

# 선로간 상호결합과 벤드의 등가회로를 이용한 마이크로스트립 미엔더 선로의 해석

(Analysis of Microstrip Meander Lines Using the Mutual Couplings  
between Lines and Equivalent Circuits for Bends)

李 鎮 洪\* · 全 中 昌\* · 朴 位 相\*

(Jin Hong Yi\*, Joong Chang Chun\*, Wee Sang Pard\*)

## 요 약

마이크로스트립 미엔더(meander) 선로를 해석하고 실험하여 저역통과 특성을 고찰하였다. 본 해석방법의  
요체는 선로간 상호결합에 관한 해석적인 관계식에 벤드(bend)의 등가모델을 추가한 것이며 이의 수치계산은  
빠르고 결합선로의 수에 제한을 받지 않는다. 4종 결합 미엔더 선로에 대한 해석 및 실험 결과들을 제시했으며,  
이들이 잘 일치하고 있음을 보였다.

## Abstract

A numerical analysis and experimental investigation of microstrip meander lines is given with reference to their low-pass amplitude and phase characteristics. The analysis features the inclusion of equivalent circuit models for bends to analytical equations for the mutual couplings between lines. The numerical simulation is efficient and is not constrained by the number of the coupled lines. Experimental results for 4-coupled meander lines, which are in good agreement with the simulation, are included.

## I. 서 론

- \* 포항공과대학교 전자전기공학과 (Pohang University of Science and Technology).  
\*\* 포항공과대학교 전자전기공학과 (Pohang University of Science and Technology).  
산업과학기술연구소 이공부문 전자전기분야 (Research Institute of Industrial Science and Technology)

최근 저전력 마이크로파 회로의 대부분이 MIC(Microwave Integrated Circuit) 혹은 MMIC(Monolithic Microwave Integrated Circuit) 형태로 구현됨

에 따라 이들 회로 내의 선로들 간의 간격은 점점 더 줄어들고 있다. 서로 나란하거나 비스듬하게 진행하는 선로들은 각 상대방의 특성에 영향을 미치며 이들 간의 간격이 좁아질수록 그 영향은 더욱 커진다. 따라서 어떤 회로의 특성을 정확히 구하기 위해서는 인접 선로들 간의 간섭현상을 고려해야만 하며, 그러지 않을 경우에는 예상하지 못했던 결과가 나오는 수도 있고, 심지어는 발진을 일으키는 경우도 있다.

인접 선로의 영향이 매우 큰 다중 마이크로스트립 선로(multistrip microstrip line)는 hairpin 여파기(filter)나 spiral 유도기(inductor) 또는 미엔더(meander) 선로 등 여러 회로 설계에 사용되는데 본 논문은 미엔더 선로에 대해 고찰한다.

어떤 회로에서 곧게 진행하는 선로를 구부려 구현하면 그 회로의 크기를 줄일 수 있으므로 미엔더 선로는 증폭기나 변위기(phase shifter) 등의 초고주파 소자를 소형화하는데 이용된다. 이 경우 미엔더 선로는 반사 손실(return loss)이 작고 위상이 곧게 진행하는 단일 선로와 같은 특성을 갖도록 설계되어야 한다. 또한 미엔더 선로는 slow-wave 구조나 narrow-band 여파기로 이용할 수 있고 beam forming과 steering에 적합한 monolithic 안테나 어레이로 사용할 수도 있다.[1]

Harokopus[2]는 전계적분식(electric field integral equation)에 모멘트 방법을 사용하여 미엔더 선로를 해석했고, Wolff[3]는 FDTD(Finite-Difference Time-Domain) 방법으로 그 구조를 해석하였다. 이들은 full-wave 방법으로 해석 결과가 정확하기는 하지만 해석 시간이 너무 오래 걸리므로 CAD 프로그램으로 이용하기 어려운 단점이 있다. Swanson[4]은 GCM(Generalized Coupling Model)을 도입하여 미엔더 선로를 해석하는 기법을 제안했다. 이 방법은 해석적인 식을 이용하므로 기존의 full-wave 방법에 비해 계산 시간이 훨씬 짧아지는 장점이 있다. 그러나 벤드의 효과를 고려하지 못하고 마이크로스트립 선로의 길이가 반파장이 될 때 오차가 크게 발생한다는 단점을 가지고 있다.

