

소성역체결 볼트의 체결력과 마찰계수에 관한 연구

Study on the Clamping Force and the Friction Coefficient in a Bolt tightened up to the Plastic Range

손 승 요*
Son, Seung-Yo
신 근 하**
Shin, Keun-Ha

요 약

강도활용을 극대화한 볼트의 소성역체결시 볼트의 항복은 볼트에 발생한 인장응력과 너트 나사산과의 접촉면에서 오는 마찰토크에 의한 전단응력과 조합에 의한 영향을 받는다. 볼트는 최소단면적인 나사부중 너트와 물리지 않은 여유나사부에서 먼저 항복을 일으킨다. 볼트재료는 대체로 항복과 더불어 소성경화를 보이며 그 정도는 고강도재료에서 인장강도의 10%정도이다. 본 연구에서는 소성역체결시의 거동해석을 변형도 증분이론에 의거 해석하였다. 항복은 최소단면이 원통의 표면에서 시작되며 이를 두께가 얇은 원통으로 취급하였다. 항복의 전파는 이들 얇은 원통이 체결이 진행됨에 따라 순차적으로 항복에 이르는 것으로 보고 이 얇은 원통들을 항복시키는데 필요한 축력과 토크를 합하여 체결종료시의 볼트축력과 (나사면마찰)토크로 하였다.

M10미터 가는나사를 계산과 실험에 사용하였다. 축력과 마찰토크의 마찰계수에 대한 변화관계를 보여주는 그래프와 더불어 실험에서 사용한 볼트의 설계보조 선도를 제시하였다. 이 설계보조용 선도는 실험실에서 얻어진 토크계수와 마찰계수와의 관계를 그린 것으로서 윤활, 표면처리등 현장조건에 따라 달라진 마찰계수를 적절히 취급하는데 효과적으로 활용이 가능하다.

Abstract

When a bolt is tightened up to the range of plastic deformation, yielding may be governed by the combined stresses due to the axial force developed in the bolt and the frictional torque induced on the thread by the contact with the nut. Consideration is taken account of the fact that the unengaged portion of the thread has least sectional area, being subject to initial yielding. Once yielding has taken place some strain hardening effect may result. Incremental stress-strain relations are used to treat the continued yielding, which is equivalent to treat continued yielding as if summing up the effects of thin walled cylinders subject to plastic deformation. M10 bolts of fine threads are used for both computational and experimental purposes. Variation of axial forces and frictional torques vs. the frictional coefficients are presented together with other plots showing some characteristics of bolt under plastic deformation. Finally, a design and control aid for the tightening(i.e., kind of nomograph) is presented, showing the relationships among the torque factor and frictional coefficients for that particular bolt used in the experiment.

* 아주대학교 기계공학과 교수

** 아주대학교 생산자동화공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1995년 3월 31일까지 본 학회에 보내 주시면 1995년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

현재 자동차 엔진조립 등에 사용되고 있는 소성역체결 볼트는 건설용이나 일반공작물 체결용 볼트들이 볼트재료의 탄성한계내에서 체결되는데 비하여 항복점을 넘어선 율력수준에서 체결이 종료되는 점이 다르다. 볼트로 구조요소를 체결할 때 나사면의 마찰토크에 의하여 볼트는 단순인장시험시보다 작은 축력에서 항복을 일으킨다. 탄성역에서 볼트를 체결하는 경우에는 볼트재료가 갖는 항복강도의 60~70%정도가 활용되므로서 재료의 강도능력이 충분히 활용되지 못한다. 이에 비하여 소성역체결은 항복강도의 80~90%까지 이용하므로 효율적인 강도활용이 이루어진다. 소성역체결 볼트는 강도활용의 효율을 향상함으로써 저강도(강도구분 저급품) 재료를 사용하거나 단면감소에 의한 경량화를 이룰 수 있으므로 경제성 즉 고효율, 에너지절약형의 경쟁력있는 응용제품이 되고 있다. 본 연구에서는 변형중분이론을 이용하여 소성역체결 볼트의 마찰계수와 체결축력에 대한 수치해를 얻고 이를 볼트제조회사에서 생산품질의 지표로 제시하는 토오크계수와 관련시켜 체결설계 및 체결관리의 보조자료가 되는 근거도표를 제시한다.

