

형상 최적설계의 기초

이 희 각*

1. 머릿말

구조물 최적설계에 있어, 구조해석시 해석적인 해가 가능한 최적화 문제들은 오늘날 우리들의 관심을 별로 끌지 못하는 데 비해, 해석적인 해가 불가능한 경우, 구조해석시 유한요소법과 같은 수치해석법과 설계민감도해석시 변분법 및 보조변수법 등은 과거에 불가능했던 다양한 하중조건, 기하학적인 형상 및 구속조건하에서 구조물 최적화를 가능케 함으로써 이 분야에 많은 사람들의 관심을 불러일으키게 되었다[1]. 문제에 따라서는 또는 최적화 알고리즘에 따라서는 설계민감도의 정보없이 최적화를 수행하는 경우도 많지만 근래 활발히 연구되고 있는 설계민감도해석 기법은 연속체 구조물의 최적화를 위한 강력한 도구가 되고 있다.

형상최적설계 문제는 구조물을 비롯하여 기계, 전기, 유체유동, 냉난방, 음향학 분야 등 다방면에 걸쳐 널리 다루어져 왔으나 기계요소를 포함한 구조물에 주로 초점이 맞추어져 왔다. 그간 특유의 복잡성과 한계성때문에 특정문제에 제한적으로 적용되어 온 구조물 형상최적화 문제는 설계민감도해석 기법의 발달로 많은 진전을 가져오고 있으나 어려움은 아직 상존하고 있는 상태이다.

형상(shape) 최적설계 문제와 재래식(conventional) 최적설계 문제의 근본적인 차이는, 재래식

최적설계 문제에서는 영역이 고정된 상태에서 형상을 나타내는 단면적이나 두께가 설계변수로 정의되는데 비해, 형상최적설계 문제에서는 구조물의 형상을 나타내는 함수가 고정된 영역에서 정의되며 이 영역을 기술하는 함수가 설계변수가 된다. 다시말하면, 형상최적설계에서 1~3차원 구조물의 형상은 지배방정식과 구속조건등의 함수가 정의되는 영역으로, 최적화 과정에서 이들 영역이 변화하며 따라서 최적의 영역을 결정해야 하는 것이 공학적인 목표이다. 그러므로 형상 최적설계에서는 기존의 두께나 단면적에 대해 형상이라는 말을 쓰지 않는다.

구조물이나 기계요소 최적설계에 있어 그 형상(영역)이 변하게 되는 문제는 무수히 많이 있을 수 있으며 이것들의 형상최적화가 이루어질 때 재래적인 경우에서처럼 중량이나 비용을 크게 줄일 수 있다. 그러나 이 분야에 대한 연구는 재래식 최적설계에 비해 활발하지 못한다 그 이유는 강력한 수학적 배경을 바탕으로 한 설계민감도해석이 난해하고 경계면이나 인접면에서 설계민감도 수치해의 정확도가 떨어지므로 최적화가 어려워지며 이것을 개선하기 위하여 유한요소의 수나 설계변수의 수를 늘려야 하는 등 최적화문제가 대형화되는 경향이 있기 때문이다.

이 글에서는 구조물의 형상최적설계를 위한 수치적방법을 고찰한 다음, 몇가지 기본구조물에 대한 변분방정식을 유도하고 연속체역학의 재료도함수의 개념을 소개한다. 설계민감도해석을 위하

* 성희원, 육사교수, 공학박사

여 변분방정식, 재료도함수 및 보조변수법을 사용하여 설계문제에서 발생하는 구속조건 등 함수들에 대한 형상변환의 효과를 나타내는 공식들을 유도한다. 문제를 단순화하기 위하여 그리고 형상최적설계에 대한 명확한 개념을 강조하기 위하여 재래식 설계변수는 고정시킨 상태에서 모든 것을 유도한다. 그러나, 물론 이들 두 종류의 설계변수 변화의 효과를 동시에 고려할 수도 있다.

