에 관한 연구

A Numerical Analysis of Porewater Pressure Predictions on Hillside Slopes

이 인 모\*1  
Lee, In - Mo  
서 정 복\*2  
Seo, Jeong - Bok

---

---

## Abstract

It has been well known that the rainfall-triggered rise of groundwater levels is one of the most important factors resulting the instability of the hillside slopes. Thus, the prediction of porewater pressure is an essential step in the evaluation of landslide hazard. This study involves the development and verification of numerical groundwater flow model for the prediction of groundwater flow fluctuations accounting for both of unsaturated flow and saturated flow on steep hillside slopes. The first part of this study is to develop a numerical groundwater flow model. The numerical technique chosen for this study is the finite element method in combination with the finite difference method. The finite element method is used to transform the space derivatives and the finite difference method is used to discretize the time domain. The second part of this study is to estimate the unknown model parameters used in the proposed numerical model. There were three parameters to be estimated from input-output record -  $K_s$ ,  $\Psi_e$ ,  $b$ . The Maximum-A-Posteriori (MAP) optimization method is utilized for this purpose. The developed model is applied to a site in Korea where two debris avalanches of large scale and many landslides of small scale were occurred. The results of example analysis show that the numerical groundwater flow model has a capacity of predicting the fluctuation of groundwater levels due to rainfall reasonably well.

## 요 지

산사면에서 강우에 의한 지하수위 상승은 사면의 안정성에 큰 영향을 미치는 중요한 요소임은 이

---

\*1 정회원, 고려대학교 공과대학 토목환경공학과 부교수

\*2 고려대학교 대학원 토목환경공학과 석사과정

미 잘 알려져 있다. 그러므로 강우로 인한 지하수위 상승을 예측하는 일은 산사면의 안정성을 해석하기 위한 매우 중요한 요소이다.

본 연구는 포화흐름과 비포화흐름을 고려한 산사면에서의 지하수위 변동을 예측하기 위한 수치해석모델의 개발과 적용 가능성을 검토하였으며, 수치해석이 갖는 큰 약점인 입력상수에 대한 불확실성을 고려해 주기 위하여 매개변수분석 및 예측법을 제시하였다.

수치해석모델을 개발하기 위해 사용한 수치해석기법은 유한요소법과 유한차분법을 동시에 이용하였다. 이와 같은 방법을 이용하여 2차원 수치해석모델을 개발한 후, 수치해석모델의 입력값들이 갖는 불확실한 상수들에 대한 매개변수분석을 수행하여 본 수치해석모델의 현장 적용성을 검토하였다. 매개변수예측방법은 Maximum-A-Posteriori(MAP)방법을 이용하여 불확실한 입력상수인  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $b$ 에 대한 매개변수분석을 수행하였다.

개발된 수치해석모델의 적용성을 검토하기 위해 실제 산사태가 빈번히 일어났던 서울시 시흥동에 위치한 현장에 적용하여 예측된 지하수위와 비교, 검토하였다. 이 적용결과로 부터 본 수치해석모델이 강우로 인한 산사면에서의 지하수위 상승을 비교적 잘 예측해주고 있음을 알 수 있었다.

## 1. 서 론

산사태는 산악지형이 많은 나라에서 상당한 인명과 재산피해를 발생시켜 왔다. 많은 지질학자나 지반공학자에 의해 산사태 발생시기와 규모에 대한 예측을 위한 연구가 진행되어 왔으나 발생시기와 규모를 정확히 예측하기는 어려움이 있었다. 그러나 이러한 연구를 통해 산사태를 발생시키는 큰 요인들이 몇가지 확인되었으며, 그 중에서 강우로 인한 지하수위의 상승은 유효응력의 감소를 야기시켜 산사태를 일으키는 중요한 요소로 인식되어 왔다.

본 연구에서는 산사태 발생의 중요한 요인인 강우로 인한 지하수위의 상승을 예측하기 위한 수치해석모델을 개발하여 실제 현장에 적용시켜 적용성을 검토하였다. 특히 수치해석이 갖는 커다란 약점인 입력값들의 부정확성을 고려하여 매개변수분석을 수행하였으며 보다 정확한 예측을 하기 위한 수치해석모델을 개발하였다.

유한요소법과 유한차분법을 이용한 수치해석모델의 개발, 이 수치해석모델이 갖는 불확실한 입력값들에 대한 매개변수분석, 그리고

실제 현장에 적용시켜 적용성을 검토하는 세 단계로 나누어 연구를 수행하였다. 유한요소법은 흐름방정식의 공간영역을 변형시키기 위해, 유한차분법은 시간영역을 구분하기 위해 병행하여 사용하였다. 불확실한 상수들에 대한 매개변수분석은 MAP방법을 이용하였으며, 서울시 시흥동에 위치한 야산 현장에 대해 적용성을 검토하였다.

## 2. Transient 흐름방정식의 유도

### 2.1 Transient 포화대 흐름<sup>(11)</sup>

포화된 흙에 대한 3차원 흐름방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial h}{\partial z}) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

여기서,  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$ 는 각 방향에 대한 투수계수이며,  $h$ 는 전두수,  $S_s$ 는 specific storage이다.

위 식으로 부터 어떠한 요소내에서 전두수,  $h^{(e)}$ , 를 구하기 위해 식(2)와 같이  $N^{(e)}$ 라는 보

간함수(interpolation function)를 사용한다.

$$\hat{h}^{(e)}(\mathbf{x}, y, z) = [N_1^{(e)}(\mathbf{x}, y, z) \cdots N_n^{(e)}(\mathbf{x}, y, z)] \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

요소 내에서는 투수계수와 저류상수가 일정하다고 가정하고, 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 한 요소에 e에 대한 적분의 형태로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$R_i^{(e)} = - \iiint N_i^{(e)} \left[ (K_x^{(e)} \frac{\partial^2 h^{(e)}}{\partial x^2}) + (K_y^{(e)} \frac{\partial^2 h^{(e)}}{\partial y^2}) + (K_z^{(e)} \frac{\partial^2 h^{(e)}}{\partial z^2}) \right] dx dy dz + \iiint [N_i^{(e)} S_s^{(e)} \frac{\partial h^{(e)}}{\partial t}] dx dy dz \quad (3)$$

위 식은 첫번째 적분항과 두번째 적분항으로 나누어 이들 각각에 대해서 적분을 한다. 첫번째 적분항은 요소의 모양과 절점의 수에 따라 달라지지만 가장 일반적인 형태는 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[K^{(e)}] = \iiint \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial N_n^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_n^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_n^{(e)}}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x^{(e)} 0 & 0 \\ 0 & K_y^{(e)} 0 \\ 0 & 0 & K_z^{(e)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_n^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_n^{(e)}}{\partial z} \end{bmatrix} dx dy dz \quad (4)$$

여기서,  $[K^{(e)}]$ 는 conductance 매트릭스이다. 여러 모양의 요소와 절점의 수에 따른 식(4)의 변형은 Istok [1989]을 참조하기 바란다.