상용화된 simulator의 경우 SuperCompact는 다중 마이크로스트립 선로를 해석하는데 spectral-domain

multistrip 모델을 이용한 full-wave 방법을 사용하므로 결과는 정확하나 해석시간이 많이 소요된다. 또한 MDS나 Libra는 빠른 시간에 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있는 장점이 있지만 MDS의 경우 5-결합선로(coupled line)로, Libra의 경우에는 4-결합선로로 해석이 가능한 구조가 제한되어 있으므로 그 이상의 결합선로로 이루어진 미엔더 선로는 해석 할 수 없는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 해석적인 관계식과 등가회로를 이용하여 미엔더 선로의 해석을 비교적 짧은 시간내에 정확히 수행하는 방법을 제시하였다.

## II. 해석 방법

[그림 1]은 결합선로를 나타낸 것이다. 이 결합선로의 손실을 고려하지 않는 경우 결합선로에 대한 어드미턴스 행렬은 다음과 같이 주어진다.[5]

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 & Y_4 \\ Y_2 & Y_1 & Y_4 & Y_3 \\ Y_3 & Y_4 & Y_1 & Y_2 \\ Y_4 & Y_3 & Y_2 & Y_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서

$$Y_1 = -\frac{j}{2}[Y_{0e} \cot \theta_e + Y_{0o} \cot \theta_o] \quad (2)$$

$$Y_2 = -\frac{j}{2}[Y_{0e} \cot \theta_e - Y_{0o} \cot \theta_o] \quad (3)$$

$$Y_3 = +\frac{j}{2}[Y_{0e} \csc \theta_e - Y_{0o} \csc \theta_o] \quad (4)$$

$$Y_4 = +\frac{j}{2}[Y_{0e} 2\csc \theta_e - Y_{0o} \csc \theta_o] \quad (5)$$

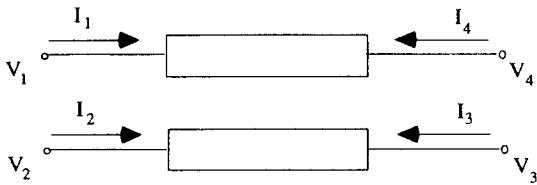
여기서  $Y_0$ 는 특성어드미턴스를 나타내고  $\theta$ 는 전기적 길이를 나타내며, 천자  $e$ 는 우모드(even mode)를,  $o$ 는 기모드(odd mode)를 각각 나타낸다. 손실이 없는 단일선로의 경우 어드미턴스 행렬은 다음과 같다.

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_2 & Y_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$Y_1 = -jY_0 \cot \theta \quad (7)$$

$$Y_2 = +jY_0 \csc \theta \quad (8)$$



[그림 1] 마이크로스트립 결합선로  
[Fig. 1] Microstrip coupled line

[그림 2] (a)는 직각(right-angle) 벤드를 나타낸 것이고, [그림 2] (b)는 사절(斜截, chamfered) 벤드를 나타낸 것이다. 또한 [그림 2] (c)는 두 벤드에 대한 등가회로를 나타낸 것이다. 이 등가회로의 인덕턴스  $L$ 과 캐패시턴스  $C$  값은 여러 방법을 통해 많은 연구가 발표되어 있다.[6], [7] 본 논문에서는 Kirschning et al. [8]의 결과를 사용하였는데 식 (9), (10)은 직각 벤드에 대한  $L$   $C$  값이고 식 (11), (12)는 사절 벤드에 대한  $L$ 과  $C$  값이다.

$$L = 0.22 h [1.0 - 1.35 \exp(-0.18)(w/h)^{1.39}] \quad (nH) \quad (9)$$

$$C = 0.001 h [(10.35 \epsilon_r + 2.5)(w/h)^2 + (2.6 \epsilon_r + 5.64)(w/h)] \quad (pF) \quad (10)$$

$$L = 0.44 h [1.0 - 1.062 \exp(-0.177)(w/h)^{0.947}] \quad (nH) \quad (11)$$

$$C = 0.001 h [(3.93 \epsilon_r + 0.62)(w/h)^2 + (7.6 \epsilon_r + 3.8)(w/h)] \quad (pF) \quad (12)$$

