

# 운전시뮬레이터의 구성을 위한 효율적인 차량시뮬레이션 프로그램의 개발

## Development of Efficient Vehicle Simulation Program for Construction of Driving Simulator

이 광 표, 윤 용 산  
K. P. Lee, Y. S. Yoon



이 광 표  
• 1969년 12월생  
• 차량동역학  
한국과학기술원 기계공학과  
박사과정



윤 용 산  
• 1948년 2월생  
• 기구학, 차량동역학  
한국과학기술원 기계공학과  
정교수

$\{Q\}$  : 상대좌표 열벡터  
 $q_i$  : 독립상대좌표 열벡터  
 $q_d$  : 종속상대좌표 열벡터  
 $[V_\kappa^c]$  : 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 부분속도행렬  
 $[W_\kappa]$  : 물체  $\kappa$ 의 부분각속도행렬  
 $[I_{\kappa 0}^c]$  : 관성좌표계에 대한 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 관성질량행렬  
 $[\Omega_{\kappa}]$  : 물체  $\kappa$ 에 대한 관성좌표계의 각속도벡터로 구성된 비대칭행렬  
 $[B]$  : 자코비안행렬

### 기 호 설 명

$N$  : 물체의 수  
 $n$  : 상대좌표의 수  
 $m_\kappa$  : 물체  $\kappa$ 의 질량  
 $a_\kappa^c$  : 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 가속도  
 $v_\kappa^c$  : 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 속도  
 $a_\kappa$  : 물체  $\kappa$ 의 각가속도  
 $\omega_\kappa$  : 물체  $\kappa$  각속도  
 $\bar{J}_\kappa^c$  : 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 관성질량  
 $F_\kappa^c$  : 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 평형력  
 $T_\kappa^c$  : 물체  $\kappa$ 의 무게중심에서의 평형모멘트  
 $\{Q^*\}$  : 일반화 관성력 벡터  
 $\{Q\}$  : 일반화 활동력 벡터

### 1. 서 론

새로운 차량의 개발이나 차량의 거동 해석에 있어 차량 시뮬레이션(Vehicle Simulation)의 역할이 커지면서, 운전 시뮬레이터(Driving Simulator)의 이용은 단지 운전자와 차량의 상호작용 연구에만 그치지 않고, 새로운 차량의 개발이나 거동 해석, 운전자의 운전교육등 다양한 방면에 걸쳐 그 이용을 피하고 있다. 그러므로 과거에 주로 이용되던 간단한 선형모델의 시뮬레이션 프로그램이 아닌 복잡한 비선형모델에 대한 시뮬레이션 프로그램의 이용이 요구되고 있다. 운전 시뮬레이터의 구성에 이용될 차량 시뮬레이션 프로그램은 실시간 처리가 가능해야 하며, 차량의 거동을 잘 나타내 주어야 한다.

본 연구에서는 운전 시뮬레이터의 구성에 이용될 효율적인 차량 시뮬레이션 프로그램을 개발하기 위해 세가지 방법으로 연구를 수행하였다. 우선 효율적인 운동방정식의 구성을 위해 부호계산용 상용프로그램 MACSYMA를 이용하여 다물체계의 운동방정식을 부호적으로 유도하는 운동방정식 유도 프로그램을 구성하였고, 이를 이용하여 15자유도의 다물체 차량모델에 대해 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 또한, 차량모델을 개선하여 가면서 계산시간을 줄였으며, 차량 시뮬레이션 프로그램에서 이용될 효율적인 수치해법을 결정하였다.

2. 부호계산을 이용한 운동방정식의 유도

본 연구에서는 복잡한 다물체계의 해석에 유리한 것으로 알려진 Kane's Equation을 이용하여 다물체 차량의 운동방정식을 유도하였다. 이를 위해서는 다물체 차량에 대하여 먼저 기구학적 해석을 행하여야 하며, 이로 부터 얻어지는 부분각속도나 부분속도와 같은 정보들을 이용하여 운동방정식을 구성한다.