각 요소에 대한 각 절점에서의 residual 매트릭스는 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} R_1^{(e)} \\ R_2^{(e)} \\ \vdots \\ R_{n-1}^{(e)} \\ R_n^{(e)} \end{bmatrix} K = [K^{(e)}] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-1} \\ h_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Global conductance 매트릭스,  $[K]$ 는 각 요소에 대한 conductance 매트릭스를 합함으로써 구할 수 있다.

$$[K] = \sum_{e=1}^n [K^{(e)}] \quad (6)$$

식 (3)의 두번째항의 적분을 하기 위해서  $\partial h^{(e)}/\partial t$ 를 식(7)과 같이 정의한다.

$$\frac{\partial h^{(e)}}{\partial t}(\mathbf{x}, y, z) = [N_1^{(e)}(\mathbf{x}, y, z) \cdots N_n^{(e)}(\mathbf{x}, y, z)] \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (7)$$

위 식을 식 (3)에 대입하면 식 (8)이 된다.

$$\iiint N_i^{(e)} S_s^{(e)} \frac{\partial h}{\partial t} dx dy dz = \iiint N_i^{(e)} S_s^{(e)} [N_1^{(e)} \cdots N_n^{(e)}] \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial t} \end{bmatrix} dx dy dz \quad (8)$$

Conductance 매트릭스에서와 같은 방법으로 한 요소에서 각 절점에 대한 capacitance 매트릭스는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} R_1^{(e)} \\ \vdots \\ R_n^{(e)} \end{bmatrix} C = [C^{(e)}] \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 capacitance 매트릭스,  $[C^{(e)}]$ 는 다음의 식으로 부터 구할 수 있다.

$$[C^{(e)}] = \iiint [N_i^{(e)}] [S_s^{(e)}] [N_1^{(e)} \dots N_n^{(e)}]$$

$$dx dy dz = S_s^{(e)} \begin{bmatrix} N_1^{(e)} & N_1^{(e)} & \dots & N_1^{(e)} & N_n^{(e)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ N_n^{(e)} & N_1^{(e)} & \dots & N_n^{(e)} & N_n^{(e)} \end{bmatrix}$$

$$\iiint dx dy dz \quad (10)$$

Lumped Element 방법을 사용하면 식 (10)은 간단히 다음의 식(11)로 나타낼 수 있다.

$$[C^{(e)}] = S_s^{(e)} \frac{V^{(e)}}{n} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Global capacitance matrix,  $[C]$ 는 각 요소의 capacitance 매트릭스를 합함으로써 구할 수 있다.

$$[C] = \sum_{e=1}^m [C^{(e)}] \quad (12)$$

첫번째 적분항과 두번째 적분항을 구한 후 식(3)에 대입을 하면 포화흐름에서의 system 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C] \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_p}{\partial t} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} = \{F\} \quad (13)$$

여기서,  $\{F\}$ 는 강우로 인한 유입량이 된다.

위 식에서 시간에 대한 항을 고려해 주기 위하여 Crank-Nicholson 방법을 이용하였으며, 식 (13)을 다시 풀어서 쓰면 식 (14)가 된다.

$$\{[C] + \omega \Delta t [K]\} \{h\}_{t+\Delta t} = ([C] - (1-\omega) \Delta t [K]) \{h\}_t + \Delta t (1-\omega) \{F\}_t + \omega \{F\}_{t+\Delta t} \quad (14)$$

여기서  $\omega$ 는 0.5이다.

## 2.2 Transient 비포화대 흐름<sup>(11)</sup>

비포화된 흙에 대한 3차원 흐름방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x(\psi) \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y(\psi) \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z(\psi) \frac{\partial h}{\partial z}) = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (15)$$

위 식은 포화흐름식의 유도과 유사한 방법으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R_i^{(e)} = -\iiint N_i^{(e)}(x, y, z) [K_x(\psi) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y(\psi) \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z(\psi) \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t}] dx dy dz$$

$$= -\iiint N_i^{(e)}(x, y, z) [(K_x(\psi) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}) + (K_y(\psi) \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}) + (K_z(\psi) \frac{\partial^2 h}{\partial z^2})] dx dy dz$$

$$+ \iiint N_i^{(e)} C^{(e)}(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} dx dy dz \quad (16)$$

여기서,  $\psi$ 는 압력수두이고,  $C^{(e)}(\psi)$ 는 요소내의 specific moisture capacity이다.

포화흐름의 경우와 같이 각 요소에 대한 절점에서의 residual 매트릭스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} R_1^{(e)} \\ \vdots \\ R_n^{(e)} \end{bmatrix} K = [K^{(e)}(\psi)] \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} R_1^{(e)} \\ \vdots \\ R_n^{(e)} \end{bmatrix} C = [C^{(e)}(\psi)] \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial \psi_n}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (18)$$

모든 요소에 대한 global conductance 매트릭스와 global capacitance 매트릭스는 각 요소의 conductance 매트릭스와 capacitance 매트릭스의 합으로 각각 구할 수 있다.

$$[K(\psi)] = \sum_{e=1}^m [K^{(e)}(\psi)] \quad (19)$$

$$[C(\psi)] = \sum_{e=1}^m [C^{(e)}(\psi)] \quad (20)$$

여기서,  $K^{(e)}(\psi)$ 는 요소의 모양과 절점의 수에 따라 달라지므로 Istok [1989]을 참조하여 구할수 있고  $C^{(e)}(\psi)$ 는 Lumped Element 방법을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C^{(e)}(\psi)] = C^{(e)}(\psi) \frac{V^{(e)}}{n} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

위와 같은 방법으로 비포화흐름에서의 첫번째 적분항과 두번째 적분항을 구한 후 식 (16)에 대입하면 비포화흐름에 대한 system방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C(\psi)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial \psi_p}{\partial t} \end{bmatrix} + [K(\psi)] \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} = \{F\} \quad (22)$$

각 절점에서 시간 변화에 따른 압력수두의 변화량은 각 절점에서의 위치수두가 동일함으로 전수두의 변화량으로 바꾸어 유한차분법을 사용하면 전수두만으로 구성된 식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{[C(\psi)] + \omega \Delta t [K(\psi)]\} \{h\}_{t+\Delta t} = \{[C(\psi)] - (1-\omega)\Delta t [K(\psi)]\} \{h\}_t + \Delta t \{(1-\omega) \{F\}_t + \omega \{F\}_{t+\Delta t}\} \quad (23)$$

### 3. Picard Iteration 방법

산사면에서의 흐름의 경우 포화대와 비포화대가 동시에 존재함으로 포화흐름방정식과 비포화흐름방정식을 모두 이용한다. 어떤 요소가 포화상태인지 비포화상태인지는 각 절점에서의 전수두에서 위치수두를 뺀 값을 평균한 값을 이용하여 결정한다. 그 요소가 포화되었으

면 투수계수는 포화 투수계수를 이용하고, 비포화라면 요소내의 절점에 대한 압력수두를 평균하여 구한 압력수두를 비포화투수계수 함수식에 대입하여 비포화투수계수를 구한다. 또한 포화상태인지 비포화상태인지에 따라 specific storage값이나 압력수두에 따라 변화하는 specific moisture capacity값을 이용하여 상수 매트릭스,  $M(X^{k-1})$ 를 구해 낸다.