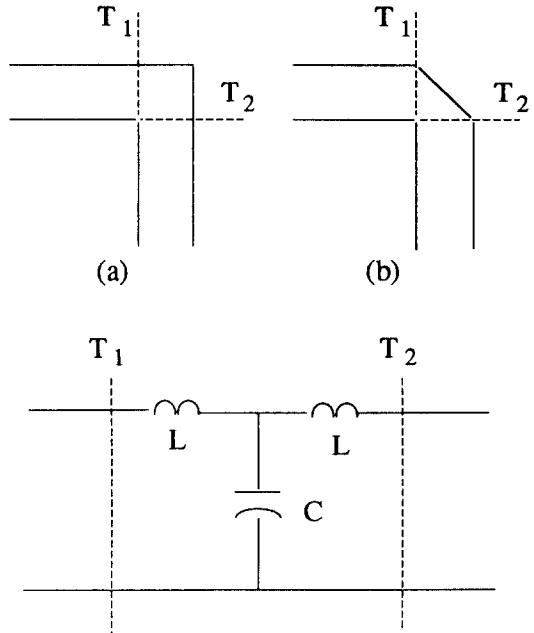
여기서  $\epsilon_r$ 은 비유전율이고,  $w$ 와  $h$ 는 각각 선로폭과 기판의 두께를 나타내는데 단위는 mm이다. 이 등가회로로부터 벤드의 어드미턴스 행렬은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_2 & Y_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서

$$Y_1 = \frac{jwL + \frac{1}{jwC}}{-w^2L^2 + 2\frac{L}{C}} = j \frac{w^2LC - 1}{wL(2 - w^2LC)} \quad (14)$$

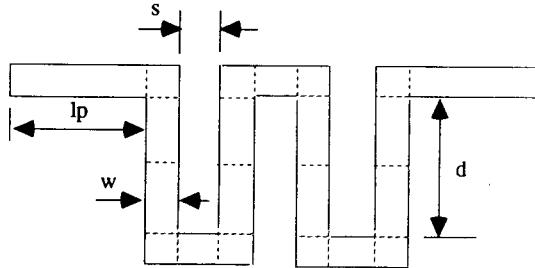
$$Y_2 = -\frac{\frac{1}{jwC}}{-w^2L^2 + 2\frac{L}{C}} = j \frac{1}{w(2 - w^2LC)} \quad (15)$$



[그림 2] 마이크로스트립 벤드  
[Fig. 2] Microstrip bend

- (a) 직각 벤드 (b) 사절 벤드 (c) 등가회로
  - (a) Right-angle bend (b) Chamfered bend
  - (c) Equivalent circuit
- T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> is the reference plane of the bend.

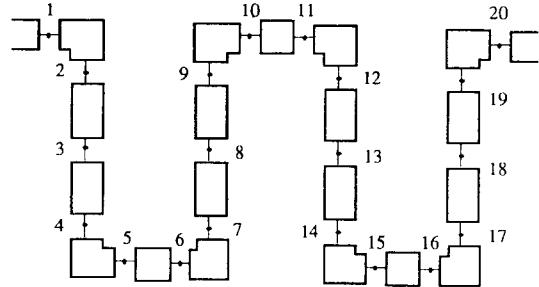
[그림 3]은 4종 결합선로와 직각 벤드로 이루어진 미엔더 선로를 나타낸 것이다. 이러한 구조의 미엔더 선로를 해석하기 위한 첫번째 단계는 [그림 1]와 같이 불연속점(discontinuity)을 절점(node)로 하여 20-포트로 분리하는 것이다. 이렇게 하면 미엔더 선로는 해석적인 관계식이나 등가회로 등으로 그 특성을 알 수 있는 단일선로, 결합선로, 벤드로 표현된다. [그림 4]에서 결합선로를 포트 3, 8, 13, 18로 다시 나눈 것은 결합선로의 어드미턴스 계수인 식 (2), (3), (4), (5)의 tangent와 secant 항 때문이다. 즉 전기적 길이  $\theta$ 가  $\pi$ 에 접근하게 되면 tangent와 secant는 무한대로 발산하므



[그림 3] 결합 직각 미엔더 선로

[Fig. 3] The 4-coupled right-angle meander line  
( $w=s=0.56\text{mm}$ ,  $d=1.96\text{mm}$ ,  $l_p=50\text{mil}$ ,

$h=25\text{mil}$ ,  $\epsilon_r=10.8$ )



[그림 4] 20-포트로 분리된 미엔더 선로

[Fig. 4] The meander line divided into 20-port

$y_{1b}$	$y_{2b}$	0	0	0	0	0	0	...	$y_{c3}$	0
$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2l}$	0	0	0	0	$y_{cx1}$	$y_{cl}$	...	$y_{cx3}$	0
$2y_{1l}$	$y_{2l}$	0	0	0	0	$2y_{cl}$	$y_{cx1}$	...	0	0
$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2b}$	0	0	$y_{cx1}$	0	0	...	0	0	
$y_{1b}+y_{1s}$	$y_{2s}$	0	0	$y_{cx1}$	0	0	...	0	0	
$y_{1b}+y_{1s}$	$y_{2b}$	0	0	$y_{cx1}$	0	0	...	0	0	
$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2l}$	0	0	$y_{cx1}$	0	0	...	0	0	
$2y_{1l}$	$y_{2l}$	0	0	$y_{cx1}$	0	0	...	$y_{cx2}$	0	
$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2l}$	0	0	$y_{cx2}$	0	0	...	$y_{c2}$	0	
$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2l}$	$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2l}$	$y_{1b}+y_{1l}$	$y_{2l}$	$y_{1b}$				

