

# 코일간의 結合係數 測定法의 提案

(A Proposal of Measuring Method for Coupling Coefficient between Coils)

金周弘\*·李鎔求\*\*·崔宇勝\*\*\*·李元一\*\*\*\*

(Joo-Hong Kin·Yong-Gu Lee·Woo-Seung Cho·Won-Il Rhee)

## 요 약

結合計數形 變壓機의 等價回路에서 도출한 式에 의하여 코일의 단자 전압을 측정하고 捲線比에 의하여 結合係數(K)를 算出하는 測定法을 제안하고, 이론에 의한 計算値와 比較하여 그 妥當性を 確認한 논문이다.

이 測定法으로 형태가 다른 몇개의 코일組에 대한 K를 측정하여 相對的인 位置를 變化에 따른 K의 特性을 究明하고, 最小自乘法에 의한 回歸算法의 프로그램을 作成하여서 K에 관한 實驗式을 만들었다.

## Abstract

With the expression inducted from equivalent circuit of transformer using coupling coefficient K, measuring terminal voltage, a calculation of coil coefficient with respect to turn ratio is proposed.

By that method of measuring K, compared with values theoretically, this paper confirmed its propriety.

With that method of measuring coil coefficient K, having several couple of coil set, we have clarified the characteristic of K according to changing coil's position, programming regression of least square method, and then the expression for function of K is formulated.

## 1. 서 론

전기 Energy의 변환과 전달을 목적으로 한 電磁誘導機器는 효율과 역률을 크게 하기 위하여 코일간의 結合係數(K)가 최대치인 1에 가깝게 하기 위하여 透磁率이 큰 재질을 사용하여 磁路

를 구성하고 있다.

그러나 실제의 유도기기의 K는 1보다 적으므로 電磁機器의 特性을 보다 정밀하게 설계하고 해석하는데 K가 중요한 媒介變數(parameter)가 되므로, 정확한 K의 計算이나 測定은 유도기기의 정밀성에 큰 작용을 한다.<sup>1) 2)</sup>

$K < 1$  인(누설변압기)誘導機器의 電氣的 特性을 보다 正確히 나타내는 理論으로 K를 媒介變數로 取한 “結合係數形 變壓器의 等價回路”가 開發되고 있다.<sup>3)</sup>

코일의 형태와 그 기하학적 상호위치에 따른

\* 正會員 : 동국대학교 전자공학과 교수

\*\* 正會員 : 동국대학교 전자공학과 박사과정

\*\*\* 正會員 : 경원전문대학 사무자동화과 교수

\*\*\*\* 正會員 : 동국대학교 전자공학과 석사과정

接受日字 : 1994年 2月 4日

結合係數는 회로설계에 있어서 중요한 요소로 작용하게 되고, 특히 고주파기와 같이 온도나 시간에 따라 부하가 변화하는 可變負荷를 대상으로 임피던스 整合을 위하여 K를 변화시켜야 하므로 K의 측정과 계산법은 설계나 해석에서 중요한 역할을 한다. 여기서는 K의 측정법으로 結合係數形 變壓機의 等價回路에서 導出한 式에 따라 각 코일의 단자전압의 測定値와 권선비에 의한 K의 측정법을 제안하고, 여러 형태를 갖는 單捲空心 코일간의 相對位置의 變化에 따른 K의 特性을 검토하고 實驗式을 도출하였다.

## 2. 結合係數의 測定法

여기서 사용 코일의 기호를 표 1과 같이 정하면

표 1 코일의 기호  
Table 1. Symbols of coil

	1차 코일(入力)	2차 코일(出力)	단 위
코일의 직경(D)	$D_1$	$D_2$	[cm]
코일의 직경(d)	$d_1$	$d_2$	[cm]
길이( $\ell$ )	$\ell_1$	$\ell_2$	[cm]
권선수(N)	$N_1$	$N_2$	
단자전압(V)	$V_1$	$V_2$	[V]
인덕턴스(L)	$L_1$	$L_2$	[ $\mu$ H]
권선비( $n=N_1/N_2$ )			

結合係數形 變壓機의 等價回路<sup>3)</sup>에서  $V_1/V_2 = (N_1/N_2) \cdot K = n \cdot K$ 이므로 結合係數(K)는

$$K = \frac{V_1}{n \cdot V_2} \quad (1)$$

로 주어지므로 코일 단자전압을 測定하여 式(1)에 의하여 계산하는 測定法을 제안한다. 그리고 여기서 얻어진 K값을 K의 測定値로 定義한다.