이러한 방법에 의해 구성된 매트릭스 함수식을 풀기위해 본 연구에는 Picard iteration (substitution method)를 이용하였다. 이 방법은 아래의 순서에 따라 진행된다.<sup>(11)</sup>

- ① 초기값,  $\{X^0\}$ 을 입력한다.
- ② 반복 횟수인 k에 대해 다음을 반복한다.
  - a. 상수 매트릭스인  $[M(X^{k-1})]$ 를 구성한다.
  - b. 아래의 선형방정식을 풀어  $\{X^k\}$ 를 구해낸다.

$$[M(X^{k-1})] \{X^k\} = \{B\}$$

- c. residuals vector인  $\{R^k\}$ 를 구한다.

$$\{R^k\} = \{B\} - [M(X^{k-1})] \{X^k\} \text{ 또는}$$

$$\{R^k\} = \{X^k\} - \{X^{k-1}\}$$

- d. 수렴조건을 만족하는지의 여부를 조사한다.

$$|\max\{r^k\}| < \varepsilon ?$$

만약 수렴조건을 만족한다면 해는  $\{X^k\}$ 이 되고 그렇지 않으면 k를 k+1로 놓고, a, b, c, d의 과정을 반복한다.

### 4. 매개변수분석

강우로 인한 지하수위 상승을 예측하기 위한 수치해석모델은 반드시 토질상수 등과 같은 입력값을 가진다. 이러한 입력값은 결과값에 상당한 영향을 미치며, 이들에 대한 정확한 예측은 매우 중요한 일로 인식되어 왔다. 본 연구에서는 이러한 입력변수들에 의해 발생하는 오차를 최소화하기 위하여 매개변수분석방법 중의 하나인 MAP방법을 이용하였다. MAP방법<sup>(1), (4)</sup>은 매개변수를 가장 합리적으로 예측하기 위하여 관측치에 의한 정보 뿐만 아니라 미지의 매개변수의 합리성이나 불확실성까지도 고려하

여 최적치를 예측하는 방법이다.

Bayes이론에 의해 유도된 목적함수  $S_{MAP}$ 은 아래와 같이 구할 수 있다.<sup>(1), (4)</sup>

$$S_{MAP} = [Y - \Pi(\beta)]^T V^{-1} [Y - \Pi(\beta)] + (\beta - \mu_\beta)^T V_\beta^{-1} (\beta - \mu_\beta) \quad (24)$$

여기서,  $Y$ 는 현장에서 관측된 값들의 관측벡터( $m \times 1$ ),  $V$ 는 관측오차의 공분산행렬( $m \times m$ ), 윗첨자  $T$ 는 행렬의 transpose,  $\Pi$ 는 비선형함수,  $\beta$ 는 미지의 매개변수벡터( $n \times 1$ ),  $\mu_\beta$ 와  $V_\beta$ 는 각각  $\beta$ 의 평균값과 분산을 나타낸다.

$S_{MAP}$ 을 최소화 하기 위하여  $\beta$ 에 대한 미분값이 0이 되도록 최소화 시키기 위한 방법으로 Gauss-Newton방법을 이용한다.

$$\frac{\partial S_{MAP}}{\partial \beta} = 2 \left[ -\frac{\partial \Pi^T(\beta)}{\partial \beta} \right] V^{-1} [Y - \Pi(\beta)] + 2[I]V_\beta^{-1}[\beta - \mu_\beta] = 0 \quad (25)$$

식 (25)는 다음과 같이 나타낼 수도 있다.

$$X(\beta)^T V^{-1} [Y - \Pi(\beta)] + V_\beta^{-1} [\mu_\beta - \beta] = 0 \quad (26)$$

여기서  $X$ 는 아래와 같이 정의된 민감도 행렬( $m \times n$ )이다.

$$X(\beta) = \left[ \frac{\partial \Pi^T(\beta)}{\partial \beta} \right]^T \quad (27)$$

$\beta$ 가  $\Pi$ 에 내재되어 있기때문에,  $\beta$ 를 구하기 위해 Taylor 급수의 첫번째 두항만을 사용하여  $\Pi - \beta$ 의 관계를 선형화시킨다.

$$\Pi(\beta) \simeq \Pi(b) + X(b)[\beta - b] \quad (28)$$

식 (28)을 식 (26)에 대입하면 다음의 식과 같이 된다.

$$X^T(b)V^{-1} [Y - \Pi(b) - X(b)(\beta - b)] + V_\beta^{-1}(\mu_\beta - b) - V_\beta^{-1}(\beta - b) \simeq 0 \quad (29)$$

식 (29)를  $b^{(k+1)}$ 에 대한 행렬형태로 나타내면 다음의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + P^{(k)} [X^{T(k)}V^{-1}(Y - \Pi^{(k)}) + V_\beta^{-1}(\mu_\beta - b^{(k)})] \quad (30)$$

$$P^{-1(k)} = X^{T(k)}V^{-1}X^{(k)} + V_\beta^{-1} \quad (31)$$

여기서 첨자  $k$ 는 비선형으로 인한 반복단계를 나타낸다.

각 반복단계에서 수렴을 지적하는 규약은 다음의 식과 같다.

$$\frac{|b_i^{(k+1)} - b_i^{(k)}|}{|b_i^{(k)}| + \delta_i} < \delta \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

에 대해서

여기서,  $\delta$ 는 각각의 매개변수에 대한 한계치를 나타내며,  $\delta_i$ 는  $b_i^{(k)}$ 가 0으로 되는 것을 방지하기 위한 한계치를 나타낸다.

매개변수를 평가하는 수렴방향의 크기를 조절하도록 하여 수렴과정이 빨리 이루어지도록 하기 위해 수정된 Box-Kanemasu방법을 이용하였다. 이를 위하여 보간인자  $h^{(k+1)}$ 을 이용하여 식(30)을 다음과 같이 수정하였다.

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + h^{(k+1)} \Delta_g b^{(k)} \quad (33)$$

$$\Delta_g b^{(k)} = P^{(k)} [X^{T(k)}V^{-1}(Y - \Pi^{(k)}) + V_\beta^{-1}(\mu_\beta - b^{(k)})] \quad (34)$$

MAP방법에 대한 목적함수의 이론적 유도과정과 비선형문제에 대하여 매개변수 예측을 빠른 수렴과정을 통하여 구할 수 있는 Box-Kanemasu방법에 대한 이론의 자세한 설명은 문헌 (1)에 자세히 나타나 있다.

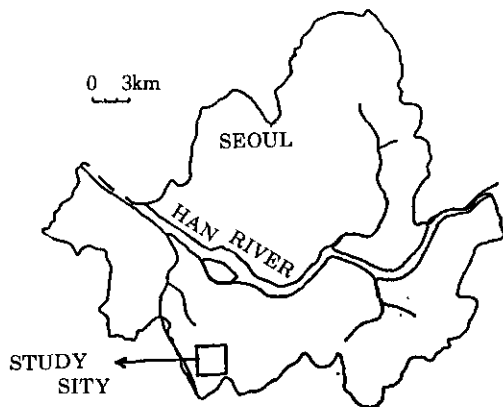
본 연구에서 개발한 수치해석 프로그램에서는 토질상수의 값이 상수가 아닌 압력수두의 함수식으로 나타내어 압력수두에 종속인 값을 가질 수 있도록 하였고, 또한 계측치를 이용하여 해석치의 오차를 최소화할 수 있도록 본절에서 서술한 MAP방법으로 최적의 토질 상수 값을 찾을 수 있도록 하였다.