大橋 등[1]은 토오크기울기법 제어를 이용한 소성역 체결실험을 한 결과 M10과 M16볼트의 축력 분산이 토오크법의 0.5~0.33배 정도로 감소함을 밝히고, 탄성역과 소성역체결체의 피로시험을 통하여 소성역체결의 피로수명이 더 길어지는 것을 확인하였다. 辻 등[2]은 변위중분을 이용한 해석 모델의 수치해와 시험을 통하여 소성역체결된 볼트의 여유나사부에서 인장응력은 중심부근, 전단응력은 주변부에서 높고 체결체에 외력이 작용하면 인장응력의 분포가 일정하게 되는 것을 밝혔다. 辻와 山本[3], [4]은 소성역 체결시험을 통하여 1) 볼트는 체결 정지점에서 나사부토오크의 감소가 있는 경우 외력작용시에 탄성적으로 거동하는 범위가 있고 이 범위는 체결 정지점에서 잔류하는 나사부 토오크가 감소함에 따라 증가하고 2) 체결시 볼트는 외주부로부터 항복이 시작되며 체결 후 외력부하가 있을 때에는 중심부로부터 재항

복이 일어남을 발견하였다. 辻 등[5]은 소성역 체결체에 외력이 작용할 때의 불분명한 볼트거동을 구명하기 위하여 다음과 같은 세가지 유형의 시험편을 이용한 실험을 행하였다. I형 시험편은 내외 프레임으로 구성된 피체결체가 로드셀의 역할을 하여 피체결체의 강성이 낮은 경우이고(내외력비 $\phi=0.24$), II형 시험편은 볼트의 6각머리부분이 로드셀에 끼워져 물린 경우로서 피체결체의 강성이 다소 높은 경우이며($\phi=0.16$), III형 시험편은 피체결체가 볼트의 좌면판이 되어 로드셀을 매개로 직접 2매의 판을 체결하므로써 피체결체의 강성이 매우 높은 경우에 해당한다($\phi=0.004$).

2. 해석과정

볼트-너트 단체의 해석모델과 공식화과정은 대체로 문헌[2]를 따랐으며 이를 부록에 수록하였다. 체결용 나사의 제조시 가장 중요한 관리지표의 하나가 마찰계수인데 볼트의 항복과 관련된 나사면 마찰계수를 독립적으로 측정하여 관리하기에는 현재의 기술수준에서 어렵기 때문에 좌면마찰을 포함한 토오크계수로 관리하고 있다. 이 모델에 의한 해석은 표면처리조건을 바탕으로 관리자료인 토오크계수와 나사면 및 자리면 마찰계수의 관계를 수치적으로 관련지어준다. 부록의 Fig. A1에서 보는 바와 같이 볼트를 소성역까지 체결할 때 항복의 시작은 볼트의 나사부 중 l_s 로 표시된, 단면적이 최소인 여유나사부에서 발생한다고 가정한다. 실제 정적 실험결과나 탄성역체결 피로 시험결과[6]에 의하면 대부분 너트와 물리는 첫번째 나사산의 끝부분근에서 파단된다. 한편 소성역 체결볼트의 피로파단은 여유나사부가 시작되는 불완전나사부에서 발생[7]되며 이를 모두 감안할 때 볼트 체결시 또는 사용중 추가되는 변동외력에 의한 항복의 발생과 소성변형의 진행이 여유나사부에서 이루어지는 것으로 보는 가정을 타당하다고 하겠다.

3. 수치해석

주어진 나사면 마찰계수에 대하여 초기항복 체

결속력과 나사면 마찰토크를 얻기위하여 부록의 식(2), (8a)' 및 식(13)을 이용하고 이후 항복의 진행에 따른 증분축력과 증분토크를 식(6), (11), (12)등을 이용하여 계산하였으며 이를 누적하여 식(10)에 해당하는 볼트축력 F_b 와 나사면 마찰토크 T_s 를 얻었다. 자리면 마찰토크 T_w 는 자리면 마찰계수를 적절히 변화시켜 계산하고 앞에서 얻은 T_s 와의 합으로 전체 체결토크 T_t 와 관련지었다. 초기항복 이후는 부록의 식(11) 증분 변형비를 이용하여 순차적으로 볼트 축방향 변형에 증분을 주어 처리하였다. 계산에 사용한 볼트 제원은 표1과 같고 탄성계수는 Young계수 $E=21000 \text{ kgf/mm}^2$, 전단탄성계수 $G=8070 \text{ kgf/mm}^2$, Poisson비 $\nu=0.28$ 로 잡았다. 이들 계산결과를 Fig. 2~6에 도시하였다.