본 연구에서는 이를 부호적으로 행하기 위해 부호계산용 상용프로그램 MACSYMA의 명령어들로 구성된 운동방정식 유도 프로그램을 구성하였다. 이 프로그램은 차량의 해석에 유리하도록 롤, 피치, 요우(Roll, Pitch, Yaw)의 각도법을 이용하였으며, 그 결과를 FORTRAN의 부함수(Sub-routine)들로 출력한다. 또한 출력된 부함수들의 효율적인 실행을 위해 많은 치환변수들을 도입하는 방법으로 반복된 계산을 최대한 방지하였다. 운동방정식 유도 프로그램으로부터 출력되는 부함수들은 상대좌표들의 2차 미분치를 구하기 위한 CALDDX, 종속상대좌표들의 1차 미분치를 구하기 위한 CALDX, 구속방정식을 나타내는 CALX, 자코비안 행렬을 구하는 JACOBI 등이다.

Kane's Equation을 이용해 다물체계의 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.<sup>1)</sup>

$$Q_i^* + Q_i = 0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$Q_i^* = - \sum_{k=1}^N (m_k a_k^c \cdot \frac{\partial v_k^c}{\partial q_i} + [\alpha_k \cdot \bar{I}_k^c + \omega_k \times \bar{I}_k^c \cdot \omega_k] \cdot \frac{\partial \omega_k}{\partial q_i}) \quad (2)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^N (F_k^c \cdot \frac{\partial v_k^c}{\partial q_i} + T_k^c \cdot \frac{\partial \omega_k^c}{\partial q_i}) \quad (3)$$

식 (2)와 (3)의 각 항들을 기구학적 해석의 결과를 이용해 구성하면 다음과 같다.

$$\{Q\} + \{\dot{Q}\} = 0 \quad (4)$$

$$\{\dot{Q}\} = -[a]\{\dot{q}\} - [b]\{q\} \quad (5)$$

$$[a] = \sum_{k=1}^N (m_k [V_k^c] [V_k^c]^T + [W_k] [I_{k0}^c]^T [W_k]) \quad (6)$$

$$[b] = \sum_{k=1}^N (m_k [V_k^c] [V_k^c]^T + [W_k] [I_{k0}^c]^T [W_k]^T + [W_k] [\Omega_{0k}] [I_{k0}^c] [W_k]^T) \quad (7)$$

$$\{Q\} = \sum_{k=1}^N (\{V_k^c\} \{F_k^c\} + [W_k] \{T_k^c\}) \quad (8)$$

$$[a]\{\dot{q}\} + [b]\{q\} = \sum_{k=1}^N (\{V_k^c\} \{F_k^c\} + [W_k] \{T_k^c\}) = \{f\} \quad (9)$$

구속방정식을 구성하는 구속조건들은 폐회로 기구에 의한 구속, 특정점의 경로 명시에 의한 구속, 상대좌표의 구동에 의한 구속, 특정점에의 초기조건 부여에 의한 구속, 구형-구형 복합조인트에 의한 구속, 회전-구형 복합조인트에 의한 구속에 대한 것들이며, 그 형태는 다음과 같다.

$$\{\Phi\} = 0 \quad (10)$$

$$\{\Phi\} = [B]\{q\} = g \quad (11)$$

미분대수방정식(Differential Algebraic Equation)의 형태로 유도된 운동방정식은 수치계산을 위하여 기초상미분방정식(Underlying Ordinary Differential Equation)이나 상태공간상미분방정식(State Space Ordinary Differential Equation)으로 변환할 수 있다. 본 연구에서는 Embedding Method를 이용하여 다음과 같이 상태공간상미분방정식으로 변환하였으며, 이는 최소한의 식들로 운동방정식을 표현하여 계산상의 효율성을 크게 할 수 있다는 것과 수치적으로 안정된 결과를 가지므로 복잡한 수치해법의 사용을 필요로 하지 않는다는 장점을 지닌다.

$$[A]\{\dot{q}\} = \{R\} \quad (11)$$

$$[A] = [B_{di}]^T [a] [B_{di}] \quad (12)$$

$$\{R\} = [B_{di}]^T \{f\} - [B_{di}]^T [a] \{g_{di}\} - [B_{di}]^T [b] \{q\} \quad (13)$$

여기서, 위의 식들을 구성하는 행렬들은 상대좌표들을 독립상대좌표들과 종속상대좌표들로 재배열하였을 때, 다음과 같이 정의된다.

$$\{q\} = \{q_1^T \ q_2^T\}^T \quad (14)$$

$$[B] = [B_i \ B_d] \quad (15)$$

$$\{g_d\} = -[B] \{q\} + \{g_s\} \quad (16)$$

$$[B_{di}] = \begin{bmatrix} I \\ -B_d^{-1} B_i \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\{g_{di}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_d^{-1} g_c \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 3. 다물체 차량모델의 구성