한편 두 코일간의 K에 대한 일반식은

$$L = L_1 + L_2 \pm 2K \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (2)$$

로 주어지고 單捲空心 코일의 인덕턴스 L의 計算式<sup>4)</sup>

$$L = \frac{0.0985 D^2 N^2}{4.5D + 10 \ell} \quad [\mu H] \quad (3)$$

으로 주어지므로 式(2)와 式(3)에 의하여 계산된 K의 理論値와 前述한 測定値를 比較하여 그

一致性으로 제안한 測定法의 妥當性을 검토하기도 한다.

여기서 測定한 코일은 그림 1과 같이 10등분한 단자를 갖는 單捲空心 코일의 단자 a-a'에 100kHz정현파 전압  $V_1$ 을 인가하고, a'-b 단자의 전압  $V_2$ 를 측정하여 式(1)에 의하여 K를 계산하여서 K의 測定値로 取하고, 이것과 계산한 K의 理論値를 기입하여 比較한 것이 그림 2이다.

그림 2는 式(1)에 의한 코일의 測定法이 正當함을 나타내고 있다.

## 3. 코일의 相互 位置에 따른 K의 特性

위에서 제안한 單捲空心 코일간의 K의 측정법

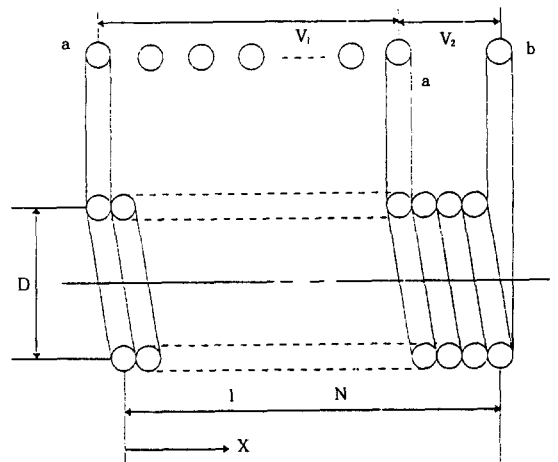


그림 1. 측정을 위해 제작된 10등분된 코일  
Fig. 1. Ten divided coil for measurement

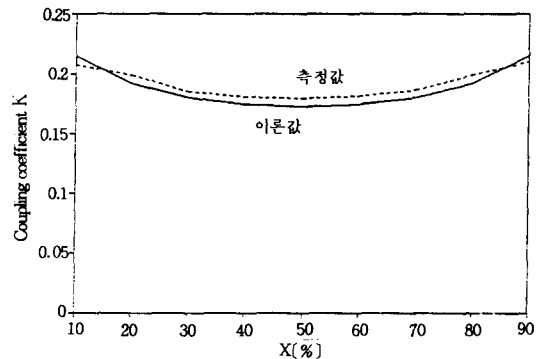


그림 2. K의 測定値와 理論値의 比較  
Fig. 2. Comparison with the measured K and the theoretical K

에 의하여 코일의 결합형태에 따른 K를 측정하여 그 특성을 검토하면 다음과 같다.

그리고 K의 측정값에 관한 실험식은 회귀법인 일종의 최소자승법<sup>5)</sup>을 사용하여 n차 다항식으로 주어진 알고리즘을 프로그래밍하여 계산하였다.