## 5. 적용현장

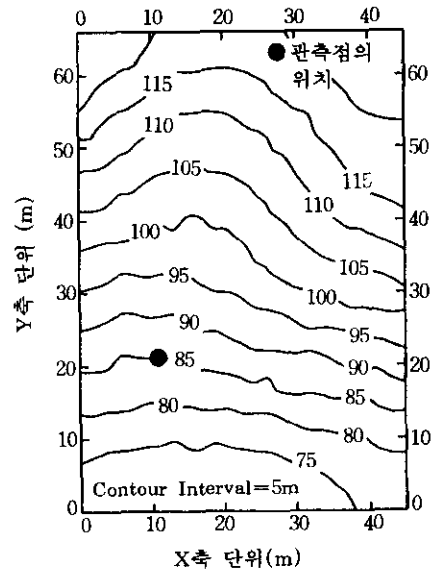
본 연구에서 개발된 수치해석모델을 서울시 구로구 시흥동에 위치한 야산에 적용하였다. 이 지역은 과거 빈번히 산사태가 발생한 지역이며, 조 등<sup>(2)</sup>이 산사태 발생 원인 규명의 일환으로 시간당 지하수위를 관측하였다. 현장 적용을 위하여, 1989년 8월 27일과 30일 사이에 발생한 강우로 인한 지하수위변동을 이용하였으며, 시간당 강우강도는 기상청에서 발간되는

보고서를 이용하였다. 이 지역에 대한 지형도 및 강우강도에 대한 계측된 지하수위를 그림 1에 나타내었다. 계측방법에 대한 상세한 사항은 참고문헌 2를 참조하면 된다.

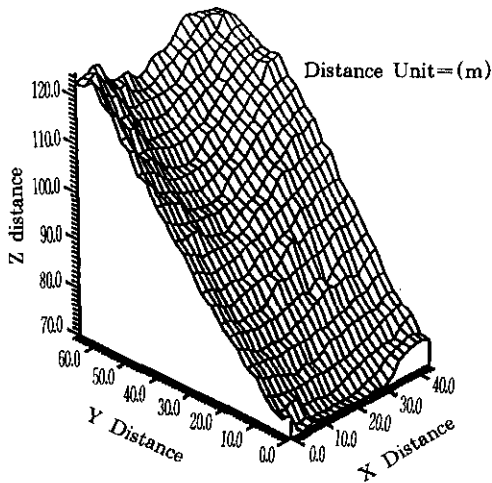
현장의 토층은 0.45-1.00m의 층적층과 그 아래 풍화가 심한 0.5-1.5m 정도의 풍화토층으로 이루어져 있으며, 통일분류법에 의해서 SM-SC로 분류되었다. 풍화토층 아래에는 불투수층의 기반암이 존재하였다. 지하수위 위의 초기 비포화대의 두께는 2m정도였다. 사면의



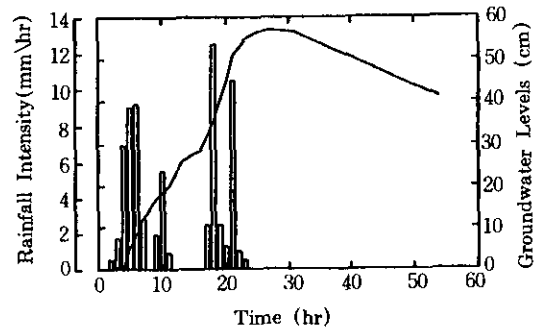
(a) 현장의 위치도



(b) 현장의 등고선도



(c) 현장사면의 입체도



(d) 계측된 지하수위와 강우강도

그림 1. 적용 현장

경사는 약 35°였으며, 사면의 길이는 약 36m였다.

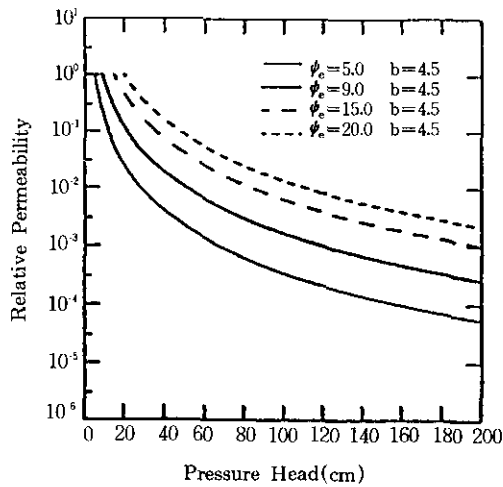
갖는 물리적 의미와 초기입력값에 대한 선정은 다음과 같다.

## 6. 입력상수의 초기추정

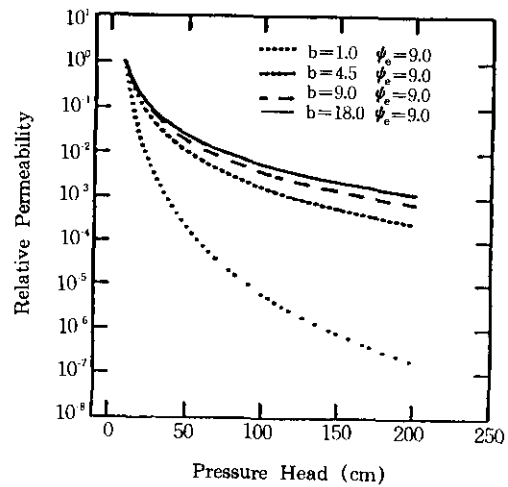
수치해석을 위한 변수들은 포화투수계수, specific storage, 비포화투수계수, specific moisture capacity 등 네가지의 값이 있으며 이들 값들은 불확실성을 내포하고 있기 때문에 이들 값들에 대한 매개변수분석이 필요하며 이 값들이다.