표 1. 계산에 사용된 볼트제원

호칭	피치 mm	구분	호칭지름 mm	유효지름 mm	골밀지름 mm	등가지름 mm	여유나사부 mm
M10	1.5	보통나사	10	9.026	8.376	8.593	10~50
M10	1.25	가느나사	10	9.188	8.376	8.892	
M10	1.0	가느나사	10	9.350	8.917	9.081	
M10	0.75	가느나사	10	9.513	9.188	9.298	

4. 실험

Fig. 1은 항복시의 축력과 체결토크를 측정하는 체결실험기와 시험편의 위치를 나타낸다. 또 생산로트에서 무작위로 추출된 볼트시험편 중 일부

는 항복강도와 변형경화계수, 인장강도 등을 얻기 위하여 물성실험에 사용하고 나머지를 체결실험을 하였다. 샘플링은 실제 볼트생산 공정의 특성을 감안하여 5번에 걸쳐(즉 5개의 로트에서 로트당 12개) 무작위로 추출하였다. 체결실험은 실험기의 특성상 토크법을 바탕으로 하였으나 너트 회전에 따른 마찰특성을 가늠하기 위하여 너트회전각에 대한 볼트축력과 체결토크를 함께 기록하였다. 볼트제품의 품질에 대한 판별성과 체결설계를 위한 보편성을 위하여 충분한 수의 자료라고 할 수 없으나 대체적인 경향을 파악하고 계산결과와 비교하는 데에는 무리가 없다고 생각된다. 실험에 사용한 볼트규격은 M10x1.25~99인 자동차 엔진용 실린더 헤드볼트이다. 재질은 SCM435이며 열처리후 항복강도는 123 kgf/mm^2 , 인장강도는 130 kgf/mm^2 , 변형경화계수는 315 kgf/mm^2 이다. 한편 여유나사부 $l_s=25 \text{ mm}$, 좌면조도는 6S

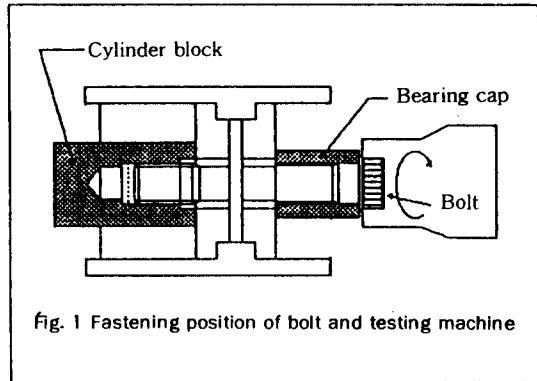


Fig. 1 Fastening position of bolt and testing machine

표 2. 체결시험자료

로트 번호	3 kgf · m		3 kgf · m+60°			3 kgf · m+60°+60°			항복초기		
	축력 kgf	K	축력 kgf	토크 kgf · m	K	축력 kgf	토크 kgf · m	K	축력 kgf	토크 kgf · m	K
1	2086	0.144	3601	5.16	0.143	4962	6.72	0.135	6485	8.88	0.137
2	2497	0.125	3795	4.92	0.129	5281	6.72	0.127	6681	8.88	0.133
3	1883	0.159	3605	4.92	0.137	5043	6.84	0.135	6604	8.52	0.129
4	2152	0.139	3716	5.04	0.128	5355	6.96	0.130	6711	8.64	0.128
5	2002	0.150	3604	4.80	0.133	5119	6.60	0.129	6720	8.40	0.125
\bar{X}^*	2104	0.143	3704	4.97	0.134	5152	6.77	0.131	6640	8.66	0.130
s^{**}	93.0	0.006	39.3	0.055	0.0025	65.4	0.055	0.0021	39.5	0.086	0.0019
R^+	93.0	0.006	39.3	0.055	0.0025	65.4	0.055	0.0021	39.5	0.086	0.0019
$\frac{R}{\bar{X}}$	29.1%	23.7%	5.2%	7.6%	11.2%	7.6%	5.3%	6.1%	3.5%	5.5%	9.2%

* \bar{X} = 샘플평균, ** s = 샘플표준편차, +R = 범위.

이하이고 표면처리는 망간계 인산염피막이며 열처리는 870°에서 퀘칭후 템퍼링한 조질열처리이다. 윤활은 실제와 같은 엔진오일로 나사부를 도포하고 체결실험을 하였다.

체결관리는 토오크법 관리에 의한 실험자료를 바탕으로 밀착점에서의 체결토오크가 3kgf·m로 추정되었으며 이 점을 기준으로 하여 너트의 회전각을 측정하는 너트회전각법에 의하였다. 체결실험에서 얻은 항복체결토오크 T_{fy} 의 평균치 8.66kgf·m에 해당하는 나사면과 자리면의 마찰계수간의 상관관계를 Fig. 6에 제시하였다. 생산현장에서는 실험기기의 제한적인 능력때문에 이들 마찰계수를 개별적으로 구분하여 검출하지 못하므로 볼트제품의 관리지표로서 이들을 조합한 개념인 토오크계수(부록의 식(9b)참조) K 를 사용하였으며 Fig. 7에는 마찰계수를 K 와 관련시킨 관계도를 제시하였다.