Symmetric  
[20×20]

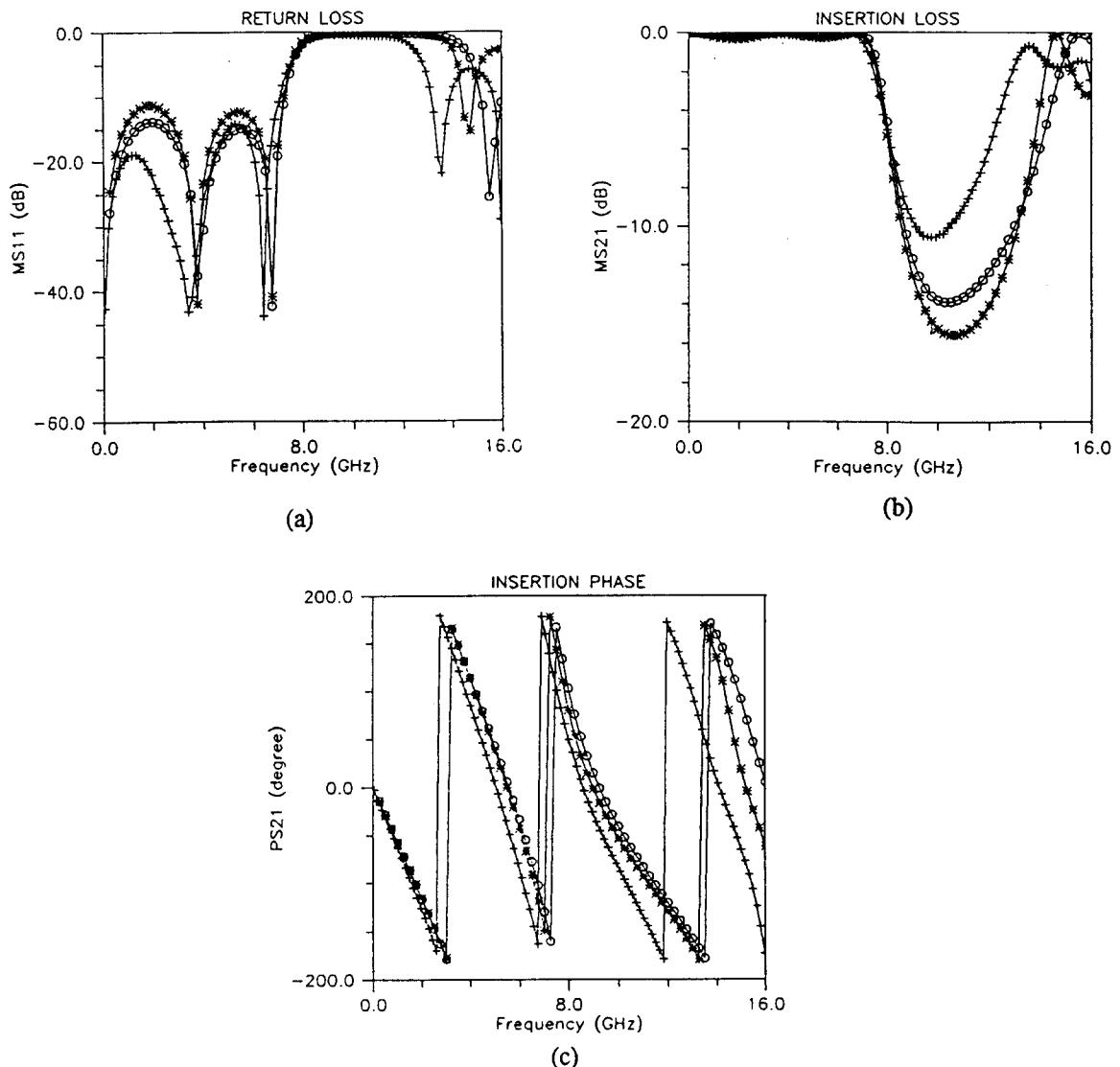
.....