2. 형상최적설계의 수치적방법 고찰

재래식 최적설계 기법이 형상최적설계에 적용된 것은 1970년대 초로서 당시 문제의 영역(domain)은 유한요소법에 의해 분할되고 강성행렬에 포함된 절점좌표가 설계변수로 생각되었다. 이러한 방법은 Zienkiewicz와 Campbell[2]이 처음 시도한 것으로 그들은 강성 및 하중행렬의 설계변수에 대한 민감도를 계산하고 구조물의 성능(반응)에 대한 민감도를 구한 다음 축차선형계획법(Sequential Linear Programming ; SLP)을 사용하여 최적해를 구하였다. 이 때 설계변수는 대단히 그 수효가 많았고 반복설계 도중 유한요소는 부정확한 구조해석 결과를 가져올 만큼 찌그러들게 되었다.

또다른 접근방법은 설계변수의 향으로 정의된 특정부류의 함수로 표면의 형상을 특성화하는 것으로, 이 때 설계변수의 수효는 현저히 줄어든다. 가격함수나 구속조건에 대한 설계민감도를 계산, 유한요소법과 벌칙함수법(Penalty Function Method ; PFM)을 사용, 응력집중을 최소화 하는 fillet형상의 최적화가 수행되었다[3]. 같은 종류의 문제를 놓고 응력에 대한 설계민감도를 얻기 위하여 응력에 대한 방정식의 변분해석과 SLP가 사용되기도 하였다[4]. 같은 방법으로, 구멍이 있는 평면탄성체의 형상최적설계 문제가 시도되었으며[5,6], 이 때 물체의 경계(boundary) 위치를 구하기 위하여 직교다항식(orthogonal polynomial)을 사용하였고 이들 다항식에 있는 계수들을 설계변수로 취급하였다. 응력에 대한 설계민감도를 구하기 위하여 유한요소 모델을 사용하였으며 최적화를 위하여 SLP를 사용하였다.

관과 쉘의 중량감소를 위한 형상최적설계 문제는 응력, 변위 및 주파수의 구속조건하에서 경계의 형상과 컷아웃의 형상 및 위치를 변화시킴으로 시도되었다[7]. 설계변수는 지정된 함수의 진폭이고, 여기서는 유한요소법과 유용방향법(Feasible Direction Method ; FDM)이 사용되었다.

최적화조건(Optimality Criteria)방법 역시 선택된 부류의 형상최적설계 문제에 사용되어 왔다[8,9]. 최적화조건을 유도하기 위하여 경계변환해석이 사용되고 최적의 경계를 구하기 위해 유한요소법이 사용되었다. 최적화조건을 사용하여 비틀림을 받는 축의 단면형상을 최적화한 경우도 있으며[10], 평면탄성체의 구멍, fillet 또는 notch 등의 형상을 최적화하는 문제들도 많이 볼 수 있다[11~16].

형상최적설계의 또다른 수치적방법은 함수공간 경사투영법(Function Space Gradient Projection Method)으로서 이것은 재료도함수(material derivative)와 연속체 구조물의 설계민감도 해석 기법을 사용하는 것이다. 경계의 이동이 형상변화를 결정한다고 생각되는 이 방법에서는 경계의 절점좌표를 갖는 적절한 함수가 설계변수로 취급되고, 이 방법을 사용한 정적인 문제와 고유치 문제에 대한 형상최적화는 여러사람들에 의해 다양하게 수행되었으며[17~26], 오늘날 형상최적설계의 보편적인 방법이 되고 있다. 물론 경사투영법보다 뒤에 발달한 강력한 최적화 알고리즘들은 형상최적설계를 더욱 용이하게 만들었다.

3. 기본구조물에 의한 경계치문제와 변분방정식

형상설계민감도해석을 위하여 보, 축, 기둥, 박막, 판, 2차원 및 3차원탄성체 등 기본 구조물의 경계치문제와 이들의 변분방정식을 구한다. 지면관계상, 정적인 경우로 보의 굽힘문제와 축의 비틀림문제를, 그리고 고유치 문제로 기둥의 좌굴문제를 취급한다.

형상설계민감도해석에서, 적분형으로 쓰여진 함수에 대한 형상변환의 효과는 경계적분과 경계조건으로 주어진다. 따라서 변분형은 영역적분을 경계적분으로 변환하는 데 쓰여지고 형상설계민

감도는 경계의 형상설계변수항으로 나타난다.