5. 고 찰

표 2의 실험결과를 일별하면 전체 샘플군의 평균, 표준편차 그리고 범위의 평균에 대한 비율은 밀착점에서는 편차가 크지만 체결의 정도가 커짐에 따라 볼트축력과 체결토오크는 점차 안정화되고 항복점 부근에서는 더욱 안정된 경향을 보인다. 반면 토오크계수는 안정화되다가 다시 편차가 커지고 있다. 비교적 한정된 자료이기는 하지만 토오크계수는 나사면 마찰 뿐만 아니라 자리면의 상태가 포함되어 변화의 복잡성이 가중되었다고 할 수 있다.

볼트의 체결이 진행됨에 따라 나사면 마찰계수는 볼트가 탄성역에 있는 동안은 비교적 완만하게 변화하지만 재료의 항복초기에 이르면 큰 접촉압력하에서 표면의 마모와 더불어 열처리, 표면처리 및 윤활등의 상태가 불안정하게 변화하는 것으로 생각된다. 이를 접촉면에서 일어나는 현상의 순서대로 기술하면 체결초기의 액체윤활→평탄화 및 접촉면 길들기→표면처리에 의한 고체윤활 작용→부분적으로 원래의 금속면 접촉과 무윤활마찰→접촉면 온도상승과 성질변화 등 축력(체결력) 증가에 따른 접촉면 상태의 복잡한 변화에 기인한

다고 하겠다. 이러한 나사면 마찰계수의 변화는 결국 토오크계수 즉 체결토오크를 증가시키며 볼트로 하여금 낮은 축력에서 항복이 일어나게 하는 직접적인 원인이 되는 것으로 판단된다. 표 2의 체결토오크는 부록의 식(8)에 제시된 것과 같이 나사면 마찰과 자리면 마찰에 의한 토오크를 합한 전체 체결토오크 T_f 이다.

수치해석의 결과를 정리한 Fig. 2와 Fig. 3에서, 항복시의 볼트축력 F_{by} 나 나사면의 마찰토오크 T_{sy} 는 마찰계수에 대하여 거의 선형적 변화를 하는 것을 볼 수 있으며 이 때 피치의 영향은 볼트축력과 마찰토오크에서 상반되는 경향을 보여주고 있다. 즉 피치가 작을수록 나사의 유효지름이 커지므로 축력은 증가하지만 나사산의 높이가 낮아지므로 접촉면적이 감소하여 나사면 마찰토오크는 감소한다. Fig. 4는 나사면 마찰계수 μ_s , 피치 P , 여유나사부 길이 l_s 를 변수로 하였을 때 볼트의 항복거동시 축력 F_{by} 와 나사면 마찰토오크 T_{sy} 와의 상관관계를 나타내고 Fig. 5는 여유나사부 l_s 의 영향을 부각시켜 보인 것인데 여유나사부의 길이가 항복에 미치는 영향은 비교적 작음을 보여주고 있다.

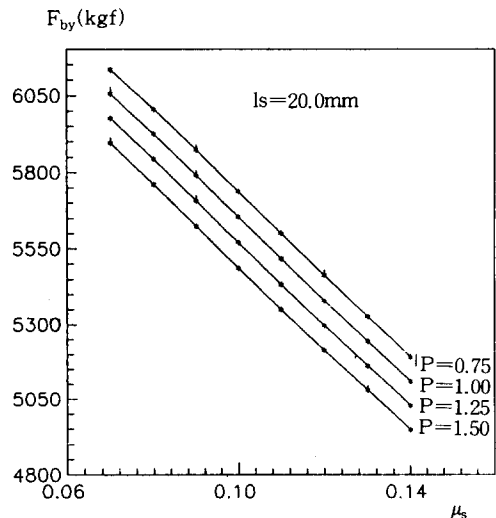


Fig. 2 Variation of axial force vs. friction coefficient with pitch as parameter

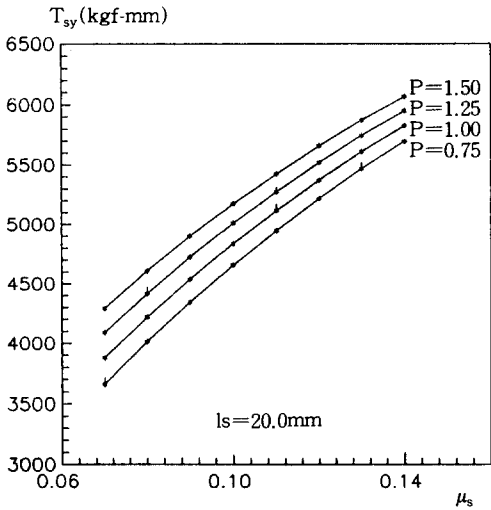


Fig. 3 Variation of friction torque on thread vs. friction coefficient with pitch as parameter