로 큰 오차가 발생한다. 따라서 결합선로의 길이와 해석 주파수 범위에 따라서 결합선로를 적당한 수로 나누어 주면 이러한 오차를 없앨 수 있다. [그림 4]와 같이 20-포트로 분리된 미엔더 선로의 어드미턴스 계수는 다음 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

여기서  $y_{1b}$ 와  $y_{2b}$ 는 벤드의  $y_{1l}$ 과  $y_{2l}$ 으로 각각 식 (14)와 식 (15)로 주어진다. 또한  $y_{1s}$ 와  $y_{2s}$ 는 포트 2-3와 같은 결합선로의  $y_{1l}$ 과  $y_{1s}$ 로 각각 식 (2)와 식(5)가 된다.  $y_{1s}$ 와  $y_{2s}$ 는 포트 5-6와 같은 짧은 선로의 단일선로에 대한  $y_{1l}$ 과  $y_{2l}$ 으로 각각 식 (7)과 식 (8)이 된다. 그리고  $y_{cl}$ 과  $y_{cx1}$ 은 각각 포트 2-9와 포트 2-8과 같이 간격이

$s$ 인 결합선로의  $y_{12}$ 와  $y_{13}$ 로서 식 (3)과 식 (4)로 유도된다. 같은 방식으로  $y_{c2}$ 와  $y_{cx2}$ ,  $y_{cx3}$ 는 각각 간격이  $2s+w$ ,  $3s+2w$ 인 결합선로의  $y_{12}$ 와  $y_{13}$ 가 된다.

특성을 구하고자 하는 [그림 3]의 미엔더 선로는 2-포트인데 기존에 알려져 있는 등가회로와 쉽게 구할 수 있는 해석적인 식을 사용하기 위해 [그림 4]와 같이 20-포트로 나누었으므로 식 (16)으로 구한 20-포트 어드미턴스 행렬을 다시 2-포트 어드미턴스 행렬로 바꾸어야만 원래 원하는 특성을 구할 수 있다. 2-포트 미엔더 선로의 어드미턴스 계수는 식 (17), (18)로 구할 수 있으므로, 식 (19), (20)으로 유도된다.



[그림 5] 4중 결합 직각 미엔더 선로의 해석

(a) 반사손실 (b) 삽입손실 (c) 삽입위상

[Fig. 5] Analysis of the 4-coupled right-angle meander line  
 (a) Return loss (b) Insertion loss  
 (c) Insertion phase

$$y_{11}|_{2-port} = \frac{I_1}{V_1} \left| \begin{array}{l} \\ V_{20} = 0, I_2 = I_3 = \dots = I_{19} = 0 \end{array} \right. \quad (17)$$

$$y_{21}|_{2-port} = \frac{I_2}{V_1} \left| \begin{array}{l} \\ V_{20} = 0, I_2 = I_3 = \dots = I_{19} = 0 \end{array} \right. \quad (18)$$

$$y_{11}|_{2-port} = \left| \begin{array}{c} -y_{11} \quad y_{12} \quad y_{13} \dots \dots y_{1,19} \\ -y_{21} \quad y_{22} \quad y_{23} \dots \dots y_{2,19} \\ -y_{31} \quad y_{32} \quad y_{33} \dots \dots y_{3,19} \\ \dots \dots \\ -y_{19,1} \quad y_{19,2} \quad y_{19,3} \dots \dots y_{19,19} \end{array} \right| \quad (19)$$

$$y_{11}|_{2-port} = \left| \begin{array}{c} -1 \quad y_{12} \quad y_{13} \dots \dots y_{1,19} \\ 0 \quad y_{22} \quad y_{23} \dots \dots y_{2,19} \\ 0 \quad y_{32} \quad y_{33} \dots \dots y_{3,19} \\ \dots \dots \\ 0 \quad y_{19,2} \quad y_{19,3} \dots \dots y_{19,19} \end{array} \right| \quad (20)$$

$$y_{21}|_{2-port} = \left| \begin{array}{c} -y_{11} \quad y_{20,2} \quad y_{20,3} \dots \dots y_{20,19} \\ -y_{21} \quad y_{22} \quad y_{23} \dots \dots y_{2,19} \\ -y_{31} \quad y_{32} \quad y_{33} \dots \dots y_{3,19} \\ \dots \dots \\ -y_{19,1} \quad y_{19,2} \quad y_{19,3} \dots \dots y_{19,19} \end{array} \right| \quad (21)$$

$$y_{21}|_{2-port} = \left| \begin{array}{c} -1 \quad y_{20,2} \quad y_{20,3} \dots \dots y_{20,19} \\ 0 \quad y_{22} \quad y_{23} \dots \dots y_{2,19} \\ 0 \quad y_{32} \quad y_{33} \dots \dots y_{3,19} \\ \dots \dots \\ 0 \quad y_{19,2} \quad y_{19,3} \dots \dots y_{19,19} \end{array} \right| \quad (22)$$

산란계수는 식 (19), (20)의 어드미턴스 계수로 부터 다음과 같이 유도된다.