3.1 보의 굽힘문제

그림 1과 같이 양단이 고정되고 단면적 $h(x)$ 가 변하는 보(beam)의 굽힘문제를 고려한다. 변위 $z(x)$ 에 대한 경계치문제는 다음과 같이 쓰여진다.

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}z &\equiv (E\alpha h^2(x)z_{xx})_{xx} = f(x), \quad x \in (0, \hat{l}) \\ z(0) &= z_x(0) = z(\hat{l}) = z_x(\hat{l}) = 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

여기서 E 는 탄성계수, $f(x)$ 는 분포하중, 하첨자는 x 에 대한 도함수를 나타내며 단면적의 관성모멘트 $I(x) = \alpha h^2(x)$ (α 는 양(+))의 상수로 표시되었다. 여기서 영역은 $\Omega = (0, \hat{l})$ 이며 경계 Γ 는 양 고정단, 즉 $x=0$ 및 $x=\hat{l}$ 이다.

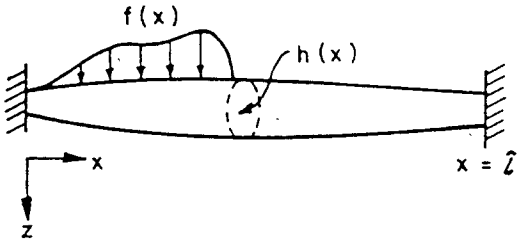


그림 1. 가변 단면적 $h(x)$ 를 갖는 양단고정 보

식(1)의 양변에 임의함수 $\bar{z}(x)$ 를 곱하고 부분적분한 다음, 경계조건을 적용하면 다음과 같이 변분방정식이 얻어진다.

$$a(z, \bar{z}) \equiv \int_0^{\hat{l}} E\alpha h^2 z_{xx} \bar{z}_{xx} dx = \int_0^{\hat{l}} f \bar{z} dx \equiv l(\bar{z}), \quad \forall \bar{z} \in Z \quad (2)$$

여기서 Z 는 기하학적 경계조건을 만족시키는 요소의 집합이다.

3.2 기둥의 좌굴문제

그림 2와 같이 양단이 고정되고 단면적 $h(x)$ 가 변하는 기둥(column)이 축하중 P 를 받고 있다. 만약, P 가 임계하중 ζ 보다 커지면 좌굴이 일어난다. 연산자를 사용하여 고유치방정식을 써보면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_0 y &\equiv (E\alpha h^2 y_{xx})_{xx} = -\zeta y_{xx} \equiv \zeta \bar{B}_0 y, \quad x \in (0, \hat{l}) \\ y(0) &= y_x(0) = y(\hat{l}) = y_x(\hat{l}) = 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

여기서 E 와 h 는 보의 경우와 같다.

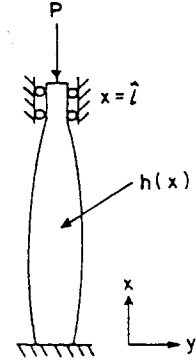


그림 2. 가변 단면적 $h(x)$ 를 갖는 양단고정 기둥

보에서와 같은 방법으로, 고유치 문제의 변분형을 구해보면 다음과 같다.

$$a(y, \bar{y}) \equiv \int_0^{\hat{l}} E\alpha h^2 y_{xx} \bar{y}_{xx} dx = \zeta \int_0^{\hat{l}} y_{xx} \bar{y}_{xx} dx \equiv \zeta d(y, \bar{y}), \quad \forall \bar{y} \in Z \quad (4)$$

3.3 탄성축의 비틀림문제

그림 3에 보인 탄성축(elastic shaft)의 비틀림 문제를 고려한다. 토크 T 가 축의 자유단에 작용하여 단위비틀림각 θ 가 유발된다. 비틀림에 대한 St. Venant의 이론으로부터, 시스템의 탄성변형에 대한 경계치문제는 다음과 같이 쓰여진다.

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}z &\equiv -\nabla^2 z = 2, \quad x \in \Omega \\ z &= 0, \quad x \in \Gamma \end{aligned} \right\} (5)$$

여기서 z 는 Prandtl 응력함수이다.