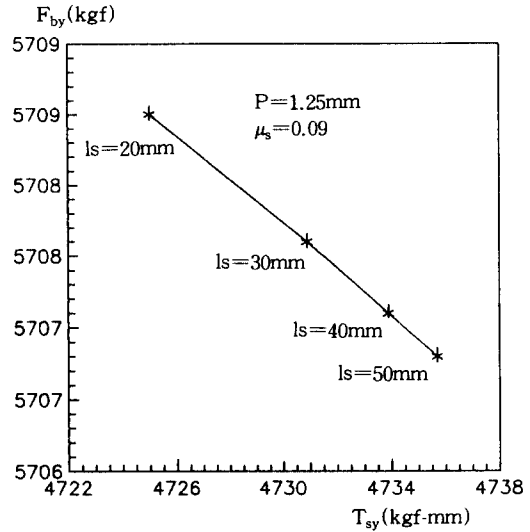


Fig. 5 Effect of free threaded length on axial force and friction torque

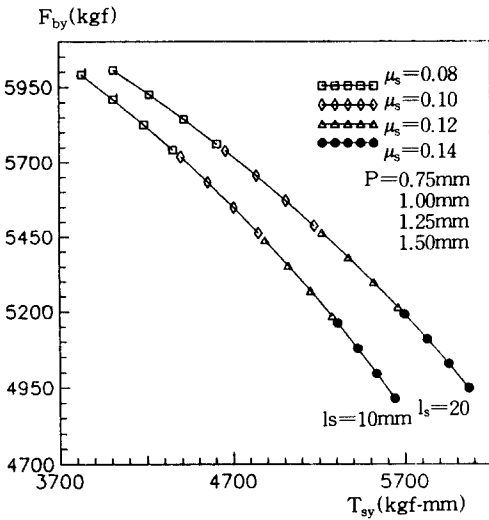


Fig. 4 Axial force vs. friction torque on thread at yielding with friction coefficient and pitch as parameter

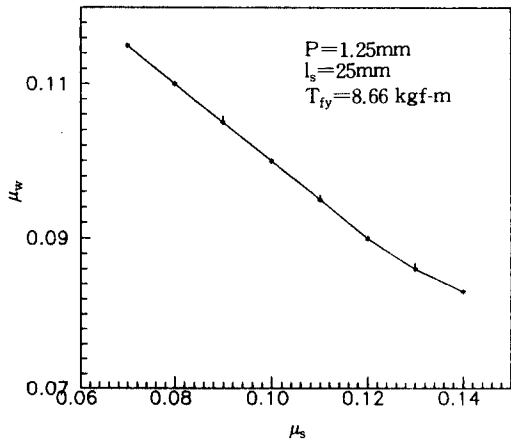


Fig. 6 Interrelation between Friction Coefficients

실험결과를 계산치와 연관시켜서 정리한 것이 Fig. 6과 Fig. 7이다. 별도의 표나 그림으로 제시하지는 않았으나 항복시의 축력에 대한 실험치를 계산치와 비교하면 나사면 마찰계수가 0.2일 때 10%의 차이, 나사면 마찰계수를 0.14로 보았을 때는 차이가 25%에 이르는 등 비교적 큰 차이를 나

타내었다. 실험에서 측정된 체결토크는 나사면 마찰과 자리면 마찰의 효과를 합친 결과이며 Fig. 6과 Fig. 7은 각 면의 마찰계수가 전체 체결토크와 어떤 관계를 갖는가를 보여준다. 이들은 실험조건과 같이 $P=1.25\text{mm}$, $l_s=25\text{mm}$, $T_{fy}=8.66\text{kgf-m}$ 로 주어졌을 때 마찰계수간의 관계와 토크계수와 마찰계수에 대한 관계를 보여주고 있다.