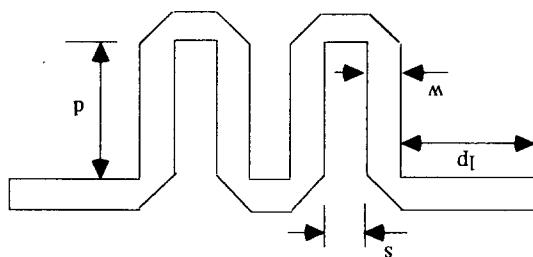
$$s_{11}|_{2-port} = \frac{(y_0 - y_{11})(y_0 - y_{21}) + y_{12}y_{21}}{(y_0 + y_{11})(y_0 + y_{21}) - y_{12}y_{21}} \quad (21)$$

$$s_{21}|_{2-port} = \frac{-2y_{21}y_0}{(y_0 + y_{11})(y_0 + y_{21}) - y_{12}y_{21}} \quad (22)$$

여기서  $y_0$ 는 특성어드미턴스를 나타낸다.

### III. 해석 결과

[그림 5]는 [그림 3]은 직각 벤드로 이루어진 4중 결합 미엔더 선로를 해석한 결과이고 [그림 7]은 [그림 6]의 사절 벤드로 이루어진 4중 결합 미엔더 선로를 해석한 결과이다. 여기서 ++는 실험 결과를, \*\*는 SuperCompact의 simulation 결과를 나타내며 \*는 본 논문의 방법에 의한 결과를 나타낸다. 또한 MS11 MS21은 각각  $S_{11}$ 과  $S_{21}$ 의 크기를, PS21은  $S_{21}$ 의 위상을 나타낸다. 그림에서 본 논문의 결과와 SuperCompact의 simulation 결과는 거의 일치하고 있으며 실험 결과와도 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 본 논문의 결과와 SuperCompact의 simulation 결과가 고주파에서 실험 결과와 잘 맞지 않는 이유는 벤드간의 간섭을 고려하지 못했기 때문이다. 사절 벤드간의 간섭 현상은 직각 벤드간의 간섭 현상보다 크지 않으므로 사절 벤드로 이루어진 미엔더 선로의 해석 결과가 직각 벤드로 이루어진 미엔더 선로의 해석 결과보다 좀 더 실험 결과에 근사함을 볼 수 있다. 벤드간의 간섭 현상에 관한 몇몇 논문 [9], [10]이 발표되어 있으나 아직 간단한 식으로 표현되는 등가회로는 발표되어 있지 않다.