변분방정식은 다음과 같이 쓰여진다.

$$a(z, \bar{z}) \equiv \iint_{\Omega} \nabla_z^T \nabla \bar{z} d\Omega = 2 \iint_{\Omega} \bar{z} d\Omega \equiv l(\bar{z}), \quad \forall \bar{z} \in Z \quad (6)$$

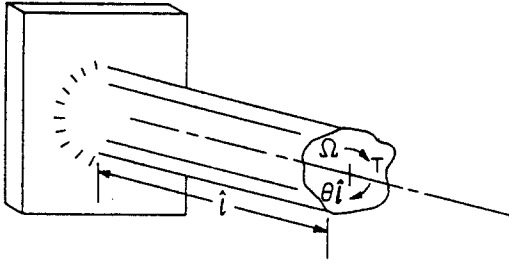


그림 3. 탄성축의 비틀림

이상의 각종 기본구조물에서 보는 바와 같이, 경계치문제와 근본적으로 동일한 변분형은 모든 문제에서 같은 형태를 취한다. 이것은 편미분방정식과 함수론으로부터 너무나 잘 알려진 사실로서 이어지는 설계민감도해석시 매우 중요한 역할을 한다.

4. 형상설계민감도 해석을 위한 재료도함수

형상최적설계 문제에 있어 형상변환과 구조물의 반응을 나타내는 함수의 변환사이의 관계를 규명하기 위하여 연속체역학의 재료도함수 개념을 소개한다. 먼저 그림 4에 보인 2차원 또는 3차원의 영역 Ω 와 그것의 경계 Γ 를 고려한다. 또한 Γ 에서 영역외부로의 단위 수직벡터 n 이 정의된다.

영역 Ω 가 Ω_τ 로 변형되는 과정은 τ 를 시간으로 간주한 연속체 변형의 동역학적 과정으로 볼 수 있다. 설계속도를 $V(x, \tau) \equiv dx_\tau/d\tau$ 로 정의할 때, 영역내 입자의 설계궤적은 다음과 같이 쓰여진다.

$$x_\tau = x + \tau V(x), \quad x \in \Omega, \quad \tau \in \mathbb{R}^1 \quad (7)$$

여기서 변수 x 는 변형전 영역 Ω 에서 정의되었고 변수 x_τ 는 변형후 영역 Ω_τ 에서 정의되었다. 변형후 경계는 Γ_τ 로 표시된다.

z_τ 를 변형후 영역 Ω_τ 에서 다음과 같은 변분방정식의 해라고 하면 :

$$a_\tau(z, \bar{z}_\tau) \equiv \iint_{\Omega} c(z, \bar{z}_\tau) d\Omega_\tau = \iint_{\Omega} f \bar{z}_\tau d\Omega_\tau \equiv l_\tau(\bar{z}_\tau), \quad \forall \bar{z}_\tau \in Z_\tau \quad (8)$$

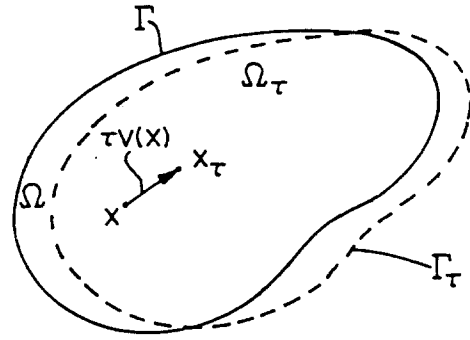


그림 4. 영역의 변형

재료도함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \dot{z}(x) &= \frac{d}{d\tau} z_\tau(x + \tau V(x)) \Big|_{\tau=0} \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \left[\frac{z_\tau(x + \tau V(x)) - z(x)}{\tau} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

또는

$$\dot{z}(x) = z'(x) + \nabla z^T V(x) \quad (10)$$

여기서

$$z'(x) \equiv \lim_{\tau \rightarrow 0} \left[\frac{z_\tau(x) - z(x)}{\tau} \right] \quad (11)$$

는 z 의 편미분이고 $\nabla z = [z_1, z_2, z_3]^T$ 이다.