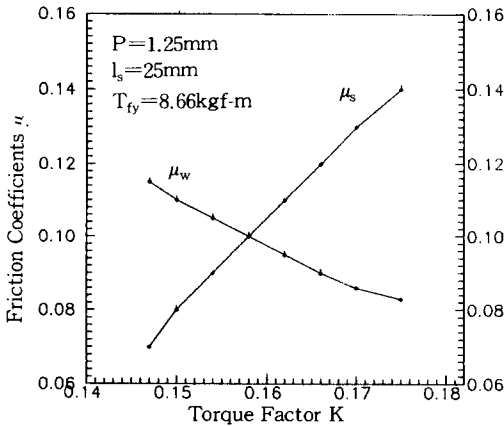


Fig. 7 Friction Coefficient vs. Torque Factor

볼트의 품질관리지표로 널리 사용되는 토오크 계수의 특정값에 대하여 자리면 마찰계수와 나사면 마찰계수의 조합을 Fig. 7과 같은 설계보조용 도표로 작성할 수 있다. 즉 볼트제품의 여러 규격 (호칭 및 강도구분)에 대하여 실험치를 바탕으로 해석모델과 결합하여 작성한 설계보조용 도표는 체결설계와 체결관리에서 널리 활용할 수 있다. 앞의 Fig. 2~4에서 본 바와 같이 피치 P나 여유나사부 l_s 가 마찰계수 즉 토오크계수에 미치는 영향이 크지 않으므로 볼트의 호칭, 강도구분에 대하여 K의 허용범위와 표면처리에서 얻어지는 마찰계수의 범위를 적절히 일치시키므로서 목표체결력의 확보가 가능해진다. 일반적으로 소성역체결 볼트는 인삼염피막 또는 크로멧처리임에 비하여 그 접촉상대물인 와셔나 너트(또는 구조체)는 열처리 표면에 방청처리와 체결시 윤활제 도포 정도에 불과하므로 현장조건하에서 나사면과 자리면 마찰계수는 실험실 조건보다 훨씬 더 분산이 크게 된다. 따라서 실제 체결설계나 체결관리시 마찰계수와 관련하여 목표체결력의 분산이나 범위의 기준을 설정할 때 이 점이 고려되어야 하며 설계보조용 도표의 필요성이 증대한다고 하겠다.

6. 결 론

변형증분이론을 바탕으로 볼트의 소성역체결 거동을 해석하였다. 마찰계수와 더불어 볼트의 기

하학적 제원 변화에 대한 항복시의 체결력이나 나사면 마찰토오크는 마찰계수에 대하여 거의 선형 비례관계이며 피치나 여유나사부 길이변화는 이에 큰 영향을 미치지 않는다. 이러한 특성은 특히 볼트의 체결설계에 상당한 융통성을 부여한다고 볼 수 있다. 볼트의 항복을 좌우하는 마찰은 나사면에 국한되므로 자리면마찰을 포함하고 있는 체결토오크는 풀림등을 검토하는데에는 유효하지만 체결력과 직접 관련되는 것은 나사면마찰 뿐이다. 따라서 본 연구에서는 나사부품 제조시 또는 체결시에 나사면과 자리면마찰계수의 적절한 조합을 예측할 수 있도록 실험에서 사용한 볼트의 체결토오크(즉 특정 호칭과 강도구분)에 대하여 마찰계수를 토오크계수와 관련시킬 수 있는 선도를 제시하였다. 이를 여러 다른 재료와 호칭의 볼트에 대하여도 적용할 수 있으려면 충분한 실험치를 축적하고 이들을 이용한 설계 보조용 도표로 만들어 두면 될 것이다. 이러한 설계보조용 도표를 활용하면 이음부의 설계시 또는 체결관리시 나사의 강도활용에 대한 효율향상과 풀림방지를 효과적으로 검토할 수 있다.

참 고 문 헌

1. 大橋宣俊, 萩原正彌, 吉本勇, “塑性域 ねじ締結の特性—締付軸力のばらつきと耐疲労性”, JSPE, Vol.51, No.07, '85-07-1383.
2. 辻裕一, 吉田總仁, 丸山一男, “塑性域締結におけるねじ締結體の舉動—ひずみ増分理論による解析”, JSPE, Vol.54, No.01, '88-01-189.
3. 辻裕一, 丸山一男, “塑性域締結におけるねじ締結體の舉動—締付け停止時のねじ部トルクの影響”, JSPE, Vol.56, No.03, '90-03-503.
4. 辻裕一, 丸山一男, “塑性域締結におけるねじ締結體の舉動—降伏軸力の推定の際のねじ部の假想直徑”, JSPE, Vol.58, No.07, '92-07-1227.
5. 辻裕一, 鈴木雅博, 武藤治, 丸山一男, “塑性域締結におけるねじ締結體の舉動—最大負荷力について”, JSPE, Vol.58, No.10, '92-10-1747.
6. 日本ねじ研究協會, “ねじ締結ガイドブッケー締結編—”, 日本ねじ研究協會, 1993. 5.
7. 秋原正彌, 大橋宣俊, 吉本勇, “塑性域ねじ締結の特性”, JSPE, Vol.52, No.11, '86-11-1972.