### 6.1 비포화 투수계수

비포화토에서의 투수계수는 많은 학자들에 의해 압력수두와 함수관계를 이루고 있다고 연구되었다. 이에 대한 많은 공식들이 있으나 본 연구에서는 수치해석시의 입력과 매개변수분



(a)  $\phi_e$ 의 변화에 따른  $K_r$ 과  $\phi$ 의 관계



(b)  $b$ 값의 변화에 따른  $K_r$ 과  $\phi$ 의 관계

그림 2. 비포화투수계수함수

표 1 수학적 상수의 대표적인 값(괄호는 표준편차)<sup>(8)</sup>

Soil Texture	Soils	Soils	b	$\phi_e$ (cm)	$\phi_e$ (log) (cm)	$\theta_2$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$K_s$ (cm <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup> )
Sand	13	0.03	4.05(1.7)	12.1(14.3)	3.50	0.395(0.056)	1.0560
Loamy sand	30	0.06	4.38(1.47)	9.0(12.4)	1.78	0.410(0.068)	0.9380
Sandy loam	204	0.09	4.90(1.75)	21.8(31.0)	7.18	0.435(0.086)	0.2080
Silt loam	384	0.14	5.30(1.96)	78.6(51.2)	56.60	0.485(0.059)	0.0432
Loam	125	0.19	5.39(1.87)	47.8(51.2)	14.60	0.451(0.078)	0.0417
Sandy clay loam	80	0.28	7.12(2.43)	29.9(37.8)	8.63	0.420(0.059)	0.0378
Sandy clay loam	147	0.34	7.75(2.77)	35.6(37.8)	14.60	0.477(0.057)	0.0102
Clay loam	262	0.34	8.52(3.44)	63.0(51.0)	36.10	0.476(0.053)	0.0147
Sandy clay	19	0.43	10.40(1.64)	15.3(17.3)	6.16	0.426(0.057)	0.0130
Silty clay	441	0.49	10.40(4.45)	49.0(62.1)	17.40	0.492(0.064)	0.0062
Clay	140	0.63	11.40(3.70)	40.5(39.7)	18.60	0.482(0.050)	0.0077



석의 용이성을 위해 Campbell<sup>(7)</sup>이 제안하고 Jackson<sup>(12)</sup>에 의해 보다 개량된 다음의 식을 이용하였다.

$$K(\theta) = K_s \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right)^{2b+3} \quad \text{또는} \quad K(\psi) = K_s \left( \frac{\psi_e}{\psi} \right)^{2+3/b} \quad (35)$$

비포화 투수계수를 예측하기 위해서는 포화 투수계수와 상수 b 그리고 saturation suction  $\psi_e$ 의 값들이 결정되어야 하며, 이들 값은 매개 변수분석을 통해 최적의 값이 얻어진다. 이들에 대한 초기값은 표 1로부터 현장의 흙이 loamy sand에 가까우므로 이에 해당하는 값으로 선정하였다. 그림 2는  $\psi_e$ 와 b의 변화에 따른 압력수두와 상대투수계수의 관계를 나타낸 것이다.

## 6.2 Specific Moisture Capacity

Specific moisture capacity,  $C(\psi)$ 는 다음과 같이 정의한다<sup>(7)</sup>.

$$C(\psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \quad (36)$$

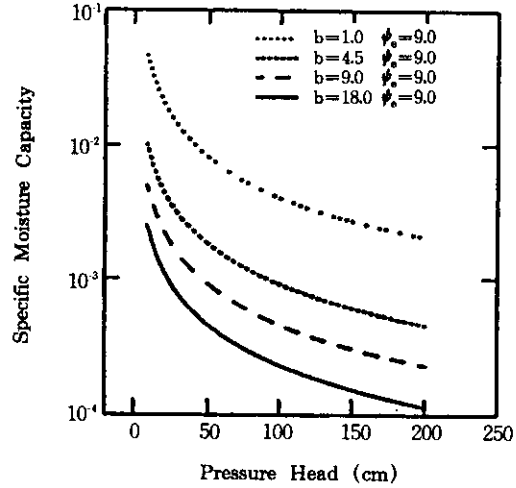
Volumetric water content를 압력수두에 따른 함수식으로 나타내면 식 (37)이 된다<sup>(7)</sup>.

$$\theta = \theta_s \left( \frac{\psi_e}{\psi} \right)^{1/b} \quad (37)$$

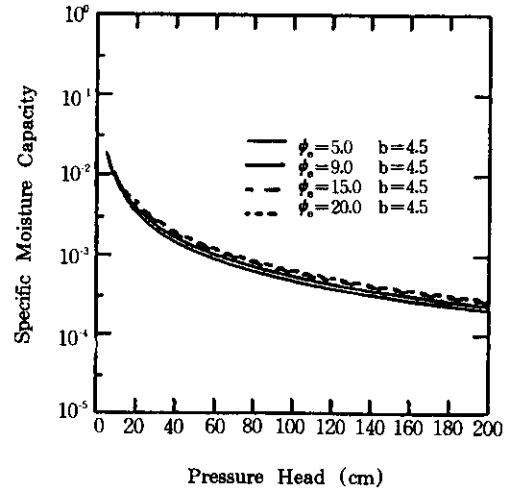
식 (37)을 식(36)에 대입하여 미분하면 식 (38)이 된다.

$$C(\psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = \theta_s \psi_e^{1/b} \times \left( -\frac{1}{b} \right) \psi^{-1/b-1} \quad (38)$$

여기서  $\psi_e$ 는 포화 suction이며,  $\theta$ 는 volumetric water content,  $\theta_s$ 는 포화 상태의 volumetric water content이다.  $\psi_e$ 와 b를 고려한  $C(\psi)$ 와 압력수두 관계는 그림 3에 나타내었다.



(a) b의 변화에 따른  $C(\psi)$ 와  $\psi$ 의 관계



(b)  $\psi_e$ 의 변화에 따른  $C(\psi)$ 와  $\psi$ 의 관계

그림 3. Specific moisture capacity 함수

## 6.3 포화투수계수

포화투수계수는 현장 변수위 실험이나 흙의 종류에 따른 표준적인 값을 초기치로 사용할 수 있다. 본 연구에서는 표 1<sup>(8)</sup>과 실측치를 고려하여 25cm/hr의 값을 초기치로 사용하였다. 이 값은 매개변수 분석을 통해 최적의 값을 구할 수 있다.

## 6.4 Specific Storage

Specific storage 값은 단위 전수두의 하강에 의해 단위 체적에서 배출되는 물의 체적 ( $S_s$ )<sup>(11)</sup>이며, 압력수두가  $\psi_e$  인 경우의  $C(\psi)$  값이 된다. 본 연구에서는 압력수두가  $\psi_e$  인 경우의  $C(\psi)$  값을 사용하였다. 그러므로  $\psi_e$ ,  $\theta_s$ ,  $b$ 의 값이 결정된다면 specific storage 값은 결정되어진다.

## 6.5 매개변수설정

이상의 각 변수들에 대한 서술로부터 MAP 방법을 이용하여 추정하여야 될 매개변수들을 취해보면 다음과 같다. 우선 specific storage는  $C(\psi)$  값의 일종이므로,  $\psi_e$  값만 주어지면  $C(\psi)$  값으로 구할 수 있는 값이고,  $K(\psi)$ 와  $C(\psi)$ 는 모두  $\psi_e$ 와  $b$ 의 함수이므로 식 (24)로부터 추정하여야 할 변수  $\beta$ 는 다음의 세개의 변수로 된 벡터이다.

$$\beta = \begin{bmatrix} K_s \\ \psi_e \\ b \end{bmatrix} \quad (39)$$

만약 각 변수들 사이에 상관성이 없다면  $\beta$ 의 covariance 벡터는 다음과 같다.

$$V_\beta = \begin{bmatrix} V_{K_s} & 0 & 0 \\ 0 & \psi_e & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \quad (40)$$

## 7. 적용결과

본 연구를 위해 사용된 요소망은 그림 4와 같으며, 경계조건은  $\overline{AB}$ 는 specified flux boundary,  $\overline{BC}$ 는 specified head boundary,  $\overline{CD}$ 와  $\overline{DA}$ 는 no flow boundary이다. 초기 지하수위는 일정한 기울기를 갖는다는 Boussinesq 가정<sup>(15)</sup>을 사용한 후 해석을 수행하였다. 앞에

서 서술한 변수값들을 이용하여 system 방정식을 구성한 후 Picard iteration을 이용하여 매시간에 대한 지하수위의 변화량을 예측하였다. 본 수치해석 모델은 전술한대로 3개의 매개변수 -  $K_s$ ,  $\psi_e$ , 와  $b$ -를 가지며 이들에 대한 초기값과 분산은 표 2에 나타내었다.