본 연구에서는 Fig.1에 제시된 4가지 형태의 차량모델들에 대하여 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 각각의 모델은 차시(Chassis)에 6자유도, 전륜현가장치(Front Suspension)에 3자유도,

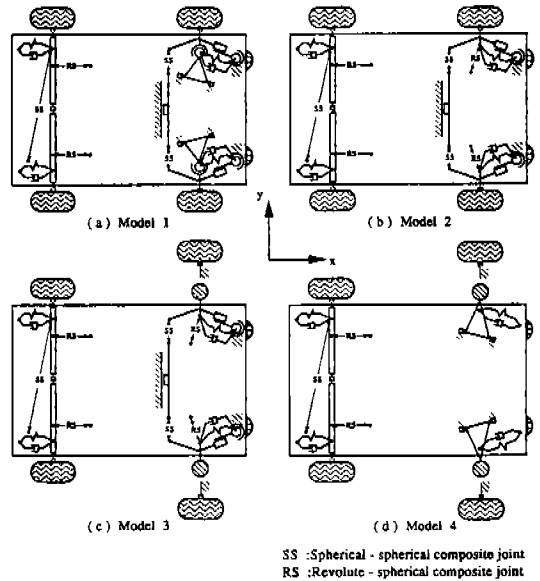


Fig.1 Structures of vehicle models.

후륜현가장치(Rear Suspension)에 2자유도, 그리고 각각의 바퀴에 1자유도씩을 가지고 있어 총 15자유도를 가진다.

모델 1은 랙(Rack)과 너클(Knuckle)간의 연결 부분과 차시와 후륜축(Rear Axle)간의 연결부분을 복합조인트로 구성하고, 나머지 구성체들의 질량을 모두 고려하였다. 복합조인트로 고려된 부분의 질량은 전체질량에 비해 매우 작으므로 그로 인한 오차는 무시할 수 있다. 그러므로 모델 1의 시뮬레이션 프로그램은 매우 정확한 결과를 출력할 수 있다.

모델 2는 모델 1에 대하여 계산시간을 줄이기 위해 A아암(A arm)을 회전-구형 복합조인트로 대체한 것으로, 고려되는 물체의 수와 상대좌표의 수, 구속조건의 수를 줄일 수 있다. (Table 1) A아암을 복합조인트로 고려함으로써 생기는 오

Table 1 Components of Egn. of motion.

	Mass	Rel.coord.	Constraint
Model 1	14	28	13
Model 2	12	26	11
Model 3	12	26	11
Model 4	9	19	4

차는 A아암의 질량과 관성질량을 주위의 물체들에 분산시킴으로써 보정할 수 있다.

모델 3은 모델 2에 대해 네바퀴의 동력학을 전체 시스템에서 분리하여 따로 고려하는 것으로, 이는 타이어로부터 발생하는 힘을 계산하기 위해서는 너클에 대한 바퀴의 상대각속도만이 필요하다라는 점을 이용한 것이다. 이를 위해 타이어에 의해 발생하는 힘들중 종력(Longitudinal Force)에 의한 모멘트가 바퀴에 작용하고 나머지 힘과 모멘트들은 너클의 바퀴부착점에 작용하도록 하게 한다. 그리고, 바퀴의 질량과 관성질량은 너클에 추가시킨다. 이렇게 하면 고려되는 물체의 수나 상대좌표의 수, 구속조건의 수는 모델 2와 동일하지만 15×15의 [A]를 11×11 행렬과 4개의 1×1 행렬들로 바꿈으로써 계산시간을 줄일 수 있다.

모델 4는 모델 3에 대하여 전륜현가장치를 간단화하기 위해 사시의 롤거동에 영향을 주는 A아암의 거동만을 고려하고 나머지를 무시하였다. 랙의 구동에 의한 조향각(Steer angle)과 캠버각(Camber Angle)은 모델 1의 전륜현가장치를 기구학적 해석을 하여 얻은 결과를 근사화하여 얻은 함수로부터 구하게 된다. 이렇게 구성된 모델 4는 네개의 모델중 가장 적은 수의 물체와 상대좌표, 구속조건을 가진다. 하지만 모델 4는 구조적 차이에 의해 이전의 모델들보다 작은 롤거동을 보이며, 이는 같은 랙의 구동에 대해 이전의 모델들보다 과조향되는 결과를 낳는다. 이러한 오차를 보정하기 위해서는 적절한 튜닝작업이 필요하다.