형상설계민감도해석에 있어 구속조건 등 구조물의 성능을 나타내는 함수들이 여러가지 형태로 정의되고 이들에 대한 재료도함수들의 유도는 매우 복잡하며, 함수론 등 많은 수학적인 배경을 필요로 한다. 형상최적설계에 흔하게 사용되는 공식들을 적용에 초점을 맞추어 수학적인 증명없이 결과만을 소개한다[22].

Lemma I : ψ_1 을 Ω_τ 에서 적분형으로 정의된 영역함수라 한다.

$$\psi_1 = \iint_{\Omega_\tau} f_\tau(x_\tau) d\Omega_\tau \quad (12)$$

여기서 f_τ 는 Ω_τ 에서 정의된 정규(연속미분가능한)

함수이다. Ω 에서 ψ_1 의 재료도함수는

$$\psi_1' = \iint_{\Omega} f'(x) d\Omega + \int_{\Gamma} f(x) (V^T n) d\Gamma \quad (13)$$

Lemma II : ψ_2 를 Γ_r 에서 적분형으로 정의된 경계 함수라 한다.

$$\psi_2 = \int_{\Gamma_r} g_r(x_r) d\Gamma_r \quad (14)$$

여기서 g_r 는 Γ_r 에서 정의된 정규함수이다. 또한 mapping $V \rightarrow \dot{g}$ 가 선형이고 연속이라 가정한다. Ω 에서 식(14)에 있는 ψ_2 의 재료도함수는

$$\psi_2' = \int_{\Gamma_r} g'(x) + (\nabla g^T n + Hg(x)) (V^T n) d\Gamma \quad (15)$$

Lemma III : ψ_3 를 Γ_r 에서 적분형으로 정의된 경계 함수라 한다.

$$\psi_3 = \int_{\Gamma_r} h_r(x_r)^T n_r d\Gamma_r \quad (16)$$

여기서 h_r 는 Γ_r 에서 정의된 정규함수이므로, $h_r^T n_r$ 는 Γ_r 에서 정규함수이다. 또한 mapping $V \rightarrow \dot{h}$ 가 선형이고 연속이라 가정한다. 식(16)에 있는 ψ_3 의 Ω 에서의 재료도함수는

$$\psi_3' = \int_{\Gamma_r} [h'(x)^T n + \text{div } h(V^T n)] d\Gamma \quad (17)$$

5. 설계민감도해석

구조물의 정역학적 반응은 전술한 바와 같이 영역의 형상에 좌우된다. 이 절에서는 적분형으로 쓰여진 일반적인 함수의 형상설계민감도 해석을 위하여 앞절에서 소개된 재료도함수 공식들과 보조변수법을 사용한다. 재래식 설계민감도 해석시와 같이 형상설계민감도는 설계변수의 양(+)함수형태로 구해진다. 이것에 기초하여, 가장 간단

한 1차원 구조물인 보의 굽힘문제에 대한 형상 설계민감도 해석의 예를 보인다. 물론 다른 정적구조물이나 고유치 문제에 대한 형상설계민감도도 같은 방법으로 구할 수 있다[22]. 해의 존재성과 유일성에 대한 수학적인 증명은 이미 이룩된 것으로 간주하고, 또한 고려되는 함수들은 설계변수에 대해 미분가능한 것으로 간주한다.

5.1 보조변수법에 의한 설계민감도해석

다음과 같이 적분형태로 쓰여지는 일반적인 함수를 고려한다.

$$\psi = \iint_{\Omega} g(z, \nabla z) d\Omega \quad (18)$$

여기서 $z \in H^1(\Omega)$, $\nabla z = [z_1, z_2, z_3]^T$, 그리고 함수 g 는 각 항에 대해 연속적으로 미분가능하다. 함수 g 가 z 의 2차도함수 $\nabla^2 z$ 를 포함할 경우에도 같은 방법으로 다루어질 수 있다.