### 3.1 内外 同軸 코일間 結合係數의 特性

그림 3과 같이 권선수(N)와 길이(ℓ)가 같고, 직경이 다른 코일이 동축상에 놓여지고 그 중심간의 거리를 변화시켜서 단자전압을 측정하고 식(1)에서 산출한 K의 측정값은 그림 4와 같다.

그림 4는 코일중심간의 거리 X에 따라 K가 거의 직선적으로 감소함을 나타내고 있다. 그리고 이 곡선의 실험식(4)는 2차 多項式 形이며 거의

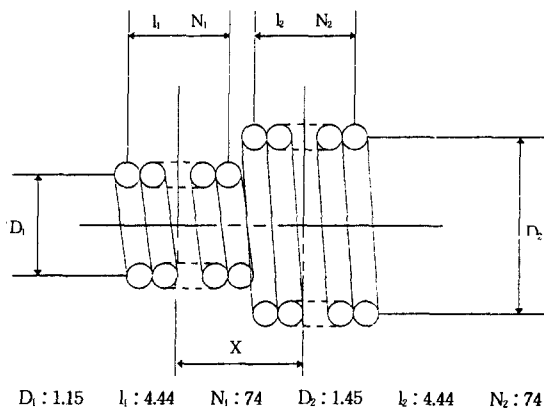


그림 3. 측정한 코일  
Fig. 3. Coil for measurement

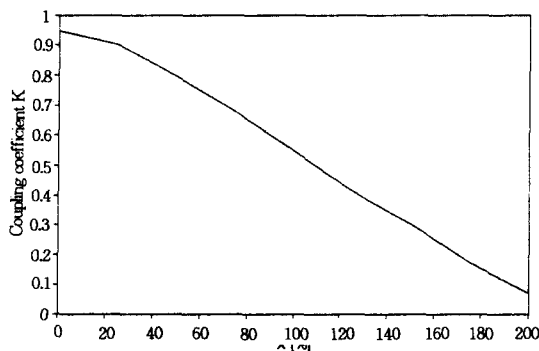


그림 4. 내외동축 코일간의 K  
Fig. 4. K between two coils on the same axle

直線에 近接함을 알 수 있다.

$$K(x) = -0.0409 \cdot x^2 - 0.38153 \cdot x + 0.9767 \quad (4)$$

그리고 이 식을 시뮬레이션한 것이 그림 5이다.

### 3.2 相似形 코일間的 結合係數 特性

코일의 형태와 상호위치가 기하학적으로 相似이고 크기만 다를 경우의 K의 측정값에 대한 특성은 다음과 같다.

그림 3과 같이 기하학적으로 상사하고  $\sqrt{2}$ 배인 크기가 A組, B組의 제원은 표 2와 같으며 코일의 측정결과는 그림 6과 같다.

그림 6에서 X=0[%] 위치에서 6.7[%]인 가장 큰 차를 나타냈으나 기하학적으로 相似인 코일간의 K는 5[%] 內에 들어갔다.

$$K(x) = -0.05466 \cdot x^2 - 0.28927 \cdot x + 0.90929 \quad (5)$$

식(5)는 B組 코일의 K에 대하여 실험식을 도출한 것이다.

表 2. 기하학적 相似 코일의 諸元

Table 2. Parameter of geometrically similar coils

	A組 코일		B組 코일	
	내측(1차)	외측(2차)	내측(1차)	외측(2차)
D	1.0	1.4	1.4	2.0
d	0.058	0.058	0.058	0.058
ℓ	2.45	2.45	3.5	3.5
N	40	40	60	60

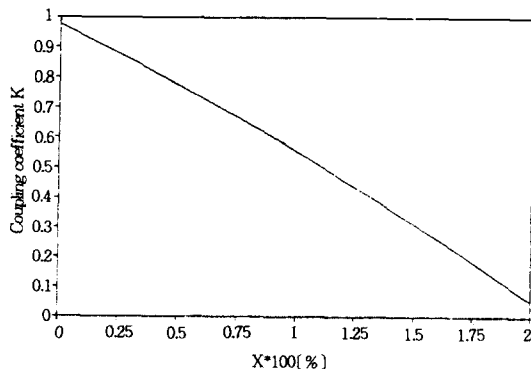


그림 5. 실험식 (4)의 K  
Fig. 5. Representation of K for equation (4)

### 3.3 코일간의 직경비와 위치에 따른 結合係數의 特性

그림 7과 같이 內側코일에 對한 直徑이 서로 다른 外側코일을 3개 제작하여 중심점의 軸上 位置거리  $X$ 를  $X/\ell_1$  [%]로 표시한  $K$ 의 측정결과는 그림 8과 같다.