#### 4. 조향각의 함수화

조향각의 변화에 영향을 주는 요소들에는 랙의 변위, 현가장치의 변위, 사시의 롤 각도등이 있다. 본 연구에서는 모델 4의 시뮬레이션 프로그램에서 사용되는 조향각함수를 두가지 방법으로 구성하였다.

첫번째 방법은 사시의 롤 각도에 의한 영향을 고려하지 않은것으로써, 모델 1에 대해 롤 각도가 영일때 기구학적 해석을 행해 얻은 결과를 함수화한다. 이때 조향각  $\delta$ 는 계수가 사시에 대한

바퀴부착점의 상대높이  $z$ 의 다항식인 랙의 변위  $r$ 의 다항식으로 표현되며, 랙의 변위  $r$ 를 적당히 작게 취하면 다음과 같다.

$$\delta(z, r) = \alpha_0(z) + \alpha_1(z)r - C_r(V)r(1 - e^{-r}) \quad (19)$$

$$\alpha_0(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3$$

$$\alpha_1(z) = b_0 + b_1z + b_2z^2$$

$$C_r(V) = c_0 + c_1V + c_2V^2 + c_3V^3$$

이때, 식 (19)의 오른쪽 두번째항은 롤각도의 영향을 고려하지 않음으로 인해 생기는 오차를 보정하기 위한 보정식으로 많은 시뮬레이션을 통해 얻은 경험식이다. 이와 같이 조향각을 함수화하면 모델 4가 구조적으로 과조향되는 현상을 보정할 수는 있지만 롤거동에 있어서 더 큰 오차를 유발하는 단점을 지닌다.

두번째 방법은 롤각도의 영향을 고려하여 조향각을 함수화한것으로써 조향각  $\delta$ 는 랙의 변위  $r$ 의 다항식으로 표현되며, 다항식의 계수들은 사시에 대한 바퀴부착점의 상대높이  $z$ 와 롤각도  $\phi$ 의 함수가 된다. 랙의 변위  $r$ 를 적당히 작게 취하면 다음과 같이 표현된다.

$$\delta(z, r, \phi) = \alpha_0(z, \phi) + \alpha_1(z, \phi)r \quad (20)$$

$$\alpha_0(z, \phi) = a_0(\phi) + a_1(\phi)z + a_2(\phi)z^2 + a_3(\phi)z^3$$

$$\alpha_1(z, \phi) = b_0(\phi) + b_1(\phi)z + b_2(\phi)z^2$$

$$a_i(\phi) = p_{i0} + p_{i1}\phi + p_{i2}\phi^2$$

$$b_i(\phi) = q_{i0} + q_{i1}\phi + q_{i2}\phi^2$$

#### 5. 곡선주행 시뮬레이션

본 연구에서는 부호계산을 이용해 유도된 운동방정식의 타당성을 보이기 위해 모델 1에 대해 곡선주행 시뮬레이션을 행하고 그 결과를 같은

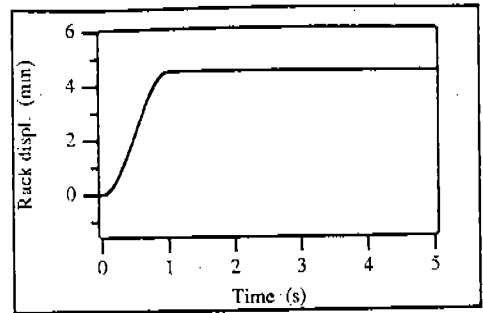
모델에 대한 상용프로그램 DADS의 결과와 비교하였다. 또한, 개선된 모델들의 타당성을 보이기 위해 같은 랙의 변위입력에 대해 모델들간의 결과를 비교하였다. 이때 사용한 타이어모델은 측력(Lateral Force)을 미끄럼각(Slip Angle)의 3차 함수로 근사화시켜 계산한다.<sup>2)</sup>