식(18)에 있는 함수의 변환을 취하고 재료도함수를 사용하면 다음 식을 얻는다.

$$\psi' = \iint_{\Omega} [g_z z' + g_{\nabla z} \nabla z'] d\Omega + \int_{\Gamma} g(V^T n) d\Gamma \quad (19)$$

여기서 $g_{\nabla z} = [\frac{\partial g}{\partial z_1}, \frac{\partial g}{\partial z_2}, \frac{\partial g}{\partial z_3}]$. 식(10)을 사용하면, 식(19)가 다음과 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \psi' = & \iint_{\Omega} [g_z \dot{z} + g_{\nabla z} \nabla \dot{z} \\ & - g_z (\nabla z^T V) - g_{\nabla z} \nabla (\nabla z^T V)] d\Omega \\ & + \int_{\Gamma} g(V^T n) d\Gamma \end{aligned} \quad (20)$$

식(20)의 우측변 첫 두개의 항을 속도 V 의 항으로 표시하기 위해(\dot{z} 를 제거하기 위해), $\dot{z} \in Z$ 대신 가상변위 $\bar{\lambda} \in Z$ 를 사용하여 다음과 같이 보조변수 λ 에 대한 보조방정식을 도입한다.

$$a(\lambda, \bar{\lambda}) = \iint_{\Omega} [g_z \bar{\lambda} + g_{\nabla z} \nabla \bar{\lambda}] d\Omega, \forall \bar{\lambda} \in Z \quad (21)$$

변분방정식 (8)의 양변에 재료도함수를 취하고 보조방정식의 성질을 이용하면 다음을 얻는다.

$$\iint_{\Omega} [g_z \dot{z} + g_{v_z} \nabla \dot{z}] d\Omega = l'(\lambda) - a'(z, \lambda) \quad (22)$$

따라서 식(20)은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \psi' &= l'(\lambda) - a'(z, \lambda) - \iint_{\Omega} [g_z (\nabla z^T V) \\ &\quad + g_{v_z} \nabla (\nabla z^T V)] d\Omega + \int_{\Gamma} g (V^T n) d\Gamma \\ &= \iint_{\Omega} [c(\dot{z}, \nabla \lambda^T V) - f(\nabla \lambda^T V) \\ &\quad + c(\nabla z^T V, \lambda) - g_z (\nabla z^T V) \\ &\quad - g_{v_z} \nabla (\nabla z^T V)] d\Omega \\ &\quad + \int_{\Gamma} [g + f\lambda - c(z, \lambda)] (V^T n) d\Gamma \quad (23) \end{aligned}$$

여기서 영역적분이 경계적분으로 변환될 수 있으며 이것은 수치계산에서 대단한 잇점을 가져오게 한다. 식(23)에 있는 설계민감도 공식의 계산은 식(8)의 z 에 대한 변분방정식의 해와 식(21)의 보조방정식의 λ 에 대한 해를 필요로 한다. 이것은 유한요소해석에서 그 효율성을 최대한 이용할 수 있는 잇점을 갖게 한다.

5.2 설계민감도해석의 해석적인 예

전술한 여러가지 구조물의 기본형 중에서 보의 굽힘분체를 고려한다. 다른 구조물에 대해서도 같은 방법을 적용할 수 있다. 여기서는 형상설계민감도를 강조하기 위하여 재료식 설계변수(보의 단면적 또는 두께)는 고정시킨다.

여러가지 구속조건 중에서 다음과 같이 고정점 $\hat{x} \in (0, \hat{l})$ 에서의 변위값을 정의하는 함수를 고려한다. 즉,

$$\psi \equiv z(\hat{x}) = \int_0^{\hat{l}} \delta(x - \hat{x}) z dx \quad (24)$$

$\delta(x - \hat{x})$ 은 $[0, \hat{l}]$ 의 부근에서 정의되고 \hat{x} 은 고정점이므로, $\delta'(x - \hat{x}) = 0$. 따라서 식(24)를 식(18)의 함수형으로 취급할 수 있고, 보조방정식은 식(21)로부터

$$a(\lambda, \bar{\lambda}) = \int_0^{\hat{l}} \delta(x - \hat{x}) \bar{\lambda} dx, \quad \forall \bar{\lambda} \in Z \quad (25)$$

즉, 식(25)의 변분방정식은 다음과 같은 경계치 문제와 동등하다.

$$(E\alpha h^2 \lambda_{xx})_{xx} = \delta(x - \hat{x}), \quad x \in (0, \hat{l}) \quad (26)$$