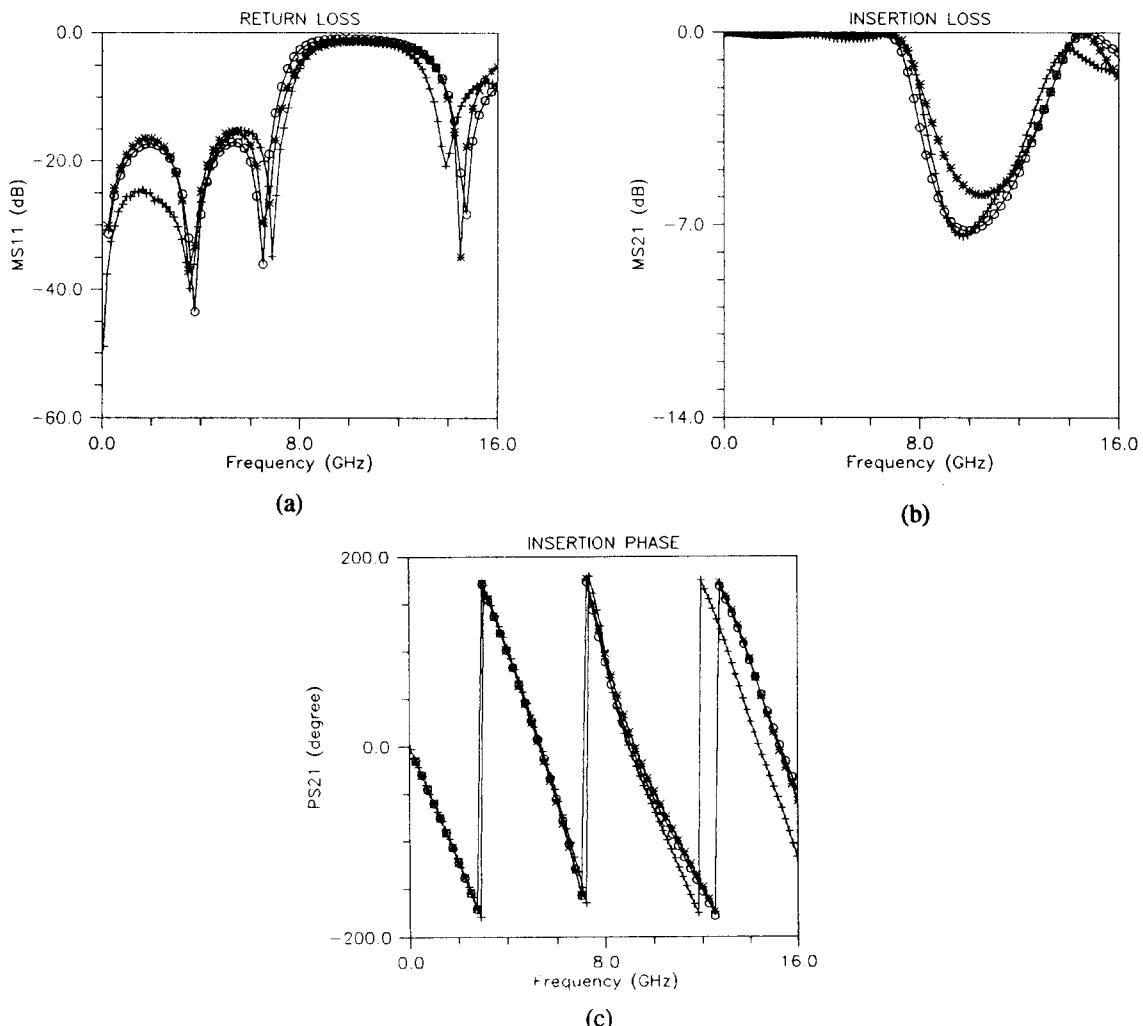
[그림 6] 결합 사절 미엔더 선로

[Fig. 6] The 4-coupled chamfered meander line

( $w = s = 0.56\text{mm}$ ,  $d = 1.96\text{mm}$ ,  $1p = 50\text{mil}$ ,

$h = 25\text{mil}$ ,  $\epsilon_r = 10.8$ )

[그림 8]은 [그림 3]의 직각 벤드로 이루어진 4중 결합 미엔더 선로에서 결합선로의 길이를 폭의 3배에서 10배 까지 변화시켰을 때 반사손실이  $-3\text{dB}$ 되는 주파수, 즉, 차단주파수의 위치를 나타낸 것이다. 여러 구조의 미엔더 선로를 해석해 본 결과 차단 주파수는 결합 선로의 수와는 거의 무관하고 결합선로의 길이에 따라



[그림 7] 4중 결합 시절 미엔더 선로의 해석

(a) 반사손실 (b) 삽입손실 (c) 삽입위상

[Fig. 7] Analysis of the 4-coupled chamfered meander

line

(a) Return loss (b) Insertion loss

(c) Insertion phase  $p(z)$   $p_1(z)$   $p_2(z)$

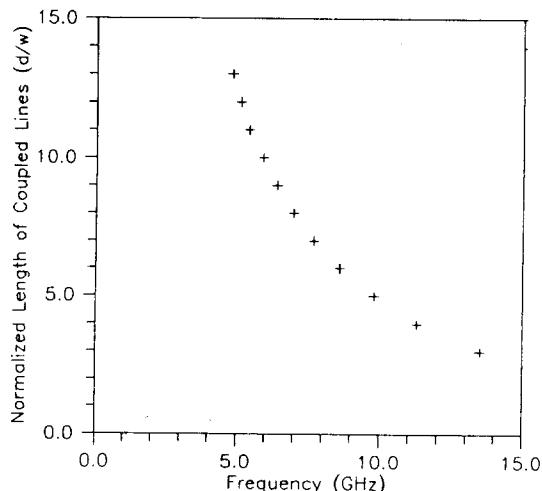
서는 일정한 관계가 있음을 발견할 수 있었다. 이 결과로부터 대략적인 미엔더 선로의 설계 공식(design rule)을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 해석적인 관계식과 등가회로를 이용

하여 마이크로스트립 미엔더 선로를 해석하였다. 미엔더 선로 해석에 대한 기존의 방법들은 해석 시간이나 정확성 또는 해석 가능한 구조 등에 의해 제약을 받지만 본 논문의 방법은 짧은 해석 시간에 정확한 결과를 얻을 수 있고 또한 미엔더 선로의 결합선로 수에도 제약을 받지 않는다.