Fig.2에서 (a)의 랙의 변위입력에 대한 모델 1의 결과는 상용프로그램 DADS의 결과와 거의 일치하며, 부호계산을 이용해 유도된 운동방정식의 타당성을 검증할 수 있다. 반면 선형모델의 경우, 추가속도가 선형의 가정이 유효한 범위를 벗어났으므로 큰 오차를 보인다. Fig.3에서는 같은 랙의 변위입력에 대해 모델 1, 모델 2, 모델 3이 거의 일치된 결과를 보이며, 모델 4의 결과는 약간 오차를 가진다. 첫번째 방법의 조향각함수를 사용한 경우 모델 4가 구조적으로 과조향되는 현상을 보정할 수 있지만 롤 거동에서 큰 오차를 유발한다. 반면 두번째 방법의 조향각함수를 사용한 경우, 튜닝작업에 의해 과조향되는 현상과 롤거동을 보정할 수. 있지만 과도한 튜닝작업은 차체의 거동에 심한 진동을 초래한다. 하지만 모델 4는 선형모델에 비해 전체적으로 나은 결과를 보이며, 여러 정보들을 동시에 얻을 수 있다는 장점을 지닌다.

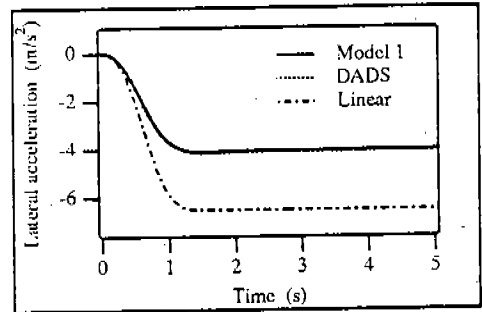
### 6. 계산시간의 비교

본 연구에서 차량 시뮬레이션 프로그램에서 사용될 효율적인 수치해법을 결정하기 위해 Euler Method와 4차 Runge-Kutta Method를 이용하여 시뮬레이션을 행하였으며, 각 모델에 대해 1초간 시뮬레이션하는데 걸린 계산시간을 비교하였다. 이때 사용된 컴퓨터 시스템은 HP710이다.

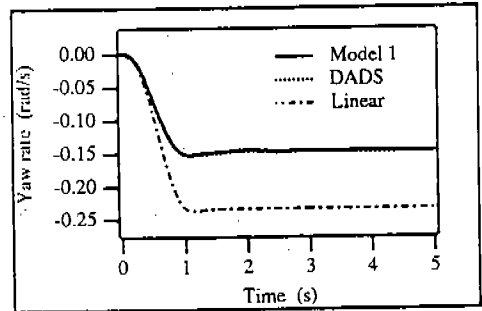
Fig.4의 (a)는 각 모델들에 대하여 4차 Runge-Kutta Method를 이용하여 0.02초의 시간간격으로 시뮬레이션하는데 걸린 계산시간을 비교한 것으로 모델이 개선됨에 따라 계산시간이 점점 감소하였고, 모델 4의 경우 실시간 처리가 가능하였다. Fig.4 (b)는 각 모델들에 대하여 Euler Method를 이용하여 0.007초의 시간간격으로 시뮬레이션하는데 걸린 계산시간을 비교한 것으로 (a)와 마