여기서 λ 는 z 와 같이 동일한 경계조건을 만족시키는 변수이다. 식(23)에서 $g = \delta(x - \hat{x})z$ 로 생각하면

$$\begin{aligned} \psi' &= \int_0^{\hat{l}} [E\alpha h^2 z_{xx} (\lambda_x V)_{xx} - f(\lambda_x V) \\ &\quad + E\alpha h^2 (z_x V)_{xx} \lambda_{xx} \\ &\quad - \delta(x - \hat{x}) (z_x V)] dx + [f\lambda - E\alpha h^2 z_{xx} \lambda_{xx}] V \Big|_0^{\hat{l}} \quad (27) \end{aligned}$$

변분형의 성질을 이용하여 식(27)을 경계적분 형태로 고치면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \psi' &= [E\alpha h^2 z_{xx} (\lambda_x V)_x - (E\alpha h^2 z_{xx})_x (\lambda_x V)] \Big|_0^{\hat{l}} \\ &\quad + [E\alpha h^2 \lambda_{xx} (z_x V)_x - (E\alpha h^2 \lambda_{xx})_x (z_x V)] \Big|_0^{\hat{l}} \\ &\quad + [f\lambda - E\alpha h^2 z_{xx} \lambda_{xx}] V \Big|_0^{\hat{l}} \quad (28) \end{aligned}$$

3절에서 주어진 양단고정보의 경계조건을 적용하면 식(28)은 다음과 같이 간단해진다.

$$\psi' = E\alpha h^2 z_{xx} \lambda_{xx} V \Big|_0^{\hat{l}} \quad (29)$$

참고로, 단순지지보에 대한 설계민감도는 다음과 같아진다.

$$\psi' = -[E\alpha h^2 (\lambda_{xxx} z_x + z_{xxx} \lambda_x)] V \Big|_0^{\hat{l}} \quad (30)$$

일단 고정보인 경우, 해당 경계조건을 사용하면 식(28)은 다음과 같이 된다.

$$\psi' = -E\alpha h^2 z_{xx} \lambda_{xx} V \Big|_{x=0} + f\lambda V \Big|_{x=\hat{l}} \quad (31)$$

6. 맺음말

형상최적설계에 대한 기초이론이 소개되었다. 재료도함수와 변분법 및 보조변수법에 기초한 형상설계민감도해석 절차는 까다로우며 함수론 등 많은 수학적 배경을 필요로 한다. 설계민감도가 구해지면 이 정보를 필요로 하는 최적화 알고리즘을 사용하여 형상에 대한 최적해를 구할 수 있으며 그 과정은 재래식 최적설계시와 같다.

구조물 형상최적설계에 있어 형상(영역)변화의 효과는 대부분 경계에서 수직이동의 형태로 나타난다. 따라서 경계면에서 변위나 응력값 등에 대한 정확한 수치해는 성공적인 형상최적화의 중요한 관건이 된다. 따라서 구조해석을 위한 정확한 유한요소해석방법과 형상함수 그리고 경계를 나타내는 적절한 함수들을 지속적으로 개선할 필요가 있다. 반복설계과정중에서 영역과 경계가 계속 바뀌므로 설계민감도 수치해의 정확도를 높이기 위해 경계요소법(boundary element method)과 유한요소법에 기초를 둔 영역법(domain method) 등을 사용하기도 한다.

참 고 문 헌

1. Haug, E. J., "A Review of Distributed Parameter Structural Optimization Literature", Optimization of Distributed Parameter Structures, Vol.1, (Ed. E. J. Haug and J. Cea), Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands, 1981, pp.3-74.
2. Zienkiewicz, O.C. and Campbell, J. S., "Shape Optimization and Sequential Linear Programming", Optimum Structural Design(Ed. R. H. Gallagher and O. C. Zienkiewicz) Wiley, New York, 1973, pp.109-126.
3. Ramakrishnan, C. V. and Francavilla, A., "Structural Shape Optimization Using Penalty Functions", Journal of Structural Mechanics, Vol.3, No.4, 1975, pp.403-432.
4. Tvergaard, V., "On the Optimum Shape of a Fillet in a Flat Bar with Restrictions", Optimization in Structural Design(Ed. A. Sawczuk and Z. Mroz), Springer-Verlag, New York,