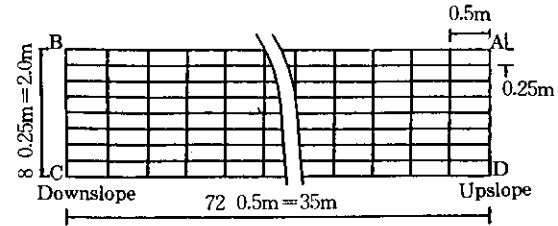


그림 4. 수치해석 요소망

표 2 변수의 초기값과 예측된 값

변수의 값	$K_s$	$\psi_e$	$b$	목적함수
변수의 초기값	25	9.0	4.38	26.3252
초기 변수들 분산	156.25	153.76	2.1609	—
추정된 변수값	21.4262	8.8971	4.4813	33.2040
	21.4947	9.3194	4.6455	13.3621
	23.7459	9.0459	4.5447	12.0672
	23.5905	8.8830	4.4253	10.3870
	23.8059	8.8351	4.3800	7.3225
	23.2747	8.8685	4.4638	6.8595
최종적으로 추정된 변수의 분산	22.4666	8.8434	4.4638	3.4969
최종적으로 추정된 변수의 분산	4.160	88.978	0.462	—

### 7.1 민감도 분석

변수  $b$ 가 수치해석모델에 미치는 영향을 알아보기 위하여  $K_s$ 를 25cm/hr,  $\psi_e$ 를 9.0cm로 고정시킨 후  $b$  값의 변동에 따른 지하수위 변동량을 살펴보았다(그림 5). 그림에서, 변수  $b$ 의 값이 클수록 최고점을 지난 지하수위의 하

강량이 크게 나타났다. 이것은 변수  $b$ 가 최고점을 지난 후의 지하수위 하강량을 결정하는 값임을 알 수 있다. 비슷한 방법으로  $K_0$ 가 수치해석모델에 미치는 영향을 알아보기 위하여  $b$ 를 4.38,  $\psi_0$ 를 9.0cm로 각각 고정시킨 후 지하수위의 변동량을 살펴보았다(그림 6). 그림 6을 보면  $K_0$ 는 최고지하수위에 이르기 전의 지하수위 상승곡선의 기울기를 결정하는 요소임을 알 수 있다.  $\psi_0$ 가 수치해석모델에 미치는 영향은  $K_0$ 를 25cm/hr,  $b$ 를 5.0에 각각 고정시킨 후 살펴보았다(그림 7). 그 결과를 보면 실측된 지하수위와 비슷한 변동량을 갖기 위해서는  $\psi_0$ 가 최소한 8.0cm 이상이어야함을 알 수 있었다.

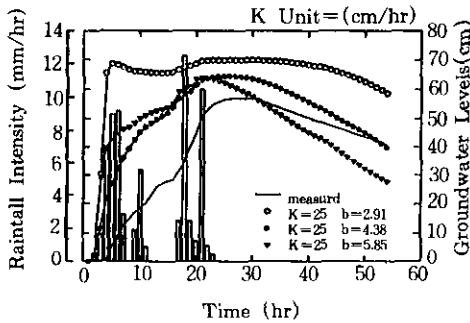


그림 5.  $b$ 값에 따른 지하수위의 변동

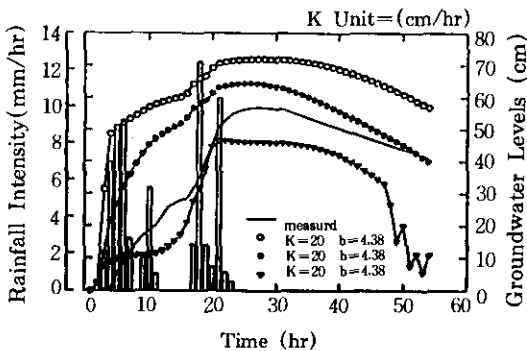


그림 6.  $K_0$ 값에 따른 지하수위의 변동

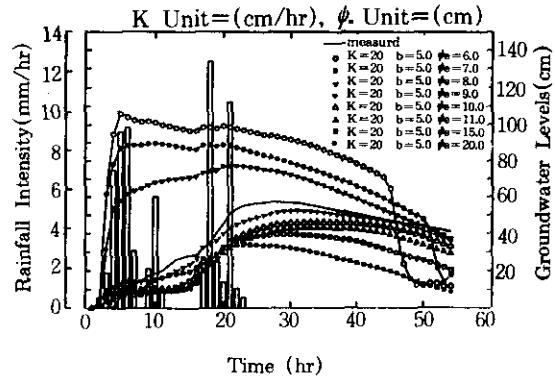


그림 7.  $\psi_0$ 값에 따른 지하수위의 변동

## 7.2 MAP 방법의 적용

지하수위의 변동을 예측하기 위한 수치해석 모델이 갖는 큰 약점은 입력값에 대한 불확실성이라고 할 수 있다. 이러한 입력값들의 불확실성을 줄이기 위하여 최적추정법인 MAP를 이용하였다. MAP방법을 적용하기 위한 초기값과 초기 분산들은 표 2에 나타나 있으며, 이를 초기 값으로 하여 매개변수 분석을 수행한 결과와 최종 분산의 값들도 함께 나타내었다. 그림 8은 매개분석을 수행한 결과값들을 이용하여 최종적으로 구한 지하수위 변화량을 시간에 대해 나타낸 그림이다. 그 결과를 보면 계측치와 상당히 유사한 양상을 보이고 있으며, 특히 상승부분과 하강부분은 매우 정확한 예측이 가능하였다.

그림 9는 시간에 따른 압력수두의 분포양상과 지하수면을 보여주고 있다. 이 결과로부터 22시간 이후에는 강우가 없음에도 불구하고 지하수위는 계속 상승하며, 비포화대의 등고선 간격은 점점 커지는 양상을 보이고 있다. 이는 수치해석모델이 비포화대의 시간지체효과를 잘 나타내고 있다는 것을 보여주고 있다.

매개변수분석결과를 이용한 상대투수계수대 압력수두의 관계와 specific moisture capacity대 압력수두곡선의 관계를 그림 10에 나타내었다.