(接受 : 1994. 4. 9)

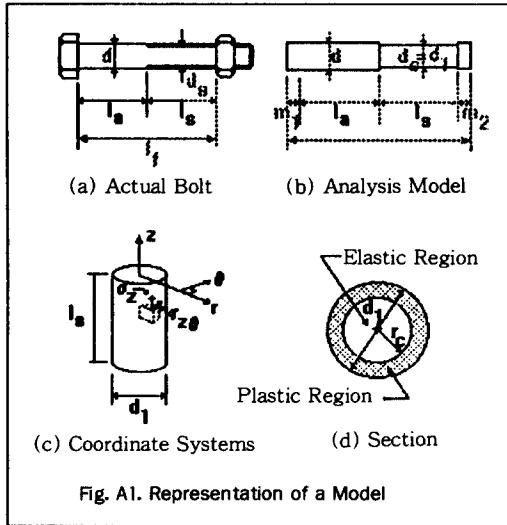
부록 해석모델과 공식화과정

Fig. A1의 해석모델에서, 볼트를 소성역 거동상태까지 체결할 때 항복의 시작은 최소단면인 여유나사부 l_s 에서 일어나며 볼트의 체결축력이나 사면 마찰토크는 바로 이 부분에서 좌우된다.

(응력상태와 항복조건)

체결시 응력상태는 Fig. A1(c)에서 보는 바와 같이 단순인장과 순수비틀림의 조합응력상태이며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_z & \tau_{z\theta} & 0 \\ \tau_{z\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$



여기서 δ_{ij} = Kronecker delta,

ϵ_{ij} = 대수변형도,

σ' = 편차응력

$$\sigma_m = \text{평균응력} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3);$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 는 주응력

$$H' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}_p} = \text{변형경화계수}$$

$\bar{\epsilon}_p$ = 상당 소성변형도

E, G, ν = 각각 재료의 Young계수, 전단탄성계수, Poisson비

식(1)을 이용하여 식(3)을 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_z \\ d\gamma_{z\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} + \frac{\sigma_z^2}{H' \bar{\sigma}^2} & \frac{3\sigma_z \tau_{z\theta}}{H' \bar{\sigma}^2} \\ \frac{3\sigma_z \tau_{z\theta}}{H' \bar{\sigma}^2} & \frac{1}{G} + \frac{9\tau_{z\theta}^2}{H' \bar{\sigma}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\sigma_z \\ d\tau_{z\theta} \end{bmatrix} \quad (4)$$

중분이론에 의한 항복은 Fig. A1(c)의 중실(中實)원통이 두께가 얇은 무한한 중공(中空)원통의 결합으로 보고 이들 중공원통이 표면부로부터 안쪽으로 향하여 순차적으로 항복을 일으켜 간다고 생각한다.

(변위-변형도관계)

모델원통의 길이방향 신장을 δ_s , 단위 길이당의 비틀림각을 θ_s 라 두면 변위-변형도 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\epsilon_z = \frac{\delta_s}{l_s}, \quad l_s \gamma_{z\theta} = r \theta_s \quad (5)'$$

이를 중분식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_z \\ d\gamma_{z\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/l_s & 0 \\ 0 & r/l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\delta_s \\ d\theta_s \end{bmatrix} \quad (5)$$

(응력-변형도관계)

식(4)와 식(5)를 수치해석을 고려하여 유한중분을 나타내는 기호 Δ 를 이용하여 결합하면 다음

이에 von Mises의 항복조건을 적용하면 항복은 식(2)의 상당응력 $\bar{\sigma}$ 가 단순인장시험시의 항복응력 σ_y 와 같을 때 일어난다.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{z\theta}^2} \quad (2)$$

(중분변형도-응력관계)

Prandtl-Reuss의 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$d\epsilon_{ij} = \frac{1-2\nu}{E} \delta_{ij} d\sigma_m + \frac{d\sigma_{ij}}{2G} + \frac{3d\bar{\sigma}}{2H' \bar{\sigma}} \sigma'_{ij} \quad (3)$$

과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{z\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/l_s & 0 \\ 0 & r/l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_s \\ \Delta\theta_s \end{bmatrix} \quad (6)$$

단

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{1}{|D|} \left(\frac{1}{G} + \frac{9\tau_{z\theta}^2}{H'\bar{\sigma}^2} \right) \\ D_{12} &= \frac{-1}{|D|} \left(\frac{3\sigma_z \tau_{z\theta}}{H'\bar{\sigma}^2} \right) = D_{21} \\ D_{22} &= \frac{1}{|D|} \left(\frac{1}{E} + \frac{\sigma_z^2}{H'\bar{\sigma}^2} \right) \\ |D| &= \frac{1}{EG} + \frac{1}{H'\bar{\sigma}^2} \left(\frac{9\tau_{z\theta}^2}{E} + \frac{\sigma_z^2}{G} \right) \end{aligned} \quad (6)'$$

(탄성영역)

항복이 진행되는 동안 Fig. A1(d)와 같이 탄성역의 범위를 표시하는 반지름을 r_c 라 두면 이점에서는 식(2)가 만족되므로 식(5)'을 이용하면 다음 결과가 얻어진다.

$$r_c = \frac{l_s}{G\theta_s} \sqrt{\frac{1}{3} [\sigma_y^2 - \left(\frac{E\delta_s}{l_s}\right)^2]} \quad (7)$$

단 원통전체가 탄성역 거동시는 $r_c=0$ 이다.