- 1975, pp.181-195.
5. Kristensen, E. S. and Madsen, N. F., "On The Optimum Shape of Fillets in Plates Subjected to Multiple In-Plane Loading Cases", International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.10, 1976, pp.1007-1019
6. Bhavolatto. S. S. and Ramakrishnan, C. V., "Optimum Design of Fillets in Flat and Round Tension Bars", ASME Paper, 77-DET-45, 1977.
7. Botkin, M. E., "Shape Optimization of Plate and Shell Structures", AIAA Paper 81-0553, 22nd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Atlanta, Georgia, April 1981.
8. Kunar, R. R. and Chan, A. S. L. "A Method for the Configurational Optimization of Structures", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.7, 1976, pp.331-350.
9. Dems, K. and Mroz, Z. "Multiparameter Structural Shape Optimization by the Finite Element Method", International Journal of Numerical Methods In Engineering, Vol.13, 1978, pp.247-263.
10. Gurvitch, E. L. "On Isoparametric Problems for Domains with Partly Known Boundaries", Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.20, No.1, 1976, pp.65-79.
11. Neuber, H. "Der Zugbeanspruchte Flachstab Mit Optimalem Querschnittubergang", Forsch Ingenieurwesen, Vol.35, 1969, pp.29-30.
12. Nueber, H., "Zur Optimierung Der Spannungskonzentration", in Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis, Nauka, Moscow, 1972, pp.375-380.
13. Cherepanov, G. P., "Inverse Problems of the Plane Theory of Elasticity", PMM, Vol.38, No.6, 1974, pp.963-979.
14. Wheeler, L., "On the Role of Constant-Stress Surfaces in the Problem of Minimizing Elastic Stress Concentration", International Journal of Solids and Structures, Vol.12, 1976, pp. 779-789.
15. Bjorkman, G. S. and Richards, R., "Harmonic Holes-An Inverse Problem in Elasticity", Journal of Applied Mechanics, Vol.43, 1976, pp.

- 414-418.
16. Banichuk, N. V., "Optimality Conditions in the Problem of Seeking the Hole Shapes in Elastic Bodies", *PMM*, Vol.41, No.5, 1977, 920-925.
 17. Chun, Y. W. and Haug, E. J. "Two Dimensional Shape Optimal Design", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.13, 1978, pp.311-336.
 18. Rousselet, B. and Haug, E. H. "Design Sensitivity Analysis of Shape Variation", *Optimization of Distributed Parameter Structures*(Ed. E. J. Haug and J. Cea) Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands, 1981, pp. 1415-1460.
 19. Cea, J. "Numerical Methods of Shape Optimal Design" *Optimization of Distributed Parameter Structures*(Ed. E. J. Haug and J. Cea) Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands, 1981.
 20. Zolesio, J. P., "The Material Derivative(or Speed) Method for Shape Optimization", *Optimization of Distributed Parameter Structures*(Ed. E. J. Haug and J. Cea) Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherland, 1981, pp.1101-1164.
 21. Rousselet, B. "Dependence of Eigenvalues With Respect to Shape", *Optimization of Distributed Parameter Structures*(Ed. E. J. Haug and J. Cea) Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands, 1981, pp.1235-1364.
 22. Haug, E. J., Chol, K. K., and Komkov, V., *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic Press, 1986.
 23. Mróz, Z., "Sensitivity Analysis and Optimal Design with Account for Varying Shape and Support Conditions", In *Computer Aided Optimal Design : Structures and Mechanical Systems*(C.A. Mota Soares, Editor), Springer-Verlag, 1987, pp.407-438.
 24. Choi, K. K., "Shape Design Sensitivity Analysis and Optimal Design of Structural Systems", In *Computer Aided Optimal Design : Structures and Mechanical Systems*(C.A. Mota Soares, Editor), Springer-Verlag, 1987, pp.439-492.
 25. Yang, R. J., "A Three Dimensional Shape Optimization System-SHAP3D", *Computers and Structures*, Vol.31, pp.881-890, 1989.
 26. Dems, K., and Haftka, R. T., "Two Approaches to Sensitivity Analysis for Shape Variation of Structures", *Mechanics of Structures and Machines*, 1991.