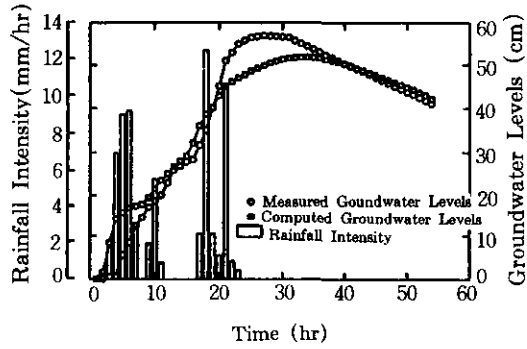
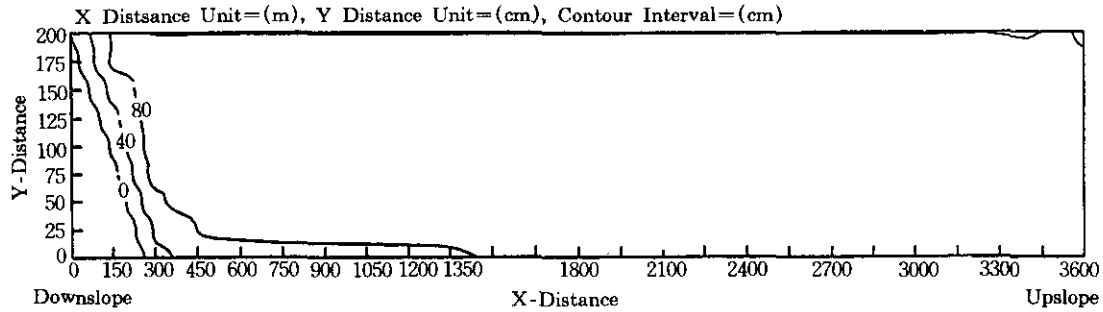


그림 8. 예측된 상수값을 이용한 지하수위

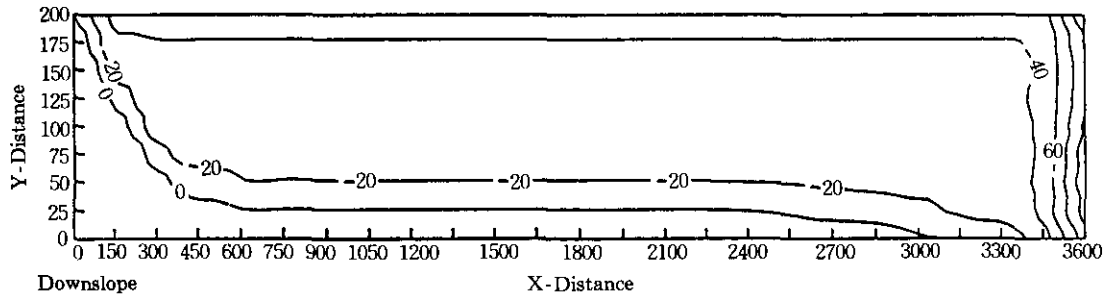
## 8. 결 론

본 연구에서는 강우로 인한 지하수위 변동을 예측하기 위해 2차원 수치해석모델을 개발하고 입력값들이 갖는 불확실성을 매개변수분석을 통하여 고려한 후 실제 사면에 적용하였다. 이로 부터 얻은 결론은 다음과 같다.

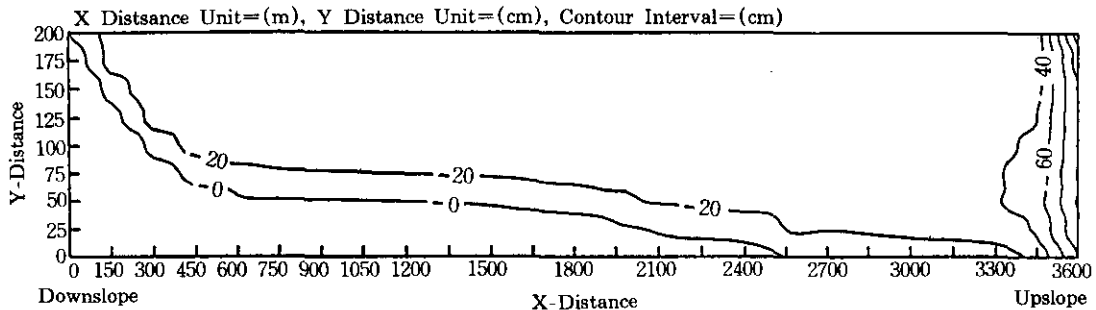
산사면에서의 지하수위 변동을 예측하기 위해서는 비포화대 흐름에 관한 연구가 필수적이며,  $K_s$ ,  $\psi_e$ ,  $b$ 는 여기에 큰 영향을 미치고 있다.



(a) t=1시간



(b) t=10시간



(c) t=20시간

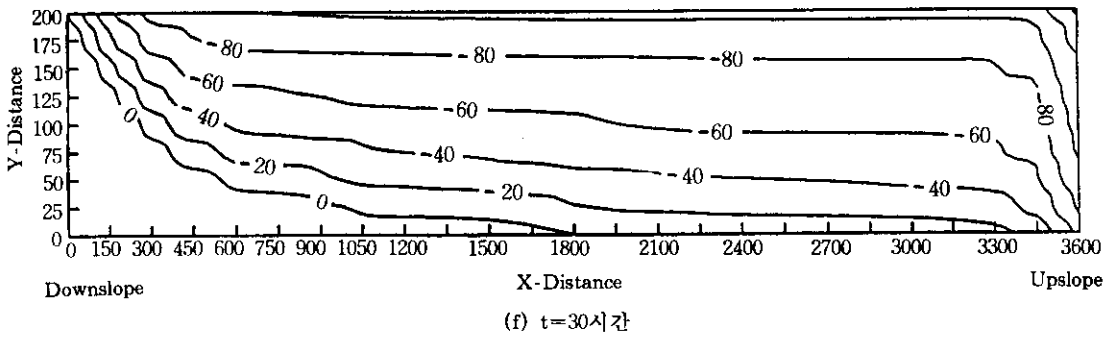
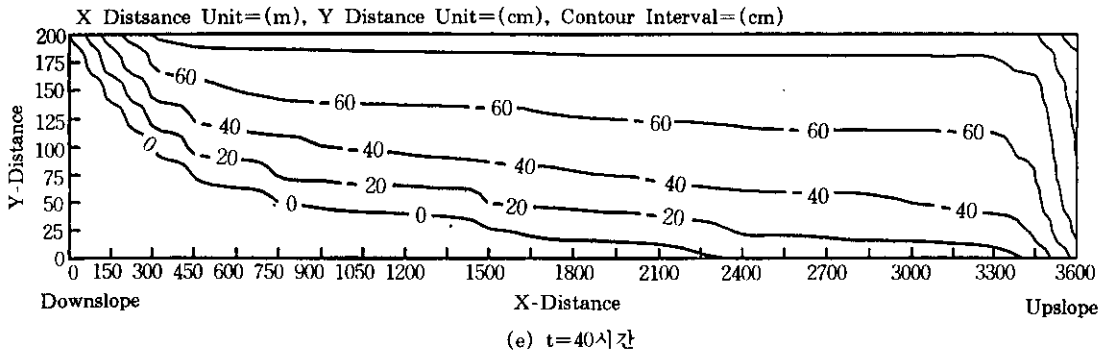
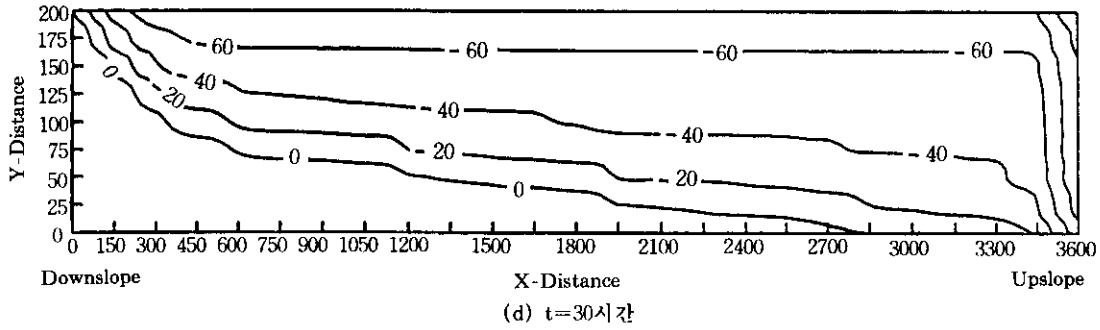