측정한 코일의 諸元은  $\ell_1=6.0$ [cm],  $\ell_2=0.6$ [cm],  $N_1=100$ ,  $N_2=10$ ,  $D_1=1.0$ [cm],  $D_{n+1}=\sqrt[n]{2D_1}$ 로 작성하였다. (단,  $n=1, 2, 3$ )

여기서,  $D_{n+1}$ 은 내측코일  $D_1$ 에 대한 직경이 서로 다른 외측코일  $D_1, D_2, D_3$ 를 나타낸다.

그림 8에서 結合係數  $K$ 는  $X=0$ [%]인 中央점이 일치한 코일들은 直徑에 의한 차이가 거의 5[%] 內에 들어서며  $X=200$  [%] 즉, 內側코일의

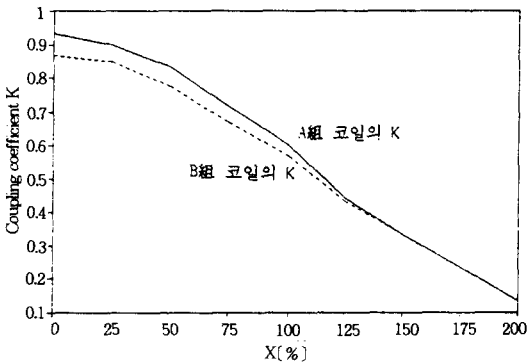


그림 6. 相似形 코일의  $K$   
Fig. 6.  $K$  of similar coils

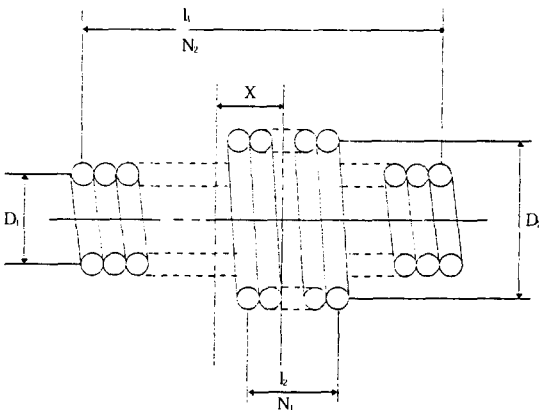


그림 7. 측정용 코일  
Fig. 7. Coil for measurement

중양점으로 부터 길이  $\ell_1$ 만큼 위치한 시점에 外側코일의 中央점이 있을 때는  $K<0.1$ [%]가 되고 코일의 直徑에 따른 結合係數  $K$ 는 5[%] 內에 들어갔다.

외측코일의 직경이 1.4[cm]인 경우에 대한  $K$ 의 實驗式은

$$K(x) = -0.11823 \cdot x^2 - 0.3463 \cdot x + 1.07397 \quad (6)$$

이다.

### 3.4 코일軸의 交角( $\theta$ )에 대한 結合係數의 特性

그림 9와 같이 內側코일에 比하여 직경 및 길이가 큰 外側코일의 中央에 內側코일을 놓고 各軸의 交角( $\theta$ )을 變化시킨 경우의  $K$ 의 特性을 검토하면 다음과 같다.

표 3의 제원을 갖는 3組의 코일을 제작하여  $K$ 를 측정된 결과는 그림 10과 같다.