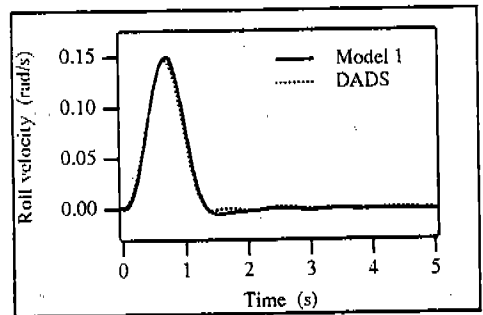
(a) Rack displacement



(b) Lateral acceleration

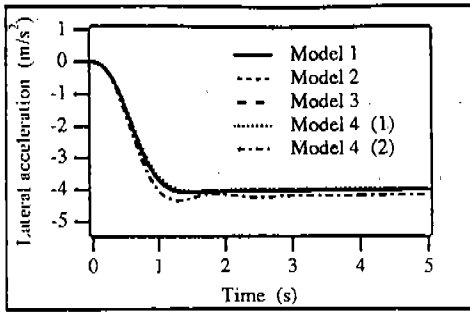


(c) Yaw rate

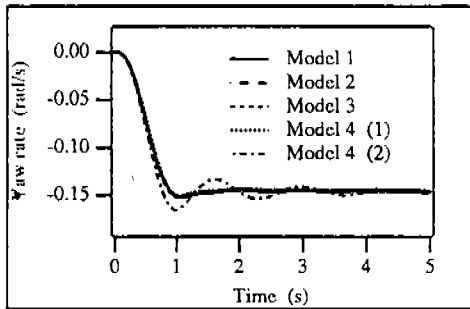


(d) Roll velocity

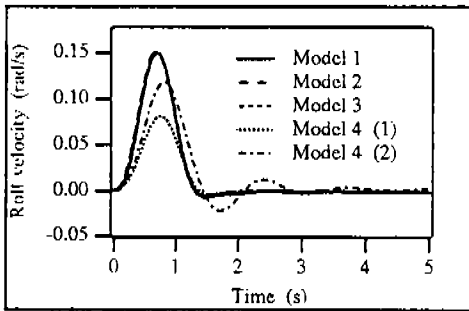
Fig.2 Steering response.(V=100km/h)



(a) Lateral acceleration



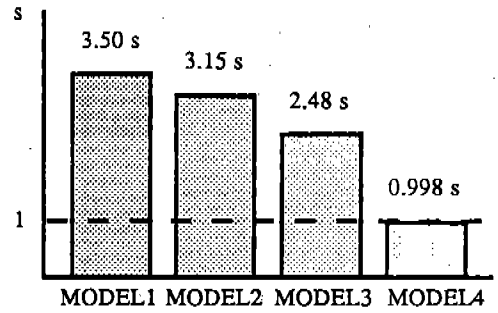
(b) Yaw rate



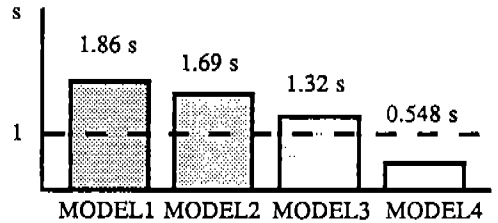
(c) Roll velocity

Fig.3 Comparison of the steering responses of each model.(V=100km/h)

찬가지의 경향을 보였으나, 그 절대량에 있어 약 절반정도로 감소하였다. 본 연구에서는 다물체 운동방정식을 상대공간상미분방정식으로 변환함으로써 결과가 수치적인 안정성을 가졌기 때문에 Euler Method와 같은 간단한 수치해법으로 같은 정도의 결과를 낼 수 있었다.



(a) 4th order Runge-Kutta method



(b) Euler method

Fig.4 Computation time for 1second simulation.

## 7. 결 론

본 연구에서는 운전 시뮬레이터의 구성에 이용될 효율적인 다물체 차량모델의 시뮬레이션 프로그램을 개발하기 위해 연구를 수행하면서 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 부호계산을 이용하여 운동방정식을 유도함으로써 효율적인 시뮬레이션 프로그램을 개발할 수 있었다. 치환변수를 많이 도입하여 반복된 계산을 최대한 방지하였고, 톨, 피치, 요우의 각도법을 사용함으로써 차량 시뮬레이션에 유리하였으며, Embedding Method를 이용하여 최소한의 수의 식들로 운동방정식을 표현함으로써 시뮬레이션 프로그램의 효율성을 증가시켰다.

둘째, 다물체 차량모델을 개선하여 시뮬레이션 프로그램의 계산시간을 줄일 수 있었다. 복합조인트를 도입하여 계산시간을 줄였으며, 차량의 동력학을 따로 분리하여 고려함으로써 계산시간을 줄였다. 또한 기구학적 해석을 이용하여 조향각을 함수화 시킴으로써 계산시간을 줄였다.

셋째, 효율적인 수치해법을 사용하여 시뮬레

이선 프로그램의 계산시간을 줄일 수 있었다. 운동방정식을 상태공간상미분방정식으로 변환함으로써 Euler Method와 같은 간단한 수치해법으로도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. Farid.M.L., Amirouche, *Computational Methods in Multibody Dynamics, Prentice-Hall International, Inc., 1992.*
2. OK., Kwon, Feng-cheng, Yang, and Edward, J. Haug, "Tire Force Models", *DADS Technical Report 86-18*, 1986, pp.1-19.
3. Jffrey D.Trom and Martin J.Vanderploeg, "Non-linear Analysis of a Mid-Size Passenger Car Using a General Purpose Dynamic Program", *Technical Report CADSI Inc., 1985*
4. MACSYMA User's Guid, Symbolics, Inc., June 1987.