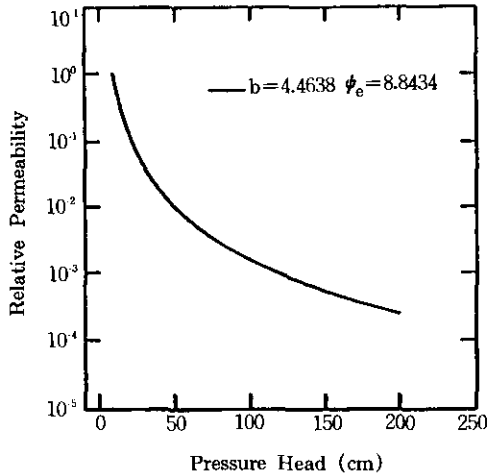
그림 9. 시간에 따른 압력수두와 지하수위면의 변화

예제 해석을 통해  $b$ 값은 최고 지하수위를 지난 후의 지하수위 하강에 영향을 미치며,  $K_s$ 는 최고 지하수위를 지나기전의 지하수위 상승속도를 결정함을 알 수 있었다. 또한  $\psi_0$ 값은 8.0cm 이상의 값을 가져야 함을 알 수 있었다.

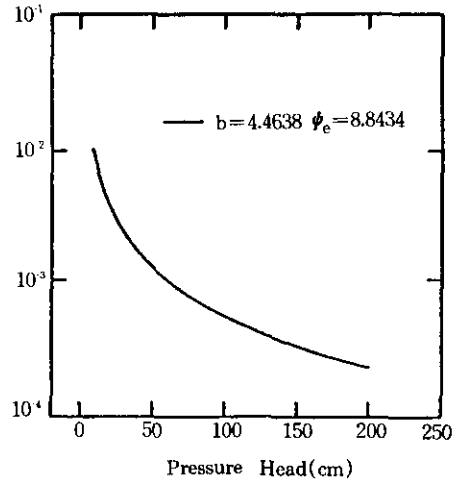
시간에 따른 압력수두와 지하수위면의 변동량을 살펴 본 결과 본 수치해석모델이 지하수위

예측모델에 있어서 매우 중요한 비포화대의 시간지체효과를 고려할 수 있음을 보여주었다.

매개변수분석 방법 중에 하나인 MAP방법은 실측치와의 오차를 줄여 주어 매우 정확한 지하수위 변동량을 예측할 수 있게 하였다. 실측된 지하수위 변동량과 예측된 지하수위 변동량은 유사한 양상을 보여 주었으며, 이로 부터



(a) 비포화투수계수 곡선



(b) specific moisture capacity 곡선

그림 10. 예측된 비포화투수계수와 specific moisture capacity 곡선

MAP방법이 매개변수분석을 위한 유용한 방법임을 입증하였다.

### 참고 문헌

1. 이인모·박경호·임충모·서정복(1992), "산사태 위험도 추정을 위한 간극수압 예측에 관한 연구(Ⅲ) - 모델 매개변수 분석 -", 한국지반공학회지, 8(4), pp.41-49.
2. 조천환·나경준·구호본(1988). "사면의 안전진단 및 보호공법", 전기연 연구보고서, 전기연 89-GE-111, 331p
3. 박종현(1990), "Rockfill Dam 사면파괴에 대한 신뢰도 해석연구", 박사학위논문, 고려대학교
4. Beck, J. V. and Arnold, K. J. (1977), "Parameter estimation in engineering and science", John Wiley & Sons, Inc., 551pp.
5. Beven, K. (1981). "Kinematic subsurface stormflow", Water Resour. Res., 17(5), 1419-1424.
6. Beven, K. (1982), "On subsurface stormflow : Predictions with simple kinematic theory for saturated and unsaturated flows", Water Resour. Res., 18(6), 1627-1633.
7. Campbell, G. S. (1974), "A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data", Soil Sci., 117, 311-314.
8. Clapp R. G. and Hornberger G. M. (1978). "Empirical equations for some soil hydraulic properties", Water Resour. Res., 14(4), 601-604.
9. Feeze, R. A. (1969). "The mechanism of natural ground-water recharge and discharge", 1. one-dimensional, vertical, unsteady, unsaturated flow above a recharge or discharging ground-water flow system", Water Resour. Res., 5(1), pp. 153-171.
10. Hillel, D. (1971), "Soil and water : Physical principles and process", Academic Press, New York.
11. Istok J. (1989). "Groundwater modeling by the finite element method", American Geophysical Union, Washington.
12. Jackson, R. D. (1972), "On the calculation of hydraulic conductivity", Soil Sci. Soc. Am. Proc., 36, 380-382.
13. Marshall, T. J. (1958), "A relation between permeability and size distribution of pores", J. Soil Sci., 9, 1-8/
14. Neuman, S. P. (1972), "Finite element computer programs for flow in saturated-unsaturated porous media", Technion, Haifa, Israel,

- pp. 87.
15. Nieber, J. L. (1979). "Hillslope runoff characteristics", Ph. D. Thesis, Cornell Univ., Ithaca, New York.
  16. Reddi L. N. and Wu, T. H. (1991). "Probabilistic analysis of ground-water levels in hillside slopes", J. Geotech. Engrg, Div., ASCE, 117(6), pp. 872-890.
  17. Rubin, J. (1968). "Theoretical analysis of two-dimensional, transient flow of water in unsaturated and partly saturated soil", Soil Sci. Soc. Ameri. Proc., 32, pp.607-615.
  18. Sangrey, D. A., Harrop-Williams, K. O., and Klaiber, J. A. (1984). "Predicting groundwater response to precipitation", J. Geotech. Engrg. Div., ASCE, 110(7), pp. 957-975.
  19. Sloan, P. G. and Moore I. D. (1984). "Modeling subsurface stormflow on steeply-sloping forested watersheds", Water Resour. Res., 20(12), pp.1815-1822.
- (접수일자 1993. 12. 28)