코일간의 직경만 다르고 권선수와 길이가 같은 A組코일에서의  $K$ 의 特性은 추정된 이상적인 값

표 3. 측정코일의 제원

Table 3. Parameter of coil

	A 組		B 組		C 組	
	1차	2차	1차	2차	1차	2차
$\ell$	1.08	1.08	1.08	3.75	1.08	10.8
$D$	8.3	9.9	5.5	9.9	8.3	9.9
$N$	10	10	10	34	10	105
$d$	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09

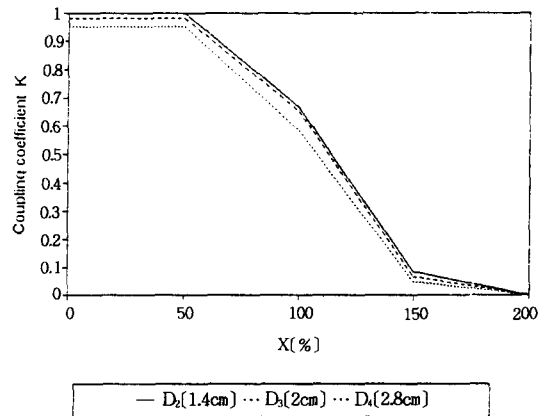


그림 8. 직경비와 위치에 따른  $K$   
Fig. 8.  $K$  by the diameter ratio and place of coil

과 비교할 때 큰 오차를 가지며, 직경이 다르고 외측 코일의 권선수와 길이가 내측코일보다 큰 B組코일의 경우 이상적인 값과 비교할 때 45도에서 최고 9(%)의 오차를 갖는다. 또한 C組코일의 K 特性에서 나타난 것과 같이 외측코일이 직경보다 길이가 길고 상대적으로 내측코일은 직경과 길이가 외측코일 보다 작은 경우에  $|z \cdot \cos\theta|$ 의 特性을 갖는다.

여기서  $z$ 는 코일간의 직경 및 길이에 의존하는 1보다 작은 상수이며  $z=0.296$ 의 값을 갖고 이론치와 비교한 결과 90도를 제외한 전 구간에서 3(%)의 오차범위 이상에 포함되었다. 90도 위치에서 실제 K가 0으로 될수 없는 코일간의 쇄교자속이 작지만 존재하기 때문으로 추정된다.

#### 4. 結 論

單捲空心코일간의 結合係數(K)는 結合係數形變壓機의 等價回路에서 제시된 공식에 따라 코일의 단자전압 측정에 의한 측정방법의 妥當性을 검토하고 몇가지 형태를 갖는 코일의 相互位置를 變化에 대한 K를 측정하여 그 特性을 검토한 결과는 다음과 같다.

- 1) 유도결합에 의한 단권공심코일간의 K는 結合係數形 변압기의 등가회로에서 제시된 이론과 일치한다.

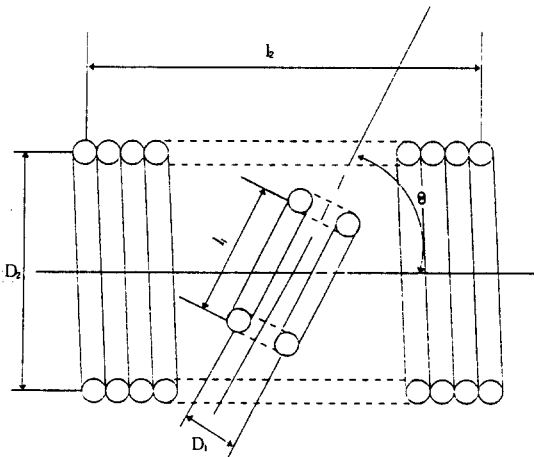
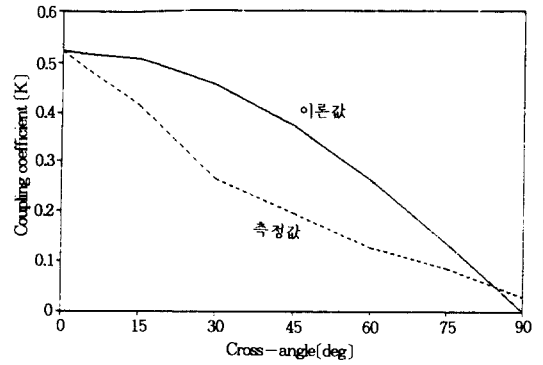
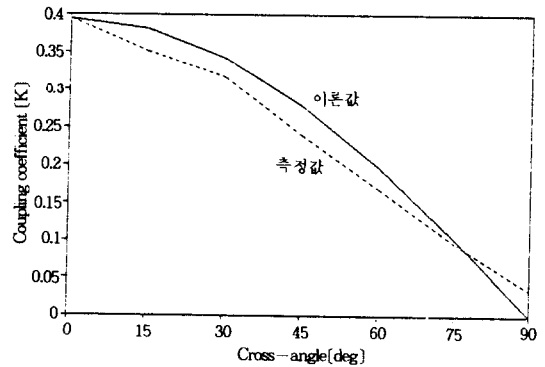