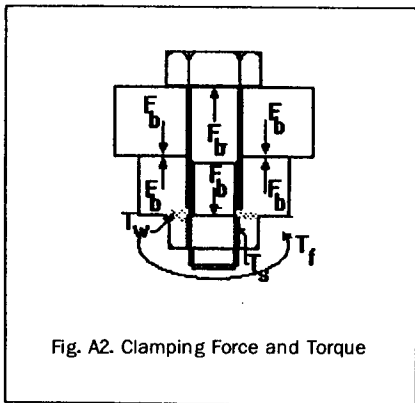


Fig. A2. Clamping Force and Torque

(볼트축력과 체결토크)

체결시 볼트에 발생한 축력 F_b 와 체결토크 T_f 간에는 다음식이 성립한다.

$$T_f = T_s + T_w = K F_b d \quad (8)$$

여기서

$$T_s = \frac{F_b}{2} \left(\frac{P}{\pi} + \mu_s d_2 \sec \alpha' \right) = K' F_b \text{ 나사면 마찰토크} \quad (8a)'$$

$$T_w = \frac{F_b}{2} \mu_w d_w \text{ 자리면 마찰토크} \quad (8b)'$$

$$K' = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{\pi} + \mu_s d_2 \sec \alpha' \right) \quad (9a)$$

$$K = \frac{1}{2d} \left[\frac{P}{\pi} + \mu_s d_2 \sec \alpha' + \mu_w d_w \right] = \text{토크계수} \quad (9b)$$

여기서 P =핏치, d_2 =유효지름, μ_s =나사접촉면 마찰계수, μ_w =자리면마찰계수, α' =나사산 직각 단면의 나사산반각, d =호칭지름, d_w =자리면 마찰토크를 계산하는 자리면의 등가지름 축력과 나사면 마찰토크는 탄성거동시 다음과 같다.

$$F_b = 2\pi \int_0^R \sigma_z r dr, \quad T_s = 2\pi \int_0^R \tau_{z\theta} r^2 dr \quad (10)$$

여기서 R 은 원통의 반지름이다. 식(8)', (9), (10)을 식(6)과 결합하면 여유나사부의 변형증분비 α 가 다음식과 같이 얻어진다.

$$\alpha = \frac{\Delta\delta_s}{\Delta\theta_s} = \frac{K' \int_0^R D_{11} r dr - \int_0^R d_{12} r^2 dr}{-K' \int_0^R D_{12} r^2 dr + \int_0^R D_{22} r^3 dr} \quad (11)$$

항복의 진행에 따른 축력과 토크의 증분은 식(10)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta F = 2\pi \int_0^R \Delta\sigma_z r dr \quad (12)$$

$$\Delta T = 2\pi \int_0^R \Delta\tau_{z\theta} r^2 dr$$

따라서 중실원통의 전 단면이 소성거동을 할 때의 볼트축력과 나사면 마찰토크는 이들을 초기 항복시의 축력과 토크에 누적하여 얻을 수 있다. 한편 탄성거동시의 응력은 식(8)로부터

$$\sigma_z = \frac{4F_b}{\pi d_1^2}, \tau_{z\theta} = \frac{32K' F_b r}{\pi d_1^3} \quad (13)$$

이제 초기항복시의 응력에 하첨자 0를 붙여 표시하면 다음과 같다.

$$\sigma_{z0} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{1+3\left(\frac{4K'}{d_1}\right)^2}} \quad (14)$$

$$\tau_{z\theta 0} = \frac{4K'}{d_1} \cdot \frac{\sigma_y}{\sqrt{1+3\left(\frac{4K'}{d_1}\right)^2}}$$

단 σ_y 는 원통의 단순인장시 항복응력이다.

(나사면 마찰계수)

식(8)과 (9)로부터 나사면의 마찰계수 μ_s 는 다음과 같다.

$$\mu_s = \frac{\cos \alpha'}{d_2} \left[\frac{d_A}{2} \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{\sigma_y A_s}{F_{by}} \right)^2 - 1 \right\}} - \frac{P}{\pi} \right] \quad (15)$$

여기서 d_A 는 나사부 유효단면적이며 F_{by} 는 체결 시험시 볼트가 항복거동을 할 때의 축력이다.