본 논문의 방법에 의해 얻어진 결과는 결합선로 해석



[그림 8] 결합선로의 길이와 차단주파수의 관계

에 full-wave 해석법을 사용하는 SuperCompact의 결과와 잘 일치하였으며 해석시간은 훨씬 줄일 수 있었다. 실제로 486 PC를 사용하여 SuperCompact으로 4 종 결합 구조의 미엔더 선로를 해석했을 때 10 여분이 소모되었는데 반해 같은 구조에 대해 본 논문의 방법을 사용하여 HP workstation에서 해석한 경우에는 4초 정도 소모되었다. 컴퓨터 간의 속도 차이를 고려한다 하더라도 해석시간이 매우 짧아짐을 알 수 있다.

본 논문이나 SuperCompact의 해석 결과가 실험 결과와 고주파에서 오차가 생기는 것은 주로 벤드 간의 간섭 현상 때문이며 기판의 손실과 마이크로스트립 선로의 두께를 고려하지 못한 것 등도 오차발생의 요인이다. 벤드 간의 간섭 현상을 고려하여 해석하려면 우선 결합벤드의 등가회로를 유도해야 하며 유도된 등가회로를 이용하여 미엔더 선로를 해석하면 벤드간 간섭 현상 까지 고려한 좀 더 정확한 결과를 얻을 수 있을 것이다.

본 논문의 방법이 갖는 또 다른 장점은 본 논문의 방법을 미엔더 선로가 아닌 다른 일반적인 구조의 선로에도 적용할 수 있다는 점이다. 즉 어떤 구조의 선로를 해석하려 할 때, 이미 알고 있는 등가회로나 해석적인 관계식으로 표현되는 소자로 그 선로를 나눌 수 있다면 그 선로는 본 논문에서 제시한 방법을 사용하여 해석할

수 있다.

### 감사의 글

본 연구는 1992년 상공자원부 공업기반기술과제사업의 일환으로 (주)LTI의 부분적인 연구비 지원으로 수행되었다.

### 참 고 문 헌

- P.S. Hall and S.J. Vetterlein, "Microstrip Patch Array with Multiple Beams", Proc, 19th European Microwave Conf., pp.343-348, Sept., 1989.
- W.P. Harokopus and P.B. Katehi, "Electromagnetic Coupling and Radiation Loss Considerations in Microstrip (M)MIC Design", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol. MTT-39, pp.413-421, Mar. 1991.
- Ingo Wolff, "From Static Approximations to Full-Wave Analysis: The Analysis of Planar Line Discontinuities", International J. of MIM-Wave Computer-Aided Engineering, vol. 1, No.2, pp. 117-142, 1991.
- D.G. Swanson, "A Novel Method for Modeling Between Several Microstrip Lines in MIC's and MMIC's", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol. MTT-39, pp.917-923, June, 1991.
- G. Zysmsn and A. Johnson, "Coupled Transmission Line Networks in an Inhomogeneous Dielectric Medium", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol. MTT-17, pp.753-759, Oct. 1969.
- Douville, Rene J.P. and D.S. James, "Experimental Study of Microstrip Bends and Their Compensations", IEEE Trans. Microwave The-

- ory and Tech., vol. MTT-26, pp.175-181, Mar. 1978.
7. Anders, Peter, and Fritz Arndt, "Microstrip Discontinuity Capacitances and Inductances for Double Steps, Mitered Bends with Arbitrary Angle and Asymmetric Right-Angle Bends", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol MTT-28, pp.1213-1217, Nov. 1988.
8. M. Kirschning, et al., "Measurement and Computer-Aided Modeling of Microstrip Discontinuities by an Improved Resonator Method", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.
- Symposium Digest 1983, vol. MTT-32, pp. 495-497.
9. A. Hill and V.K. Tripathi, "Analysis and Modeling of Coupled Right Angle Microstrip Bend Discontinuities", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. Symposium Digest 1989, vol. MTT-38, pp.1143-1146.
10. P.M. Harms and R. Mittra, "Equivalent Circuits for Multiconductor Microstrip Bend Discontinuities", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol. MTT-41, pp.62-69, Jan. 1993.