그림 9. 軸의 교차각의 變化하는 製成된 코일  
Fig. 9. Coil with the varied cross-angle of axis

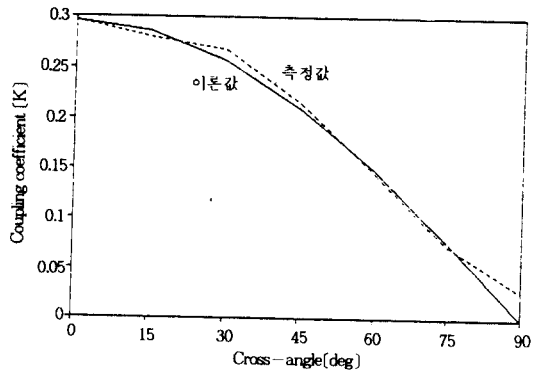
- 2) 동축상에 놓인 내외코일의 K는 코일중양선간의 거리에 따라 거의 직선적으로 감소되며, 크기가 다르되 기하학적으로 相似인 코일간의 K는 대체로 같고, 내외코일의 직경비의 變化에 따른 K의 變化는 수(%)정도의 근소



(a) A組코일의 K



(b) B組코일의 K



(c) C組코일의 K

한 차이를 갖는다.

- 3) 직경보다 길이가 긴 외측코일 안에서 상대적으로 직경과 길이가 작은 내측코일을 회전시켜 측정된 軸의 교차각 변화에 따른  $K$ 는  $|z \cdot \cos\theta|$ 의 特性을 갖는다.
- 4)  $K$ 의 測定值를 데이터로 회귀산법을 사용하여  $n$ 차 다항식으로 실험식을 작성하였다.

#### 참 고 문 헌

- 1) Takayoshi Nakata, Yoshihiro Kawase, Hiroaki Funakoshi, "Analysis of Characteristics of a Leakage Transformer by using the Finite Element Method," J. Illum. Kngrng. Inst. Jpn, Vol. 68, No. 10, pp.509~512, 1984.
- 2) Katsushia Tahira, Takahiko Ohtani, Yoshiyuki Ishihara,

Toshiyuki Todaka, "Analysis of Variable Leakage Transformer under Free and Force Magnetizing Condition," The Science & Engineering of Doshisa University, Vol. 23, No.1, pp.72~85, April 1982.

- 3) 이광직, 공휘식, 김주홍, "Equivalent circuit of transformer using coupling coefficient  $K$ ," 조명·전기설비학회 논문지, 제6권, 제3호, pp.50~56, 1992. 6.
- 4) Milton Kaufman, Arthur H. Seidman, Handbook of Electronics Calculations for Engineers and Technicians, Second Edition, McGraw-Hill Book Company, New York, pp.4-10~4-16, 1988.
- 5) Melvin J. Maron, Numerical Analysis a Practical Approach, Maxmillian Publishing Co., INC., pp.187~203, 1982.